

УДК 538.9; 537.63

## ОСЦИЛЛЯЦИИ ТОКА В КВАНТОВЫХ КОЛЬЦАХ СО СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

П. М. Шмаков, П. С. Алексеев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук

Получена 11 декабря 2012

**Аннотация.** В работе изучена динамика тока, возникающего при внезапном переключении магнитного поля в квантовом кольце со спин-орбитальным взаимодействием вследствие сохранения углового момента.

**Ключевые слова:** квантовые кольца, спин-орбитальное взаимодействие, влияние магнитного поля.

**Abstract:** In the paper the dynamic of current appearing due to the sudden switching of magnetic field in the quantum ring with spin-orbital interaction as a result of angular momentum saving is investigated.

**Key words:** quantum ring, spin-orbital interaction, influence of magnetic field.

В работе [1] было показано, что в квантовых кольцах, помещенных в магнитное поле, может существовать равновесный незатухающий ток (persistent current). С тех пор этому вопросу было посвящено большое количество теоретических работ ([2-5] и другие). В недавней работе [6] эти токи наблюдались экспериментально. При этом динамике таких токов посвящено гораздо меньше работ (см., например, [7]). Во всех этих работах предполагалась, что система выводится из равновесия лазерным импульсом.

Настоящая работа посвящена неравновесным токам, возникающим в кольце со спин-орбитальным взаимодействием после внезапного переключения

магнитного поля. Мы показываем, что в этих условиях после переключения поля возникают осциллирующий ток, и находим его частоту и амплитуду.

Мы начинаем с описания стационарных состояний электрона в одноканальном баллистическом кольце со спин-орбитальным и зеемановским взаимодействием. Гамильтониан электрона в таком кольце имеет вид:

$$\hat{H} = \hat{H}_{kin} + \hat{H}_Z + \hat{H}_{SO}, \quad (1)$$

Здесь  $\hat{H}_{kin}$  – кинетическая энергия:

$$\hat{H}_{kin} = -\frac{\hbar^2}{2mR^2} D_\varphi^2, \quad (2)$$

где  $D_\varphi = \partial/\partial\varphi + i\phi$ ,  $\varphi$  – угловая координата электрона в кольце,  $\hat{H}_Z$  и  $\hat{H}_{SO}$  описывают зеемановское взаимодействие с однородным внешним полем и спин-орбитальное взаимодействие, обусловленное аксиально-симметричным встроенным полем:

$$\hat{H}_Z = \frac{1}{2} \hbar\omega_Z \hat{\sigma}_z, \quad (3)$$

$$\hat{H}_{SO} = -i\xi \frac{\hbar^2}{2mR^2} \left\{ \begin{bmatrix} -\cos\theta & \sin\theta e^{-i\varphi} \\ \sin\theta e^{i\varphi} & \cos\theta \end{bmatrix}, D_\varphi \right\}. \quad (4)$$

Здесь  $\hbar\omega_Z$  – энергия зеемановского расщепления,  $\theta$  – угол между встроенным полем и плоскостью кольца,  $\xi$  – безразмерный параметр, характеризующий силу спин-орбитального взаимодействия,  $\{\dots\}$  – антикоммутиатор.

Задача изучается в квазиклассическом случае ( $k_F L \gg 1, \xi \ll k_F L$ ), в котором роль спин-орбитального взаимодействия сводится к вращению спина электрона в эффективном магнитном поле, меняющемся вдоль траектории электрона. Стационарные волновые функции и уровни энергии в этом случае имеют вид:

$$\psi_{n\pm}^{(1)}(\varphi) = \frac{e^{\pm i n \varphi}}{\sqrt{2\pi}} \begin{bmatrix} \cos \vartheta_{\pm}/2 \\ -\sin \vartheta_{\pm}/2 e^{i\varphi} \end{bmatrix}, \quad \psi_{n\pm}^{(2)}(\varphi) = \frac{e^{\pm i n \varphi}}{\sqrt{2\pi}} \begin{bmatrix} \sin \vartheta_{\pm}/2 e^{-i\varphi} \\ \cos \vartheta_{\pm}/2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$E_{n+}^{(1)} = \Delta(n + \phi - \delta_+), \quad E_{n-}^{(1)} = \Delta(n - \phi + \delta_-), \quad (6)$$

$$E_{n+}^{(2)} = \Delta(n + \phi + \delta_+), \quad E_{n-}^{(2)} = \Delta(n - \phi - \delta_-). \quad (7)$$

Здесь мы ввели следующие обозначения:

$$\delta_{\pm} = |\kappa_{\pm}| - \frac{1}{2}, \quad e^{i\vartheta_{\pm}} = \frac{\kappa_{\pm}}{|\kappa_{\pm}|}, \quad \kappa_{\pm} = \frac{1}{2} + \xi e^{i\theta} \mp \Omega_Z, \quad \Omega_Z = \omega_Z R / 2v_F. \quad (8)$$

Мы начнем с простого примера. Предположим, что к кольцу приложено достаточно сильное магнитное поле ( $\Omega_z \gg \max\{1, \xi\}$ , но  $\hbar\omega_Z \ll E_F$ ), так что спины электронов вблизи уровня Ферми поляризуются вдоль оси z, перпендикулярной плоскости кольца. В момент времени  $t = 0$  магнитное поле выключается ( $\Omega_z = 0$ ). Рассмотрим один из электронов, спин которого направлен вдоль оси z.

