

УДК 621.396.67

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ БИФОКАЛЬНЫХ ЛИНЗВ. А. Калошин¹, Х. Д. Нгием²¹ Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова Российской академии наук, 125009, г. Москва, ул. Моховая д. 11, стр.7² Московский физико-технический институт (ГУ), 141700, Москов. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер. 9

Статья поступила в редакцию 8 августа 2018 г.

Аннотация. Развита методика синтеза диэлектрических бифокальных линз, преобразующих две расходящиеся цилиндрические волны в сходящиеся или плоские. Методика основана на известном подходе с заданием начального участка поверхности линзы и последовательного нахождения других участков. Методика обеспечивает гладкость полученного решения. В качестве примера проведен синтез трех вариантов бифокальных линз с разными наборами параметров и анализ их аберраций. С использованием метода конечных элементов проведено численное исследование характеристик сканирования планарной бифокальной линзовой антенны.

Ключевые слова: диэлектрические линзы, бифокальные линзы, планарные линзы, аберрации, сканирование.

Abstract. A technique is developed for the synthesis of dielectric bifocal lenses that convert two divergent cylindrical waves into convergent or flat ones. The technique is based on the well-known approach with setting the initial portion of the lens surface and sequentially finding other areas. The technique ensures the smoothness of the obtained solution. As an example, we synthesized three variants of bifocal lenses with different sets of parameters and an analysis of their aberrations. Analysis of aberrations showed that the lens, which forms flat fronts at the output, has a mean-square aberration of $1.25 \cdot 10^{-4}$, and for a lens with symmetrical focal curves it is $1.5 \cdot 10^{-3}$. Using the finite element method, a numerical study of the scanning characteristics of a planar bifocal

lens antenna was carried out. A numerical experiment was performed to confirm the scanning properties of the synthesized lenses. A cylindrical dielectric bifocal antenna with a width of 160 mm and a height of 3.4 mm was located inside a planar metal waveguide of the same height and was excited by an H- sectorial horn with an input section of 7.2×3.4 mm and an output cross-section of 13×3.4 mm at a frequency of 37.5 GHz. The geometry of the focal curve was obtained by optimization by the criterion of maximum gain. In this case, the direction of the axis of the horn radiator was also optimized. Losses in metal and dielectric were not taken into account in the calculation. The antenna efficiency is more than 0.8 in the sector of angles ± 25 degrees, which considerably exceeds the sector of angles between the directions of formation of ideal flat fronts (± 13 degrees).

Key words: dielectric lenses, bifocal lenses, planar lenses, aberrations, scanning.

Введение

Задача синтеза диэлектрической бифокальной линзы, формирующей на выходной поверхности два плоских волновых фронта, рассматривалась многими авторами [1 - 8]. Для решения задачи использовалась методика синтеза, предложенная в работах [1, 2] и развитая в работах [3, 4]. Эта методика основана на нахождении узловых (опорных) точек, в которых с использованием законов геометрической оптики находятся нормали к поверхности линзы, удовлетворяющие условиям фокусировки. Затем, путем интерполяции определяются поверхности линзы. Недостатком такого подхода является априори приближенный характер полученного решения. При этом также остается открытым вопрос о сходимости соответствующего алгоритма при увеличении числа опорных точек с целью повышения точности решения задачи.

В работах Б.Е.Кинбера с соавторами [9] была предложена методика решения задачи синтеза двухзеркальной системы, преобразующей две расходящиеся сферические или цилиндрические волны в сходящиеся или плоские, основанная на

известном подходе к решению дифференциальных уравнений с запаздывающим (отклоняющимся) аргументом [10]. В работе [9] приведены также соответствующие уравнения для синтеза бифокальной диэлектрической линзы. Методика основана на задании начального участка поверхности зеркала или линзы и затем последовательного нахождения других участков. Для получения гладкого решения приведены условия сопряжения с требованием непрерывности функций, описывающих поверхности, а также их производных на границах этих участков. К сожалению, эта методика была реализована только для одного частного случая двумерной двухзеркальной системы с практическим полным отсутствием описания полученного решения [11]. Кроме того, в этих работах отсутствует ответ на вопрос о выборе начального участка.

В трехмерном случае с использованием близкой методики в работе [12] было получено приближенное решение задачи синтеза бифокальной двухзеркальной антенны.

В данной работе на основе аналогичного подхода развита методика точного решения задачи синтеза двумерных (цилиндрических) бифокальных диэлектрических линз в приближении геометрической оптики, приведены примеры синтезированных линз и проведен анализ их aberrаций. С использованием метода конечных элементов для случая планарной бифокальной линзовой антенны, формирующей два идеальных плоских фронта, проведен численный эксперимент, в результате которого получены характеристики сканирования при перемещении рупорного облучателя по оптимизированной фокальной кривой.

Синтез бифокальных линз

Рассмотрим двумерную задачу синтеза диэлектрической бифокальной линзы, с каждой стороны которой расположены два симметричных относительно оси x (рис. 1) фокуса (точки идеальной фокусировки). Линза фокусирует поле источника цилиндрической волны, расположенного в одном из двух фокусов

(точка F_1 или F_2 , рис.1) слева от линзы, соответственно, в фокус F_1' или F_2' справа от линзы или наоборот.

