

УДК 681.513.6

## **АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ СЛЕПОГО ВЫДЕЛЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА НА ФОНЕ ИМПУЛЬСНОЙ ПОМЕХИ**

**А. Е. Манохин**

**Институт радиоэлектроники и информационных технологий УрФУ им. первого Президента РФ Б.Н.Ельцина, Екатеринбург, 620002, г.Екатеринбург, ул.Мира 32**

Статья поступила в редакцию 19 февраля 2017 г., после доработки – 18 апреля 2017 г.

**Аннотация.** В работе проанализирована эффективность алгоритмов слепого выделения импульсного сигнала на фоне импульсной помехи на основе максимизации абсолютного значения эксцесса. Синтезирован алгоритм слепого выделения с фиксированной точкой (FP-алгоритм) и совместно с ним рассмотрен градиентный алгоритм. Показана сходимость этих алгоритмов при нулевых и ненулевых начальных условиях. Сформулированы лемма и две теоремы, позволяющие доказать слепое выделение сигнала и определить количество решений относительно выделения сигнала. Моделированием установлено, что FP-алгоритм на основе максимизации абсолютного значения эксцесса более эффективен и позволяет выделять импульсный полезный сигнал с отношением сигнал–помеха на 30 дБ больше, чем градиентный алгоритм с аналогичной целевой функцией.

**Ключевые слова:** слепое выделение сигналов, алгоритм с фиксированной точкой, эксцесс, матрица Гессе, скорость сходимости.

**Abstract.** An efficiency of two blind signal extraction algorithms (gradient and fixed point) based on the maximization of absolute kurtosis is analyzed in the work. Algorithms allow to extract a pulse signal on the background of impulse noise. The algorithms' convergence at null and nonzero initial conditions is proved. A lemma and two theorems which allow to prove blind allocation signal and to determine the number of decisions regarding the extracting signal are formulated. It is determined that the fixed point algorithm based on maximizing the absolute kurtosis is more

efficient. It allows extracting the pulse desired signal having the signal-to-noise ratio 30 dB greater than the gradient algorithm with the same objective function.

**Key words:** blind signal extraction, fixed point algorithm, kurtosis, Hessian, the rate of convergence.

## Введение

Задача слепого выделения сигналов решается как оценка одного или нескольких интересующих сигналов с особыми статистическими свойствами, а остальные (помеховые) сигналы должны быть проигнорированы. Это задачу по-другому, можно сформулировать как идентификацию соответствующего вектора  $h_j$  смешивающей матрицы  $\mathbf{H}$  и (или) их обращений  $w_j$ , которые являются строками разделяющей матрицы  $\mathbf{W}$ , предполагая только статистическую независимость первичных источников и линейную независимость столбцов матрицы  $\mathbf{H}$  [1].

Как правило, слепое выделение сигналов происходит с помощью многокаскадной искусственной нейронной сети (ИНС). Число каскадов определяется количеством выделяемых полезных сигналов. Если в канале действует смесь одного сигнала и одной помехи, то достаточно применить однокаскадную нейронную сеть (рис. 1).

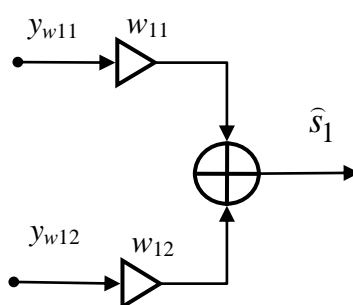


Рис. 1. Однокаскадная нейронная сеть

Пусть на входах нейронной сети действуют смеси сигнала и помехи  $y_{w11}$  и  $y_{w12}$ , поступающие от приемных датчиков (антенн). Эти смеси предварительно должны быть обелены [2], т.к. эту процедуру необходимо производить перед

выделением сигнала для того, чтобы смешивающая матрица  $\mathbf{H}$  была ортогональная. Тогда оценку  $\hat{s}_1$  на выходе ИНС (см. рис. 1) можно выразить:

$$\hat{s}_1 = \mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} = \sum_{i=1}^2 w_{1i} y_{w1i}, \quad (1)$$

Если предположить, что сигнал и помеха взаимно независимы и имеют особые статистические свойства (например, негауссовость), то в этом случае для выделения полезного сигнала  $\hat{s}_1$  используют критерий экстремума эксцесса [1].

В частности, в статьях [3,4] рассмотрены градиентные алгоритмы типа AbsKurt (на основе максимизации абсолютного эксцесса) [5], KuicNet (на основе максимизации нормированного эксцесса) [6] и FP<sup>1</sup> - алгоритм типа FastICA (на основе максимизации обычного эксцесса) [5]. Моделирование указанных алгоритмов производилось с целью выделения:

1) гауссово-марковского процесса с некоторой шириной полосы на фоне негауссовой помехи (непрерывной узкополосной, непрерывной широкополосной и импульсной широкополосной),

2) импульсного процесса с распределением Пуассона разной интенсивности на фоне широкополосной гауссовой помехи.

Результаты моделирования выявили следующие недостатки у используемых алгоритмов. В алгоритме FastICA начальные условия и малые значения эксцесса выделяемого процесса значительно замедляют сходимость, а если у процесса отрицательный эксцесс, то FastICA вообще перестает функционировать. В свою очередь алгоритм KuicNet требует априорные данные о знаке эксцесса.

Наилучшим в практическом плане является алгоритм на основе максимизации абсолютного эксцесса AbsKurt, не только инвариантный к знаку, но и абсолютному значению эксцесса. Этот алгоритм может использоваться и в более сложных условиях, например, при выделении импульсного сигнала на фоне импульсной помехи. Алгоритм его следующий [5]:

<sup>1</sup> Fixed Point Algorithm (англ.).

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_1^+(n+1) &= \mathbf{w}_1(n) + \mu \text{sign}\{\kappa_4(\hat{s}_1(n))\} \hat{s}_1^3(n) \mathbf{y}_{w1}(n), \\ \mathbf{w}_1(n+1) &= \frac{\mathbf{w}_1^+(n+1)}{\|\mathbf{w}_1^+(n+1)\|}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\kappa_4(\hat{s}_1(n))$  — эксцесс выделяемого сигнала.

Однако недостатком градиентных алгоритмов является необходимость выбора коэффициента  $\mu$ , который влияет на скорость сходимости.

## 1. Постановка задачи

Необходимо синтезировать FP-алгоритм, основанный на максимизации абсолютного значения эксцесса, который обладает всеми достоинствами алгоритма AbsKurt (назовем его AbsKurtFP), но не использует коэффициент  $\mu$ .

