

УДК: 537.874.6; 621.371.33

ФИЗИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ПЛОСКОМ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕМ РАССЕЙВАТЕЛЕ

М. В. Весник

**Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН,
125009, Москва, Моховая, 11-7**

Статья поступила в редакцию 5 апреля 2017 г.

Аннотация. Дана физическая интерпретация решения трехмерной задачи дифракции электромагнитной волны на плоском идеально проводящем рассеивателе. При анализе результатов численного расчета для плоского идеально проводящего многоугольника применены эвристические формулы, построенные на основе нового метода физической теории дифракции – метода базовых компонентов. Выбрана эвристическая формула, наиболее подходящая для описания процесса дифракции при заданной геометрии задачи. Проанализирована зависимость рассеянного поля от размеров рассеивателя.

Ключевые слова: физическая теория дифракции, эвристические подходы, приближение физической оптики, геометрическая теория дифракции, метод краевых волн, трехмерная задача дифракции.

Abstract. A physical interpretation of the solution for the 3D problem of electromagnetic wave diffraction by a flat perfectly conducting scatterer is considered. When analyzing the results of a numerical computation for a flat perfectly conducting polygon heuristic formulas are used. The formulas are constructed on the basis of a new method of the physical theory of the diffraction – the method of fundamental components. A heuristic formula that is most suitable for describing the diffraction process for a given geometry of the problem is chosen. The diffracted field dependence on the scatterer dimensions is analyzed.

Keywords: physical theory of diffraction, heuristic approaches, physical optics approximation, geometrical theory of diffraction, method of edge waves, 3D diffraction problem.

Введение

При решении ряда практических задач большую роль играет исследование дифракции плоской электромагнитной волны на многоугольниках. К числу наиболее актуальных задач относятся радиолокация воздушных, наземных и морских объектов, распространение радиоволн в условиях городской застройки, сейсмическая локация и т.п.

Задачи этого типа достаточно сложны, и даже современные методы расчета (основанные на новой компьютерной технике в сочетании с актуальными численными методами) не обладают достаточной эффективностью при их решении.

Количество структур, для которых известны строгие аналитические решения, весьма ограничено. В основном, эти решения получены методом разделения переменных в ограниченном наборе систем координат. Конечные выражения получают в виде бесконечных рядов специальных функций, соответствующих выбранной системе координат. Получение новых строгих аналитических решений сопряжено со значительными математическими трудностями и не всегда возможно.

Вид математически строгих решений зависит от того, какой метод применяется для их получения. Например, строгие аналитические формулы могут представлять собой ряд из специальных функций в системе координат, выбранной таким образом, чтобы обеспечить разделение переменных [1]. Разобраться во влиянии на решение отдельных компонентов рассеивателя (например, во влиянии отдельных кромок) может быть очень сложно, поскольку, например, выражение, описывающее форму кромки, может зависеть сразу от нескольких координат. Получать новые строгие аналитические решения тоже очень сложно, в особенности, если речь идет о трехмерных телах. Численные решения не имеют аналитических выражений, поэтому нет возможности выделения компонентов формул, описывающих влияние отдельных параметров задачи или частей рассеивателя.

В связи с этим большое значение приобретает развитие новых

эвристических методов, основанных на знании физических закономерностей явления дифракции.

Эвристические решения

В отличие от математически строгих подходов, эвристические формулы основаны на учете влияния на результат отдельных физических параметров задачи [2, 3]. К таким параметрам относятся геометрия задачи и форма рассеивателя, позволяющие учесть вклады отдельных кромок, или влияние граничных условий, сформулированное в виде коэффициентов отражения и прохождения R и T , описывающих взаимодействие плоской волны с безграничной плоской поверхностью. Зависимость от параметров задачи компактно входит в эвристические формулы в явном виде.

Такое описание влияния этих физических параметров позволяет повысить эффективность решения практической задачи и провести физическую интерпретацию решений, полученных другими способами. Наличие математически строгого решения не снимает необходимости получать аналитические эвристические формулы, которые помогают разобраться в физике решения.

Эвристические решения строятся на основе математически строгих решений простейших задач, на основе базовых физических принципов электродинамики и теории волн (таких как принцип локальности поля, принцип дополнительности и т.п. [4, 5, 6]), а также на основе анализа известных аналогичных решений.

Как известно, все эвристические подходы нуждаются в верификации, т.е. в проверке при помощи более строгого (верификационного) решения.

Если строгое решение для какой-то задачи отсутствует, то эвристические формулы следует рассматривать как гипотезу о поведении решения. Достоверность этой гипотезы можно оценить при помощи результатов, полученных на других, аналогичных задачах.

Эвристическое решение для задачи, имеющей сложное и громоздкое аналитическое решение, сопряженное с большими временными затратами,

обладает ценностью с той точки зрения, что с его помощью можно упростить и ускорить решение ряда схожих практических задач.

Недавно вышедшая книга [7] содержит описание методов получения новых эвристических решений. На основе этой книги можно сформулировать положения нового метода физической теории дифракции – метода базовых компонентов [8]. Этот метод обладает большей гибкостью и точностью по сравнению с известными методами, такими как геометрическая теория дифракции (ГТД) и метод краевых волн (МКВ), которые также представляют собой эвристические подходы, относящиеся к физической теории дифракции (ФТД).

Теории дифракции посвящено большое количество работ. В данной статье мы не будем приводить их подробный обзор. Обширная библиография по теме, которой посвящена данная работа, приведена, например, в [7].

Метод базовых компонентов

Метод базовых компонентов (МБК) [8] представляет собой способ построения эвристических формул на основе строгих решений. При помощи набора базовых компонентов (полученных на основе математически строгих решений простейших задач дифракции) и ряда приемов можно получить эвристические формулы, описывающие решение практической задачи дифракции. Затем проводится верификация этой задачи при помощи строгого решения. При необходимости проводится настройка формул с целью повышения точности. После проведения верификации какой-либо задачи для полного набора входных параметров можно в дальнейшем применять эвристические формулы без проверки.

Базовые компоненты позволяют описать влияние на рассеянное поле таких факторов, как геометрия задачи (куда входят форма и размеры рассеивателя, а также взаимное расположение источника и точки наблюдения), форма профиля кромки тела и граничные условия. Для трехмерных рассеивателей конечного размера получить строгое аналитическое решение, учитывающее все эти факторы, не представляется возможным. В то же время, формулы, полученные

при помощи МБК, по своей простоте сравнимы с формулами, полученными при помощи метода физической оптики (ФО).

МБК предоставляет широкие возможности для получения разнообразных эвристических решений при помощи набора способов воздействия на решение. Эти возможности, в сочетании с процессом верификации, позволяют наилучшим образом подобрать эвристические формулы для описания рассеяния на многоугольниках и многогранниках.

Кроме построения эвристических формул, МБК пригоден для проведения физической интерпретации численного решения [8].

Верификационное решение

Из сказанного выше следует, что МБК не предназначен для получения новых строгих решений. Целью МБК является построение эффективных аналитических эвристических формул, наилучшим образом соответствующих верификационному решению. Важность аналитических формул для исследования процесса дифракции и для решения практических задач была объяснена выше. Как уже было отмечено, наличие строгого решения не снимает необходимости получения эффективных аналитических формул.

При построении эвристического решения строгое решение рассматривают в качестве компьютерного эксперимента и считают эталоном точности. Вопрос о том, насколько точно строгое решение соответствует краевой задаче математической физики, выносят за рамки процесса построения эвристических формул, как и вопрос о том, насколько точно входные параметры для получения строгого решения описывают практическую задачу.

Строгое верификационное решение может быть аналитическим или численным. Оно должно с максимальной корректностью удовлетворять условиям краевой задачи. При получении эвристических формул такое решение считаем эталонным, независимо от того, насколько это утверждение доказано с математической точки зрения. Соответствие строгого решения экспериментальным данным также выносим за рамки данной работы.

Если по какой-либо причине получить численное решение затруднительно

(например, из-за большого размера или сложной формы рассеивателя), то эвристические формулы можно пытаться верифицировать на рассеивателе меньшего размера или упрощенной формы. В качестве верификационного решения можно также применять экспериментальные результаты или другие данные, полученные из надежного источника, в том числе – из литературы.

При верификации эвристического решения следует описать границы его применимости (пределы изменения входных параметров – геометрии и граничных условий), а также точность. Если для решения практической задачи точность недостаточна, ее можно повысить при помощи «настройки» – воздействия на эвристическое решение в целом или на его отдельные компоненты.

Преимущества МБК перед другими подходами

Итак, назначение МБК – получение эффективных аналитических формул: простых по форме, физичных, автономных, быстродействующих и точных. По простоте и быстродействию формулы МБК сравнимы с формулами ФО.

Под «физичностью» мы понимаем ясность эвристических формул с физической точки зрения. Строгие аналитические формулы зачастую представляют собой бесконечные ряды спецфункций, причем каждый из членов ряда зависит сразу от всех входных параметров. Эвристические формулы МБК состоят из компонентов, каждый из которых описывает какую-либо характеристику процесса дифракции. В свою очередь, каждый из входных параметров входит в один или небольшое количество компонентов. Таким образом, формулы МБК существенно отличаются от строгих аналитических формул.

Автономность формул МБК означает, что их можно применять отдельно от вычислителя двумерных решений. В отличие от МБК, подходы ГТД и МКВ требуют работы вычислителя двумерных решений (или части решений – дифракционных коэффициентов двумерных кромок) в течение всего процесса получения эвристического решения. Вместо двумерных решений в МБК применяем «одномерные» решения – R и T , описывающие взаимодействие

волны с безграничной плоской поверхностью. Для таких решений намного проще получить аналитические выражения.

Точность в МБК определяется требованиями практической задачи. Если точность недостаточна, к решению МБК можно внести поправки. Поправки осуществляем в том компоненте, где возникает погрешность. Соответствующие места возникновения погрешностей выявляем при помощи сравнения эвристического решения с верификационным. Лучше всего для такой операции подходят эталонные полубесконечные решения, поскольку они позволяют устранить ряд погрешностей, например, переотражения от кромок рассеивателя конечного размера. Влияние переотражений можно оценить после того, как уже учтены форма профиля кромки, граничные условия и возмущение поля, продольное по отношению к кромке.

Подходы ГТД и МКВ не дают возможности внесения поправок, поскольку основаны на заранее сформулированных постулатах, которые нужно выполнить при получении решения в данном приближении. В итоге точность решений ГТД и МКВ можно лишь оценить, но не воздействовать на нее.

Существуют инженерные формулы, позволяющие имитировать поведение строгого решения. Они так же, как и формулы МБК, могут обладать простотой, автономностью, быстродействием и точностью. Но инженерные формулы не обладают физичностью, что не позволяет использовать их для исследования процесса дифракции, а также при интерпретации результатов строгого расчета.