Предположим, что лучи из точек идеальной фокусировки F_1 и F_2 , проходящие через центр линзы (точку O), пересекают первую (входную) поверхность линзы в точках A и C , а вторую (выходную) – в точках B и D , соответственно. Зададим начальный участок (AC) в центре поверхности 1 в виде параболической функции: $x_1(y)=a_0+a_2y^2$ ($-h_1 \leq y \leq h_1$), а центральный участок поверхности 2 (DB) в виде параболической функции: $x_2(y)=b_0+b_2y^2$ ($-h_2 \leq y \leq h_2$). Пусть $y_A=-h_1$; $x_A=x_1(-h_1)$; $y_C=h_1$; $x_C=x_1(h_1)$; $y_B=h_2$; $x_B=x_2(h_2)$; $y_D=-h_2$; $x_D=x_2(-h_2)$; $\alpha_A = \arctg(y_A/x_A)$ - угол между осью x и центральным лучом, проходящим через точки A и B ; $\gamma_A = \arctg(-x_1'(y_A))$ - угол между осью x и

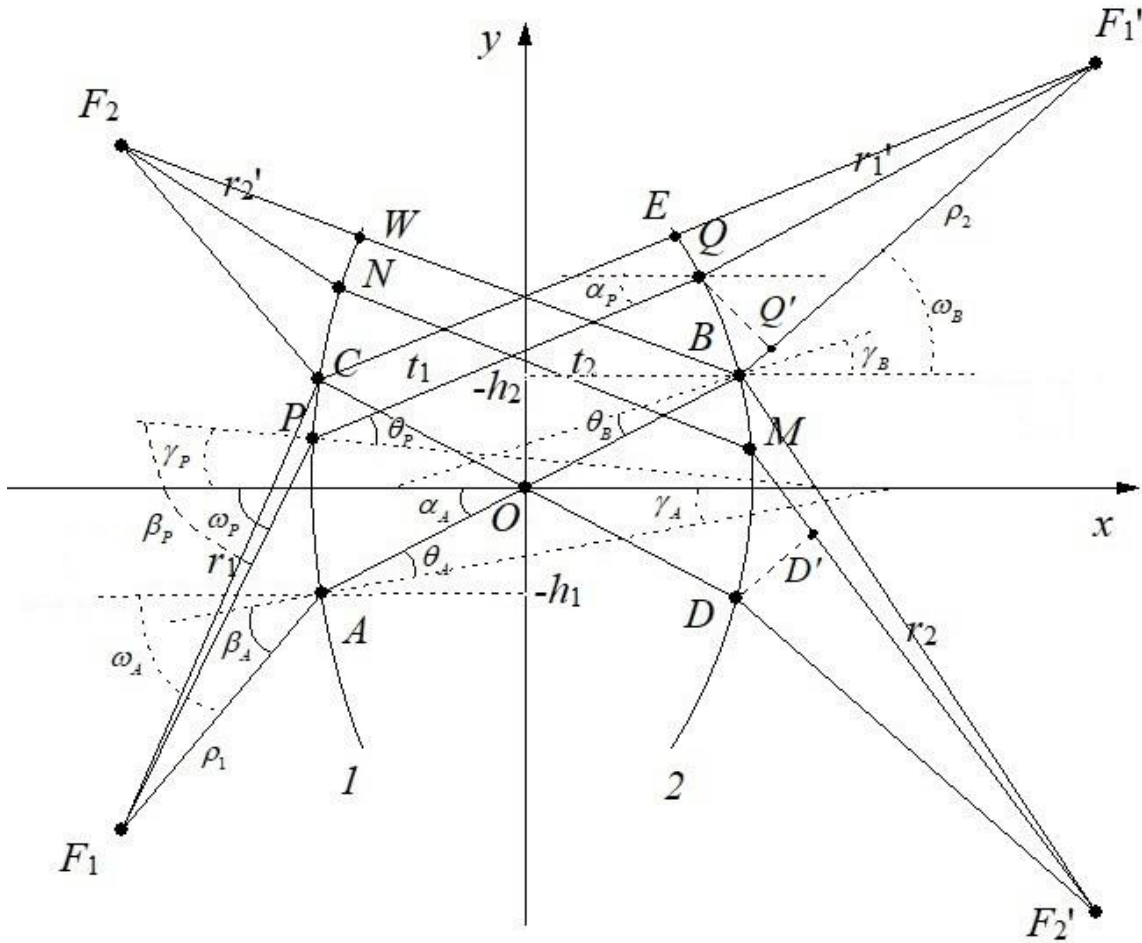


Рис. 1. Диэлектрическая бифокальная линза.

нормалью к поверхности 1 в точке A ; $\theta_A = \alpha_A - \gamma_A$ - угол между нормалью к поверхности 1 и преломленным лучом, выходящим из фокуса F_1 ;

$\beta_A = \arcsin(n \sin \theta_A)$ - угол между падающим лучом и нормалью к поверхности 1 в точке A , $\omega_A = \beta_A + \gamma_A$ - угол между осью x и падающим лучом в точке A ; $F_1A = \rho_1$ - первое фокальное расстояние;; $\gamma_B = \arctg(-x_2'(y_B))$ - угол между осью x и нормалью к поверхности 2 в точке B ; $\theta_B = \alpha_A - \gamma_B$ - угол преломления луча из фокуса F_1 в точке B ; $\beta_B = \arcsin(n \sin \theta_B)$ - угол падения луча в точке B ; $\omega_B = \beta_B + \gamma_B$ - угол между осью x и падающим лучом из точки F_1 в точке B ; $BF_1' = \rho_2$ - второе фокальное расстояние.

Из геометрии лучей на рис.1 нетрудно получить выражения для координат фокусов F_1 и F_1' :

$$x_{F_1} = x_A - \rho_1 \cos \omega_A; y_{F_1} = y_A - \rho_1 \sin \omega_A;$$

$$x_{F_1'} = x_B + \rho_2 \cos \omega_B; y_{F_1'} = y_B + \rho_2 \sin \omega_B.$$

Пусть луч из фокуса F_1 пересекает поверхность 1 в некоторой точке P в интервале $-h_1 \leq y_P \leq h_1$. Тогда угол между осью x и падающим лучом в точке P $\omega_P = \arctg\left[\frac{(y_P - y_{F_1})}{(x_P - x_{F_1})}\right]$, где $x_P = x_1(y_P)$; $\beta_P = \omega_P - \gamma_P$ - угол падения в точке P , $\gamma_P = \arctg(-x_1'(y_P))$ - угол между осью x и нормалью к поверхности 1 в точке P ; $\theta_P = \arcsin(\sin \beta_P / n)$ - угол преломления в точке P ; $\alpha_P = \theta_P + \gamma_P$ - угол между осью x и преломленным лучом в точке P .