Для этого рассмотрим функционал:

$$J(\mathbf{w}_1) = \frac{1}{4} |\kappa_4(\hat{s}_1)|_{\|\mathbf{w}\|^2=1}. \quad (3)$$

С учетом функционала (3) найдем производную функции Лагранжа по  $\mathbf{w}_1$ :

$$\frac{\partial L(\mathbf{w}_1, l)}{\partial \mathbf{w}_1} = \frac{1}{4} \frac{\partial |\kappa_4(\hat{s}_1)|}{\partial \mathbf{w}_1} - 2l \mathbf{w}_1 = \frac{1}{4} \frac{\partial \left| E \left\{ \left( \mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} \right)^4 \right\} - 3 \|\mathbf{w}_1\|^4 \right|}{\partial \mathbf{w}_1} - 2l \mathbf{w}_1 \Bigg|_{l = \frac{\kappa_4(\hat{s}_1)}{2}} = \quad (4)$$

$$= \text{sign}\{\kappa_4(\hat{s}_1)\} \left( E \left\{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1} \right\} - \left( \kappa_4^{s_1} + 3 \|\mathbf{w}_1\|^2 \right) \mathbf{w}_1 \right).$$

где  $E\{\dots\}$  — оператор усреднения;  $\text{sign}\{\dots\}$  — знаковая функция;  $l$  — множитель Лагранжа.

Пусть смешивающая матрица  $\mathbf{H}$  после ортогонализации имеет следующий вид:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-k^2} & -k \\ k & \sqrt{1-k^2} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где  $k$  и  $\sqrt{1-k^2}$  — среднеквадратическое отклонение случайных процессов в каналах смешивания ( $k < 1$ ).

Тогда из (4) для положительного множителя Лагранжа  $l^* = \kappa_4^{s_1} / 2$  обнаруживаются две стационарные точки:

$$\mathbf{w}_1^* = \begin{pmatrix} \sqrt{1-k^2} \\ k \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w}_1^* = \begin{pmatrix} -\sqrt{1-k^2} \\ -k \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Обе стационарные точки являются седловыми, поскольку гессиан (определитель матрицы Гессе) отрицательный [7], и являются глобальными максимумами, т.к. удовлетворяют условиям Куна-Таккера [8]:

$$\left. \frac{\partial L(\mathbf{w}_1, l^*)}{\partial \mathbf{w}_1} \right|_{\mathbf{w}_1^*} = 0; \quad (7)$$

$$l^* \frac{\partial L(\mathbf{w}_1^*, l)}{\partial l} = 0. \quad (8)$$

## 2. Слепое выделение сигнала нейронной сетью

Таким образом, для функционала (3) количество глобальных максимумов равно удвоенному количеству негауссовых независимых процессов в смеси, что подтверждено в статьях [3,4].

Обобщим эти выводы в нескольких теоремах и лемме и докажем, что возможно выделение импульсного процесса, действующего на фоне импульсной помехи, т. е. когда процессы в смеси имеют только негауссово распределение.

**Лемма.** При наложении ограничения на норму вектора весовых коэффициентов  $\|\mathbf{w}_1\|^2=1$ , дисперсия выделяемого сигнала на выходе ИНС равна единице.

Пусть  $\mathbf{y}_{w1}$  — вектор обеленной смеси процессов на входе нейронной сети, тогда:

$$E\{\hat{s}_i^2\} = E\left\{\left(\mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1}\right)^2\right\} = E\left\{\mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} \mathbf{y}_{w1}^T \mathbf{w}_1\right\} = \|\mathbf{w}_1\|^2 = 1. \quad (9)$$

**Теорема 1.** Пусть смешивающая матрица  $\mathbf{H}$  — ортогональная, т.е.  $\mathbf{H}\mathbf{H}^T=\mathbf{I}$ , и все  $m$  сигналов в смеси независимы, тогда все решения  $\mathbf{w}_1$  относительно максимизации эксцесса с ограничением  $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$  можно выразить  $\mathbf{w}_1=\pm\mathbf{H}\mathbf{e}$ , где

$\mathbf{e}$  — вектор размерностью  $m$ , имеющий только один единичный элемент с номером позиции  $i$  равным номеру выделяемого сигнала в смеси.

**Доказательство.**

Запишем уравнение Лагранжа для функционала  $\kappa_4(\hat{s}_1)$ :

$L(\mathbf{w}_1, l) = \frac{1}{4} \left( E \left\{ \left( \mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} \right)^4 \right\} - 3 \|\mathbf{w}_1\|^4 \right) - l \left( \|\mathbf{w}_1\|^2 - 1 \right)$ , производная которого по

$\mathbf{w}$  равна:

$$\frac{\partial L(\mathbf{w}_1, l)}{\partial \mathbf{w}_1} = E \left\{ \hat{s}_i^3 \mathbf{y}_{w1} \right\} - \left( \kappa_4^{s_i} + 3 \|\mathbf{w}_1\|^2 \right) \mathbf{w}_1 = 0, \quad (10)$$

где  $s_i$  — выделяемый полезный сигнал с эксцессом  $\kappa_4^{s_i}$ .

Приравняв производную к нулю, находим вектор  $\mathbf{w}_1$  с учетом его нормировки:

$$\mathbf{w}_1 = \pm \frac{E \left\{ \hat{s}_i^3 \mathbf{y}_{w1} \right\}}{\kappa_4^{s_i} + 3}. \quad (11)$$

Представим вектор  $\mathbf{y}_{w1} = \mathbf{H}\mathbf{s}$ , где  $\mathbf{s}$  — вектор смешиваемых независимых процессов с единичной дисперсией и нулевым математическим ожиданием, и подставим его в (11), допустив, что оценка  $\hat{s}_i$  на выходе равна  $s_i$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_1 &= \pm \frac{E \left\{ s_i^3 \mathbf{y}_{w1} \right\}}{\kappa_4^{s_i} + 3} = \pm \frac{E \left\{ s_i^3 \mathbf{H}\mathbf{s} \right\}}{\kappa_4^{s_i} + 3} = \pm \frac{\mathbf{H} E \left\{ s_i^3 (s_1 \dots s_i \dots s_m)^T \right\}}{\kappa_4^{s_i} + 3} = \\ &= \pm \frac{\mathbf{H} E \left\{ \left( s_i^3 s_1 \dots s_i^4 \dots s_i^3 s_m \right)^T \right\}}{\kappa_4^{s_i} + 3} = \pm \frac{\mathbf{H} \left( 0 \dots m_4^{s_i} \dots 0 \right)^T}{\kappa_4^{s_i} + 3}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $m_4^{s_i}$  — момент 4 порядка сигнала  $s_i$ .

