

DOI <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.4.2>

УДК 621.396.677

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВНЕШНИХ ПАРАМЕТРОВ ВИБРАТОРНЫХ АКТИВНЫХ ФАЗИРОВАННЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

В. Н. Атрохов, А. В. Литвинов, С. Е. Мищенко, В. В. Шацкий

**Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи,
344038, Ростов-на-Дону, ул. Нансена, 130**

Статья поступила в редакцию 5 апреля 2021 г.

Аннотация. При проведении измерений характеристик современных многоэлементных активных фазированных антенных решеток амплифазометрическим методом могут возникать проблемы обработки результатов измерений, что обусловлено сложностью точной юстировки габаритных активных фазированных антенных решеток, флуктуациями параметров усилителей СВЧ, отказами отдельных элементов, недопустимостью излучения полного раскрыва антенны в безэховой камере. Электродинамическое моделирование активных фазированных антенных решеток в специализированных программах обычно требует очень больших вычислительных затрат, и при этом очень сложно учесть флуктуации параметров и выходы из строя элементов. В связи с этим предложена математическая модель измерительного комплекса для оценки распределения поля в ближней зоне вибраторных антенных решеток и формирования диаграмм направленности. Методологической основой оценки служат прямые измерения амплитудно-фазового распределения поля антенной системы на выбранной поверхности в непосредственной близости от ее апертуры при помощи зондирующей антенны. В качестве основных соотношений для модели использованы известные выражения для расчета распределения поля в ближней зоне вертикального симметричного вибратора, метод наводимых ЭДС и матричные соотношения преобразования поля в различные системы координат.

Модель измерительного комплекса применена для оценки характеристик активной фазированной антенной решетки в ближней и дальней зонах. Однако она может быть использована для проверки реальных экспериментальных данных с учетом флуктуаций параметров амплитудно-фазового распределения в раскрыве, отказов антенных элементов. Проведенные исследования показали хорошее совпадение расчетных характеристик активной фазированной антенной решетки при помощи предложенной модели и апертурным методом. Время расчета характеристик направленности антенны в предлагаемой модели составляет 30 минут. Основные временные затраты связаны с дополнением матриц сопротивлений элементами, относящимися к каждой новой позиции зондирующей антенны. Однако это время несопоставимо с временными затратами, которые потребовались бы для реализации модели измерений в специализированных пакетах электродинамического моделирования.

Ключевые слова: ближняя зона, вибратор, голографический метод, амплифазометрический метод, измерительный комплекс.

Abstract. When measuring characteristics of the modern multi-element active phased antenna arrays amplifications method may have problems processing the results of measurements, due to the complexity of the exact adjustment of the overall active phased array, the fluctuations of the parameters of microwave amplifiers, the failure of individual elements, the inadmissibility of the full radiation of aperture antennas in an anechoic chamber. Electrodynamics modeling of active phased array antennas in specialized programs usually requires very large computational costs and it is very difficult to take into account fluctuations in parameters and failures of active phased array elements. In this regard, a mathematical model of the measuring complex is proposed for estimating the field distribution in the near zone of vibratory antenna arrays and generating radiation patterns. The estimation methodology is based on direct measurements of the amplitude-phase distribution of the field of the antenna system on the selected surface in the immediate vicinity of its aperture using a sounding antenna. The main relations for the model are the well-known expressions for calculating the field distribution in the near zone of a vertical symmetrical

vibrator, the method of induced electromotive force, and matrix relations for converting the field into various coordinate systems. The model of the measuring complex is used to evaluate the characteristics of the active phased array in the near and far zones. However, it can be used to check real experimental data, taking into account fluctuations in the parameters of the amplitude-phase distribution in the aperture, and failures of antenna elements. The conducted research has shown a good agreement between the calculated characteristics of the active phased array using the proposed model and the aperture method. The time for calculating the antenna directivity characteristics in the proposed model is 30 minutes. The main time is associated with the addition of resistance matrices with elements related to each new position of the probe antenna. However, this time is not comparable to the time required to implement the measurement model in specialized electrodynamic modeling packages.

Key words: near-field, vibrator, holographic method, amplifazometric method, measuring complex.

Введение

Математическое и программное обеспечение, поставляемое с измерительными комплексами для определения внешних параметров антенн в ближней зоне, предназначено для обработки результатов измерений. В результате обработки измерений решают задачу визуализации диаграммы направленности (ДН) антенны, получают оценки коэффициента усиления, ширины луча, уровня боковых лепестков. Эти результаты сопоставляют с данными, получаемыми для теоретической модели, которую формируют без расчета поля антенны в ближней зоне. Обычно методы измерения характеристик антенн в ближней зоне обеспечивают достаточно высокую точность измерений. Так, при применении радиоголографического метода возможно формирование ДН в динамическом диапазоне 40...45 дБ [1]. Если между теоретическими оценками и результатами обработки измерений имеются существенные различия, то возникает необходимость обнаружения и

исправления дефектов антенны или коррекции методики измерений. Особенно актуален контроль результатов измерений ближнего поля применительно к активным фазированным антенным решеткам (АФАР). Эти антенны относятся к классу невзаимных антенн, у которых формирование передающей и приемной ДН осуществляется по-разному. АФАР, состоящая из ряда приемо-передающих модулей, имеет характеристики, которые могут существенно отличаться друг от друга. Отказы отдельных приемо-передающих модулей и каналов происходят независимо друг от друга. В связи с этим для корректного сопоставления теоретической модели АФАР с результатами измерений и их обработки необходимо в теоретическую модель закладывать всю имеющуюся информацию о состоянии АФАР, ее калибровке и юстировке. При этом некоторую информацию о причинах несоответствия между теоретическими результатами и результатами измерений можно получить, анализируя распределение поля в ближней зоне антенны.

Теоретическую оценку распределения поля в ближней зоне антенны обычно получают при помощи пакетов электродинамического моделирования, в частности для решения этой задачи широко используют Microwave Studio и FEKO [2].

Большинство пакетов электродинамического моделирования позволяет оценивать поле в ближней или дальней зоне антенны. Однако в случае АФАР внесение данных о калибровке, уровне шума в канале или задание масок неисправных каналов является сложной задачей, поскольку пакеты электродинамического моделирования обычно не предназначены для построения моделей многоэлементных антенн.