Преимущества МБК перед другими подходами характеризуют его новизну. Новизна МБК позволяет надеяться на то, что его применение создаст новые возможности в физической теории дифракции при решении практических задач.

В данной статье методы МБК применяются для исследования задачи дифракции электромагнитной волны на плоском идеально проводящем многоугольнике.

Дифракция на плоском угловом секторе

В работах [7, 9, 10] было получено эвристическое решение задачи дифракции

на плоском угловом секторе. Геометрия задачи изображена на рис. 1.

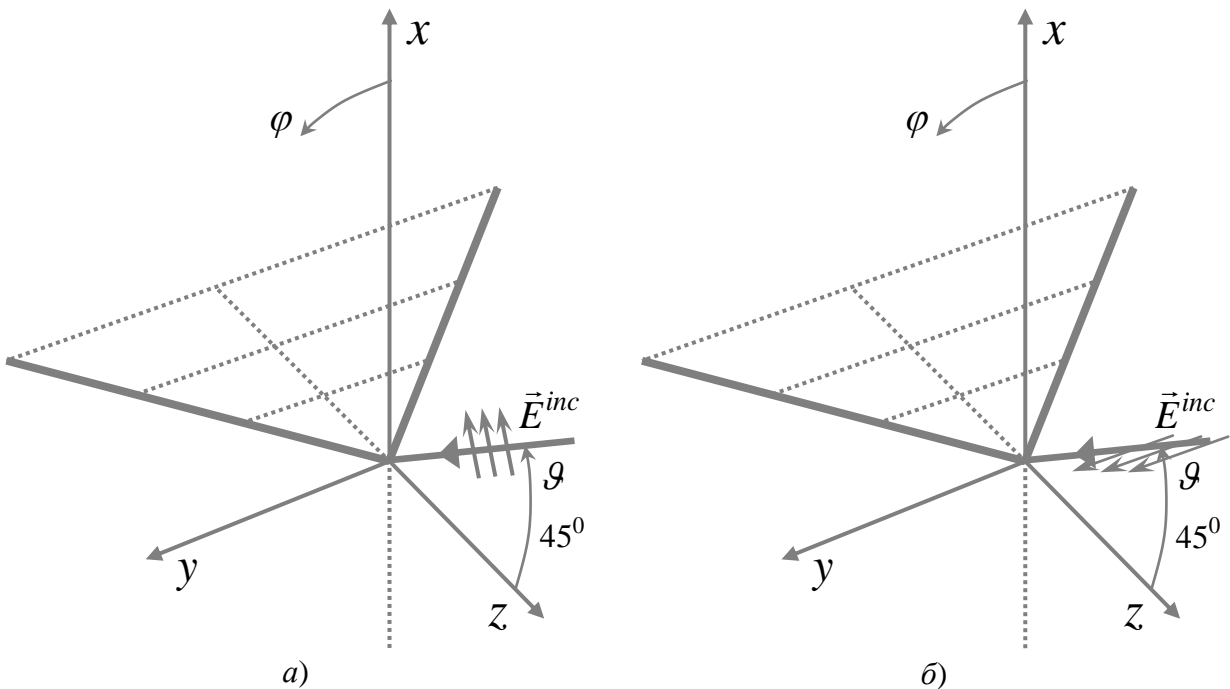


Рис. 1 Геометрия задачи для плоского углового сектора из [11]. Рассеиватель расположен в плоскости YOZ , плоская волна \vec{E}^{inc} падает в плоскости XOZ , поляризация падающей волны такова, что вектор падающей волны либо расположен в плоскости падения (*a*), либо перпендикулярен ей (*б*), точка наблюдения расположена в плоскости XOY и находится (как и источник) на бесконечном расстоянии от рассеивателя.

На первом этапе при помощи замены поляризационной части дифракционного коэффициента на условной кромке было получено решение в приближении метода эквивалентных контурных токов (МЭКТ). На втором этапе было проведено уточнение решения МЭКТ для плоского углового сектора при помощи модифицирующего множителя. Таким образом, было получено модифицированное решение МЭКТ, которое назовем ММЭКТ.

Поляризационная часть дифракционного коэффициента представляет собой его числитель и характеризует форму кромки, вид поляризации и граничные условия. Геометрическая часть дифракционного коэффициента представляет собой его знаменатель и характеризует направление дифракционного конуса.

Введение понятия условной кромки – это подход, позволяющий получить в явном виде эвристическое решение, обладающее рядом преимуществ. В отличие от других эвристических подходов (например, оригинальной версии МКВ) это решение заведомо удовлетворяет принципу взаимности и не требует непосредственного интегрирования поля вдоль элементарной полоски интегрирования, расположенной под углом к кромке (рис. 2).

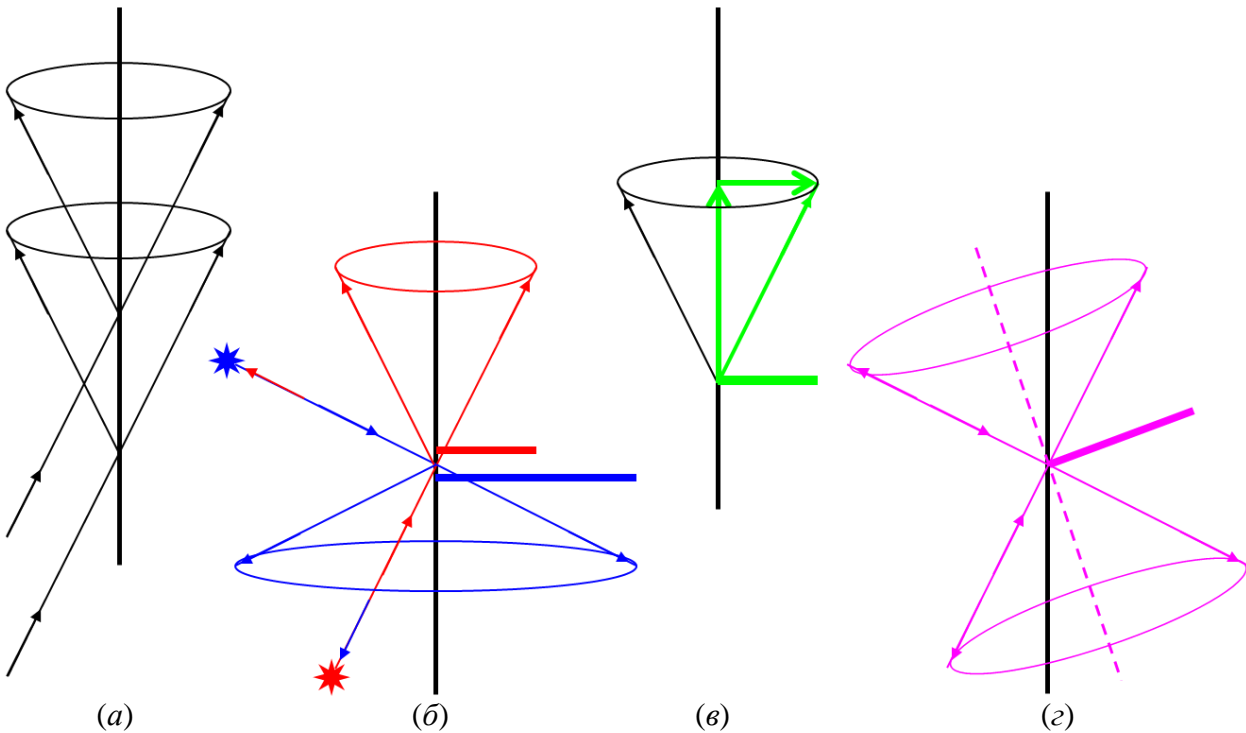


Рис. 2 Применение решения на условной кромке. На рисунках схематически показано положение источника, точки наблюдения и дифракционных конусов.

На рис. 2(a) изображена схема решения двумерной задачи дифракции плоской волны на бесконечной кромке. Волны рассеиваются только в направлениях дифракционных конусов. Это направления в пространстве, которые составляют одинаковые углы с кромкой.

Методы ГТД и МКВ позволяют получать решения трехмерных задач дифракции на основе двумерных. ГТД постулирует, что кромка трехмерного тела рассеивает падающее поле точно так же, как бесконечная кромка с таким же профилем. Поэтому для того, чтобы найти решение при помощи ГТД, нужно, чтобы трехмерное тело имело точку стационарной фазы, т.е. на кромке должна быть окрестность точек с постоянной фазой. Если такой точки нет, то

при помощи ГТД решение найти нельзя. При помощи МКВ решение найти можно, проинтегрировав поле в окрестности кромки, хотя корректным оно будет только на дифракционном конусе.

На рис. 2(б) изображена бесконечная кромка, положения источника и точки наблюдения, которая находится вне дифракционного конуса относительно источника. Также изображены дифракционные конуса, соответствующие ситуации, когда источник и точка наблюдения меняются местами. Волновой вектор падающей на кромку волны можно разбить на две компоненты: идущую вдоль кромки и перпендикулярную ей. Это разложение изображено на рис. 2(в). Утолщенными линиями, перпендикулярными кромке, схематически показаны проекции волнового вектора в плоскости, перпендикулярной кромке. Если менять местами положения источника и точки наблюдения, то это может приводить к нарушению принципа взаимности.

На рис. 2(г) сиреневым пунктиром изображена условная кромка. Это направление на поверхности рассеивателя, определяемое так, чтобы источник и приемник находились по отношению к условной кромке на дифракционном конусе.

Модифицирующий множитель, уточняющий решение задачи дифракции на идеально проводящем плоском угловом секторе [7 – 10], строится на основе дифракционных коэффициентов идеально проводящей полуплоскости, строгого и в приближении ФО. В процессе уточнения решения МЭКТ при помощи модифицирующего множителя были получены следующие результаты (рис. 3).

На рис. 3 (верхние графики) показано рассеянное поле в приближении ФО. Можно видеть, что одна из поляризаций равна нулю. Это приводит к сильным ошибкам. На рис.3 (средние графики) показано решение в приближении МЭКТ. Наилучшее совпадение соответствует сингулярностям (соответствующим дифракционным конусам), в остальной области углов точки наблюдения совпадение хуже. Самое хорошее совпадение численного и эвристического решения соответствует модифицированному решению МЭКТ (ММЭКТ) и показано на нижних графиках рис. 3.

Для верификации эвристических формул, описывающих дифракцию на плоском угловом секторе, была использована работа [11]. Сравнение эвристического решения для плоского углового сектора с этими результатами показало эффективность приближения ММЭКТ.

При помощи той же методики на основе численных результатов можно построить эвристическое решение для задачи, не имеющей аналитического решения, например, для плоского углового сектора с неидеальными граничными условиями.