Учитывая лемму 1, момент 4 порядка выделяемого сигнала  $m_4^{s_i} = \kappa_4^{s_i} + 3$ , тогда (12) можно записать:

$$\mathbf{w}_1 = \pm \mathbf{H} \begin{pmatrix} 0 & \dots & \underset{i\text{-позиция}}{1} & \dots & 0 \end{pmatrix}^T, \quad (13)$$

что и требовалось доказать.

Из теоремы 1 вытекает, что количество решений  $\mathbf{w}$  относительно максимизации эксцесса равно  $2m$ , где  $m$  — количество негауссовых процессов в смеси.

**Теорема 2.** Если смешивающая матрица  $\mathbf{H}$  — ортогональная и все сигналы в смеси независимы, а вектор  $\mathbf{w}_1$  является решением относительно максимизации эксцесса, то выделение сигнала на выходе нейронной сети с учетом ограничения  $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$  будет происходить с точностью до знака.

**Доказательство.**

Используя теорему 1, докажем утверждение через запись выражения для сигнала на выходе нейронной сети:

$$\hat{s} = \mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} = \pm \mathbf{H}^T \mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{s} = \pm \mathbf{s} \begin{pmatrix} 0 & \dots & \underset{i\text{-позиция}}{1} & \dots & 0 \end{pmatrix}^T = \pm s_i, \quad (14)$$

где  $\mathbf{s}^T = (s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{m-1} \ s_m)^T$ ; единица в векторе  $\mathbf{e}$  стоит на позиции с номером  $i$  равным номеру выделяемого сигнала, что и требовалось доказать.

Поэтому, если сигнал и помеха негауссовы, то количество максимумов возрастает в 2 раза, по сравнению с выделением (компенсацией) негауссова процесса на фоне гауссова.

### 3. Синтез алгоритма AbsKurtFP

Будем (как и в алгоритме AbsKurt) использовать функционал (3), градиент которого с учетом нормировки вектора весовых коэффициентов равен:

$$\frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1} = \frac{1}{4} \frac{\partial |\kappa_4(\hat{s}_1)|}{\partial \mathbf{w}_1} \Big|_{\|\mathbf{w}_1\|^2=1} = \text{sign}\{\kappa_4(\hat{s}_1)\} E\{\hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1}\}. \quad (15)$$

Тогда алгоритм, максимизирующий абсолютный эксцесс, может быть представлен следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_1^+(n+1) &= \beta E\{\hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1}\}; \\ \mathbf{w}_1(n+1) &= \frac{\mathbf{w}_1^+(n+1)}{\|\mathbf{w}_1^+(n+1)\|}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\beta = \text{sign}\{\kappa_4(\hat{s}_1)\}$ .

Структурная схема, иллюстрирующая реализацию алгоритма (16), приведена на рис. 2.

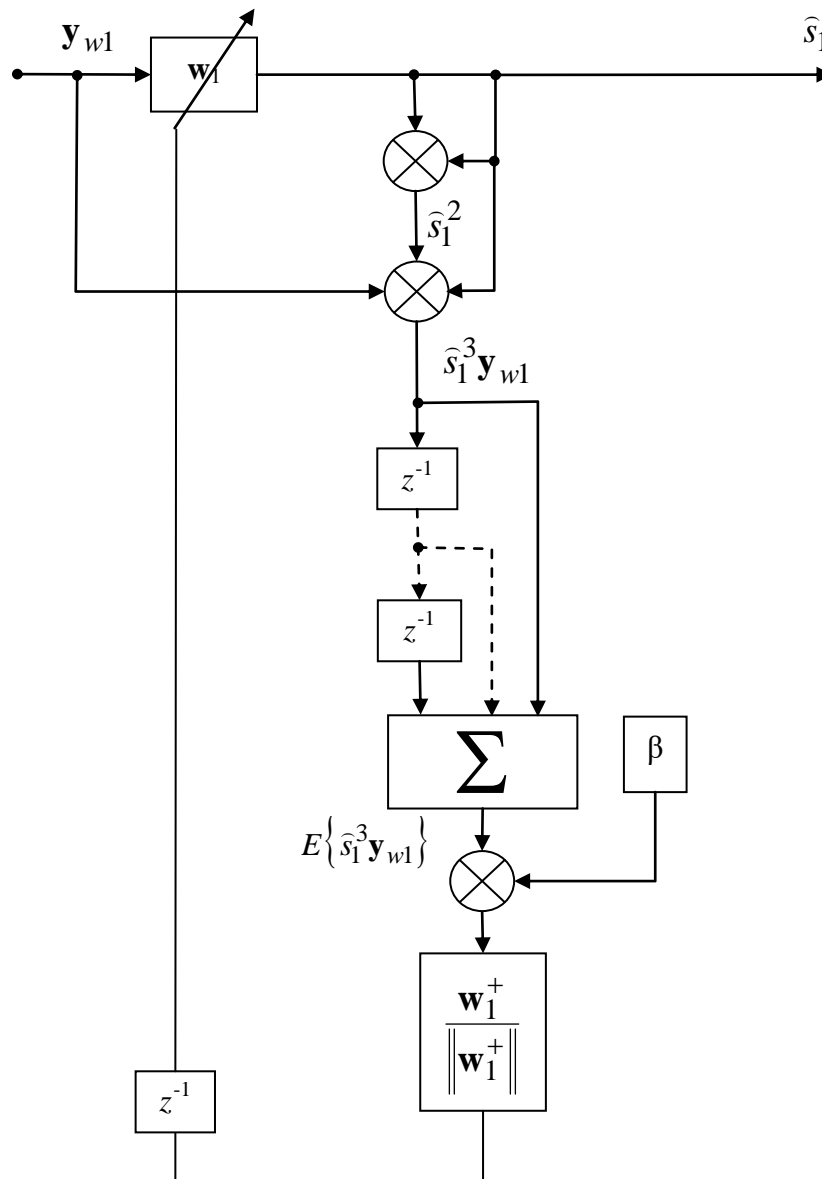


Рис. 2. Структурная схема, иллюстрирующая работу алгоритма AbsKurtFP

Докажем и сравним сходимость алгоритмов AbsKurt и AbsKurtFP при выделении импульсного сигнала на фоне импульсной помехи и покажем влияние начальных условий на скорость сходимости.

#### 4. Сходимость алгоритма AbsKurtFP

Разложим градиент функционала в ряд Тейлора в окрестности решения  $\mathbf{w}_1^*$ , соответствующего максимуму функционала:



$$\frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1} = \frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1} \Big|_{\mathbf{w}_1=\mathbf{w}_1^*} + (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_1^*) \frac{\partial^2 J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1^2} \Big|_{\mathbf{w}_1=\mathbf{w}_1^*} = (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_1^*) \Gamma(\mathbf{w}_1^*). \quad (17)$$

где  $\Gamma$  — матрица Гессе.