Предположим, что преломленный луч пересекает поверхность 2 в точке Q . Координаты точки Q имеют вид:

$$x_Q = x_P + t_1 \cos \alpha_P; y_Q = y_P + t_1 \sin \alpha_P; \quad (1)$$

где - $t_1 = |PQ|$.

Для обеспечения фокусировки потребуем равенство эйконалов всех лучей, выходящих из фокуса F_1 и после прохождения линзы попадающих в точку F_1' . В результате получаем уравнение:

$$r_1 + nt_1 + r_1' = \rho_1 + \rho_2 + n|AB|; \quad (2)$$

где
$$r_1 = \sqrt{(x_P - x_{F_1})^2 + (y_P - y_{F_1})^2}; \quad |AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2};$$

$$r_1' = \sqrt{(x_Q - x_{F_1'})^2 + (y_Q - y_{F_1'})^2} = \sqrt{(x_P - x_{F_1'} + t_1 \cos \alpha_P)^2 + (y_P - y_{F_1'} + t_1 \sin \alpha_P)^2}$$

Перегруппируя и возводя обе части уравнения (2) в квадрат, получаем:

$$(1 - n^2)t_1^2 + 2Gt_1 + J = 0; \quad (3)$$

где
$$G = (x_P - x_{F_1'}) \cos \alpha_P + (y_P - y_{F_1'}) \sin \alpha_P + n(l_o - r_1); \quad l_o = \rho_1 + \rho_2 + n|AB|;$$

$$J = (x_P - x_{F_1'})^2 + (y_P - y_{F_1'})^2 - (l_o - r_1)^2.$$

Решение уравнения (3) имеет вид:

$$t_1 = -G \pm \sqrt{G^2 - J(1 - n^2)} / (1 - n^2) \quad (4)$$

Знак « \pm » в (4) выбирается так, чтобы значение t_1 было положительным. После определения t_1 из (4), находим x_Q и y_Q из (1). При изменении y_P от $-h_1$ до h_1 получаем участок BE на поверхности 2.

Для определения нового участка поверхности 1, из фокуса F_2' пускаем луч, пересекающийся с поверхностью 2 в некоторой точке M , лежащей в интервале $-h_2 \leq y_P \leq h_2$. Тогда угол между осью x и падающим лучом в этой точке

$$\omega_M = \arctg \left[\frac{(y_M - y_{F_2'})}{(x_{F_2'} - x_M)} \right], \text{ где } x_M = x_2(y_M); \text{ угол падения в точке } M:$$

$$\beta_M = \omega_M - \gamma_M, \gamma_M = \arctg(x_2'(y_M)) - \text{ угол между осью } x \text{ и нормалью к}$$

поверхности 2 в точке M ; $\theta_M = \arcsin(\sin \beta_M / n)$ - угол преломления в точке M ;

$$\alpha_M = \theta_M + \gamma_M - \text{ угол между осью } x \text{ и преломленным лучом в точке } M.$$

Предположим, что преломленный линзой луч пересекает поверхность 1 в точке N . Координаты точки N имеют вид:

$$x_N = x_M - t_2 \cos \alpha_M; y_N = y_M + t_2 \sin \alpha_M; \quad (5)$$

где - $t_2 = |MN|$.

Для обеспечения фокусировки потребуем равенство эйконалов всех лучей, выходящих из фокуса F_2' и после прохождения линзы попадающих в точку F_2 . В результате, получаем уравнение:

$$r_2 + nt_2 + r_2' = \rho_1 + \rho_2 + n|AB|; \quad (6)$$

где $r_2 = \sqrt{(x_M - x_{F_2'})^2 + (y_M - y_{F_2'})^2}$;

$$r_2' = \sqrt{(x_N - x_{F_2})^2 + (y_N - y_{F_2})^2} = \sqrt{(x_M - x_{F_2} - t_2 \cos \alpha_M)^2 + (y_M - y_{F_2} + t_2 \sin \alpha_M)^2}$$

Перегруппируя и возводя обе части уравнения (6) в квадрат, получаем:

$$(1 - n^2)t_2^2 + 2Kt_2 + H = 0; \quad (7)$$

где $K = (x_{F_2} - x_M) \cos \alpha_M + (y_M - y_{F_2}) \sin \alpha_M + n(l_o - r_2)$;

$$H = (x_M - x_{F_2'})^2 + (y_M - y_{F_2'})^2 - (l_o - r_2)^2.$$

Решение уравнения (7) имеет вид:

$$t_2 = -K \pm \sqrt{K^2 - H(1 - n^2)} / (1 - n^2) \quad (8)$$

Знак « \pm » в (8) выбирается так, чтобы значение t_2 было положительным. После определения t_2 , из (8) находим x_N и y_N из (5). При изменении y_M от $-h_2$ до h_2 получаем участок CW на поверхности 1.

Затем снова из фокуса F_1 пускаем на поверхность 1 луч, пересекающий ее в найденном выше участке CW , определяем новый участок поверхности 2. Затем из фокуса F_2' пускаем на поверхность 2 луч и т.д.

В качестве примера использования описанной выше методики были синтезированы три бифокальные линзы с коэффициентом преломления среды $n=1.6$, величиной апертуры $D=1$ и различными величинами фокусных расстояний ρ_1, ρ_2 и толщины d_0 : 1) $\rho_2 = \rho_1 = 0.6667, d_0 = 0.6667$ 2) $\rho_1=0.6667, \rho_2 = 3\rho_1, d_0 = 0.6667$ 3) $\rho_1=0.5367, \rho_2 = \infty, d_0=0.6802$.