Наиболее простой в вычислительном отношении метод электродинамического моделирования – метод моментов – реализован в некоммерческом пакете MMANA, который является развитием американской программы NEC, находящейся в свободном доступе [3] и созданной в 70-е годы XX-го века. При помощи этих программ возможно задать координаты вибраторной передающей зондирующей антенны в пространстве и оценить

комплексные амплитуды сигналов на выходах вибраторов антенной решетки (АР) и сохранить их в файл. Далее комплексные амплитуды сигналов вибраторов могут быть просуммированы при помощи внешней программы с любыми заданными комплексными весовыми коэффициентами, которые учитывают маску неисправных каналов, данные калибровки, выбранное амплитудно-фазовое распределение в раскрыве антенны. В результате будет получен выходной сигнал вибраторной АР для одного положения зондирующей антенны. Однако размерность решаемой задачи при этом будет ограничена, поскольку программы создавались для применения на устаревших компьютерах. Переход к новой позиции зондирующей антенны потребует перезапуска программ. В результате модель измерений голографическим методом с применением существующих электродинамических пакетов, реализующих метод моментов, требует проведения большого числа рутинных операций и накладывает ограничения на число элементов измеряемой АР.

Цель работы – создание инструмента для оперативного контроля характеристик измеряемой плоской АФАР при проведении измерений ближнего поля голографическим методом.

1. Обоснование математической модели комплекса для измерения ближнего поля плоской вибраторной АФАР

Введем декартову систему координат $Oxyz$, в которой будем задавать геометрию измеряемой АФАР, зондирующей антенны и задавать траекторию движения зондирующей антенны.

Пусть фазовый центр зондирующей антенны движется в плоскости $z(x, y) = h$. Измерения производятся в N точках \mathbf{p}'_n с координатами $\mathbf{p}'_n = (x'_n, y'_n, z'_n = h)$. В алгоритме пересчета поля в ближней зоне антенны в дальнюю зону используют двумерное преобразование Фурье [1]. В связи с этим точки \mathbf{p}'_n удобно определять в узлах регулярной прямоугольной сетки с одинаковым шагом d' вдоль координатных осей Ox и Oy . Как правило, величину шага задают в диапазоне $d' \in [0, 2\lambda, 0, 3\lambda]$ (λ – длина волны) [4–6].

Будем считать, что измеряемая АФАР расположена ниже плоскости $z(x, y) = h$. В связи с этим введем единичный вектор, определяющий направление максимума ДН зондирующей антенны $\mathbf{n}' = \{0, 0, -1\}$.

Зададим ориентацию раскрыва плоской измеряемой АФАР по трем точкам (X_i, Y_i, Z_i) ($i = 1, 2, 3$), которые не лежат на одной прямой. Значения Z_i соответствуют расстояниям между точкой раскрыва АФАР и плоскостью $z(x, y) = h$ в заданных точках (X_i, Y_i) плоскости $z(x, y) = h$. Пусть также $X_3 = Y_3 = 0$, а $Z_3 = h$. Величину h при проведении измерений голографическим методом выбирают равной нескольким длинам волн. Выбранные точки определяют матрицу

$$\mathbf{d}_h = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 - h \\ X_2 & Y_2 & Z_2 - h \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Компоненты вектора нормали к плоскости раскрыва АФАР могут быть найдены как результат векторного произведения векторов

$$\mathbf{n} = \pm \left(\{d_{h\ 1,i}\}_{i=1,2,3} - \{d_{h\ 3,i}\}_{i=1,2,3} \right) \times \left(\{d_{h\ 2,i}\}_{i=1,2,3} - \{d_{h\ 3,i}\}_{i=1,2,3} \right). \quad (2)$$

При этом выбор знака в выражении (2) осуществляется таким образом, чтобы скалярное произведение векторов \mathbf{n}' и \mathbf{n} было отрицательным, т.е. $\mathbf{n}' \cdot \mathbf{n}^T < 0$, где T обозначает операцию транспонирования. Вектор \mathbf{n} , рассчитанный при помощи выражения (2), нормируем к его длине. Тогда компоненты единичного вектора \mathbf{n} используем для расчета углов пространственной ориентации плоскости

$$\alpha = \arccos n_3; \quad \beta = \arg(n_1 + jn_2), \quad (3)$$

где функция $\arg(c)$ соответствует процедуре расчета фазы комплексного числа, j – мнимая единица.

Угол α определяет матрицу поворота вокруг координатной оси Oy , а угол β – вокруг оси Oz :

$$\mathbf{R}_y(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad \mathbf{R}_z(\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

С учетом введенных обозначений плоский раскрыв АФАР целесообразно сначала задать в плоскости xOy , а затем повернуть при помощи матрицы поворота.

Обозначим $\mathbf{q}_{x_0y_m} = (x_m, y_m, 0)$ – координаты фазового центра m -го антенного элемента M -элементной АФАР при совмещении плоскости раскрыва с плоскостью xOy ($m = 1, 2, \dots, M$). При этом

$$\mathbf{q}_m = \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{R}_z(\beta)\mathbf{R}_y(\alpha)\mathbf{q}_{x_0y_m}^T = \mathbf{R}_z(\beta)\mathbf{R}_y(\alpha) \begin{pmatrix} x_{0m} \\ y_{0m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

– координаты фазовых центров антенных элементов измеряемой плоской АФАР с учетом взаимной ориентации измеряемой и зондирующей антенн.

Зондирующая антенна обычно представляет собой слабонаправленную антенну. Однако при проведении измерений может использоваться антенна с плоским раскрывом. В этом случае ее модель зададим в виде системы из M' диполей или симметричных вибраторов, положения фазовых центров которых удобно определить в точках $\mathbf{q}'_{m'} = (x_{zm'}, y_{zm'}, 0)$ плоскости xOy таким образом, чтобы фазовый и геометрический центр зондирующей антенны совпадал с началом координат. В последующем положение фазового центра зондирующей антенны может быть смещено в точку \mathbf{p}'_n плоскости $z(x, y) = h$.

Все вибраторы или диполи, которые образуют систему измеряемая АР – зондирующая антенна, разделим на две группы:

- вибраторы измеряемой антенны;
- вибраторы или диполи зондирующей антенны.