Используя правило нахождения весовых коэффициентов в [5] с учетом выражения (16), получаем:

$$\mathbf{w}_1(n+1) = \frac{\frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1}}{\left\| \frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1} \right\|} = \frac{\Gamma(\mathbf{w}_1^*) (\mathbf{w}_1(n) - \mathbf{w}_1^*)}{\left\| \Gamma(\mathbf{w}_1^*) (\mathbf{w}_1(n) - \mathbf{w}_1^*) \right\|}. \quad (18)$$

Решение уравнения Лагранжа при максимизации функционала  $J(\mathbf{w}_1)$  дает два множителя Лагранжа  $l_1^* = \kappa_4^{s_1} / 2$ ,  $l_2^* = \kappa_4^{s_2} / 2$  и четыре значения вектора  $\mathbf{w}_1^* = \pm \begin{pmatrix} \sqrt{1-k^2} \\ k \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{w}_1^* = \pm \begin{pmatrix} -k \\ \sqrt{1-k^2} \end{pmatrix}$ .

При выделении  $s_1$  и  $s_2$  матрицы Гессе<sup>2</sup> выражаются:

$$\Gamma^{s_1}(\mathbf{w}_1^*) = \kappa_4^{s_1} \begin{bmatrix} 2-3k^2 & 3k\sqrt{1-k^2} \\ 3k\sqrt{1-k^2} & 3k^2-1 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\Gamma^{s_2}(\mathbf{w}_1^*) = \kappa_4^{s_2} \begin{bmatrix} 3k^2-1 & -3k\sqrt{1-k^2} \\ -3k\sqrt{1-k^2} & 2-3k^2 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Пусть начальные условия — нулевые, тогда:

$$\mathbf{w}_1(1) = \frac{\Gamma(\mathbf{w}_1^*) (-\mathbf{w}_1^*)}{\left\| \Gamma(\mathbf{w}_1^*) (-\mathbf{w}_1^*) \right\|} = \frac{2\kappa_4^{s_i}}{2\kappa_4^{s_i}} (-\mathbf{w}_1^*) = -\mathbf{w}_1^*. \quad (21)$$

Вектор сходится за одну итерацию к истинному значению с точностью до знака, что не противоречит теоремам 1 и 2.

Допустим начальные условия (НУ) — ненулевые и  $\mathbf{w}_1(0) = (0 \ 1)^T$ .

Изменение модуля вектора ошибки  $\Delta e(i) = 0.5 \left| \mathbf{w}_1(i) - \mathbf{w}_1^* \right|$  от итерации к итерации, найденное итеративным способом, изображено на рис. 3.

<sup>2</sup> Вычисление матрицы Гессе можно посмотреть в [3].

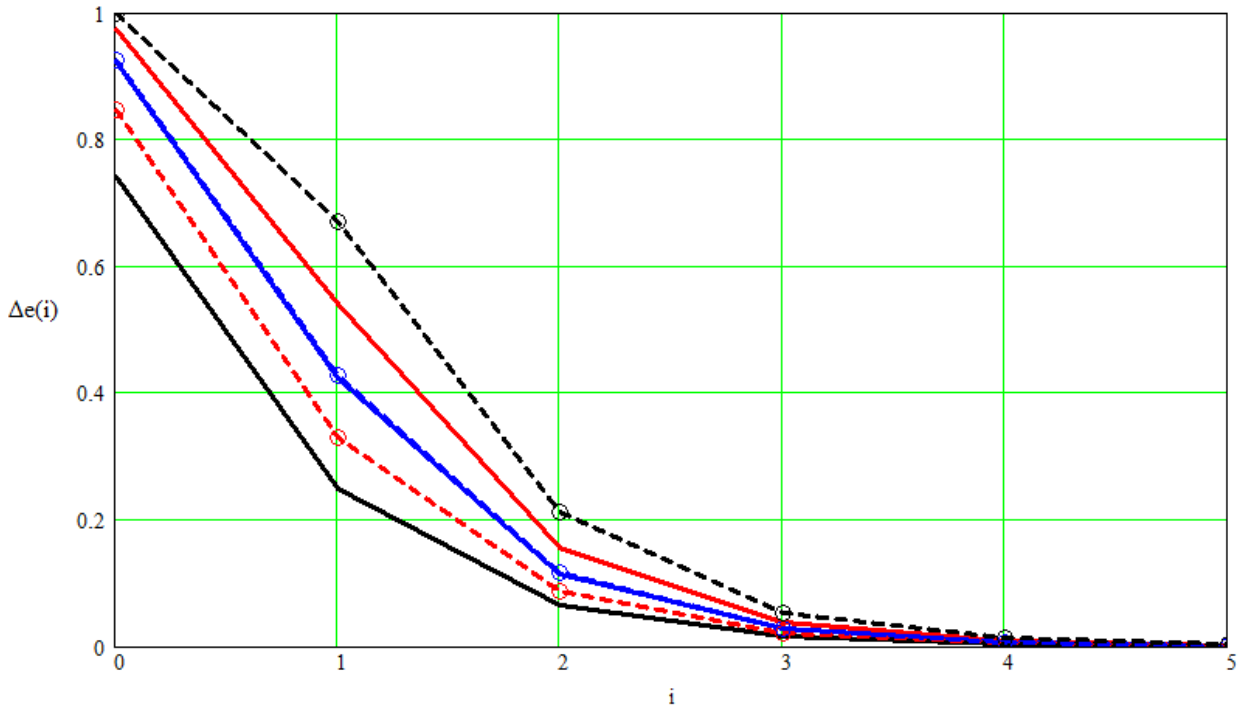


Рис. 3. Зависимость модуля вектора ошибки при выделении алгоритмом AbsKurtFP процессов  $s_1$  (сплошная) и  $s_2$  (пунктирная с кружочками) от номера итерации при  $k=0.9$  (красная),  $k=0.7$  (синяя),  $k=0.1$  (черная) при НУ (0,1)

Сходимость осуществляется за 5 итераций и существенно не зависит от других параметров ( $\kappa_4^{s_i}$ ,  $k$ ,  $s_i$ ). Вместе с тем, небольшое отличие кривых объясняется разным расположением на окружности значения вектора  $\mathbf{w}_1^*$  (для разных сигналов) и его близостью к начальным условиям.