Анализ бифокальных линз

Для анализа качества синтезированных линз вычислялась нормированная среднеквадратическая аберрация (СКА) эйконала на выходе линзы:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (L_i - L_0)^2 / N}; \quad (9)$$

где L_i – длина оптического пути луча с номером i от источника до точки фокусировки; L_0 – длина центрального луча; $N = 100$ – число учтенных лучей.

Значение параметров центральных участков поверхностей линзы $a_0, a_2, h_1, b_0, b_2, h_2$ и угловое положение фокусов оптимизируются так, чтобы величина СКА в заданном угле зрения была наименьшей (в данной работе оптимизируем для угла 40 радусов). В результате оптимизации получаем следующие оптимальные параметры:

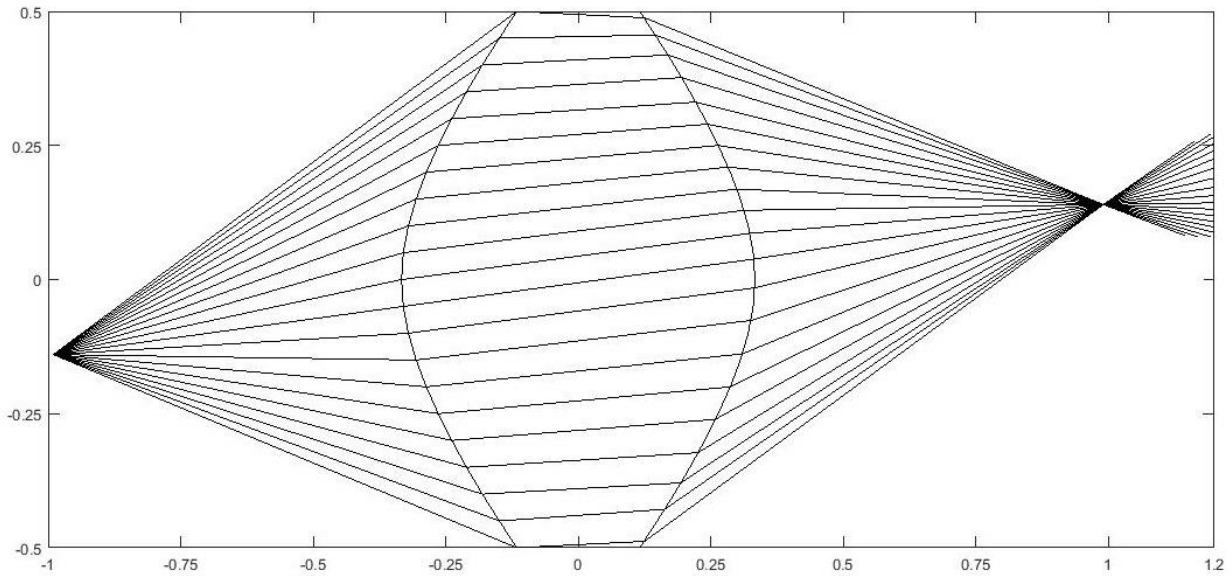
- для линзы с симметричными фокальными кривыми: $a_0=-b_0=-0.3333; a_2=-b_2=1.2939; h_1=h_2=0.0441$; , угловое положение фокусов ± 12 градусов;

- для линзы с отношением фокальных расстояний 1:3: $a_0=-0.3333; a_2=0.6; h_1=0.06; b_0=0.3344; b_2=-0.9; h_2=0.06$; угловое положение фокусов ± 14.4 градусов;

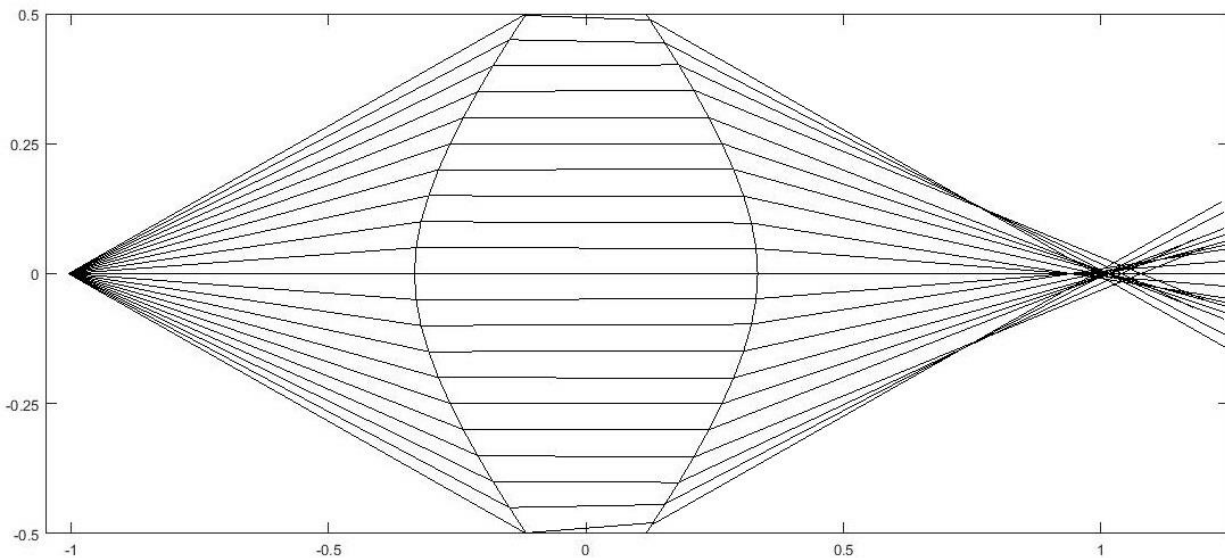
- для линзы, формирующей на выходе плоские фронты: $a_0=-0.3401; a_2=0.4945; h_1=0.0582; b_0=0.3424; b_2=-0.673; h_2=0.0582$; угловое положение фокусов ± 13 градусов.

