

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В МЕТАЛЛИЧЕСКОМ РУПОРЕ С ГИПЕРБОЛИЧЕСКИМ ПРОФИЛЕМ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В. В. Серов, Н. О. Стрелков, В. В. Штыков

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Статья поступила в редакцию 9 декабря 2016 г.

Аннотация. Приводятся результаты исследования характеристик металлического рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности. С использованием моделирующих программ проведено исследование структуры электромагнитного поля внутри металлического секториального рупора и металлического рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности. Приведены результаты экспериментального исследования рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности. Проведено сопоставление характеристик секториального рупора, рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности и рупора с параболическим профилем боковой поверхности.

Ключевые слова: металлический рупор, гиперболический профиль, собственные волны, система координат эллиптического цилиндра, периодические функции Матье.

Abstract. In open horns the main contribution to the overall reflection coefficient makes the reflection from the aperture. Also, there is a reflection at the transition from the waveguide to the horn. In junction of a waveguide with a sectorial horn, matching of phase front does not occur, which leads to the formation of higher modes. In order to reduce the reflection coefficient of the aperture, it is necessary to increase its geometrical dimensions. However, with increasing of horn's angle, the reflection of the transition increases. Reflection from the transition can be minimized by applying a smooth transition form. This paper presents specifications of a metal horn with a hyperbolic profile lateral surface. Using a horn with a hyperbolic profile lateral surface allows us to minimize the reflection from the transition of waveguide

with a horn. The main reason of decreasing this reflection may be matching phase of the wave front in junction of a waveguide with a horn. This is an advantage of this form of lateral surface compared to others (exponential, parabolic, etc.). In this paper field patterns of a metal sectorial horn and a horn with a hyperbolic profile lateral surface are obtained and investigated. Experimental results on a horn with a hyperbolic profile lateral surface are presented. A comparison of the characteristics of a metal sectorial horn, a horn with a hyperbolic profile lateral surface and a horn with a parabolic profile lateral surface has been performed.

Keywords: metal horn, hyperbolic profile, modes, elliptic coordinate system, periodic Mathieu functions.

1. Введение

Уже достаточно давно в устройствах СВЧ и КВЧ диапазонов используется металлический секториальный рупор [1]. Согласование секториального рупора определяется отражением от двух нерегулярностей: стыка регулярного прямоугольного волновода с рупором и открытого конца рупора. Коэффициент отражения от стыка возрастает с увеличением угла раствора рупора [2], а от конца – уменьшается [3]. Чтобы снизить коэффициент отражения от перехода, приходится уменьшать угол при вершине рупора, что приводит к увеличению его длины. Особенно остро эта проблема стоит при создании широкоугольных рупоров [4]. В [5] сказано, что отражение от стыка волновода с рупором может быть сведено к минимуму путем применения перехода гиперболической формы. Лучших результатов можно добиться, если образующие рупора будут совпадать с гиперболами координатной сетки эллиптической системы координат [6]. Геометрия такого рупора показана на рис. 1.

Фазовые фронты волн в таком рупоре являются поверхностями эллиптических цилиндров, которые в горловине рупора вырождаются в плоскость. Это обеспечивает согласования волн прямоугольного волновода с

волнами в рупоре.

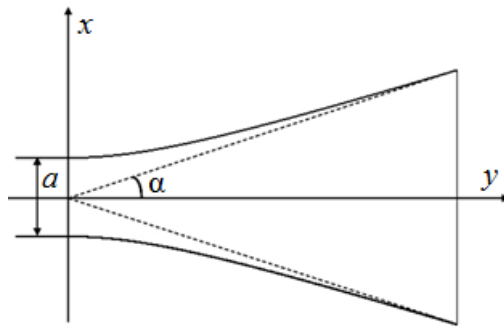


Рис. 1. Рупор с гиперболическим профилем боковой поверхности

2. Исходная задача

Найдем собственные волны рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности.

На рис. 2 показан рупор в системе координат эллиптического цилиндра. В сечении $y=0$ рупор состыкован с прямоугольным полым металлическим волноводом сечением $a \times b$. Таким образом, геометрические размеры “горла” рупора однозначно определяются размерами прямоугольного волновода.

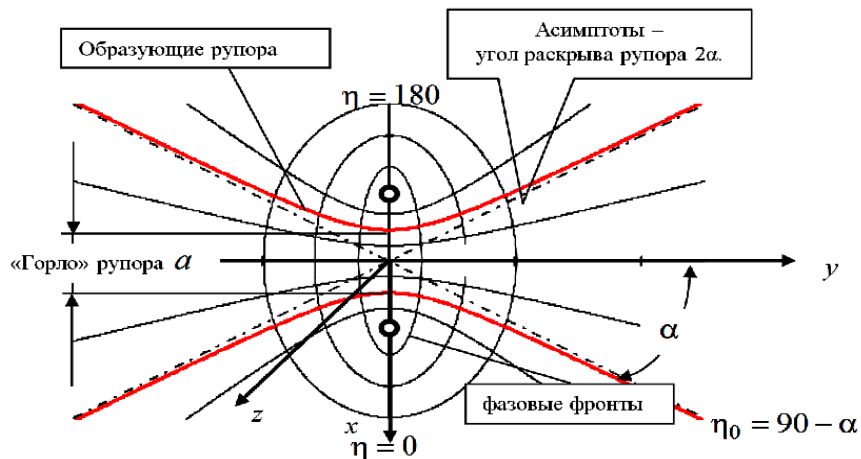


Рис. 2. Рупор с гиперболическим профилем боковой поверхности в координатах эллиптического цилиндра