### 5. Сходимость алгоритма AbsKurt

Запишем вектор весовых коэффициентов с учетом (16) и (17):

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_1^+(n+1) &= \mathbf{w}_1(n) + \mu \Gamma(\mathbf{w}_1^*) (\mathbf{w}_1(n) - \mathbf{w}_1^*) = (\mathbf{I} + \mu \Gamma(\mathbf{w}_1^*)) \mathbf{w}_1(n) - 2\mu \kappa_4^{s_i} \mathbf{w}_1^*; \\ \mathbf{w}_1(n+1) &= \frac{(\mathbf{I} + \mu \Gamma(\mathbf{w}_1^*)) \mathbf{w}_1(n) - 2\mu \kappa_4^{s_i} \mathbf{w}_1^*}{\|(\mathbf{I} + \mu \Gamma(\mathbf{w}_1^*)) \mathbf{w}_1(n) - 2\mu \kappa_4^{s_i} \mathbf{w}_1^*\|}, \end{aligned} \quad (22)$$

где  $\mathbf{I}$  — единичная матрица.

При нулевых начальных условиях сходимость к оптимальному решению с точностью до знака происходит за один такт:

$$\mathbf{w}_1(1) = \frac{-2\mu k_4^{s_1} \mathbf{w}_1^*}{\| -2\mu k_4^{s_1} \mathbf{w}_1^* \|} = -\mathbf{w}_1^* \quad (23)$$

При других начальных условиях, например  $\mathbf{w}_1(0) = (0 \ 1)^T$ , итеративно изобразим зависимость модуля вектора ошибки от номера итерации (рис. 4). При построении кривых выбор параметра  $\mu=0.01$  осуществлялся произвольно, т.к. при выбранной математической модели любые значения  $\mu$  не приводят к расходимости алгоритма.

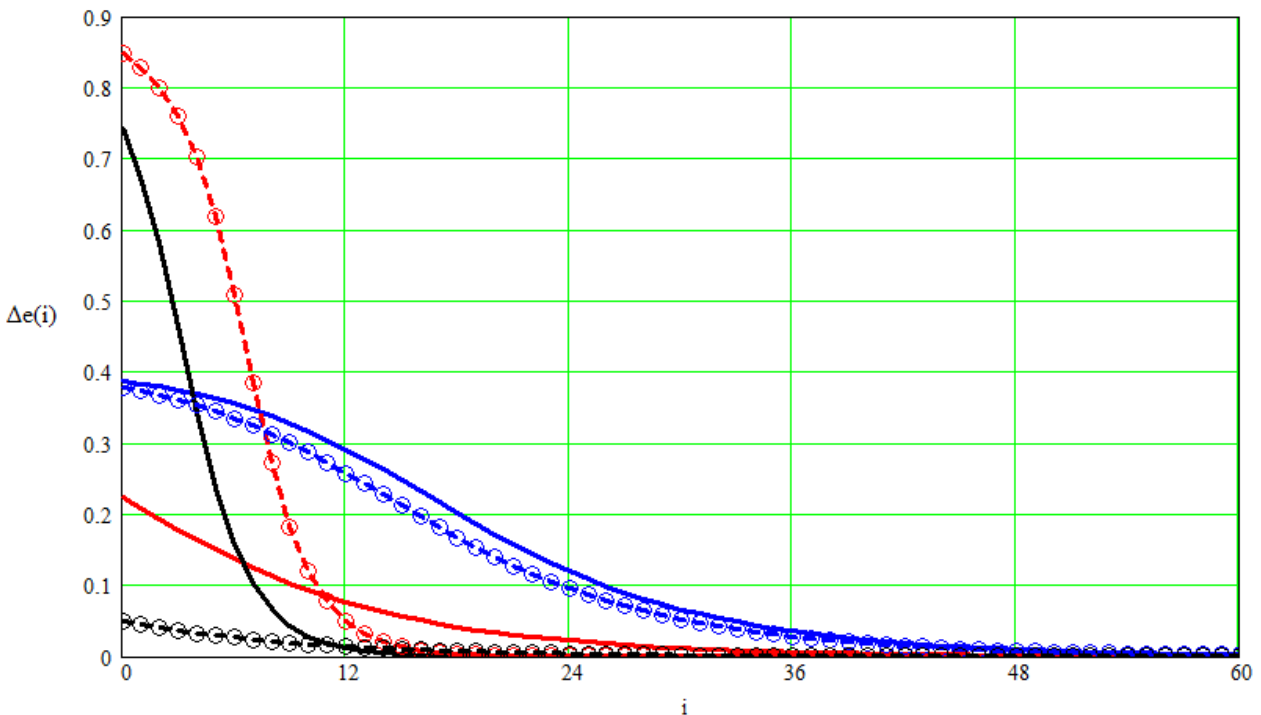


Рис. 4. Зависимость модуля вектора ошибки при выделении алгоритмом AbsKurt процессов  $s_1$  (сплошная) и  $s_2$  (пунктирная с кружочками) от номера итерации при  $k=0.9$  (красная),  $k=0.7$  (синяя),  $k=0.1$  (черная); эксцессы равны 10;  $\mu=0.01$  при НУ (0,1)

Поясним сходимость на рис. 5. При выделении процесса  $s_1$  параметр  $k=0.9$  соответствует расположению решения относительно вектора  $\mathbf{w}_1$  рядом с начальными условиями, поэтому вектор ошибки при нулевой итерации минимальный, в то же время для  $s_2$  параметр  $k=0.9$  отстоит на значительное расстояние, что приводит к большой начальной ошибке. Однако скорость сходимости для второго процесса выше в связи с тем, что выделение

производится с точностью до знака и решение сходится к отрицательному значению вектора, который находится ближе к выбранным начальным условиям (для первого процесса все наоборот). Аналогичные умозаключения можно высказать и для значения  $k=0.1$ .