Задача дифракции на плоском многоугольнике

В данной работе при помощи методики МБК и соответствующих формул проведена физическая интерпретация численного решения задачи дифракции на плоском трехмерном многоугольнике.

Решение конкретной физической задачи с учетом полного набора ее параметров имеет ценность в том случае, когда в ней есть практическая потребность. В данном случае мы не претендуем на получение эвристического решения, полностью описывающего все комбинации входных параметров, и рассматриваем частный случай расчета с целью демонстрации возможностей МБК, а также выявления характерных особенностей задачи дифракции на многоугольнике по сравнению с аналогичной задачей для плоского углового сектора.

В данной работе для плоского рассеивателя конечных размеров получены эвристические решения в приближении ФО, МЭКТ, ММЭКТ. Форма рассеивателя и геометрия задачи были выбраны таким образом, чтобы изменения по сравнению с задачей дифракции на плоском угловом секторе были минимальными. Таким объектом для получения решения задачи дифракции на рассеивателе конечного размера выбран плоский идеально проводящий квадрат со стороной ka (рис.4).

Формула связи между компонентами векторов падающего \vec{E}^{inc} и рассеянного \vec{E}^{∞} полей [11] (рис. 1):

$$\begin{pmatrix} E_g^\infty \\ E_\varphi^\infty \end{pmatrix} = \frac{\exp(ikR)}{kR} \begin{pmatrix} D_{g\varphi} & D_{g\varphi} \\ D_{\varphi g} & D_{\varphi\varphi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_g^{inc} \\ E_\varphi^{inc} \end{pmatrix} = \frac{\exp(ikR)}{kR} \begin{pmatrix} D_{g\varphi} E_g^{inc} + D_{\varphi\varphi} E_\varphi^{inc} \\ D_{\varphi g} E_g^{inc} + D_{\varphi\varphi} E_\varphi^{inc} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Зависимость от расстояния R между точкой наблюдения и локальным центром координат на поверхности рассеивателя соответствует выполнению условия дальней зоны, хотя для полубесконечных рассеивателей такая ситуация невозможна. Тем не менее, для практических задач подобные решения очень полезны.

Из (1) следует для амплитуды вектора рассеянного поля

$$|\vec{E}^\infty| = \sqrt{|E_g^\infty|^2 + |E_\varphi^\infty|^2} = \frac{\exp(ikR)}{kR} \sqrt{|D_{g\varphi} E_g^{inc} + D_{\varphi\varphi} E_\varphi^{inc}|^2 + |D_{\varphi g} E_g^{inc} + D_{\varphi\varphi} E_\varphi^{inc}|^2}. \quad (2)$$

При возбуждении вектором E_g^{inc} (лежащим в плоскости падения) $E_\varphi^{inc} = 0$, и тогда

$$|\vec{E}^\infty| = \sqrt{|E_g^\infty|^2 + |E_\varphi^\infty|^2} = \frac{\exp(ikR)}{kR} E_g^{inc} \sqrt{|D_{g\varphi}|^2 + |D_{\varphi g}|^2}. \quad (3)$$

Для вектора E_φ^{inc} (перпендикулярным плоскости падения) $E_g^{inc} = 0$ получаем:

$$|\vec{E}^\infty| = \sqrt{|E_g^\infty|^2 + |E_\varphi^\infty|^2} = \frac{\exp(ikR)}{kR} E_\varphi^{inc} \sqrt{|D_{g\varphi}|^2 + |D_{\varphi\varphi}|^2}. \quad (4)$$

Эвристические решения сравниваем с численным расчетом, полученным при помощи метода моментов. В этом методе поверхность пластины разбивают на множество конечных элементов треугольной формы и ищут элементарный ток в пределах каждого элемента. По найденному поверхностному току на пластине рассчитывают рассеянное поле в дальней зоне. Результаты численного расчета были предоставлены В.И. Калиничевым.

Геометрия задачи (форма рассеивателя, положение источника и точки наблюдения, а также плоскость выводимой диаграммы рассеяния) здесь выбрана так же, как в исследованной ранее задаче дифракции на плоском угловом секторе.

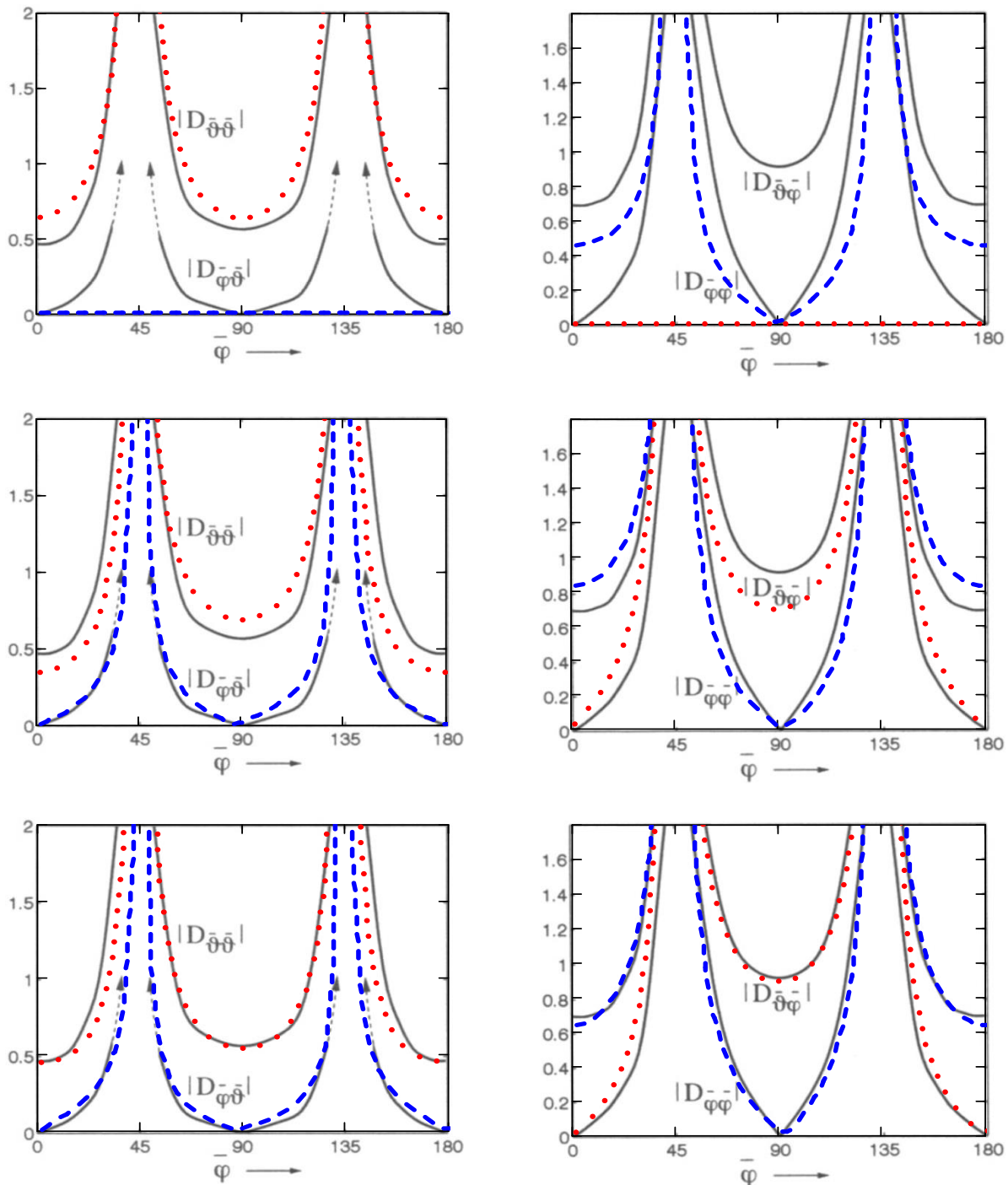


Рис. 3 Сравнение эвристических решений ФО (верхний график), МЭКТ (средний график) и ММЭКТ (нижний график) для плоского углового сектора. По горизонтальной оси отложен угол φ (см. рис. 1). По вертикальной оси отложены амплитуды коэффициентов D , характеризующих связь между поляризациями падающего и рассеянного поля (1). Наихудшее совпадение со строгим решением [11] (сплошная серая линия) дает приближение ФО, поскольку коэффициенты D для перекрестных поляризаций обнуляются. Наилучшее совпадение со строгим решением дает модифицированный МЭКТ (ММЭКТ). Кривые для коэффициентов D , рассчитанных при помощи указанных эвристических подходов, показаны красными точками и синими штрихами рядом с кривыми строгого решения.

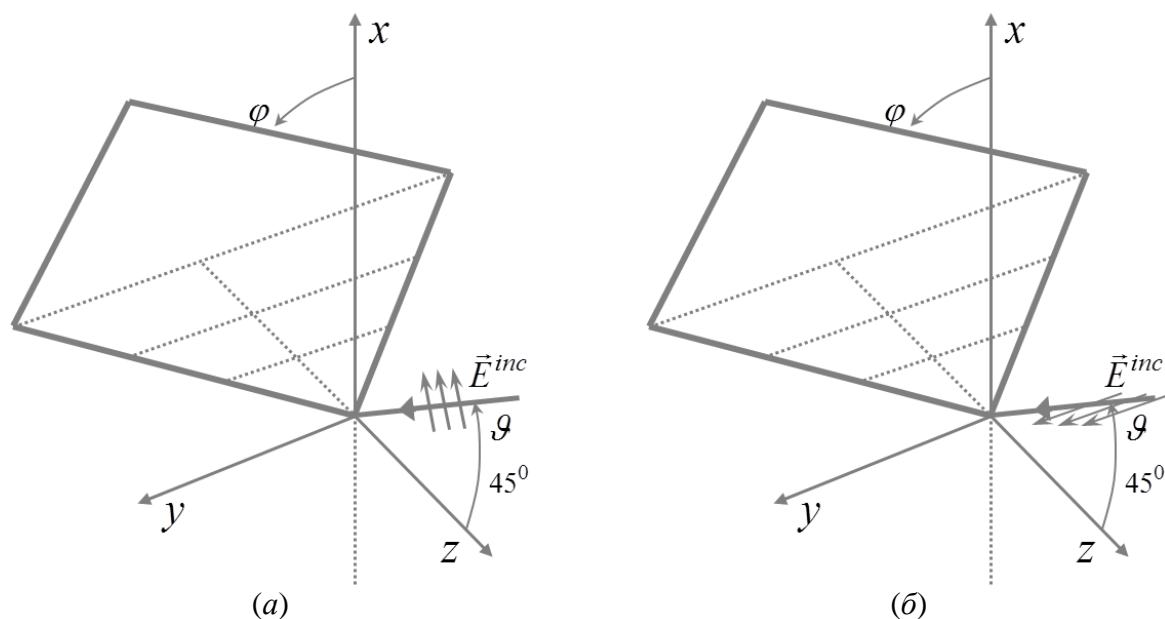


Рис. 4 Геометрия задачи. Квадрат со стороной длины a расположен в плоскости YOZ . Значения геометрических параметров в задаче дифракции на плоском многоугольнике выбраны такие же, как в задаче дифракции на плоском угловом секторе (рис. 1): $\vartheta=45^\circ$, $0<\varphi<180^\circ$.