При любых перемещениях зондирующей антенны относительные расстояния внутри каждой из групп остаются неизменными. В связи с этим введем матрицы сопротивлений \mathbf{Z} и \mathbf{Z}' . Матрица сопротивлений измеряемой

антенны \mathbf{Z} содержит $M \times M$ значений; матрица $\mathbf{Z}' - M' \times M'$ значений. Введем также прямоугольную матрицу \mathbf{Z}_n размером $M \times M'$, которая состоит из взаимных сопротивлений вибраторов измеряемой и зондирующей антенн. С учетом введенных обозначений при размещении зондирующей антенны в точке \mathbf{r}'_n комплексные амплитуды возбуждения вибраторов и диполей связаны с ЭДС, подводимыми к вибраторам и диполям от генератора, при помощи системы линейных уравнений

$$\mathbf{Z}_{0n} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{J}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{V}' \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где

$$\mathbf{Z}_{0n} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z} & \mathbf{Z}_n \\ \mathbf{Z}_n^T & \mathbf{Z}' \end{pmatrix}. \quad (7)$$

\mathbf{J}, \mathbf{J}' – векторы-столбцы комплексных амплитуд токов на выходах вибраторов измеряемой антенны, активных вибраторов зондирующей антенны и вибраторах-рефлекторах; T – обозначает операцию транспонирования; векторы-столбцы \mathbf{V}, \mathbf{V}_a соответствуют ЭДС, подводимым к вибраторам измеряемой антенны или зондирующей антенны.

В случае, если измеряемая АР находится в приемном режиме, то вектор \mathbf{V} является нулевым, а вектор \mathbf{V}' содержит ненулевые значения. В результате решения системы уравнений (1) необходимо найти вектор комплексных амплитуд \mathbf{J} .

Рассмотрим процесс формирования распределения ближнего поля при измерениях АР в приемном режиме. В этом случае вектор \mathbf{V} в правой части системы уравнений (6) является нулевым, а вектор \mathbf{V}' содержит комплексные ненулевые значения, пропорциональные ЭДС, подводимым к вибраторам зондирующей антенны.

Для измеряемой АР должны быть заданы: $\mathbf{A} = \{A_m\}_{m=1, M}^1$ – вектор-столбец комплексных весовых коэффициентов, выбранных с учетом требований к

формируемой ДН и фазовой калибровке приемных каналов; $\mathbf{B} = \{B_m\}_{m=1, \overline{M}}^1$ – двоичный вектор-столбец, определяющий маску исправных каналов.

Тогда при размещении зондирующей антенны в точке \mathbf{p}'_n с координатами (x'_n, y'_n, z'_n) комплексная амплитуда сигнала на выходе измеряемой антенны будет определяться выражением

$$s_{\text{rec } n} = \mathbf{J}^T(\mathbf{p}'_n) \cdot (\mathbf{A} \circ \mathbf{B}), \quad (8)$$

где оператор « \circ » обозначает произведение Адамара (поэлементное перемножение).

Распределение комплексных амплитуд сигналов $s_{\text{rec } n}$ во всех точках \mathbf{p}'_n с точностью до постоянного множителя соответствует распределению ближнего поля приемной АФАР.

При возбуждении измеряемой антенны (измерениях передающей АФАР) вектор \mathbf{V}' является нулевым, а вектор \mathbf{V} соответствует распределению ЭДС в раскрыте передающей АР. В результате решения системы уравнений (6) требуется найти вектор комплексных амплитуд \mathbf{J}' .

В передающем режиме известным является вектор ЭДС передающей АФАР, определяемый по формуле

$$\mathbf{V} = \mathbf{A} \circ \mathbf{B}. \quad (9)$$

При построении модели зондирующей антенны в виде системы диполей или вибраторов должен быть задан вектор-столбец \mathbf{A}' весовых коэффициентов, с которыми суммируются сигналы с выходов элементов зондирующей антенны.

Комплексная амплитуда сигнала на выходе зондирующей антенны, расположенной в точке \mathbf{p}'_n , определяется по формуле

$$s_{\text{tr } n} = \mathbf{J}'^T(\mathbf{p}'_n) \cdot \mathbf{A}'_a. \quad (10)$$

Распределение комплексных амплитуд сигналов во всех точках \mathbf{p}'_n с точностью до постоянного множителя соответствует распределению поля в ближней зоне передающей АФАР.

Расчет ДН антенны по измеренному распределению поля вдоль заданной

плоскости осуществляется при помощи выражений, приведенных в [1].

Отсюда следует, что процесс восстановления ближнего поля методом моментов требует определения матрицы сопротивлений Z_{0n} в каждой n -ой точке размещения зондирующей антенны. При этом большая часть элементов этой матрицы не зависит от положения зондирующей антенны. Блоки коэффициентов Z , Z' могут быть найдены один раз, а для каждой точки наблюдения необходимо найти только $M \times M'$ коэффициентов прямоугольной матрицы Z_n .

Диагональными элементами матриц Z , Z'_a , Z'_r являются собственные сопротивления вибраторов.

Для расчета собственного сопротивления произвольного вибратора или диполя введем локальную цилиндрическую систему координат $\rho\psi z0$, связанную с ним таким образом, чтобы фазовый центр вибратора (диполя) совпадал с началом координат, а ось Oz проходила вдоль рассматриваемой антенны.

Собственное сопротивление антенного элемента измеряемой АФАР и зондирующей антенны определяется выражениями [7]:

$$Z_{m,m} = -\frac{1}{\sin(kl)} \int_{-l}^l E_z(\xi, a) \sin(k(\xi - |l|)) d\xi; \quad m = 1, 2, \dots, M; \quad (11)$$

$$Z'_{m',m'} = -\frac{1}{\sin(kl')} \int_{-l'}^{l'} E_z(\xi, a') \sin(k(\xi - |l'|)) d\xi, \quad m' = 1, 2, \dots, M', \quad (12)$$

где l, a и l', a' длина плеча и радиус вибратора измеряемой АФАР (без штриха) и вибратора (диполя) зондирующей антенны соответственно;

$$E_z(\xi, a, l) = -\frac{jW}{4\pi \sin(kl)} \left(\frac{\exp(-jkR_1(\xi, a, l))}{R_1(\xi, a, l)} + \frac{\exp(-jkR_2(\xi, a, l))}{R_2(\xi, a, l)} - \right. \\ \left. - 2 \cos(kl) \frac{\exp(-jkR_0(\xi, a))}{R_0(\xi, a)} \right); \quad (13)$$

$$R_0(\xi, a) = \sqrt{a^2 + \xi^2}; \quad R_1(\xi, a, l) = \sqrt{a^2 + (\xi - l)^2};$$

$$R_1(\xi, a, l) = \sqrt{a^2 + (\xi + l)^2}. \quad (14)$$

Выражения (13) и (14) для первой и второй групп антенных элементов эквивалентны и при расчетах собственных сопротивлений для зондирующей антенны вместо параметров l, a в них необходимо подставлять параметры l', a' .