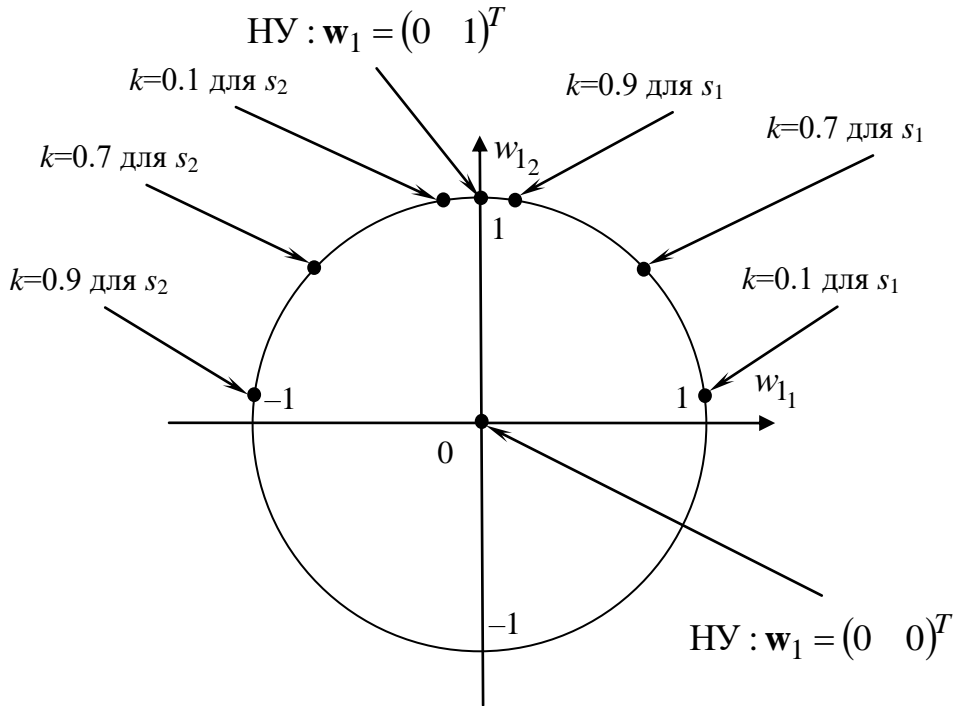


Рис. 5. Диаграмма расположений оптимальных решений в зависимости от параметра  $k$  и выделяемого сигнала  $s_i$

Когда параметр  $k$  близок к значению  $1/\sqrt{2}$ , то при равенстве эксцессов матрицы Гессе для обоих сигналов будут также равны и скорость сходимости станет одинаковой.

Таким образом, для обоих алгоритмов наиболее быстрая сходимость установлена при нулевых начальных условиях (за 1 такт). При ненулевых начальных векторах скорость сходимости снижается, в этом случае по сравнению с алгоритмом AbsKurt алгоритм AbsKurtFP в несколько раз быстрее сходится к оптимальному решению. Скорость сходимости будет зависеть от расположения на окружности значения оптимального вектора  $\mathbf{w}_1^*$  (для разных сигналов), а для алгоритма AbsKurt дополнительно от произведения параметров  $\mu_k^{s_i}$ .

## 6. Моделирование

Компьютерное моделирование алгоритмов AbsKurt и AbsKurtFP проведено в Simulink (рис. 6). Реализация алгоритма AbsKurtFP показана на рис. 7, алгоритма AbsKurt — на рис. 8.

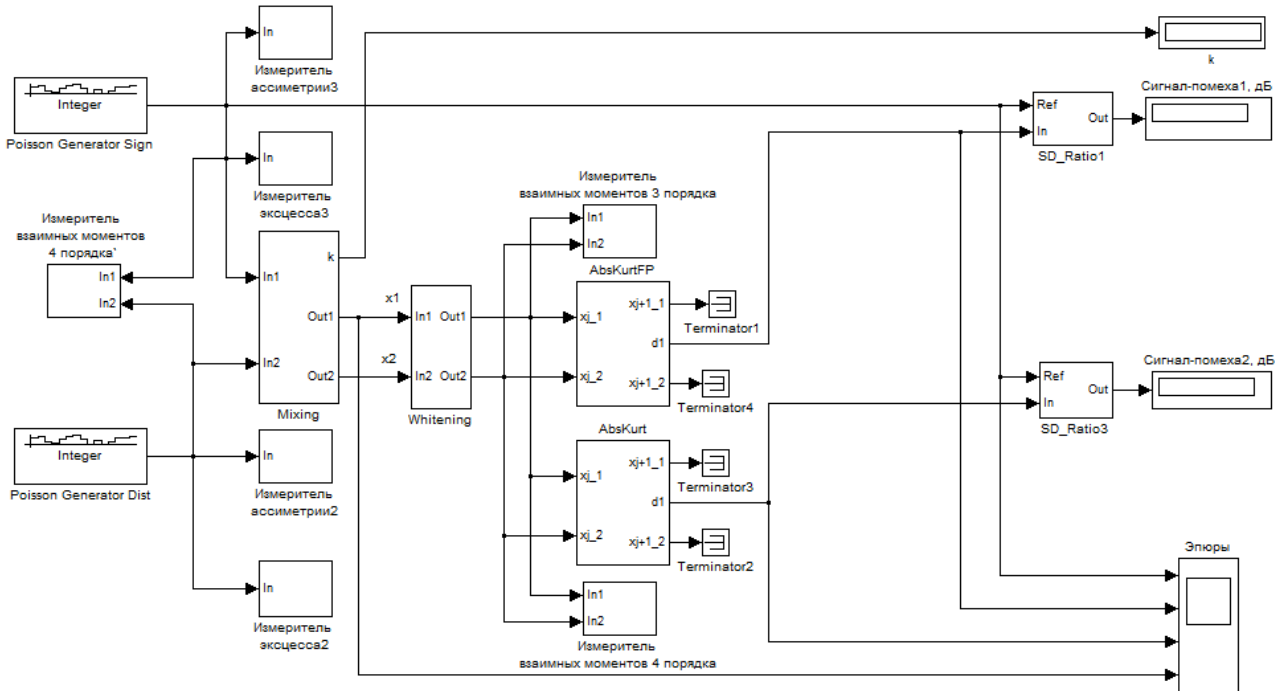


Рис. 6. Экспериментальная установка в Simulink, реализующая выделение импульсного сигнала на фоне импульсной помехи

