ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ТИПА УРАВНЕНИЯ ГИНЗБУРГА-ЛАНДАУ ДЛЯ НАНОПРОВОЛОКИ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

А. В. Семенов[1], И. А. Девятов[2], И.В. Третьяков[1] , Ю.В. Лобанов[1], Р.В. Ожегов[1], Д.В. Петренко[1], С.В. Селиверстов[1], М.И. Финкель[1]

[1] Московский педагогический государственный университет
[2] НИИЯФ им. Д. В. Скобельцина МГУ им. М.В. Ломоносова

Получена 14 октября 2011 г.

Аннотация. В пределе больших магнитных полей выведено нелинейное уравнение Гинзбурга-Ландау, описывающее состояние одномерной «грязной» нанопроволоки.
Ключевые слова: сверхпроводимость, нанопроволока, уравнение Гинзбурга-Ландау.
Abstract. Nonlinear Ginzburg-Landau equation for dirty supercondicting 1D wire is derived in the limit of high magnetic field.
Keywords: superconductivity, nanowire, Ginzburg-Landau equation.

В ряде современных экспериментов [1, 2] исследуются одномерные сверхпроводниковые нанопроволоки (сверхпроводники, размер которых в сечении меньше или порядка длины когерентности ξ), помещённые во внешнее магнитное поле. Наложение внешнего магнитного поля позволяет управлять сверхпроводниковыми свойствами нанопроволоки, например, изменять частоту проскальзываний фазы или время жизни квазичастиц [Anthore2], не меняя температуры нанопроволоки, что представляет интерес как для фундаментальных исследований, так и для применений в микроэлектронике.

При достижении магнитным полем некоторого критического значения нанопроволока испытывает фазовый переход второго рода, при котором параметр порядка обращается в ноль. Эти обстоятельство позволяет вблизи критического магнитного поля свести уравнения микроскопической теории, описывающие состояние нанопроволоки, (в случае «грязной» нанопроволоки –

уравнения Узаделя) к замкнутому уравнению для параметра порядка, аналогичному уравнению Гинзбурга-Ландау. Линеаризованное уравнение Гинзбурга-Ландау для сверхпроводника второго рода вблизи второго критического поля было получено в [3]. В одномерном случае одновременно с обращением в ноль параметра порядка расходится характерный пространственный масштаб ξ, на котором происходят изменения параметра порядка, благодаря чему, как мы покажем в настоящей работе, оказывается возможным получить полный аналог уравнения Гинзбурга-Ландау, содержащий нелинейный член. В идейном отношении процедура производится так же, как при предельном переходе от уравнений Узаделя к уравнению Гинзбурга-Ландау вблизи критической температуры перехода из сверхпроводящего в нормальное состояние [4].

Рассмотрим сначала пространственно-однородную ситуацию. Состояние нанопроволоки может быть описано уравнением Узаделя [5]

$$-\Gamma GF+\omega F+\Delta G=0\,, \qquad (1)$$

где G и F – функции Грина, связанные условием нормировки

$$G^2+F^2=1\,, \qquad (2)$$

Δ – параметр порядка, ω – мацубаровская частота, а Γ – т.н. энергия распаривания, описывающая влияние магнитного поля. В случае, когда нанопроволока представляет собой полоску шириной w, а поле H ориентировано перпендикулярно поверхности полоски, $\Gamma = e^2DH^2w^2/6$ (D – коэффициент диффузии). Параметр порядка выражается через функции Грина уравнением самосогласования

$$2\pi T\sum_{\omega}\left(\Delta/\omega-F\right)=\Delta\ln\left(T_c/T\right), \qquad (3)$$

Будем искать решение уравнения (1) разложением F в ряд по малому Δ. В *нулевом порядке* по Δ имеем, очевидно, $G^{(0)}=1$, $F^{(0)}=0$

1-й порядок. Уравнение Узаделя, записанное в первом порядке по Δ

$$-\left(\Gamma G^{(0)}+\omega\right)F^{(1)}+\Delta G^{(0)}=0\,, \qquad (1.1)$$

имеет решением $F^{(1)} = \dfrac{\Delta}{\omega + \Gamma}$. Из условия нормировки (2), записанного в первом порядке, $G^{(0)}G^{(1)} = 0$, следует $G^{(1)} = 0$.