На первом этапе было получено численное решение при помощи метода моментов. Рассеиватель представляет собой плоский квадрат, две вершины которого лежат в плоскости падения, а две – в плоскости наблюдения. Размер стороны квадрата изменяется в пределах от $ka=2$ до $ka=60$. Источник и точка наблюдения расположены на бесконечном расстоянии до кромки, а плоскость наблюдаемой диаграммы рассеяния расположена перпендикулярно плоскости падения таким образом, что линия пересечения этих плоскостей соответствует нормали к рассеивателю. На рассеиватель падает плоская волна единичной амплитуды. Рассматриваем два типа поляризации: с вектором падающего поля E , расположенным в плоскости падения или перпендикулярно этой плоскости. В точке наблюдения рассчитываем модуль рассеянного поля.

Численное решение сравниваем с эвристическим решением, полученным при помощи МБК. Эвристическое решение находим при помощи выражений, полученных на «условной кромке». Для получения решения в приближении МЭКТ находим поляризационную часть дифракционных коэффициентов и

заменяем ею поляризационную часть в решении, найденном в приближении ФО.

Сравнение численного и эвристического решений показало, что между ними существует качественное совпадение.

Введем обозначения:

$NUMp(ka, \varphi)$ – амплитуда численного решения для диаграммы рассеяния (ДР) при возбуждении типом поляризации с вектором E падающего поля в плоскости падения (см. рис. 4 (а));

$NUMt(ka, \varphi)$ – амплитуда численного решения для ДР при возбуждении типом поляризации с вектором E падающего поля, перпендикулярным плоскости падения (см. рис. 4 (б));

$ESp(ka, \varphi)$ – амплитуда решения в приближении МЭКТ для ДР (вектор E падающего поля лежит в плоскости падения);

$ESt(ka, \varphi)$ – амплитуда решения в приближении МЭКТ для ДР (вектор E падающего поля перпендикулярен плоскости падения);

$ESMp(ka, \varphi)$ – амплитуда решения в приближении МЭКТ, модифицированного как решение ММЭКТ для плоского углового сектора, для ДР (вектор E падающего поля лежит в плоскости падения);

$ESMt(ka, \varphi)$ – амплитуда решения в приближении МЭКТ, модифицированного как решение ММЭКТ для плоского углового сектора, для ДР (вектор E падающего поля перпендикулярен плоскости падения);

$POp(ka, \varphi)$ – амплитуда решения в приближении метода физической оптики (ФО) для ДР (вектор E падающего поля лежит в плоскости падения);

$POt(ka, \varphi)$ – амплитуда решения в приближении метода ФО для ДР (вектор E падающего поля перпендикулярен плоскости падения).

$ROMp(ka, \varphi)$ – амплитуда решения в приближении метода ФО, модифицированного как решение ММЭКТ для плоского углового сектора, для ДР (вектор E падающего поля лежит в плоскости падения);

$ROMt(ka, \varphi)$ – амплитуда решения в приближении метода ФО, модифицированного как решение ММЭКТ для плоского углового сектора, для

ДР (вектор E падающего поля перпендикулярен плоскости падения).

Первоначально в качестве функции сравнения решений было выбрано частное от деления эвристических решений PO или EC и численного NUM на каждой из поляризаций p или t – всего 4 графика (рис.5).

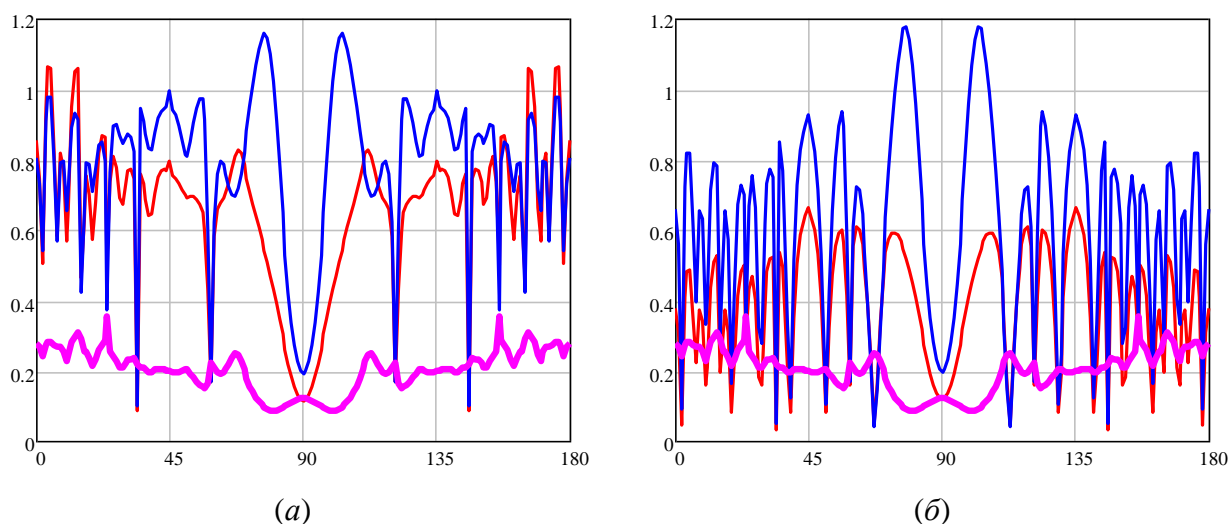
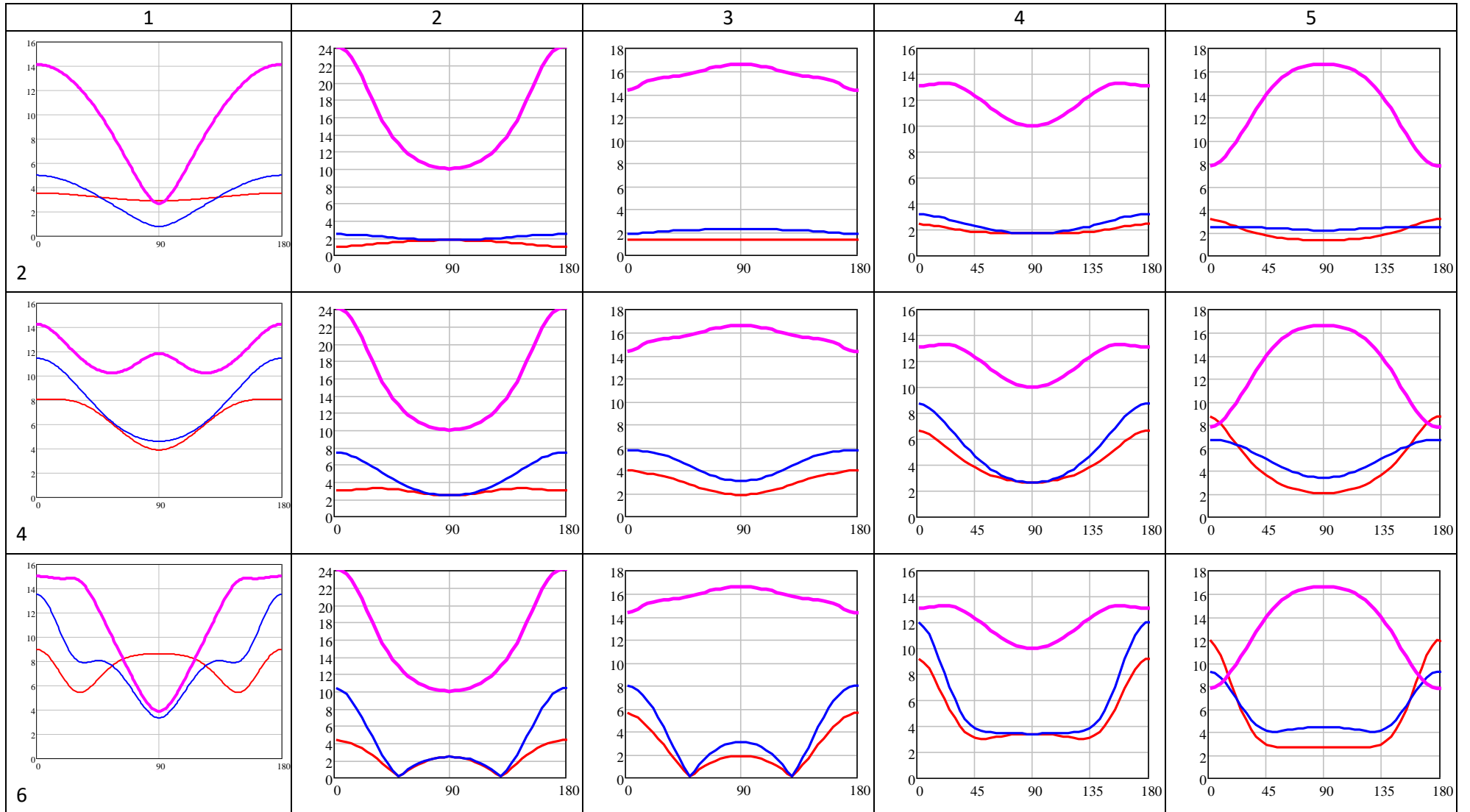
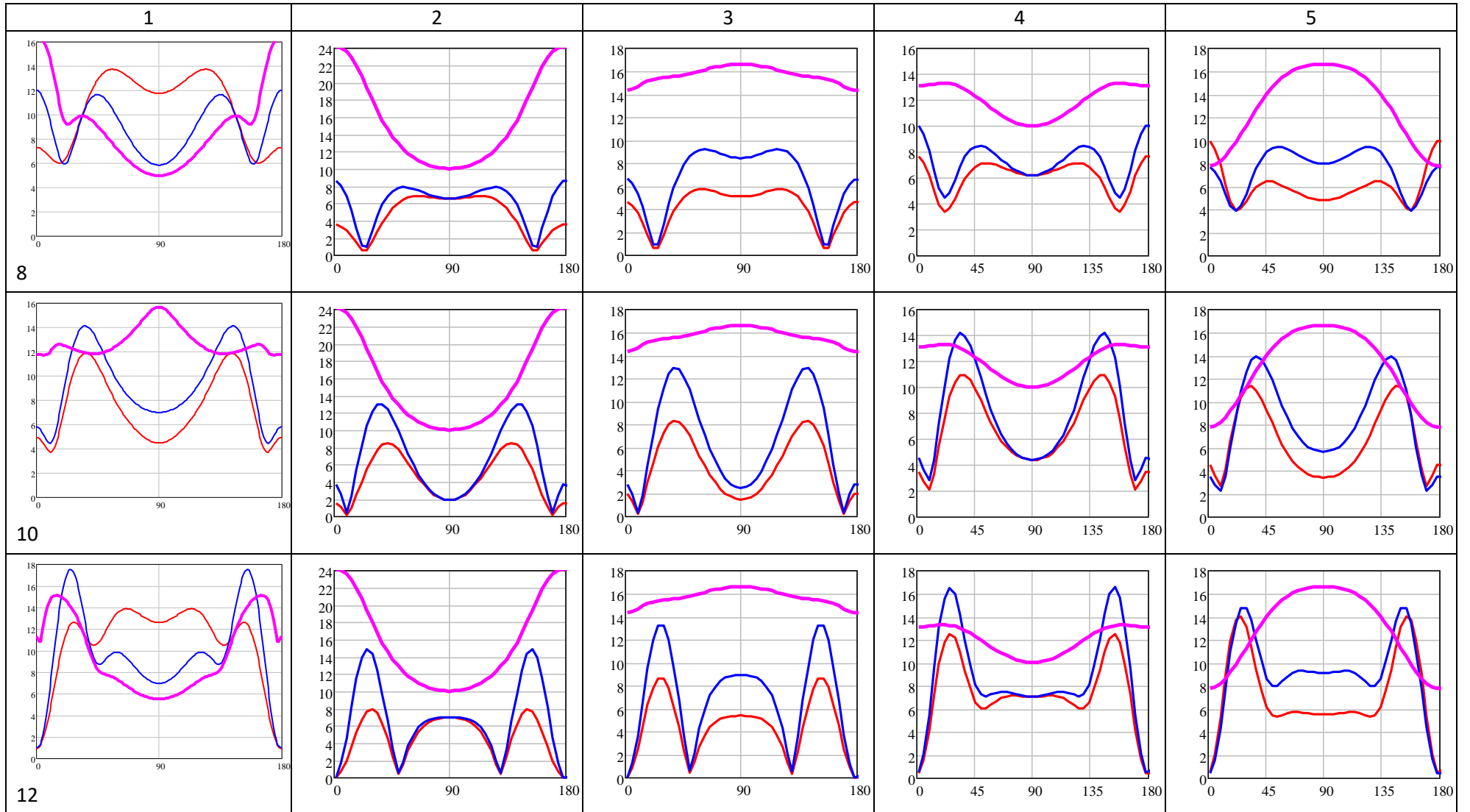