На рис. 2 показана геометрия синтезированной линзы с симметричными фокальными кривыми и ход лучей для положения источника в фокусе линзы (рис. 2а) и в центре фокальной кривой (рис. 2б). Зависимость нормированной СКА

линзы с симметричными фокальными кривыми от угла зрения показана на рис. 5 (кривая 1).

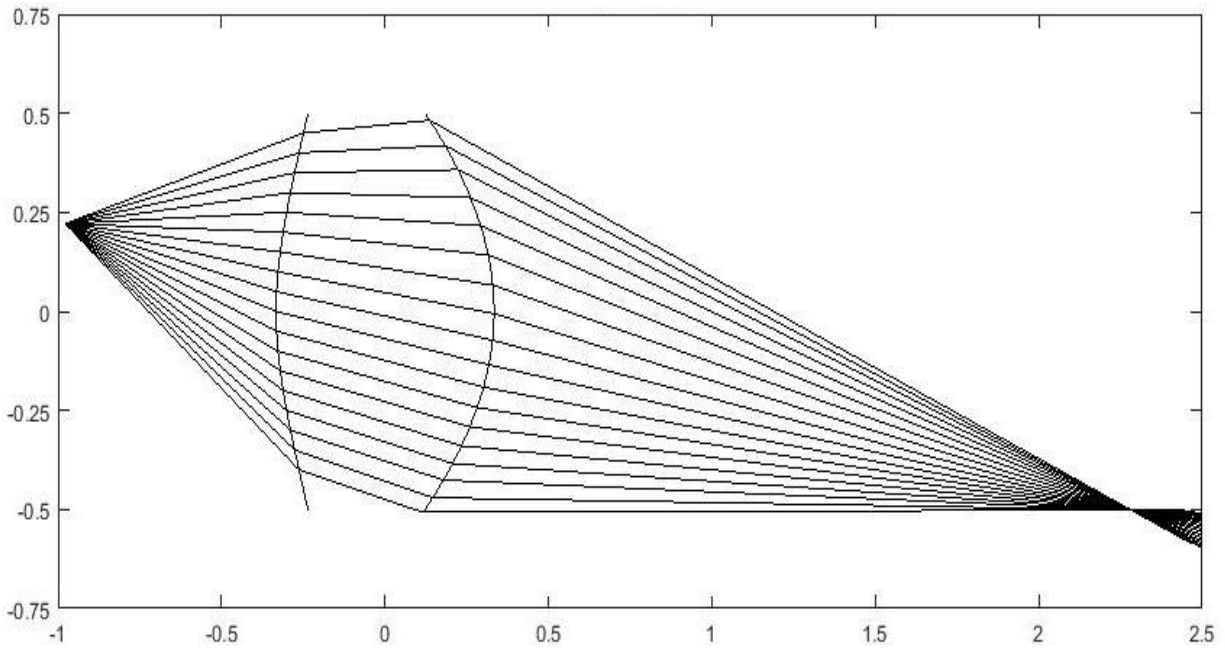


а) источник в фокусе

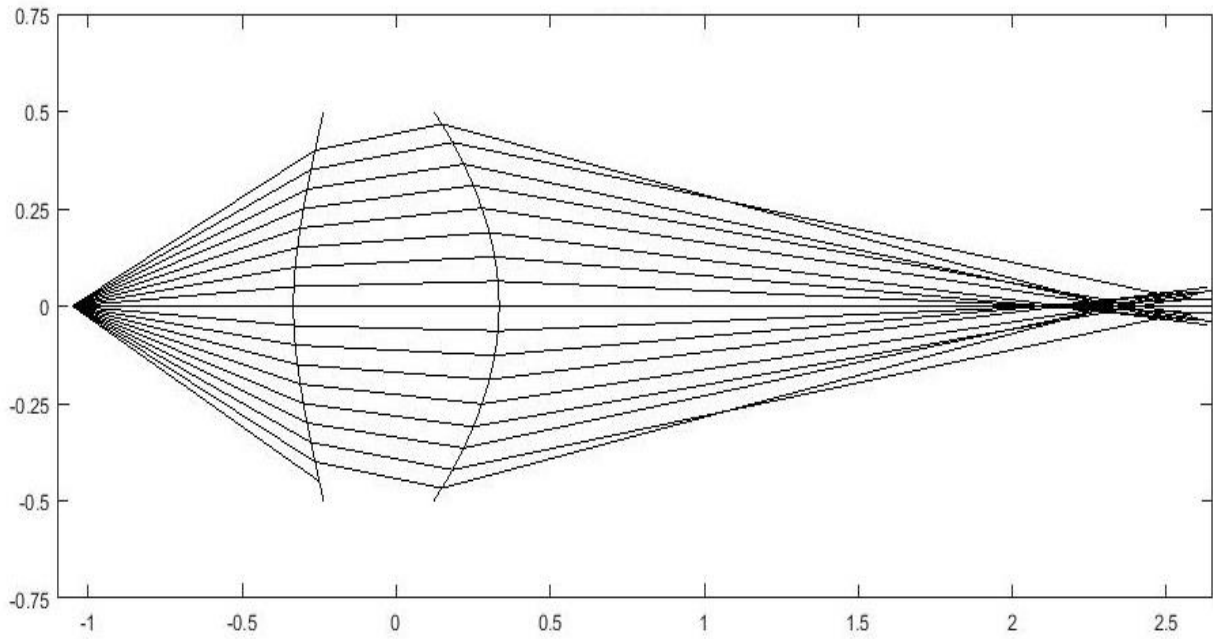


б) источник в центре фокальной кривой

Рис. 2. Геометрия диэлектрической бифокальной линзы с симметричными фокальными кривыми и ход лучей.