Для рассматриваемой системы вибраторов в каждой из групп все вибраторы должны иметь одинаковую поляризацию и, следовательно, параллельны друг другу.

При расчете взаимных сопротивлений двух параллельных друг другу вибраторов одной группы выражения (11)-(14) меняются следующим образом:

$$Z_{m,e} = -\frac{1}{\sin(kl)} \int_{-l}^l E_z(\xi, \mathbf{q}_{0m}, \mathbf{q}_{0e}, l) \sin(k(\xi - |l|)) d\xi; \quad m, e = 1, 2, \dots, M; \quad (15)$$

$$Z'_{m',e'} = -\frac{1}{\sin(kl)} \int_{-l}^l E_z(\xi, \mathbf{q}'_m, \mathbf{q}'_{e'}, l') \sin(k(\xi - |l'|)) d\xi, \quad m', e' = 1, 2, \dots, M', \quad (16)$$

где

$$E_\xi(\xi, \mathbf{q}_{0m}, \mathbf{q}_{0e}, l) = -\frac{jW}{4\pi \sin(kl)} \left(\frac{\exp(-jkR_1(\xi, \mathbf{q}_{0m}, \mathbf{q}_{0e}, l))}{R_1(\xi, \mathbf{q}_{0m}, \mathbf{q}_{0e}, l)} + \frac{\exp(-jkR_2(\xi, \mathbf{q}_{0m}, \mathbf{q}_{0e}, l))}{R_2(\xi, \mathbf{q}_{0m}, \mathbf{q}_{0e}, l)} - 2 \cos(kl) \frac{\exp(-jkR_0(\xi, \mathbf{q}_{0m}, \mathbf{q}_{0e}))}{R_0(\xi, \mathbf{q}_{0m}, \mathbf{q}_{0e})} \right); \quad (17)$$

$$R_0(\xi, \mathbf{q}_{0m}, \mathbf{q}_{0e}) = \sqrt{\left(\left(\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} \cdot \mathbf{q}_{0m}^T \right)_\rho - \left(\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} \cdot \mathbf{q}_{0e}^T \right)_\rho \right)^2 + \left(\xi - \left(\left(\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} \cdot \mathbf{q}_{0m}^T \right)_\xi - \left(\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} \cdot \mathbf{q}_{0e}^T \right)_\xi \right) \right)^2}; \quad (18)$$

$$R_1(\xi, \mathbf{q}_m, \mathbf{q}_e, l) = \sqrt{\left(\left(\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} \cdot \mathbf{q}_m^T \right)_\rho - \left(\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} \cdot \mathbf{q}_e^T \right)_\rho \right)^2 + \left(\xi - \left(\left(\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} \cdot \mathbf{q}_m^T \right)_\xi - \left(\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} \cdot \mathbf{q}_e^T \right)_\xi \right) - l \right)^2}; \quad (19)$$

$$R_2(\xi, \mathbf{q}_m, \mathbf{q}_e, l) = \sqrt{\left(\left(\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} \cdot \mathbf{q}_m^T \right)_\rho - \left(\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} \cdot \mathbf{q}_e^T \right)_\rho \right)^2 + \left(\xi - \left(\left(\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} \cdot \mathbf{q}_m^T \right)_\xi - \left(\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} \cdot \mathbf{q}_e^T \right)_\xi \right) + l \right)^2}; \quad (20)$$

$\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)}$ – матрица преобразования декартовых координат в цилиндрическую систему координат, связанную с рассматриваемым антенным элементом.

Как и в предыдущем случае, для расчета взаимных сопротивлений матрицы \mathbf{Z}' в выражения (17)-(20) следует подставлять $\mathbf{q}'_m, \mathbf{q}'_e, l'$.

Сделаем несколько пояснений относительно матрицы преобразования $\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)}$. Пусть рассматриваются два электрических вибратора измеряемой АФАР, которые в декартовой системе координат $0xuz$ ориентированы вдоль координатной оси $0y$, т.е. имеют линейную поляризацию, а их фазовые центры расположены в точках \mathbf{q}_m и \mathbf{q}_e . В этом случае сначала введем локальную декартову систему координат с началом в точке \mathbf{q}_m . Для этого определим матрицу преобразования перемещения в виде

$$\mathbf{T}_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_m \\ 0 & 1 & 0 & -y_m \\ 0 & 0 & 1 & -z_m \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Запишем соотношения между декартовыми и цилиндрическими координатами. Ось 0ξ цилиндрической системы координат с учетом выбранной поляризации антенного элемента должна совпасть с осью координат $0y$. В связи с этим

$$x = \rho \sin \psi; \quad \xi = y; \quad z = \rho \cos \psi. \quad (22)$$

В данном случае отсчет угла ψ выбран от оси $0z$ локальной декартовой системы координат. Поскольку все параллельные вибраторы лежат в одной плоскости $x0y$, то угол $\psi \equiv 0$. На основании правил преобразования систем координат [8] последовательно продифференцируем выражения (22) по цилиндрическим координатам и запишем:

$$\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{T}_m. \quad (23)$$

Далее следует «привести в порядок» размерность матрицы $\mathbf{g}_{(\rho\psi\xi)}^{(xyz)}$ и при вычислении выражений (17)-(20) вычеркнуть из нее последние строку и столбец.

В случае горизонтальной поляризации вибраторов $\xi = x$ и $y = \rho \cos \psi$, $z = \rho \sin \psi$, что несколько изменит вид выражения (23). Отметим, что при произвольном наклоне вибраторов на угол γ в плоскости xOy в выражение (23) следует вводить дополнительно матрицу поворота вокруг оси Oz между матрицей преобразования координатных осей и матрицей переноса \mathbf{T} .