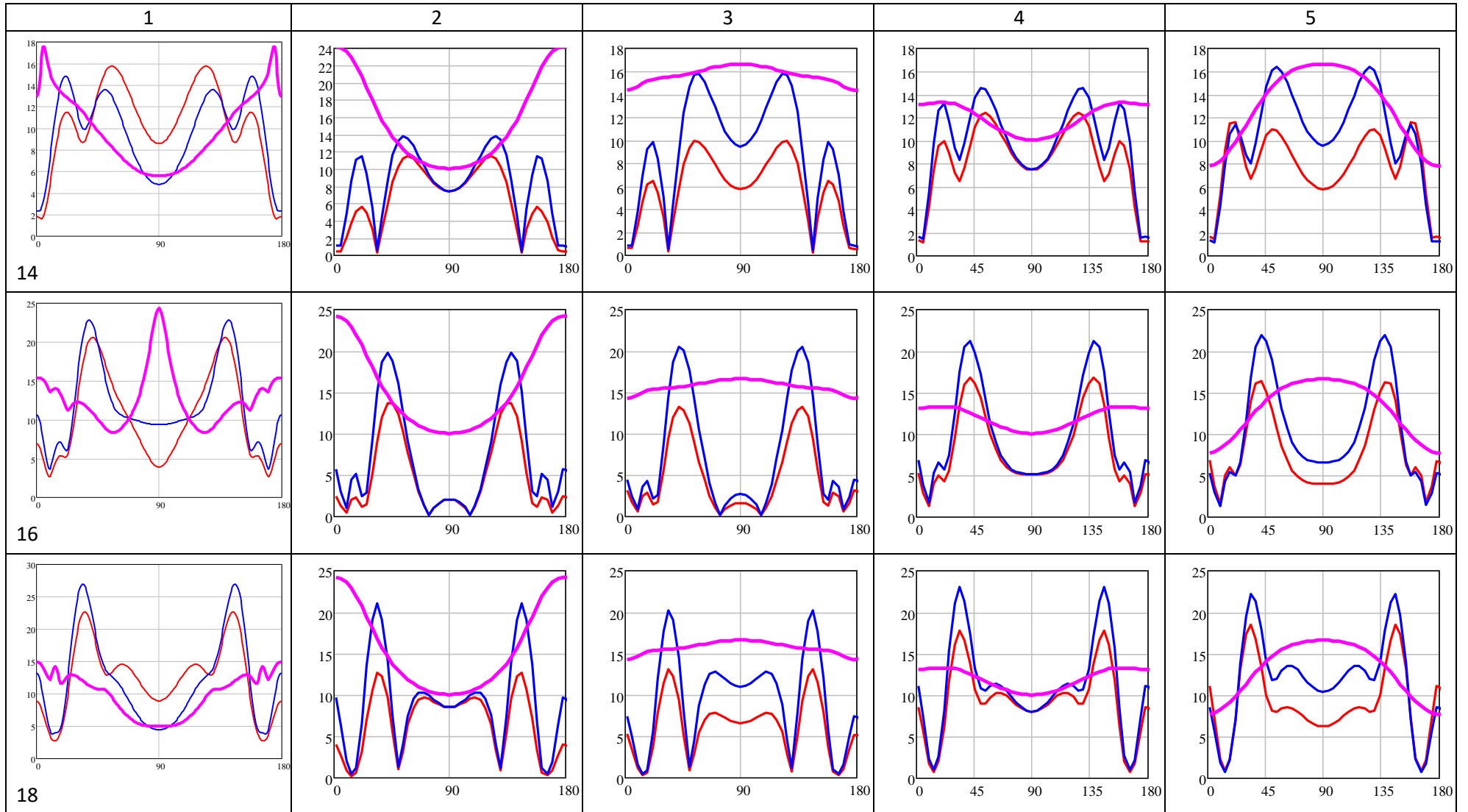
Рис. 5 Графики отношения поляризаций для решений NUM , PO и EC при $ka=60$.
 (а): $PO_p(ka,\varphi)/NUM_p(ka,\varphi)$ (красная кривая) и $PO_t(ka,\varphi)/NUM_t(ka,\varphi)$ (синяя кривая);
 (б): $EC_p(ka,\varphi)/NUM_p(ka,\varphi)$ (красная кривая) и $EC_t(ka,\varphi)/NUM_t(ka,\varphi)$ (синяя кривая). Кривые лилового цвета соответствуют взятому с численным коэффициентом 0.2 отношению между поляризациями численного решения: $0.2 * NUM_t(ka, \varphi) / NUM_p(ka, \varphi)$.

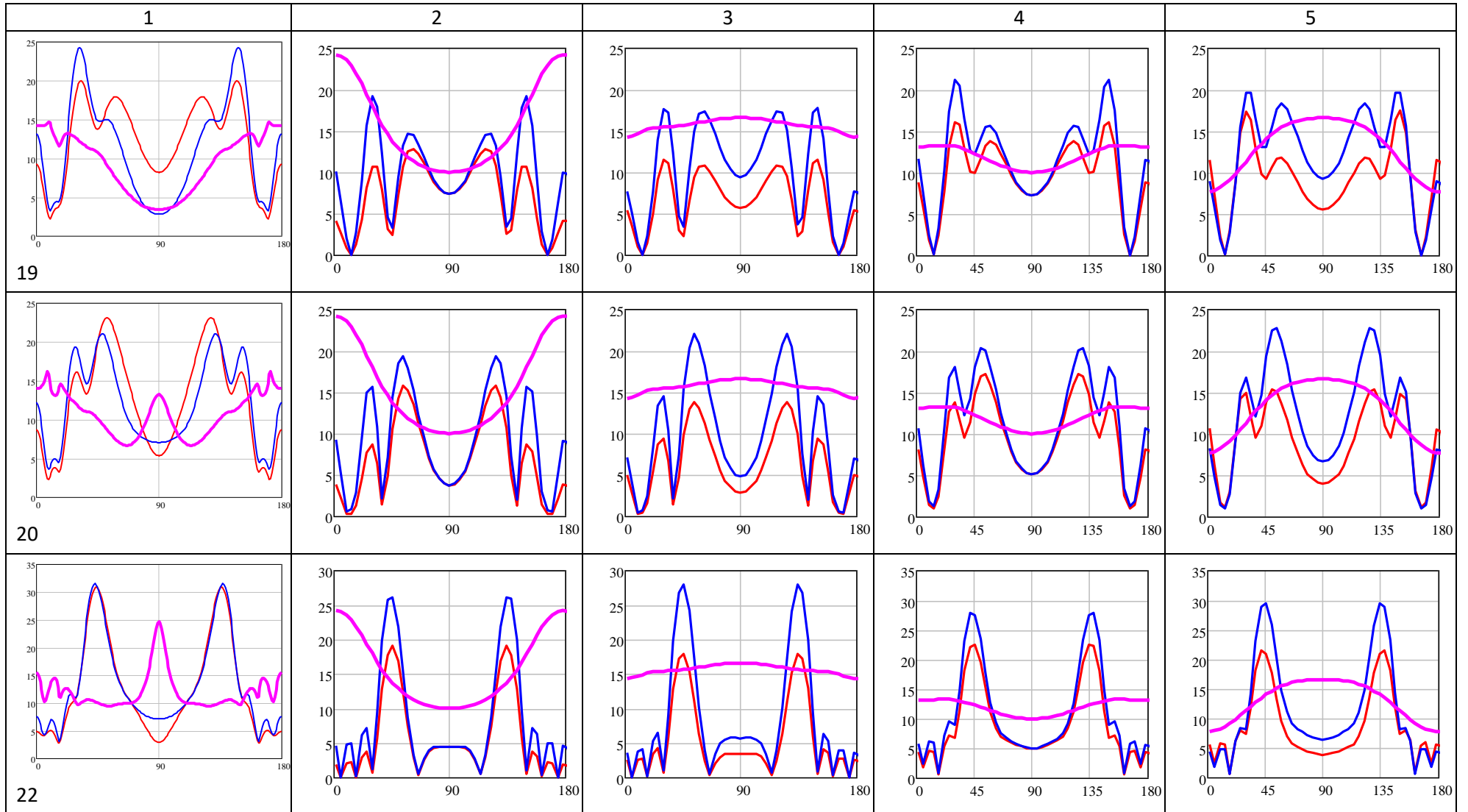
Функция сравнения модулей решений имеет изрезанный характер. Не исключено, что если получить численное и эвристическое решение в одной и той же программной среде, а также сравнивать между собой не модули решений, а их действительную и мнимую части, то такой изрезанности не наблюдалось бы. Этот вопрос требует дальнейшего исследования.