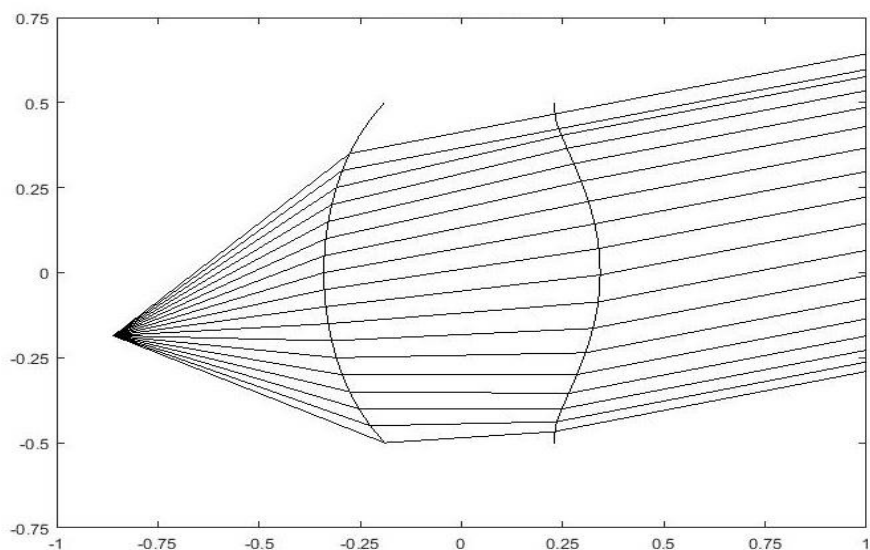
а) источник в фокусе



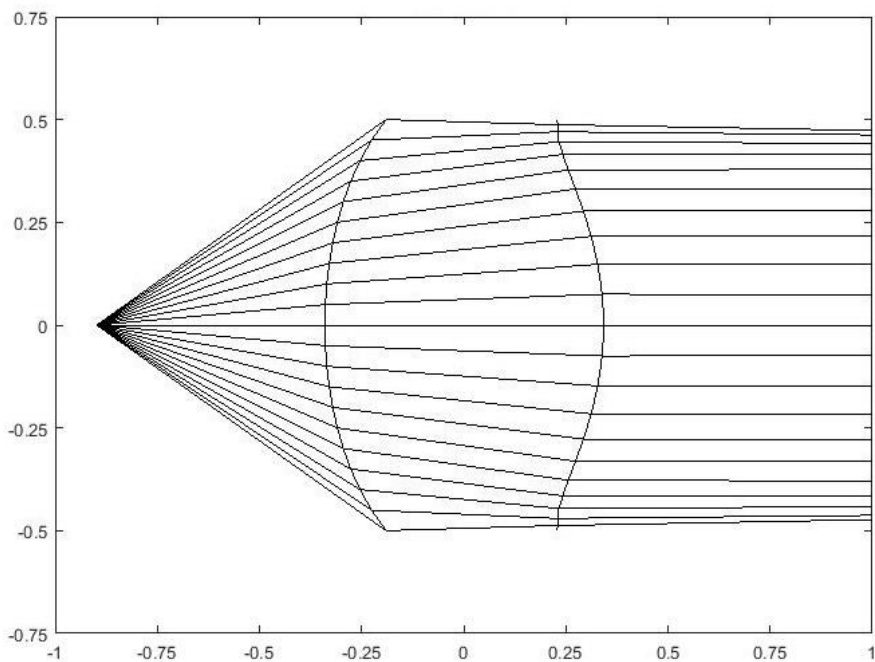
б) источник в центре фокальной кривой

Рис. 3. Геометрия диэлектрической бифокальной линзы с отношением фокальных расстояний 1:3 и ход лучей.

На рис. 3 показана геометрия синтезированной диэлектрической бифокальной линзы с отношением фокальных расстояний 1:3 и ход лучей для положения источника в фокусе линзы (рис. 3а) и в центре фокальной кривой (рис. 3б). Зависимость нормированной СКА линзы с отношением фокальных расстояний 1:3 от угла показана на рис. 5 (кривая 2).



а) источник в фокусе



б) источник в центре фокальной кривой

Рис. 4. Геометрия диэлектрической бифокальной линзы, формирующей плоские фронты и ход лучей.