Матрицы \mathbf{Z} и \mathbf{Z}' обладают симметрией относительно главной диагонали, что позволяет сократить число рассчитываемых взаимных сопротивлений антенных элементов. Кроме того, в большинстве практических случаев сетки расположения антенных элементов измеряемой АФАР и зондирующей антенны являются регулярными. В результате часть элементов матриц \mathbf{Z} и \mathbf{Z}' выше или ниже главной диагонали совпадают. Если при анализе геометрии антенны заблаговременно составить списки равноудаленных антенных элементов, то для таких элементов взаимные сопротивления можно вычислять только один раз. Это позволяет многократно повысить скорость расчета матрицы \mathbf{Z} и несколько сократить расчет матрицы \mathbf{Z}' , число элементов которой обычно много меньше числа элементов измеряемой АФАР.

Теперь остается найти элементы прямоугольной матрицы \mathbf{Z}_n . Сложность расчета элементов этой матрицы состоит в том, что рассматриваемые в этом случае антенные элементы не являются параллельными. Применение метода наводимых ЭДС для расчета взаимных сопротивлений вибраторов было рассмотрено в монографии [9]. Будем отталкиваться от выражений для расчета полей в ближней зоне вибраторов, приведенных в [7]. Помимо выражения вида (17), нам потребуется выражение для расчета радиальной компоненты напряженности электрического поля, возбуждаемой симметричным электрическим вибратором:

$$E_{\xi}(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) = -\frac{jW}{4\pi \sin(kl)} \left(\frac{\exp(-jkR_1(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l))}{R_1(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l)} + \frac{\exp(-jkR_2(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l))}{R_2(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l)} - 2 \cos(kl) \frac{\exp(-jkR_0(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e))}{R_0(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e)} \right); \quad (24)$$

$$E_{\rho}(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) = -\frac{jW}{4\pi \rho(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) \sin(kl)} \times \left(\frac{\exp(-jkR_1(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l))}{R_1(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l)} \Delta_1(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) + \frac{\exp(-jkR_2(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l))}{R_2(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l)} \Delta_2(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) - 2 \cos(kl) \frac{\exp(-jkR_0(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e))}{R_0(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e)} \Delta_0(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e) \right); \quad (25)$$

в которых $e = 1, 2, \dots, M$, а для расчета функций $\rho(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l)$, $R_0(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e)$, $R_{1,2}(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l)$ и $\Delta_0(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e)$, $\Delta_{1,2}(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l)$ предлагается использовать ранее рассчитанные матрицы поворота $\mathbf{R}_z(\beta)$, $\mathbf{R}_y(\alpha)$ и следующий алгоритм.

В соответствии с введенными обозначениями m' соответствует номеру антенного элемента зондирующей антенны, относительно которого необходимо вводить локальную цилиндрическую систему координат так, чтобы составляющая поля E_{ξ} совпадала с осью антенного элемента зондирующей антенны. Будем считать, что поляризация элемента измеряемой антенны в идеальном случае должна была совпасть с поляризацией антенного элемента зондирующей антенны.

В связи с этим сначала введем координату ξ в диапазоне от $-l$ до l , считая, что антенный элемент зондирующей оси и антенный элемент измеряемой АФАР коллинеарны, а их фазовые центры совпадают. В результате исходные точки наблюдения возбуждаемого поля в локальной цилиндрической системе координат m' -го антенного элемента будут иметь координаты $(0, 0, \xi)$.

Пусть преобразование цилиндрических координат в декартову обеспечивает матрица $\hat{\mathbf{g}}_{(xyz)}^{(\rho\psi\xi)}$. Вид этой матрицы зависит от выбранной поляризации, а ее получение от соотношений типа (22) к матрице производится путем дифференцирования по координатам [8].

После преобразования систем координат получим точки наблюдения в декартовых координатах, которые можно будет преобразовать с учетом наклона плоскости раскрыва АФАР. В результате получим

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{R}_z(\beta) \cdot \mathbf{R}_y(\alpha) \cdot \hat{\mathbf{g}}_{(xyz)}^{(\rho\psi\xi)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi \end{pmatrix} \quad (26)$$

– точка наблюдения в локальной декартовой системе координат на наклонной оси, параллельной вибратору измеряемой АФАР и проходящей через начало локальной системы координат, связанной с фазовым центром антенного элемента зондирующей антенны.

На следующем шаге переместим точку наблюдения на вибратор с номером e измеряемой АФАР. При этом координата точки будет описываться выражением

$$\mathbf{p}_{(xyz) e, m', n} = \mathbf{p}_0 + \begin{pmatrix} x_e - x'_{z m'} - x'_n \\ y_e - y'_{z m'} - y'_n \\ z_e - z'_{z m'} - z'_n \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Поскольку в выражениях (24) и (25) необходимо получить координаты точек в цилиндрической системе координат, выполним соответствующее преобразование, которое может быть записано в виде

$$\mathbf{p}_{(\rho\psi\xi) e, m', n} = \hat{\mathbf{g}}_{(xyz)}^{(\rho\psi\xi)T} \mathbf{p}_{(xyz) e, m', n}. \quad (28)$$

В выражении (28) для обратного преобразования из декартовой системы координат в цилиндрическую использована операция транспонирования матрицы преобразования $\hat{\mathbf{g}}_{(xyz)}^{(\rho\psi\xi)}$, поскольку операторы преобразования координатных систем являются унитарными.

С учетом выражения (28) получаем, что

$$\rho(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) = \left(\mathbf{p}_{(\rho\psi\xi) e, m', n} \right)_1; \quad (29)$$

$$\Delta_0(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e) = \left(\mathbf{p}_{(\rho\psi\xi) e, m', n} \right)_3; \quad (30)$$

$$\Delta_{1,2}(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) = \left(\mathbf{p}_{(\rho\psi\xi) e, m', n} \right)_3 \mp l; \quad (31)$$

$$R_0(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e) = \sqrt{\left(\mathbf{p}_{(\rho\psi\xi) e, m', n} \right)_1^2 + \left(\mathbf{p}_{(\rho\psi\xi) e, m', n} \right)_3^2}; \quad (32)$$

$$R_{1,2}(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) = \sqrt{\left(\mathbf{p}_{(\rho\psi\xi) e, m', n} \right)_1^2 + \left(\Delta_{1,2}(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) \right)^2}. \quad (33)$$

После расчета двух компонент поля вдоль вибратора с номером e измеряемой АФАР следует найти проекцию поля вдоль оси вибратора. Этот результат может быть получен путем преобразования компонент вектора напряженности электрического поля по формулам:

$$\mathbf{E}(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) = \left(\mathbf{R}_z(\beta) \cdot \mathbf{R}_y(\alpha) \right)^{-1} \cdot \hat{\mathbf{g}}_{(xyz)}^{(\rho\psi\xi)} \cdot \begin{pmatrix} E_\rho(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) \\ 0 \\ E_\xi(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) \end{pmatrix}. \quad (34)$$

Из полученного вектора в данном случае интересует одна составляющая поля, которая ориентирована вдоль вибратора измеряемой антенны (в случае вертикальной поляризации – составляющая $(\mathbf{E}(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l))_2$, для горизонтальной – $(\mathbf{E}(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l))_1$).