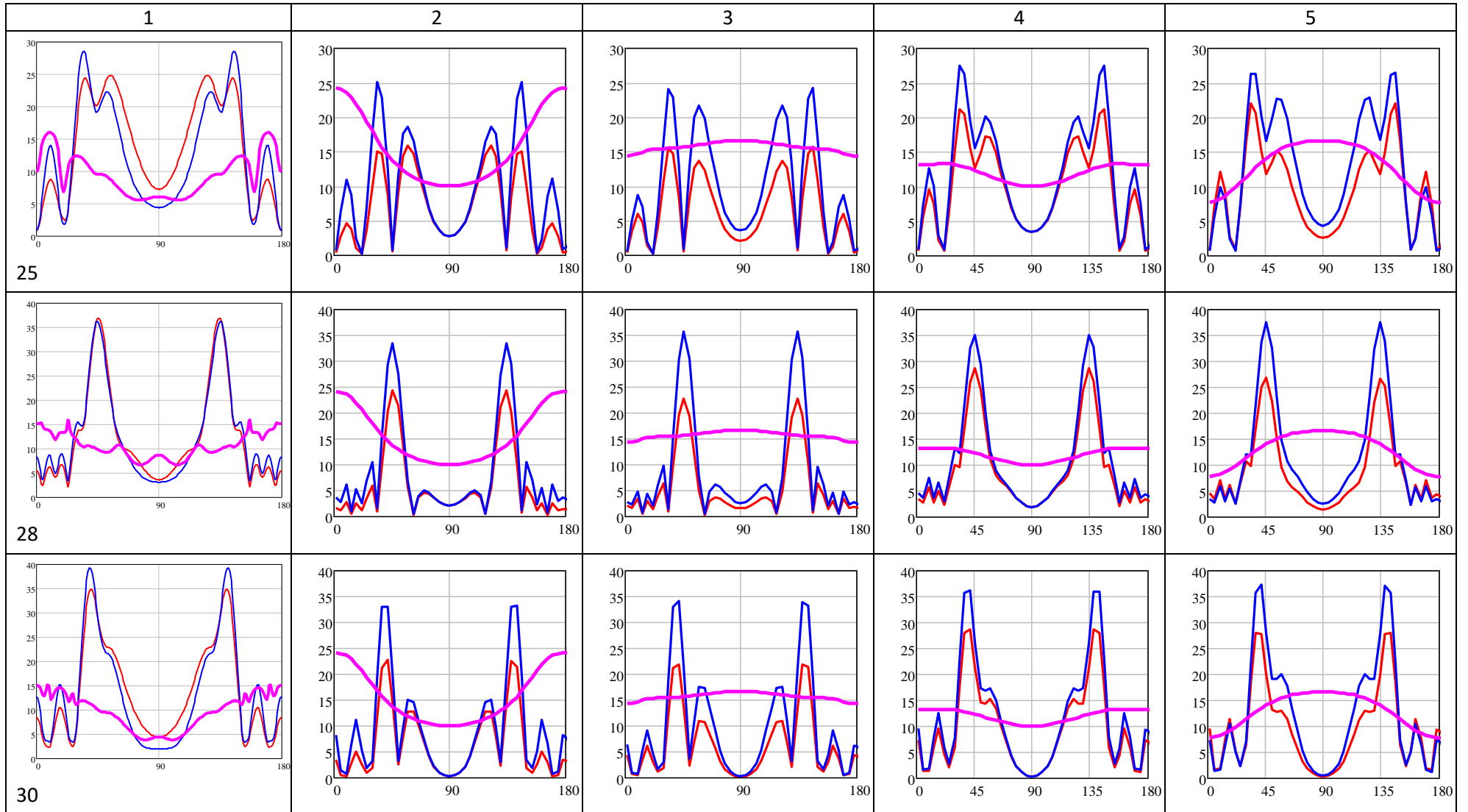
Для того чтобы устранить изрезанность сравнительной характеристики, было принято решение сравнивать между собой не численное и эвристическое решения, а амплитуды рассеянного поля на разных поляризациях в каждом из решений.

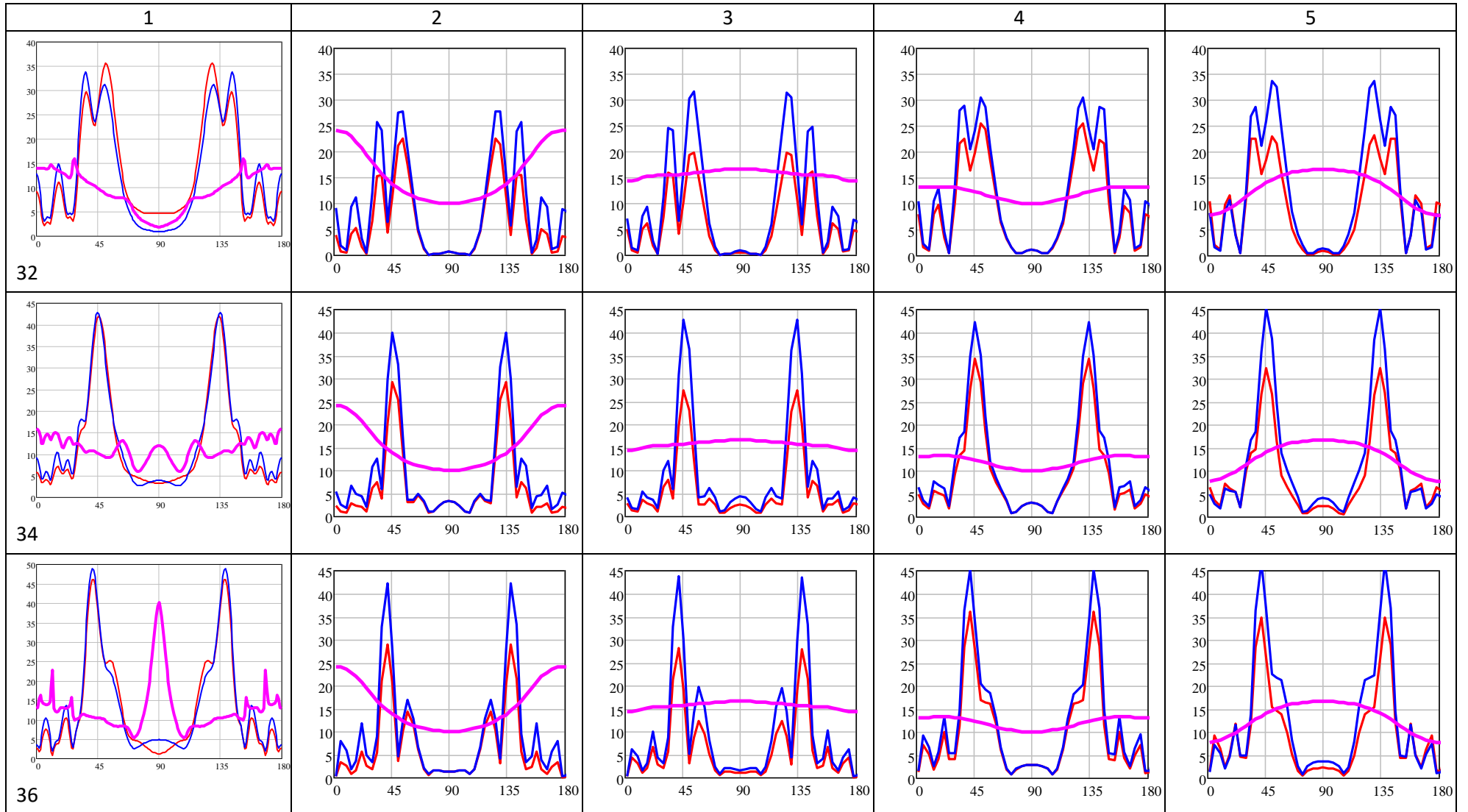












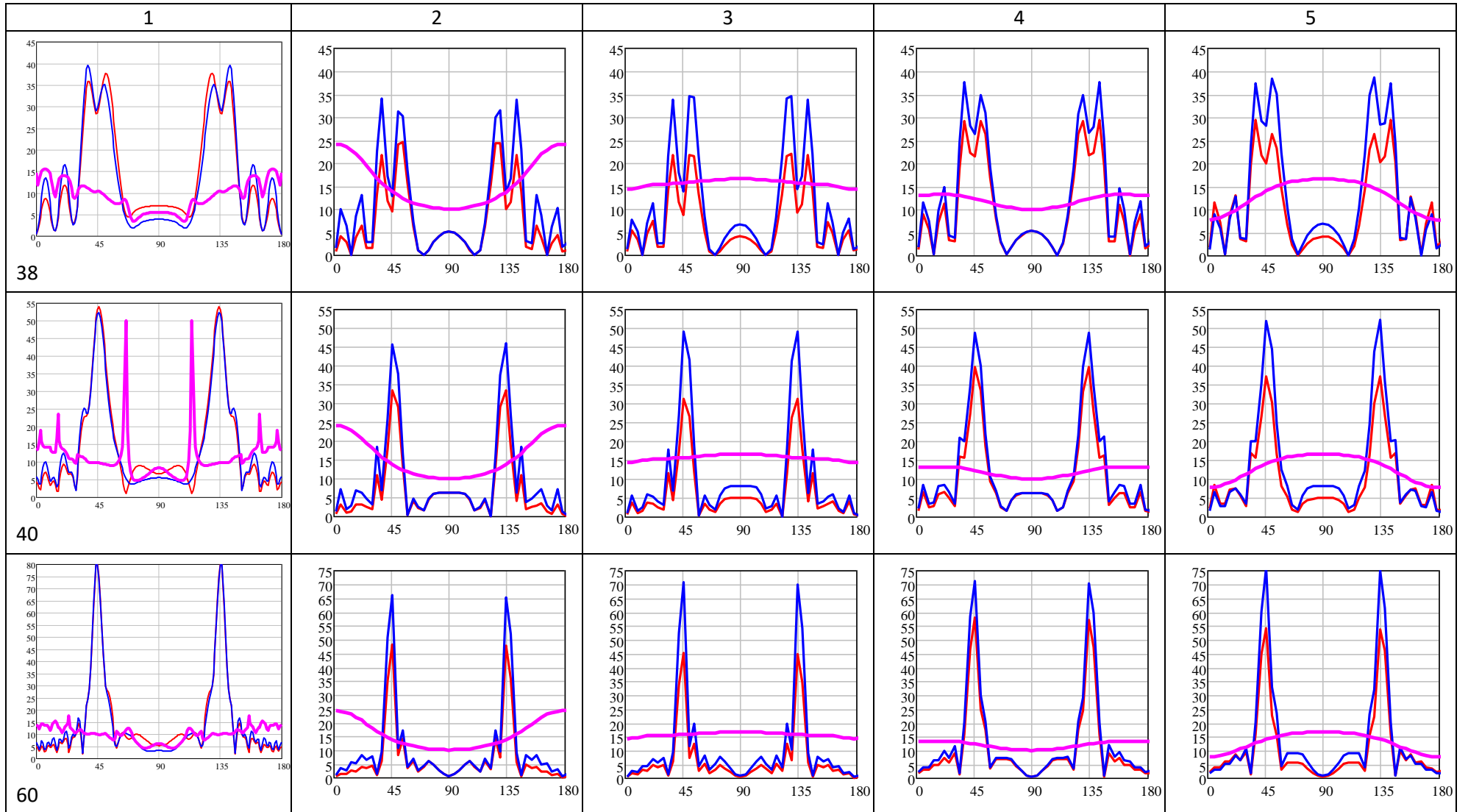


Рис. 6. Сравнение численного и эвристических решений.