Подставив $F^{(1)}$ в уравнение самосогласования (3), имеем равенство

$$2\pi T \sum_{\omega} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{\omega + \Gamma} \right) = \ln(T_c/T), \tag{2.1}$$

которое должно выполняться точно при критическом значении энергии распаривания $\Gamma = \Gamma_c$. Взяв сумму по мацубаровским частотам, $2\pi T \sum_{\omega} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{\omega + \Gamma} \right) = \gamma + \ln 4 + \psi\left(\frac{\Gamma}{2\pi T} + \frac{1}{2} \right)$, в пределе $T \ll \Gamma_c$ получаем $\Gamma_c = ½\Delta_0$.

Здесь использованы асимптотическое поведение дигамма-функции при больших значениях аргумента, $\psi(x) \approx \ln x$, и известное соотношение между критической температурой и модулем параметра порядка при нулевой температуре $T_c = (e^{\gamma}/\pi)\Delta_0$.

Для дальнейшего удобно переписать уравнение самосогласования вблизи Γ_c в виде

$$-2\pi T \sum_{\omega} F^{(высших\_порядков)} = \Delta(1 - \Gamma/\Gamma_c), \tag{2a}$$

Во *втором порядке* из уравнения Узаделя получается $F^{(2)}=0$, а условие нормировки $2G^{(0)}G^{(2)} + \left(F^{(1)}\right)^2 = 0$ даёт $G^{(2)} = -\dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta^2}{(w + \Gamma)^2}$.

В *третьем порядке* решением уравнения Узаделя

$$-\left(\Gamma G^{(0)} + \omega\right)F^{(3)} - \Gamma G^{(2)}F^{(1)} + \Delta G^{(2)} = 0, \tag{1.3}$$

является $F^{(3)} = -\dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta^3 \omega}{(w + \Gamma)^4}$. Подставив это в уравнение самосогласования в форме (2а) и взяв сумму по мацубаровским частотам (которую в пределе $T \ll T_c$ естественно заменить интегралом), получаем формулу, дающую закон обращения в нуль Δ вблизи Γ_c:

$$\Delta^2 = 3\Delta_0^2(1 - \Gamma/\Gamma_c). \tag{3}$$

В пространственно-неоднородной ситуации в левую часть уравнения Узаделя (1) добавляется слагаемое

$$+\tfrac{1}{2}D\left(G\nabla^2 F - F\nabla^2 G\right)$$

(∇ означает дифференцирование по координате вдоль нанопроволоки). В силу упомянутой выше малости градиентов, оно даст вклад лишь в третьем порядке по Δ. Теперь вместо (1.3) будем иметь

$$-\left(\Gamma G^{(0)} + \omega\right)F^{(3)} + \tfrac{1}{2}DG^{(0)}\nabla^2 F^{(1)} - \Gamma G^{(2)}F^{(1)} + \Delta G^{(2)} = 0\,, \tag{1.3a}$$

откуда $F^{(3)} = -\dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta^3\omega}{(\omega+\Gamma)^4} + \dfrac{D}{2}\dfrac{\nabla^2\Delta}{(\omega+\Gamma)^2}$. Подставив это в (2a), приходим к уравнению для параметра порядка

$$\frac{D}{\Delta_0}\nabla^2\Delta - \frac{1}{3\Delta_0^2}\Delta^3 + \left(1-\Gamma/\Gamma_c\right)\Delta = 0\,, \tag{4}$$

вполне аналогичному уравнению Гинзбурга-Ландау.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки, мероприятие 2011-1.9-519-005, государственный контракт № 11.519.11.4005, и в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013.

Литература

1. *A. Anthore, H. Pothier, D. Esteve,* Phys. Rev. Lett., 90, 127001 (2003).
2. *K. Yu. Arutyunov, D. S. Golubev, A. D. Zaikin*, Phys. Rep. 464, 1 (2008)
3. *K. Maki,* in Superconductivity, edited by R. D. Parks (Marcel Dekker, New York, 1969), p. 1035.
4. См., напр., *А. В. Свидзинский,* Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости. М., Наука, 1982.
5. *Usadel K. D.* Phys. Rev. Lett. 25, 507, 1970.