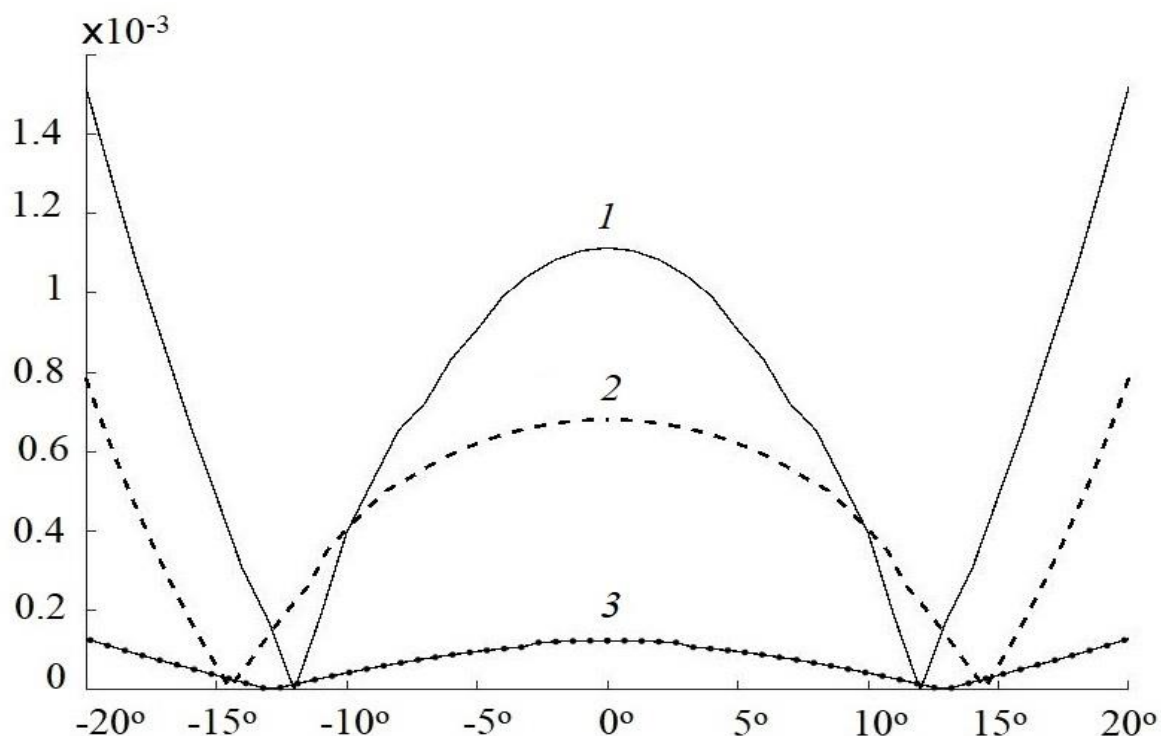


Рис. 5. Зависимость нормированной СКА от угла зрения диэлектрических бифокальных линз. Кривая 1 – для линзы с симметричными фокальными кривыми, кривая 2 – для линзы с отношением фокальных расстояний 1:3, кривая 3 – для линзы, формирующей плоские фронты.

На рис. 4 показаны геометрия синтезированной диэлектрической бифокальной линзы, формирующей плоские фронты и ход лучей для положения источника в фокусе линзы (рис. 4а) и в центре фокальной кривой (рис. 4б). Зависимость нормированной СКА диэлектрической бифокальной линзы, формирующей плоские фронты от угла зрения, показана на рис. 5 (кривая 3).

Как видно на рис. 5, линза, формирующая на выходе плоские фронты, имеет минимальное значение СКА ($1.25 \cdot 10^{-4}$), а линза с симметричными фокальными кривыми – максимальное значение ($1.5 \cdot 10^{-3}$).

Для подтверждения сканирующих свойств синтезированных линз был проведен численный эксперимент. Цилиндрическая диэлектрическая бифокальная антенна шириной 160 мм и высотой 3.4 мм располагалась внутри планарного металлического волновода той же высоты и возбуждалась *H*-секториальным

рупором с входным сечением 7.2×3.4 мм и выходным сечением 13×3.4 мм на частоте 37.5 ГГц.

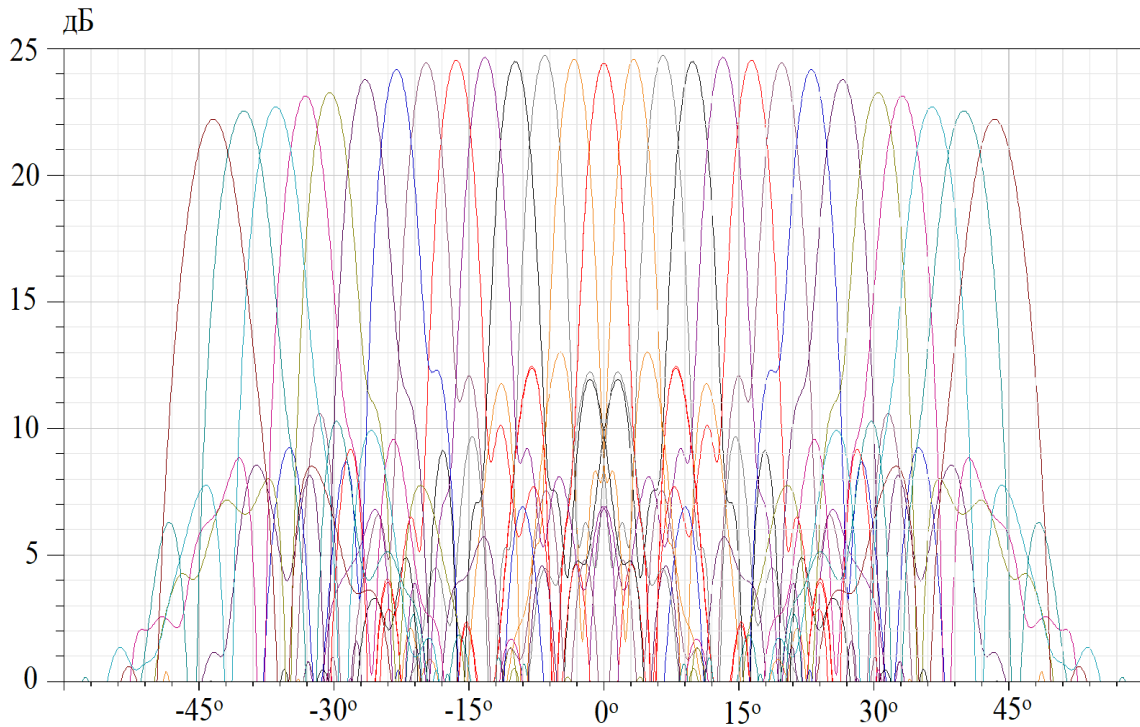


Рис. 6. Зависимость коэффициента усиления бифокальной линзовой антенны от угла сканирования