После расчета распределения напряженности электрического поля вдоль вибратора измеряемой антенны расчет взаимных сопротивлений, входящих в матрицу \mathbf{Z}_n , осуществляется по формуле

$$Z_{m',e} = -\frac{1}{\sin(kl)} \int_{-l}^l \left(\mathbf{E}(\xi, \mathbf{q}'_{m'} + \mathbf{p}'_n, \mathbf{q}_e, l) \right)_a \sin(k(\xi - |l|)) d\xi; m, e = 1, 2, \dots, M. \quad (35)$$

Здесь a – соответствует выбранной компоненте поля.

2. Проверка работоспособности математической модели измерительного комплекса

При проведении тестирования модели, в первую очередь, проверялись процедуры расчета собственных сопротивлений вибраторов, взаимных сопротивлений параллельных и непараллельных вибраторов. Эта проверка осуществлялась путем сопоставления рассчитанных значений собственных сопротивлений и взаимных сопротивлений параллельных и непараллельных вибраторов. Для проверки использовались данные, которые приведены в монографиях [7, 10]. Результаты проверки подтвердили работоспособность выражений, приведенных в работе.

Во вторую очередь, осуществлялось построение теоретической ДН АФАР, затем моделировался процесс измерения характеристик АФАР голографическим методом и далее осуществлялось сопоставление теоретических и квазиэкспериментальных данных.

В качестве примера было проведено моделирование характеристик приемной АФАР вертикальной поляризации, состоящей из 30×30 антенных элементов, размещенных в узлах сетки с шагом $0,5\lambda$.

Зондирующая антенна при проведении измерений перемещалась в точки плоскости $z(x, y) = h$, размещенные с шагом $0,3\lambda$ в узлах прямоугольной сетки. Вдоль каждой координатной оси использовались по 101 точке измерения, а их общее число равно 10201.

Время расчета ДН модели составило около 30 минут. Основное время было затрачено на расчет прямоугольных матриц Z_n . Следует отметить, что специализированные пакеты электродинамического моделирования для решения аналогичной задачи требуют существенно больших временных затрат. Это обусловлено тем, что они рассчитаны на решение более широкого круга задач и избыток функциональных возможностей существенно усложняет процесс моделирования.

Для расчета комплексных весовых коэффициентов в раскрыве АФАР использовалось выражение

$$A(x, y) = (0,3 + 0,7 \cos^2(\pi x / L_x))(0,3 + 0,7 \cos^2(\pi y / L_y)) \times \exp(-ik(x \sin \theta_0 \cos \varphi_0 + y \sin \theta_0 \sin \varphi_0)), \quad (36)$$

обеспечивающее формирование ДН с лучом, ориентированным в направлении $\theta_0 = 20^\circ$ по углу места и $\varphi_0 = 10^\circ$ по азимуту, и с уровнем боковых лепестков -25 дБ (L – длина АФАР вдоль соответствующих координатных направлений).

На рис. 1 показано амплитудное распределение поля в ближней зоне приемной АФАР, полученное при моделировании.

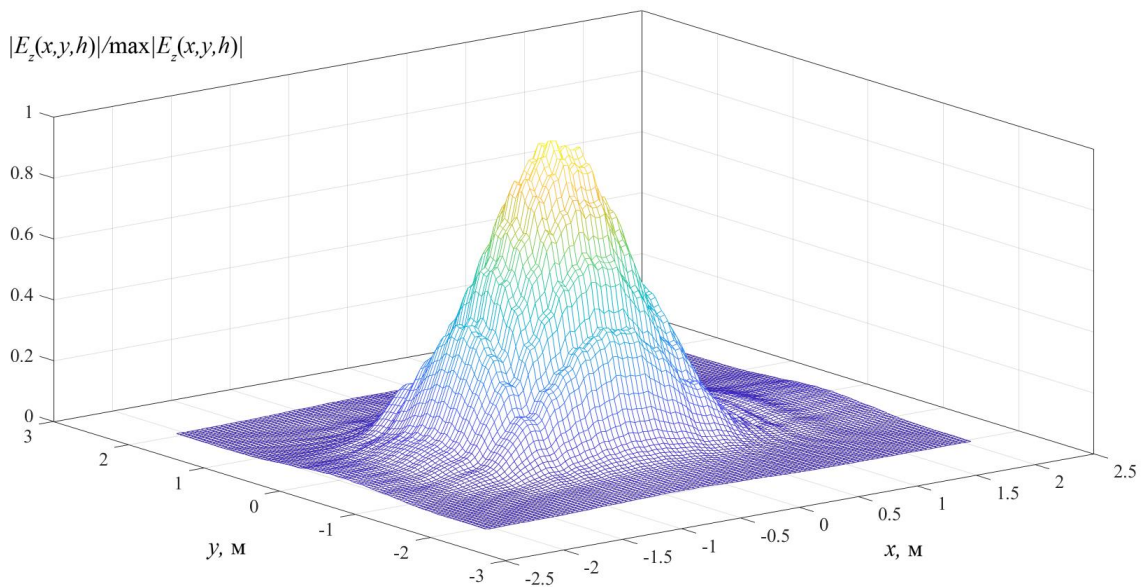


Рис. 1. Амплитудное распределение напряженности поля в ближней зоне приемной АФАР.

На рис. 2 приведены объемные теоретическая ДН (левое поле), полученная апертурным методом, и ДН модели «измеренной» АФАР при параллельном размещении плоскостей раскрыва и движения зондирующей антенны (правое поле).

Из анализа результатов, представленных на рис. 2 и 3, следует, что в окрестностях главного луча и первых боковых лепестков теоретическая ДН и ДН, полученная при пересчете, совпали с графической точностью. Незначительные расхождения наблюдаются в областях, где уровень боковых лепестков теоретической ДН ниже -40 дБ.