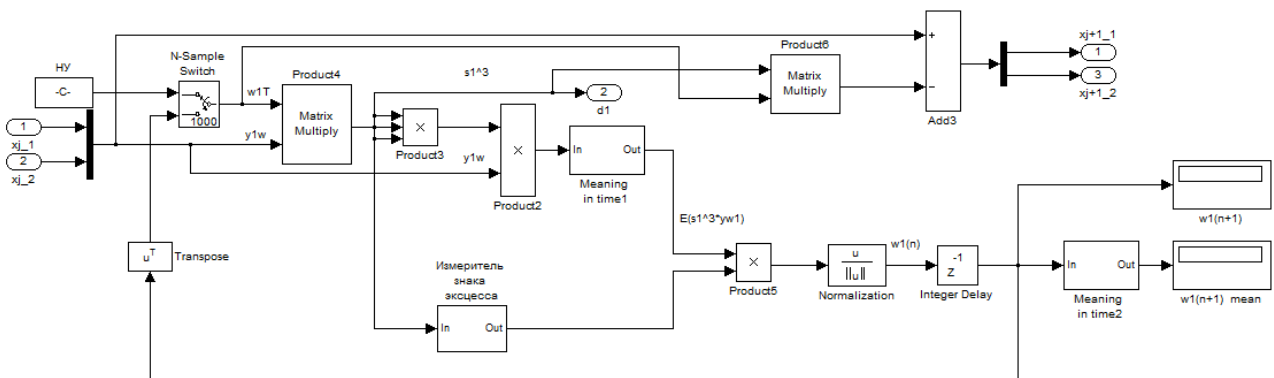


Рис. 7. Алгоритм AbsKurtFP

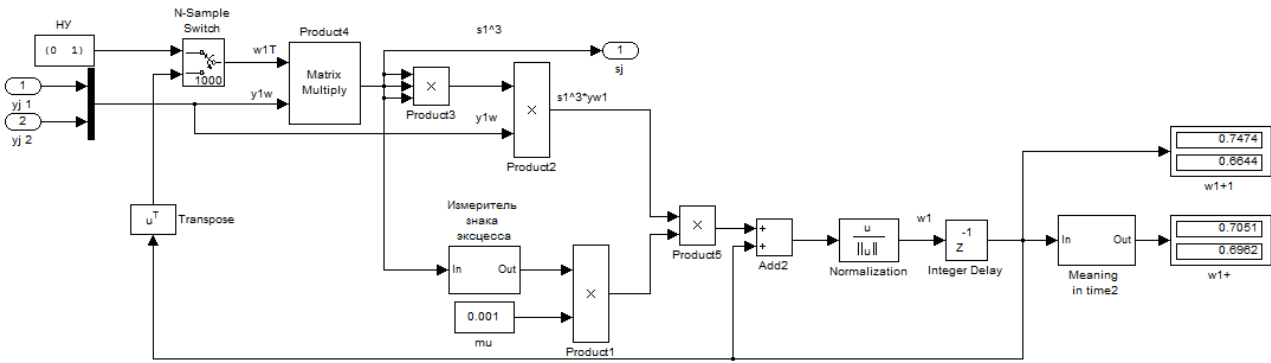


Рис. 8. Алгоритм AbsKurt

В двух приемных датчиках действуют аддитивно взаимодействующие импульсные процессы  $s_1$  и  $s_2$ , один из которых полезный сигнал. В качестве сигнала и помехи использовался процесс Пуассона с разными параметрами интенсивности (разными значениями эксцессов соответственно). Смеси в двух каналах после обеления можно выразить в векторно-матричной форме:

$$\begin{bmatrix} y_{w1_1} \\ y_{w1_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-k^2} & -k \\ k & \sqrt{1-k^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Значения  $k$  соответствуют следующим отношениям мощности сигнал–помеха на входе датчиков:

$k$	0.9	0.8	0.7	0.5	0.3	0.1
$\eta_1$ датчик, дБ	-4.1	-2.5	-1.1	0.2	1.3	2.5
$\eta_2$ датчик, дБ	4.1	2.5	1.1	-0.2	-1.3	-2.5

Компьютерное моделирование процесса сходимости для алгоритма AbsKurt выполнялось с усреднением  $E\{\hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1}\}$  для того, чтобы приблизить предложенную модель сходимости к практическим результатам. В этом случае матрица Гессе формируется по формулам (19) и (20) до запуска алгоритма выделения импульсного сигнала.

Результаты изображены на рис. 9, 10 и подтверждают правильность выбора математических моделей сходимости для двух алгоритмов (ф. 18 и ф. 22).

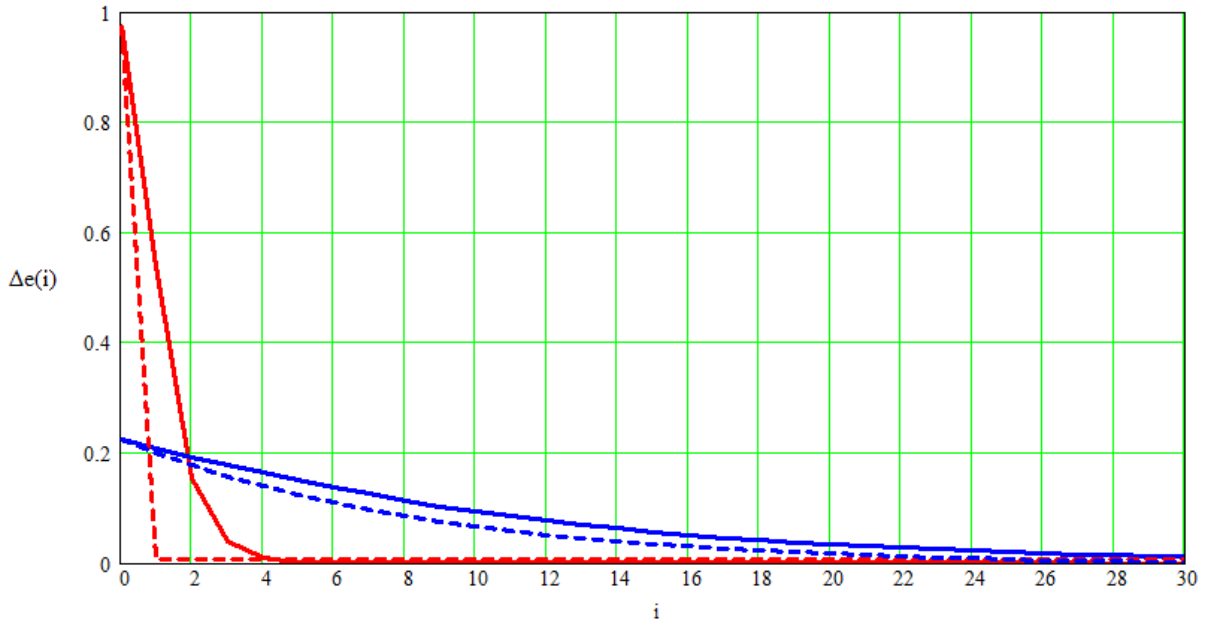


Рис. 9. Зависимость модуля вектора ошибки при выделении сигнала алгоритмом AbsKurt (синяя сплошная — моделирование, пунктирная — теоретическая) и AbsKurtFP (красная сплошная — моделирование, пунктирная — теоретическая) от номера итерации при  $k=0.9$ ; эксцесс сигнала равен 10; эксцесс помехи равен 1;  $\mu=0.01$ ; начальный вектор  $(0,1)$