Решение задачи проведем, используя уравнение Гельмгольца для векторного электрического потенциала

$$\nabla^2 \dot{\mathbf{A}} + \beta^2 \dot{\mathbf{A}} = 0 \quad (1)$$

Следуя [1], будем считать, что векторный потенциал имеет единственную координатную компоненту поля $\dot{\mathbf{A}} = \dot{A}_z \mathbf{1}_z$. Тогда волновое уравнение будет иметь вид

$$\nabla^2 \dot{A}_z + \beta^2 \dot{A}_z = 0. \quad (2)$$

На стенках рупора должно выполняться граничное условие

$$\dot{E}_z(\xi, \eta) = 0, \text{ при } \eta = 90^\circ - \alpha, \eta = 90^\circ + \alpha. \quad (3)$$

Решение уравнения (2) будем искать методом разделения переменных в виде

$$\dot{A}_z(\xi, \eta) = R(\xi)\Phi(\eta)Z(z). \quad (4)$$

Ограничимся рассмотрением волн, у которых поле не зависит от координаты z . В этом случае, функций $R(\xi)$ и $\Phi(\eta)$ удовлетворяют уравнениям Матье [7].

Из граничного условия (3) следует, что на плоскостях, образующих рупор, $\Phi(\eta_0) = 0$. Здесь η_0 – угловая координата гиперболической границы рупора. Графики четных и нечетных угловых периодических функций Матье представлены на рис. 3. При расчете использовалась программа для расчета функций Матье – "Mathieu functions toolbox for Scilab" [8].

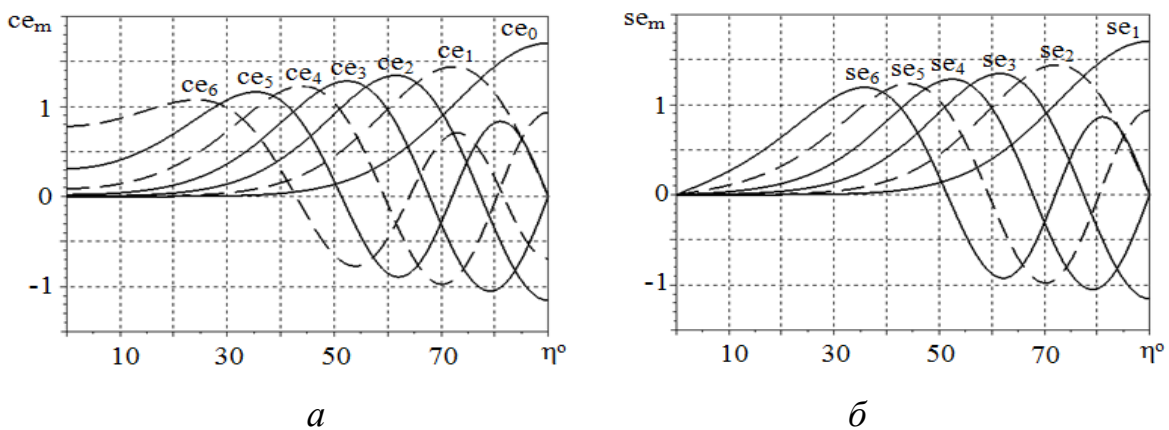


Рис. 3. Периодические функции Матье для $q = 30.1$:

a – четные, порядки 0 – 6; b – нечетные, порядки 1 – 6

Граничному условию удовлетворяет нуль функции Матъе, ближайший к $\eta = 90^\circ$. Рассмотрим только четные типы волн, у которых поле H_x в центре рупора имеет максимум. В этом случае из функций se_m подходят только четные функции, а из функций sc_m – только нечетные.

Таким образом, решение для векторного электрического потенциала принимает вид:

$$\dot{A}_z(\xi, \eta) = M c(\xi, q) se_m(\eta, q), \text{ для чётных } m, \quad (5)$$

$$\dot{A}_z(\xi, \eta) = M s(\xi, q) se_m(\eta, q), \text{ для нечётных } m.$$

Здесь

$$q = \left(\frac{\beta f}{2} \right)^2 = \left(\frac{\pi f}{\lambda_0} \right)^2, \quad (6)$$

где $f = \frac{a}{\cos(\eta)}$ – половина фокусного расстояния, λ_0 – длина волны в вакууме.