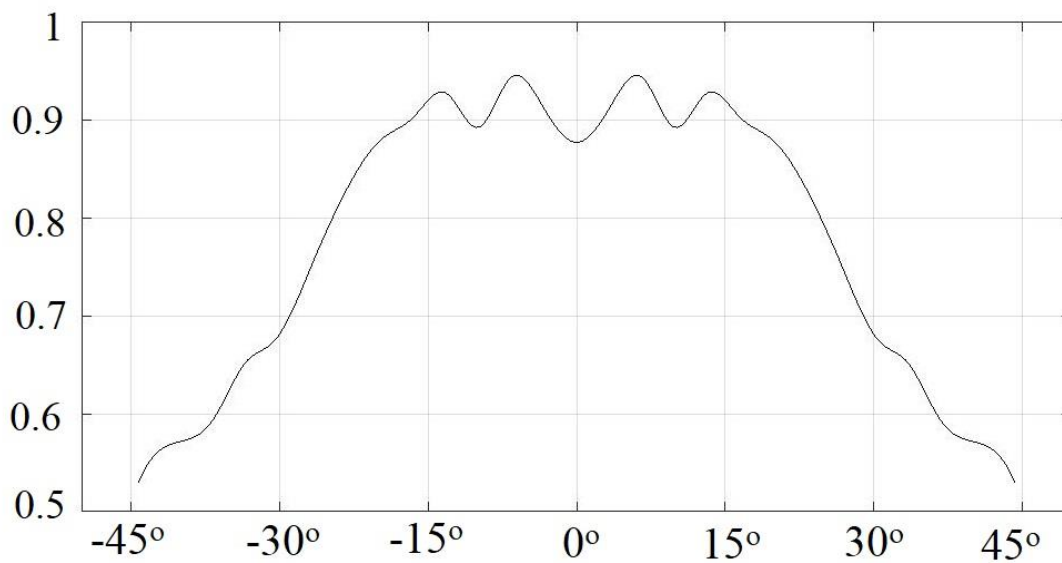


Рис. 7. Зависимость КИПа бифокальной линзовой антенны от угла сканирования

На рис. 6 показаны диаграммы направленности антенны при перемещении рупорного облучателя по фокальной кривой для частоты 37.5 ГГц. Расчет проводился методом конечных элементов. Геометрия фокальной кривой была получена путем оптимизации по критерию максимального усиления. При этом также оптимизировалось направление оси рупорного облучателя. Потери в металле и диэлектрике при расчете не учитывались.

На рис.7 приведены зависимости коэффициента использования поверхности (КИП) бифокальной линзовой антенны от угла сканирования.

Следует отметить высокий уровень КИПа (более 0.8) в секторе углов ± 25 градусов, что значительно превышает сектор углов между направлениями формирования идеальных плоских фронтов (± 13 градусов). Постепенное уменьшение КИПа с увеличением угла сканирования объясняется как увеличением аберраций, так и уменьшением эквивалентной апертуры.

Заключение

Как показал анализ аберраций синтезированных бифокальных линз, развитая в работе методика позволяет получать точное решение задачи синтеза бифокальной линзы с заданными параметрами. Численное исследование характеристик сканирования электродинамической модели бифокальной линзовой антенны подтвердило ее широкий угол зрения.

Литература

1. R. Brown. Dielectric bifocal lenses // IRE International Convention Record, vol. 4, part 1, Mar. 1956. pp. 180-187.
2. R.L.Stenberg. J. Math. Phys., 1956. V.34. P.29.
3. F. S. Holt and A. Mayer. A design procedure for dielectric microwave lenses of large aperture ratio and large scanning angle // IRE Trans. Antennas and Propag., 1957. V. 5, no. 1, pp. 25–30.

4. A.L. Peebles. A dielectric bifocal lens for multi-beam antenna applications // IRE Trans. Antennas and Propag., 1988. V. 36, part 5, pp. 599 - 606.
5. Е.Г.Зелкин, Р.А. Петрова. Линзовые антенны. М.: Сов. Радио. 1974. - с 279.
6. Zhe Wang, Jianhua Deng and Bing-Zhong Wang. Equivalent optical design of the bifocal lens antenna in passive millimeter imaging system, 2010 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology // 2010 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology, pp. 1739 - 1742, July 2010.
7. Tran Vu La, Ngoc Tinh Nguyen, Massimiliano Casaletti and Ronan Sauleau. Design of medium-size dielectric bifocal lenses for wide-angle beam scanning antennas // 2012 6th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP), pp. 3287 - 3291, June 2012.
8. H. Gulan, S. Marahrens, C. Rusch, B. Goettel and T. Zwick. Bifocal wide angle lens with optimized construction algorithm for 60 GHz // 2014 International Workshop on Antenna Technology: Small Antennas, Novel EM Structures and Materials, and Applications (iWAT), pp. 43 – 46, November 2014.
9. Б.Е.Кинбер, В.И.Классен, В.И.Стеблин, Теория трехмерных бифокальных антенн // РЭ. 1983. Т. №8. С.1509 – 1517.
10. Л.Э.Эльсгольц, С.Б.Норкин. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. М.: Наука. 1971.
11. Б.Е.Кинбер, В.И.Классен, А.В.Шишлов, А.К.Тоболев. Гибридные и полифокальные антенны. Обзор // Антенны. 1987. Вып. 34. С. 3- 24.
12. Plastikov A.N. A High-Gain Multi-beam Bifocal Reflector Antenna with 40° Field of View for Satellite Ground Station Applications // IEEE Trans. on Antennas and Propag. 2016. V. 64. N.7. P. 3251 – 3254.

Для цитирования:

В. А. Калошин, Х. Д. Нгием. Синтез и анализ диэлектрических бифокальных линз. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. №8. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/aug18/17/text.pdf>
DOI 10.30898/1684-1719.2018.8.17