Волновая функция его начального состояния имеет вид:

$$\Psi_n^{\uparrow}(\varphi, 0) = \frac{e^{in\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \cos(\vartheta/2) \psi_{n,+}^{(1)}(\varphi) + \sin(\vartheta/2) \psi_{n+1,+}^{(2)}(\varphi). \quad (9)$$

Здесь мы опустили индексы  $\pm$  у величин  $\vartheta$  и  $\delta$ , так как при  $\Omega_Z = 0$  мы имеем  $\vartheta_+ = \vartheta_-$  и  $\delta_+ = \delta_-$ . При  $t > 0$  получаем:

$$\Psi_n^{\uparrow}(\varphi, t) = \frac{e^{in\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \begin{bmatrix} \cos(\omega t/2) + i \cos \vartheta \sin(\omega t/2) \\ e^{i\varphi} i \sin \vartheta \sin(\omega t/2) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где  $\omega = (E_{n+1,+}^{(2)} - E_{n,+}^{(2)})/\hbar = \Delta(1 + 2\delta)/\hbar$ .

Ток, текущий по кольцу, считается по следующей формуле:

$$J = -\frac{|e|\hbar}{mR^2} \left[ \text{Im} \left( \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \right) + \phi |\Psi|^2 \right]. \quad (11)$$

Для электрона с волновой функцией (10) расчет приводит к выражению

$J_n^{\uparrow} = J_n^0 + j^{\uparrow}(t)$ , где  $J_n^0 = -|e|\hbar n / 2\pi m R^2$  и

$$j^{\uparrow}(t) = -\frac{|e|\hbar}{2\pi m R^2} \sin^2 \vartheta \sin^2 \frac{\omega t}{2}. \quad (12)$$

Рассчитывая аналогичным образом ток электрона со спином против оси z, получаем  $J_n^{\downarrow} = J_n^0 + j^{\downarrow}(t)$ , причем  $j_n^{\downarrow}(t) = -j^{\uparrow}(t)$ .

Мы предполагаем, что при  $t < 0$  система находилась в равновесии, и электроны имели распределение  $f(E_n^{\uparrow\downarrow})$ , где  $f(E)$  - функция Ферми,  $E_n^{\uparrow\downarrow} = \Delta(|n| + \phi \pm \Omega_Z)$ . Выражение для суммарного тока имеет вид  $I = I_0 + i(t)$ , где не зависящий от времени вклад  $I_0 = \sum_n J_n^0 [f(E_n^{\uparrow}) + f(E_n^{\downarrow})]$  есть проявление электромагнитной индукции, вызванной изменением магнитного потока, а зависящий от времени вклад дается следующей формулой:

$$i(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [j_n^\uparrow(t)f(E_n^\uparrow) + j_n^\downarrow(t)f(E_n^\downarrow)] = -\frac{|e|\hbar S}{\pi m R^2} \sin^2 \vartheta \sin^2 \frac{\omega t}{2}, \quad (13)$$

Здесь  $S = \sum_n [f(E_n^\uparrow) - f(E_n^\downarrow)]/2 \approx -\Omega_Z$  - это полный спин в начальном состоянии.

Поведение тока в кольце изображено на рис. 1.

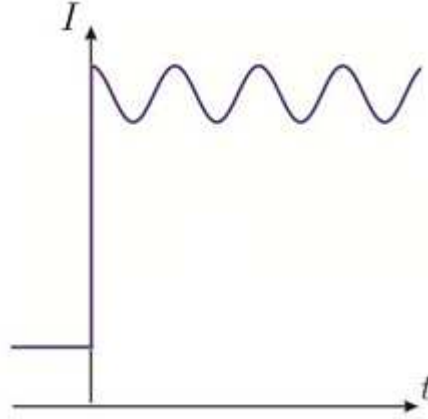


Рис. 1. Осцилляции тока в кольце, возникающие при внезапном выключении магнитного поля в момент времени  $t = 0$ .

В случае слабого спин-орбитального взаимодействия ( $\xi \ll 1$ ) имеем  $\omega \approx \Delta/\hbar$  и  $\sin^2 \vartheta \approx \xi^2 \sin^2 \theta$ . В случае  $\xi \sin \theta \gg 1$  получаем  $\omega \approx 2\xi\Delta/\hbar$  и  $\sin^2 \vartheta \approx 1$ .