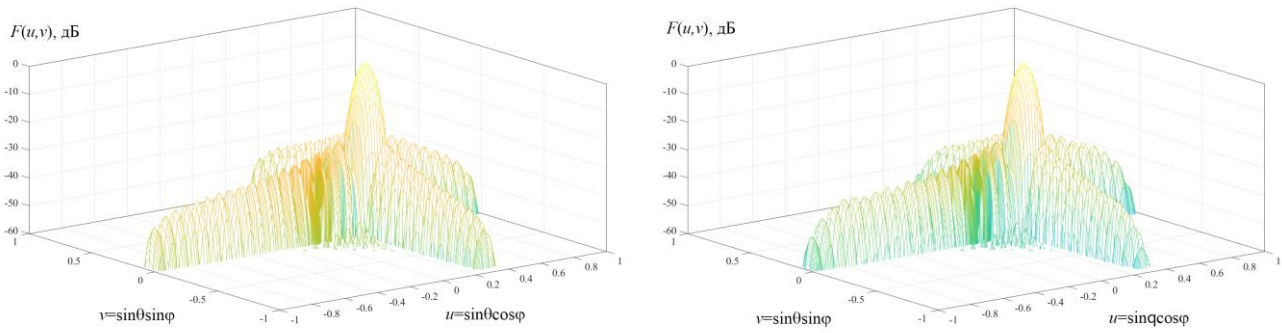


Рис. 2. Объемные ДН АФАР: теоретическая ДН – левое поле, построенная по распределению поля в ближней зоне – правое поле.

На рис. 3 приведены главные сечения теоретической ДН и ДН, построенной по распределению в ближней зоне (красным и синим цветом соответственно).

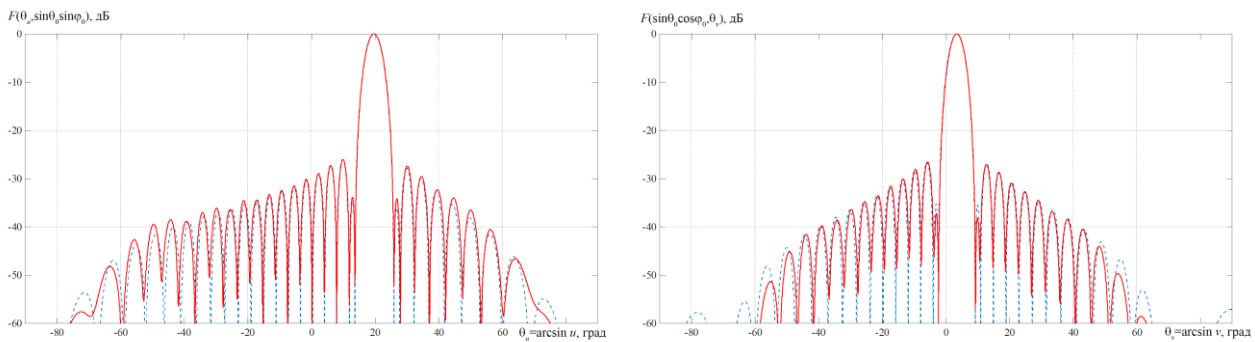


Рис. 3. Главные сечения ДН: левое поле – горизонтальные, правое – вертикальные; график синим цветом – теоретическая ДН, график красным цветом – результат пересчета поля.

Далее при проведении численных исследований моделировались отказы антенных элементов раскрыва АФАР, наклон плоскости раскрыва АФАР относительно плоскости движения зондирующей антенны и случайные ошибки установки фаз каналов в диапазоне $\pm 15^\circ$. Соответствующие результаты продемонстрированы на рис. 4–6. Обозначения на данных рисунках совпадают с введенными ранее на рис. 1–3 соответственно.

Из сопоставления объемных ДН на рис. 5 следует, что структура и уровни боковых лепестков в объемных ДН при идентичных комплексных весовых коэффициентах в теоретической и пересчитанной ДН подобны.

В то же время некачественная юстировка плоскостей раскрыва и

зондирования приводит не только к уходам лучей, но и к существенным отклонениям в уровнях боковых лепестков, затрудняющим сопоставление главных сечений на рис. 6.

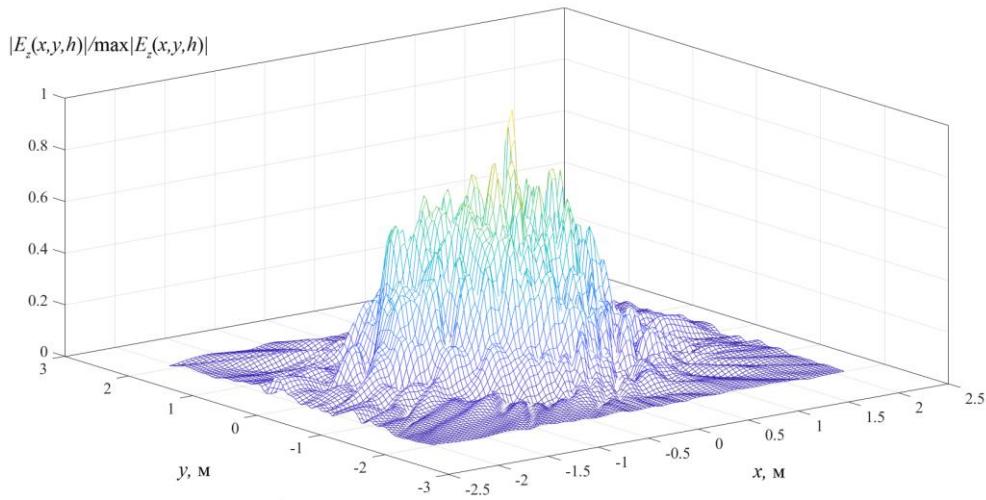


Рис. 4. Амплитудное распределение напряженности поля в ближней зоне приемной АФАР с учетом отказов антенных элементов, ошибок калибровки и неколлинеарности плоскостей раскрыва АФАР и зондирования.