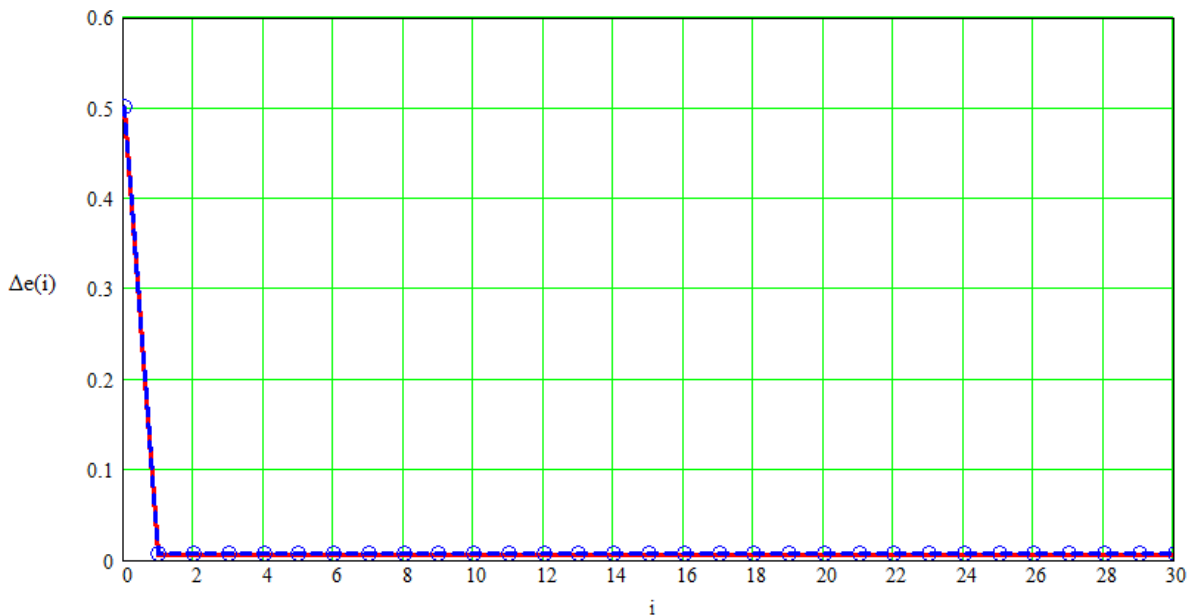


Рис. 10. Зависимость модуля вектора ошибки при выделении сигнала алгоритмом AbsKurt (сплошная синяя) и AbsKurtFP (сплошная красная с кружочками) от номера итерации при  $k=0.9$ ; эксцесс сигнала равен 10; эксцесс помехи равен 1;  $\mu=0.01$ ; начальный вектор  $(0,0)$

Результаты экспериментов по выделению импульсного сигнала на фоне импульсной помехи при нулевых начальных условиях отображены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1

Зависимости отношения мощности сигнал-помеха на выходе ИНС ( $q$ ) от отношения мощности сигнал-помеха в датчиках при разных алгоритмах слепого выделения процесса Пуассона (эксцесс равен 10) на фоне процесса Пуассона (эксцесс равен 0.1);  $\mu=0.01$

$k$	0.9	0.8	0.7	0.5	0.3	0.1
$q_{AbsKurtFP}, \text{ дБ}$	43.8	43.8	43.8	43.8	43.8	43.8
$q_{AbsKurt}, \text{ дБ}$	13.6	13.6	13.6	13.6	13.6	13.6

Таблица 2

Зависимости отношения мощности сигнал-помеха на выходе ИНС ( $q$ ) от параметра  $\mu$  при использовании алгоритма AbsKurt для выделения процесса Пуассона (эксцесс равен 10) на фоне процесса Пуассона (эксцесс равен 0.1) при  $k=0.7$

$\mu$	$10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$10^{-5}$
$q, \text{ дБ}$	13.6	15.9	20.8	22.9	28.3	30.5	35.2

## Выводы

Анализируя результаты моделирования, можно утверждать следующее.

Во-первых, предложенные математические модели сходимости позволили установить, что наиболее быстрая сходимость обоих алгоритмов AbsKurt и AbsKurtFP наблюдается при нулевых начальных условиях, а также подтвердили результаты сформулированных теорем.

Во-вторых, наиболее быстро сходящимся и эффективным алгоритмом является алгоритм AbsKurtFP, который превосходит AbsKurt по отношению мощности сигнал-помеха на 30 дБ. Это объясняется тем, что замена в алгоритме AbsKurt процедуры усреднения градиента на текущее значение градиента при выделении импульсного сигнала на фоне импульсной помехи



снижает эффективность его работы и в этом случае необходимо уменьшать параметр  $\mu$ , что приводит к замедлению сходимости.

Указанные алгоритмы применимы при разделении цифровых потоков на фоне импульсных помех в многоантенных системах типа (MIMO), широко используемых в сетях сотовой (стандарта LTE) и беспроводной (типа Wi-Fi) связи.

### Литература

1. A.Cichocki and S.Amari, Adaptive Blind Signal and Image Processing: Learning Algorithms and Applications, John Wiley & Sons, 2002.
2. A. Cichocki, R. Thawonmas, and S. Amari, “Sequential blind signal extraction in order specified by stochastic properties” Electron. Lett., vol. 33, № 1, pp. 64–65, Jan. 1997.
3. Манохин А.Е. Компенсационный метод слепого подавления аддитивных стационарных помех с негауссовым распределением // Журнал радиоэлектроники [Электронный ресурс]. – 2017.- №2(12) – Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/feb17/4/text.pdf>.
4. Манохин А.Е. О разработке и исследовании эффективности алгоритма слепого выделения импульсного сигнала при наличии белого гауссовского шума // Журнал радиоэлектроники [Электронный ресурс]. – 2016.- №5(12) – Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/may16/6/text.pdf>.
5. Hyvarinen A., Karhunen J. and Oja E. Independent component analysis. New York: J. Wiley, 2001.
6. S.C. Douglas and S.Y. Kung. Kuicnet algorithms for blind deconvolution. In Proc. IEEE Workshop on Neural Networks for Signal Processing, pp. 3–12, Cambridge, UK, August 1998.
7. Математический анализ : дифференцирование и интегрирование / И. Г. Араманович [и др.] под общ. ред. : Л. А. Люстерник, А. Р. Янпольский. – М. : Физматгиз, 1961. – 351 с. : ил.

8. Мицель А.А. Методы оптимизации : учебное пособие / А.А. Мицель, А.А. Шелестов. – Томск : ТУСУР, 2004. – 255с.

**Ссылка на статью:**

А.Е.Манохин. Анализ алгоритмов слепого выделения импульсного сигнала на фоне импульсной помехи. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. №4. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/apr17/9/text.pdf>