1 – Численное решение; 2 – МЭКТ (без модификации); 3 – ММЭКТ (с модификацией); 4 – ФО (без модификации); 5 – ФО (с модификацией).

На рис. 6 показаны кривые численного решения NUM (под цифрой 1) и эвристических решений: EC (МЭКТ, под цифрой 2), ECM (МЭКТ с модифицирующими множителями как для плоского углового сектора [7 – 10], под цифрой 3), PO (ФО, под цифрой 4) и POM (ФО с модификацией как для плоского углового сектора, под цифрой 5).

По вертикали отложены значения амплитуд рассеянного поля в дальней зоне, рассчитанные по формулам (1) - (4). По горизонтали отложен угол φ (см. рис. 4). Поляризации всех решений, соответствующие случаю, когда вектор E падающего поля лежит в плоскости падения, показаны красным цветом, соответствующие случаю, когда вектор E падающего поля перпендикулярен плоскости падения, показаны синим цветом.

Лиловым цветом показаны умноженные на 10 отношения между поляризациями каждого из решений: $10*NUMt(ka, \varphi)/NUMp(ka, \varphi)$ (на графиках под цифрой 1), $10*ECt(ka, \varphi)/ECp(ka, \varphi)$ (на графиках под цифрой 2), $10*ECMt(ka, \varphi)/ECMp(ka, \varphi)$ (на графиках под цифрой 3), $10*POt(ka, \varphi)/POp(ka, \varphi)$ (на графиках под цифрой 4), $10*POMt(ka, \varphi)/POMp(ka, \varphi)$ (на графиках под цифрой 5). Значения ka показаны в левом нижнем углу графиков под цифрой 1.

На графиках под цифрами 3 и 5 лиловым цветом показаны умноженные на 10 отношения между поляризациями и для модифицированных решений в приближении EC и PO . В данном случае коэффициенты связи между поляризациями D (1) были модифицированы при помощи тех же множителей, что и решение ММЭКТ для плоского углового сектора (рис. 3, нижние графики). В задаче дифракции на многоугольнике применение функций, уточняющих решение для плоского углового сектора, было с целью эксперимента сделано для того, чтобы проверить действие этих множителей на рассеивателях другого типа. Проверка показала, что модификация не привела к улучшению соотношения между поляризациями, поэтому попытка провести при помощи данного множителя реальное уточнение решения для многоугольника была бы не вполне корректной.

Качественное совпадение эвристических решений с численным начинается при значениях длины стороны рассеивателя $ka \sim 10$, или $a \sim 1.5\lambda$. Обычно считают, что краевая волна занимает зону рассеивателя, расположенную на расстоянии 3λ от кромки. Следовательно, ширина рассеивателя в этом случае составляет 6λ , или $ka \sim 20$. Это представление о характере процесса дифракции соответствует результатам нашего численного расчета.

Интересно, что наилучшее совпадение с численным решением дает не приближение МЭКТ (по точности соответствующее МКВ), а приближение ФО. По сравнению с численным решением МЭКТ имеет более глубокие минимумы и не имеет «пьедесталов». Это можно объяснить тем, что в результате переотражений поле вблизи кромки рассеивателя соответствует не полубесконечному рассеивателю (идеально проводящей полуплоскости), а приближению физической оптики (т.е. невозмущенному полю).

Нужно заметить, что это свойство решения пока зафиксировано лишь для определенной геометрии задачи (рис. 4). Может случиться так, что для другой геометрии процесс дифракции будет происходить иначе. Тем не менее, уже сейчас можно утверждать, что априорные утверждения о свойствах решения могут считаться лишь гипотезой до тех пор, пока не пройдут процесс верификации.

Отношение поляризаций эвристических решений представляет собой постоянную величину, не зависящую от размеров рассеивателя. Это нетривиальный факт, связанный, возможно, с особенностью выбранной геометрии задачи. Факт тем более нетривиален, что (как будет далее показано) это отношение совпало с тем, которое получилось для плоского углового сектора. Отношение поляризаций численного решения зависит от размеров рассеивателя и имеет резонансный характер.

Обработка результатов в задаче рассеяния на плоском угловом секторе проведена по той же методике, что и для многоугольника (см. формулы (1) - (4)) (рис. 7).

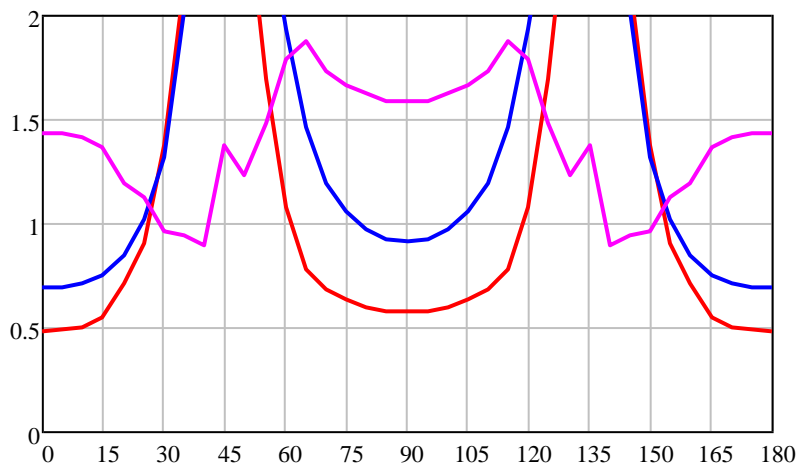


Рис. 7 Кривые для модуля численного решения задачи дифракции на плоском угловом секторе при разных поляризациях падающего поля, ручная оцифровка.

На рис. 7 сплошными красной и синей линией показаны зависимости амплитуды диаграммы рассеяния плоского углового сектора $AMPL_t(\varphi)$ и $AMPL_p(\varphi)$, аналогичные таким же зависимостям для плоского многоугольника (квадрата) (рис. 6) и вычисленные по такой же методике (см. формулы (1) - (4)). Лиловой линией показана зависимость их отношения $1*(AMPL_t(\varphi)/AMPL_p(\varphi))$.

Сравнение отношений амплитуд для эвристических решений МЭКТ и ММЭКТ для плоского углового сектора, вычисленных по методике (1) - (4), показано на рис. 8.

На рис. 8 показаны амплитуды эвристических решений МЭКТ и ММЭКТ для плоского углового сектора, построенные по той же методике, что и соответствующие кривые для многоугольника (т.е. при помощи формул (1) - (4)). Кривые лилового цвета соответствуют отношению амплитуд решений для разных поляризаций. Интересно, что кривая отношения для МЭКТ совпадает с соответствующей кривой для многоугольника конечного размера. Это можно объяснить тем, что хотя в многоугольнике и появились две дополнительные кромки по сравнению с двумя кромками плоского углового сектора, новые кромки параллельны старым.

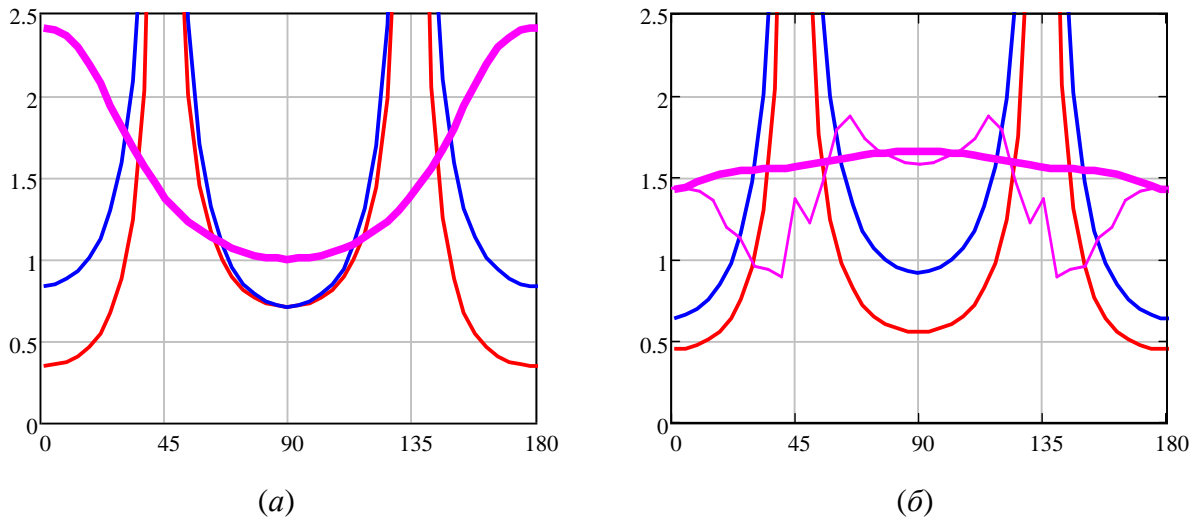


Рис. 8 (а) и (б).

Сравнение результатов численного и эвристического расчета для идеально проводящего плоского углового сектора:

(а) - нескорректированные значения амплитуд $AMPL_t(\varphi)$ и $AMPL_p(\varphi)$ в приближении МЭКТ (нет коррекции и нет переотражений), толстая лиловая кривая соответствует отношению поляризацій;

(б) - скорректированные (с целью учета возмущения поля, продольного по отношению к кромке) [7 – 10] значения амплитуд ММЭКТ (толстая лиловая кривая ММЭКТ примерно соответствует средним значениям тонкой лиловой кривой строгого решения, отличия – в области сингулярностей).