Физически возникновение осцилляций тока объясняется следующим образом. После выключения магнитного поля спины прецессируют около направления эффективного магнитного поля, создаваемого спин-орбитальным взаимодействием (это направление образует угол  $\vartheta$  с осью z). Таким образом, проекция спина на ось z спина осциллирует. Вследствие аксиальной симметрии системы, однако, z – компонента полного углового момента сохраняется. Это значит, что осцилляции z – компоненты спина должны быть компенсированы осцилляциями орбитального момента, то есть тока.

В экспериментах слабые токи в квантовых кольцах изучаются путем измерения магнитных полей, создаваемых этими токами. Магнитное поле на расстояниях, больших размера кольца, имеет вид

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = [3\mathbf{n}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{M}) - \mathbf{M}]/r^3 \quad (14)$$

где  $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$ . Магнитный момент  $\mathbf{M}$  электрона в кольце вычисляется по следующей формуле

$$\mathbf{M} = -\mu_B \left( \mathbf{e}_z \int_0^{2\pi} \text{Im} \Psi^* \frac{d\Psi}{d\varphi} d\varphi + \mathbf{e}_z \phi + \frac{g}{2} \int_0^{2\pi} \Psi^* \hat{\sigma} \Psi d\varphi \right) \quad (15)$$

Здесь  $\mu_B = |e|\hbar/2mc$ ,  $\mathbf{e}_z$  - единичный вектор вдоль оси  $z$ .

В рассматриваемом примере осциллирующая часть магнитного момента имеет следующий вид:

$$\mathbf{m}(t) = -2S\mu_B(g-1) \sin^2 \vartheta \sin^2 \frac{\omega t}{2} \mathbf{e}_z. \quad (16)$$

Подставляя (16) в (14), находим магнитное поле. В частности, на оси симметрии кольца имеем:

$$\mathbf{B}(z) = -4S\mu_B(g-1) \sin^2 \vartheta \sin^2 \frac{\omega t}{2} \mathbf{e}_z / |z|^3, \quad (17)$$

Рассмотрим теперь более общий случай, когда начальное и конечное значения магнитного поля произвольны. В этом случае осциллирующая часть тока электрона имеет вид

$$j_{\pm}(t) = -\frac{|e|\hbar}{\pi m R^2} \sin \vartheta_{\pm} \sin(\vartheta_{\pm} - \vartheta_{\pm}^0) \sin^2 \frac{\omega_{\pm} t}{2} \quad (18)$$

Здесь величины  $\delta_{\pm}^0$  и  $\vartheta_{\pm}^0$  соответствуют начальному магнитному полю,  $\delta_{\pm}$  и  $\vartheta_{\pm}$  - конечному. Частота осцилляций тока отличается для электронов, движущихся по и против часовой стрелки:  $\omega_{\pm} = \Delta(1 + 2\delta_{\pm})/2$ .

Предполагая, как и раньше, равновесное распределение при  $t < 0$  получаем следующее выражения для осцилляций полного тока:

$$i(t) = -\frac{|e|\hbar}{\pi m R^2} \left( \delta_+^0 \sin \vartheta_+ \sin(\vartheta_+ - \vartheta_+^0) \sin^2 \frac{\omega_+ t}{2} + \delta_-^0 \sin \vartheta_- \sin(\vartheta_- - \vartheta_-^0) \sin^2 \frac{\omega_- t}{2} \right). \quad (19)$$

Измеряя магнитное поле, создаваемое этим током, можно определить параметры системы, в частности, параметры спин-орбитального взаимодействия.

Работа поддержана Министерством образования и науки РФ.

## Литература

1. M. Büttiker, Y. Imry, and R. Landauer, Physics Letters A, vol. **96**, no. 7, 365–367, 1983.
2. B. Reulet and H. Bouchiat, Physical Review B, **50**, 2259–2272, 1994.
3. F. Marchesoni, Journal of Statistical Physics, vol. **70**, no. 1-2, 247–256, 1993.
4. E. M. Q. Jariwala, P. Mohanty, M. B. Ketchen, and R. A. Webb, Physical Review Letters, **86**, 1594–1597, 2001.
5. H. Bluhm, N. C. Koshnick, J. A. Bert, M. E. Huber, and K. A. Moler, Physical Review Letters, vol. **102**, no. 13, p. 136802, Mar. 2009.
6. A. C. Bleszynski-Jayich, W. E. Shanks, B. Peaudecerf, E. Ginossar, F. von Oppen, L. Glazman, J. G. E. Harris, Science **326** (5950), arXiv:0906.4780.
7. Y. V. Pershin and C. Piermarocchi, Physical Review B **72**, 125348, 2005.