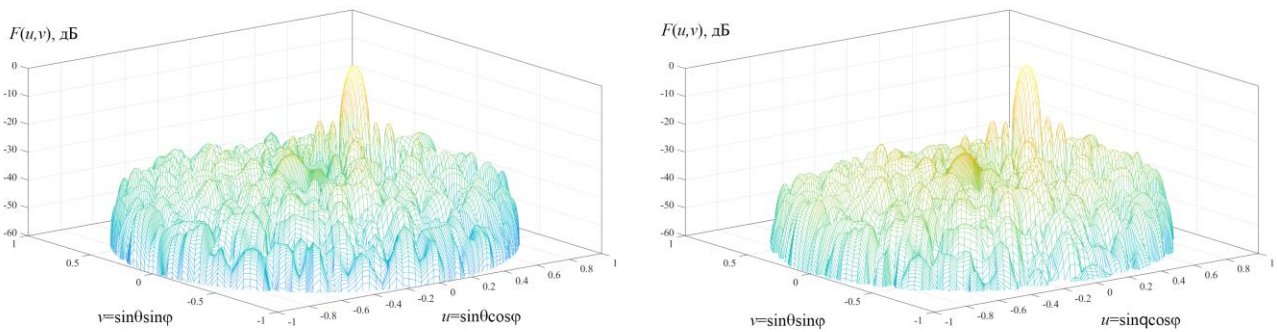


Рис. 5. Объемные ДН АФАР с учетом отказов и ошибок: теоретическая ДН – левое поле, построенная по распределению поля в ближней зоне – правое поле.

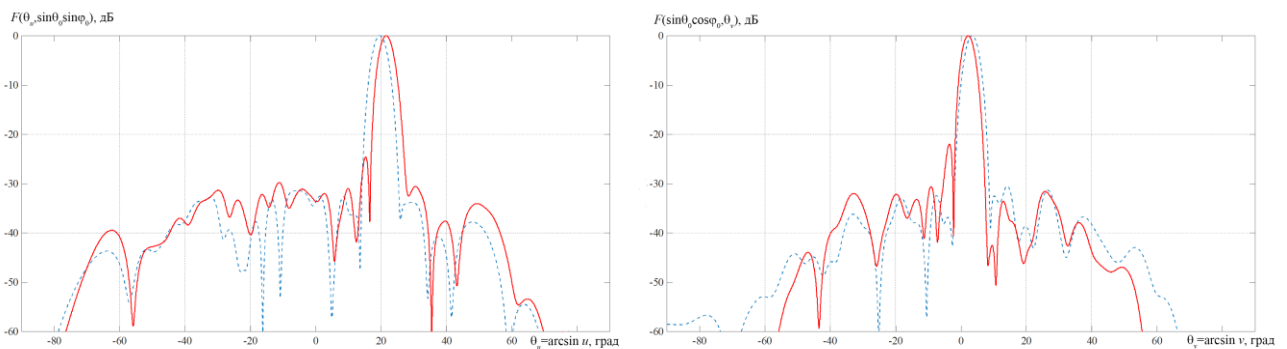


Рис. 6. Главные сечения ДН для примера с отказами и ошибками: левое поле – горизонтальные, правое – вертикальные; график синим цветом – теоретическая ДН, график красным цветом – результат пересчета поля.

Приведенные примеры демонстрируют корректность разработанной математической модели комплекса для измерения параметров антенн голографическим методом.

В разработанной модели можно учесть отказы каналов АФАР, ошибки калибровки и юстировки антенн и их влияние на результаты измерений в сжатые сроки в отличие от стандартных пакетов электродинамического моделирования.

Кроме того, предлагаемая модель позволяет выполнить анализ результатов фрагментов больших или мощных передающих АФАР, измерения которых могут производиться только по частям или при частичном включении антенных элементов раскрыва на излучение.

Заключение

1. Предложенный инструмент для оперативного контроля характеристик измеряемой плоской АФАР при проведении измерений ближнего поля голографическим методом в виде математической модели измерительного комплекса характеристик вибраторных антенн в ближней зоне основан на аналитических соотношениях для расчета ближнего поля вибраторов и не требует их сегментации.

2. Проведенные исследования показали работоспособность математической модели и возможность ее широкого использования при проектировании и проведении экспериментальных измерений характеристик направленности АФАР.

Литература

1. Бахрах Л.Д., Кременецкий С.Д., Курочкин А.П., Усин В.А., Шифрин Я.С. *Методы измерения параметров излучающих систем в ближней зоне.* Ленинград, Наука. 1985. 272 с.
2. Банков С.Е., Грибанов А.Н., Курушин А.А. *Электродинамическое моделирование антенных и СВЧ структур с использованием FEKO.* Москва, OneBook. 2013. 420 с.

3. Гончаренко И.В. *Компьютерное моделирование антенн. Все о программе ММАНА*. Москва, ИП РадиоСофт, Журнал «Радио». 2002. 80 с.
4. *Сверхширокополосный автоматизированный измерительно-вычислительный комплекс для измерения СВЧ параметров ТМСА-12Б2. Часть 2 (ближняя зона). Руководство по эксплуатации*. С.-Пб., ООО НПП «Трим». 2007. 111с.
5. Агеев П.А., Ломовская Т.А., Алексеев О.С., Синани А.И., Мосейчук Г.Ф., Малай И.М. Способ измерения характеристик диаграммы направленности активной/пассивной фазированной антенной решетки. Патент 2526891 РФ, МПК G01R 29/10/. № 2013121175; заявл. 07.05.2013; опубл. 27.08.2014.
6. Ларин А.Ю., Литвинов А.В., Мищенко С.Е., Поляков А.О., Помысов А.С., Шацкий В.В. Способ измерения комплексных амплитуд возбуждения каналов фазированной антенной решетки по измерениям в ближней зоне. Пат. № 2682585 РФ, МПК H01Q 3/26/ / № 2018103856; заявл. 31.01.2018; опубл. 19.03.2019.
7. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. *Антенны*. Москва, Энергия. 1975. 528 с.
8. Морс Ф.М., Фешбах Г. *Методы теоретической физики, т.1*. Москва, Изд-во иностранной литературы. 1958. 930 с.
9. Лавров Г.А. *Взаимное влияние вибраторных антенн*. Москва, Связь. 1975. 128 с.
10. Вендик О.Г., Парнес М.Д. *Антенны с электронным движением луча (введение в теорию)*. Москва, Сайнс-Пресс. 2002. 232 с.

Для цитирования:

Атрохов В.Н., Литвинов А.В., Мищенко С.Е., Шацкий В.В. Математическая модель измерительного комплекса для определения внешних параметров вибраторных активных фазированных антенных решеток в ближней зоне. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2021. №4. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.4.2>