Построим график зависимости от ka амплитуды средней (при $\varphi = \pi/2$) точки диаграммы рассеяния (ДР) (см. рис. 9).

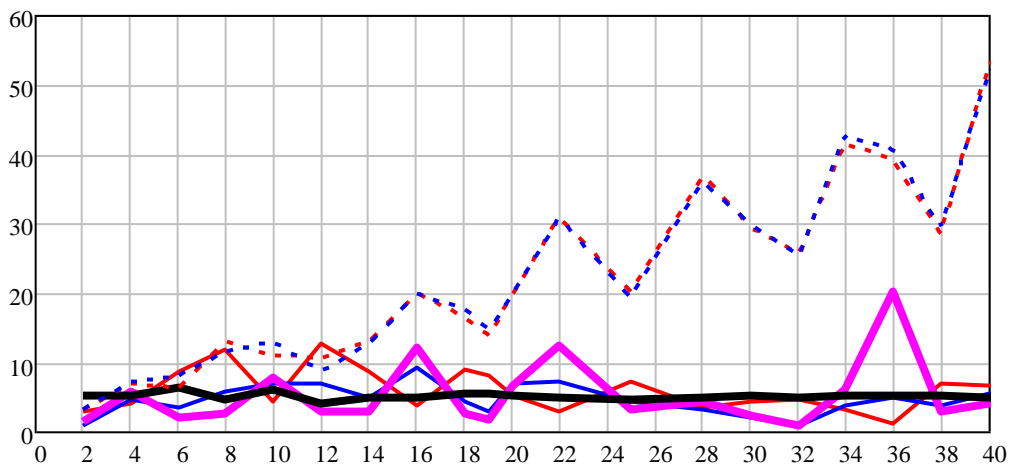


Рис. 9 Изменение амплитуды средней точки диаграммы рассеяния (значения отложены по вертикали) в зависимости от значений ka (по горизонтали).

На рис. 9 сплошными синей и красной линией показаны амплитуды $NUMt(ka, \varphi=\pi/2)$ и $NUMp(ka, \varphi=\pi/2)$ диаграмм рассеяния плоского многоугольника на разных поляризациях при $\varphi=\pi/2$, лиловой линией показано отношение между этими поляризациями $NUMt(ka, \varphi=\pi/2)/NUMp(ka, \varphi=\pi/2)$, синей и красной пунктирными линиями показаны амплитуды $NUMt(ka, \varphi=\pi/4)$ и $NUMp(ka, \varphi=\pi/4)$ диаграмм рассеяния плоского многоугольника на разных поляризациях. Для угла точки наблюдения $\varphi=\pi/4$ (соответствующего дифракционному конусу), черной линией показано отношение между этими поляризациями $NUMt(ka, \varphi=\pi/4)/NUMp(ka, \varphi=\pi/4)$.

Будем условно считать, что колебания амплитуды средней точки характеризуют резонансные свойства геометрии задачи. Если построить график зависимости ka/π от ka (рис. 10), то можно заметить, что целые нечетные значения величины ka/π соответствуют таким значениям ka , для которых «резонансность» максимальна, целые четные – тем, для которых «резонансность» минимальна.

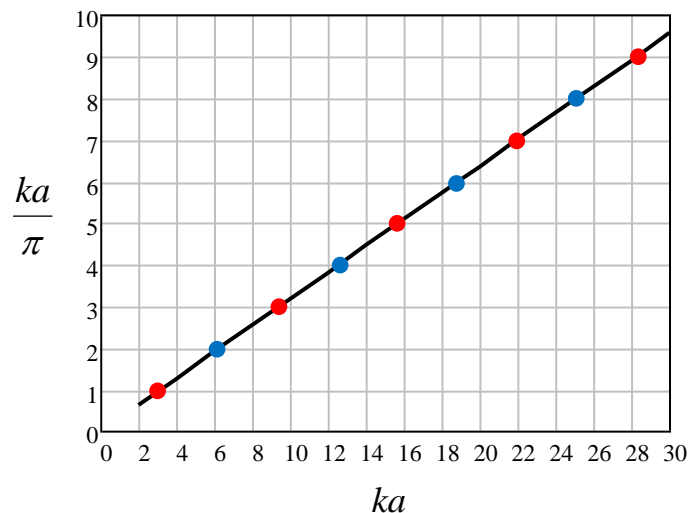


Рис. 10 Зависимость ka/π от ka . Красными точками показаны резонансные максимумы, синими точками – резонансные минимумы (сравнить с рис. 9).

Резонансные максимумы: $ka = \pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi, 9\pi, \dots \approx 4, 10, 16, 22, 28, \dots$ при этом $ka = 4, 10, 16, 20, \dots$ (красные точки); резонансные минимумы: $ka = 2\pi, 4\pi, 6\pi, 8\pi, 10\pi, \dots \approx 6, 8, 12, 14, 18, 19, 25, 30, \dots$ при этом $ka = 2, 6, 8, 12, 14, 18, 30, \dots$ (синие точки).

На самом деле амплитуда средней точки говорит не только о резонансных свойствах пластины, но также об особенностях рассеяния вдоль плоскости пластины. Если проанализировать ДР в направлении $\varphi=\pi/4$ (т.е. на дифракционном конусе), то также увидим проявление резонансных свойств при тех же значениях параметра ka , хотя поведение решения отличается от случая $\varphi=\pi/2$. Амплитуды разных поляризации в данном случае близки, и отношение между ними минимально.

Выводы

1. Численное решение задачи дифракции электромагнитной волны на плоском идеально проводящем многоугольнике можно приближенно описать при помощи эвристических решений ФО (без учета возмущения поля на краях рассеивателя) или МЭКТ (с учетом возмущения, «поперечного по отношению к кромке»).
2. Для дальнейшего уточнения эвристических решений нужно учитывать особенности распространения волны вдоль поверхности пластины, ее переотражения от кромок и возмущение поля, «продольное по отношению к кромке».
3. Резонансный характер решения можно использовать для распознавания целей в радиолокации. Проявление резонансных свойств в процессе дифракции не является новостью, об этом было известно и ранее [12, 13]. Резонансные свойства рассеивателей можно использовать для целей радиолокационного распознавания и делать выводы о размерах рассеивателя. В [14] рассматривали резонансный характер картины эффективной поверхности рассеяния самолета Боинг 747-200. Применяемые нами эвристические формулы могут помочь выделить поверхностные резонансы из численного решения.
4. Эвристические решения также имеют признаки резонансного поведения при $\varphi=\pi/4$. В зависимости от размеров рассеивателя сигнал от кромки интегрируется в точке наблюдения либо в фазе, либо в противофазе.

Формы диаграмм рассеяния для эвристического решения и для численного решения совпадают лучше всего, когда влияние резонансов на величину

отношения между поляризациями минимально. При сильном влиянии резонансов можно установить границы точности эвристического решения, которая вполне может соответствовать требованиям практической задачи. Если требуется более высокая точность, то можно либо строить уточненное эвристическое решение, либо применять численные методы.

5. Для достижения наилучших результатов при верификации и настройке эвристического решения его следует создавать в той же программной среде, в которой было создано численное решение.

6. Качественную картину рассеянного поля можно получить и при помощи ФО. При изменении геометрии задачи и/или граничных условий может оказаться, что в другом случае подойдет другое приближение. Набор базовых компонентов МБК (который можно постепенно расширять) позволяет применять различные приближения.

7. Очень важным является тот факт, что для данной геометрии рассеивателя приближение ФО описывает решение лучше, чем приближение МЭКТ. Разумеется, нельзя утверждать, что так будет во всех случаях. Но это означает, что проведение верификации эвристических решений всегда полезно для понимания особенностей задачи.

8. Результаты данной статьи позволяют разработать рекомендации по ускорению и уточнению численных расчетов при решении различных практических задач.

Автор выражает благодарность В.И. Калиничеву за проведение численных расчетов и помощь при подготовке статьи к публикации, а также В.А. Калошину за ценные советы.

Литература

[1] Гринберг Г.А., Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.: Изд-во АН СССР, 1948

[2] Н. Hönl, A.W. Maue, K. Westpfahl, в кн. "Handbuch der Physik", Springer, Berlin, 1961, Vol. 25/1. (См. перевод Х. Хенл, А. Мауэ, К. Вестпфаль Теория дифракции. М.: Мир, 1964. - 428с.)

- [3] Yury A. Kravtsov, Ning Yan Zhu "Theory of Diffraction: Heuristic Approaches" Alpha Science International Ltd.Oxford, U.K., 2010
- [4] В. А. Фок, Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн, М., 1970
- [5] Л.А. Вайнштейн Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. – 440с. (учебник)
- [6] Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин, Возбуждение электромагнитных волн, М.-Л.: Энергия, 376с.
- [7] Michael V. Vesnik, "The Method of the Generalized Eikonal. New Approaches in the Diffraction Theory.", Walter de Gruyter GmbH, Berlin/Boston, 2015, ISBN 978-3-11-031112-9
- [8] М.В. Весник, «Физическая интерпретация математически строгого решения задачи дифракции при помощи эвристических формул», Современная математика. Фундаментальные направления. Том 62 (2016). с. 32 – 52
- [9] М.В. Весник «О возможности построения уточненного эвристического решения в задаче дифракции на плоском угловом секторе», Радиотехника и электроника, 2011, том 56, № 5, с. 573 – 586
- [10] Vesnik M.V., "Efficiency of Different Heuristic Approaches to Calculation of Electromagnetic Diffraction by Polyhedrons and other Scatterers", Radio Science, Volume 49, Issue 10, October 2014, Pages 945–953, ссылка на статью: doi: 10.1002/2014RS005520
- [11] Ludger Klinkenbusch "Electromagnetic Scattering by a Quarter Plane", Proceedings of the 2005 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, 3-8 July 2005, vol. 3B, pp. 163 – 166
- [12] E. Heyman and L. Felsen, "Creeping waves and resonances in transient scattering by smooth convex objects," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 31, no. 3, pp. 426-437, May 1983, doi: 10.1109/TAP.1983.1143087
- [13] E. Heyman and L. Felsen, "A wavefront interpretation of the singularity expansion method," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 33, no. 7, pp. 706-718, Jul 1985, doi: 10.1109/TAP.1985.1143669
- [14] Jun You, Xianrong Wan, Hengyu Ke, Ziping Gong and Yunhua Rao, "Resonance-region target detection with wideband VHF radar," IET International Radar Conference 2013, Xi'an, 2013, pp. 1-6, doi: 10.1049/cp.2013.0460

Ссылка на статью:

М. В. Весник. Физическая интерпретация численного решения задачи дифракции электромагнитной волны на плоском идеально проводящем рассеивателе. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. №4. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/apr17/7/text.pdf>