Согласно рис. 3, функцией, удовлетворяющей граничным условиям, является se_2 . Следует обратить внимание на то, что граничным условиям (3) удовлетворяет, также, нечётная периодическая функция se_3 , однако, её порядок выше порядка чётной угловой функции, отвечающей тем же условиям.

Поэтому

$$\dot{A}_z(\xi, \eta) = M c(\xi, q) se_2(\eta, q). \quad (7)$$

Используя выражение (7), получаем координатные компоненты электрического и магнитного полей:

$$\dot{E}_z(\xi, \eta) = \frac{1}{j\omega\mu_a\epsilon_a} \frac{\partial^2 \dot{A}_z(\xi, \eta)}{\partial z^2} - j\omega \dot{A}_z(\xi, \eta);$$

$$\dot{H}_\xi(\xi, \eta) = \frac{1}{\mu_a} \frac{1}{D(\xi, \eta)} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \dot{A}_z(\xi, \eta); \quad (8)$$

$$\dot{H}_\eta(\xi, \eta) = -\frac{1}{\mu_a} \frac{1}{D(\xi, \eta)} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \dot{A}_z(\xi, \eta);$$

где $D(\xi, \eta) = f \sqrt{\text{sh}(\xi)^2 + \sin(\eta)^2}$.

Нормированное распределение модуля комплексной амплитуды магнитного поля в нескольких сечениях рупора, с углом при вершине $2\alpha = 25^\circ$, изображены на рис. 4.

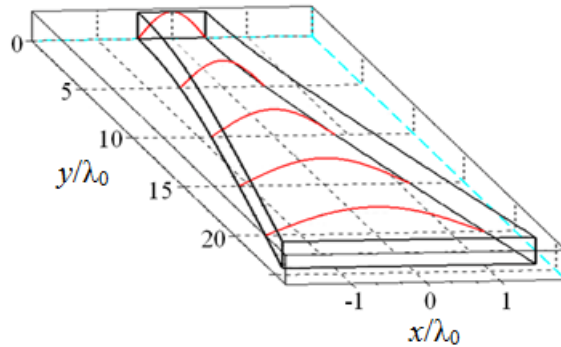


Рис. 4. Нормированные поперечные распределения $|\dot{H}_x(x/\lambda_0)|$ в нескольких сечениях рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности

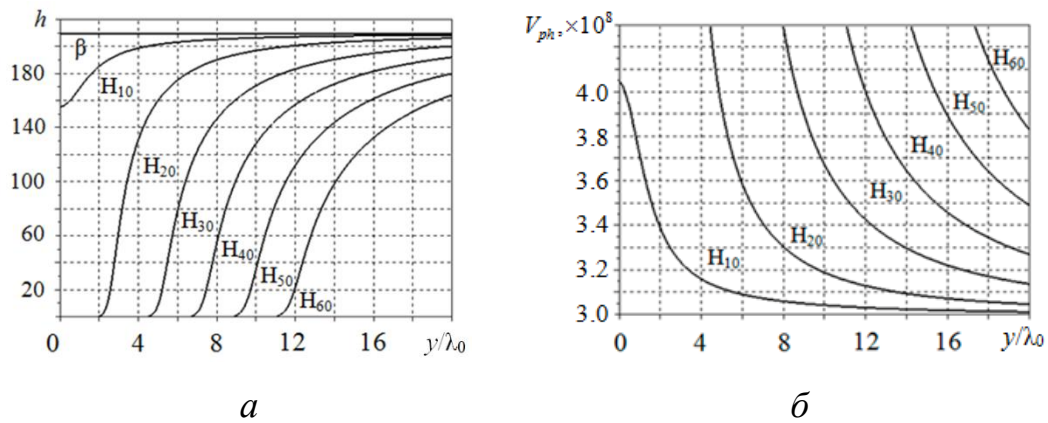


Рис. 5. Зависимость продольного волнового числа h (а) и фазовой скорости V_{ph} (б) от координаты y в полном металлическом рупоре с гиперболическим профилем боковой поверхности

Согласно классификации, принятой в [1], полученный нами тип волны следует отнести к типу E_{10} . Однако, фактически продольная компонента электрического поля отсутствует ($E_\xi = 0$), а продольная компонента $H_\xi \neq 0$. Поэтому, разумно считать волну в полном металлическом рупоре с гиперболическим профилем боковой поверхности волной H_{10} .

Зависимость продольного волнового числа от продольной координаты u изображена на рис. 5а, а фазовой скорости – на рис. 5б. На рис. 5а изображена горизонтальная линия фазовой постоянной свободного пространства $\beta = 2\pi/\lambda_0$.

При больших значениях ξ , функцию $M_c(\xi, q)$ можно заменить её асимптотическим выражением

$$M_c(v, q_{m,n}) = \frac{p_{2n}}{A_0} \sqrt{\frac{2}{\pi v}} \exp\left[-j\left(v - \frac{\pi}{4}\right)\right], \quad (9)$$

где $p_{2n} = ce_{2n}(0; q_{m,n})ce_{2n}\left(\frac{\pi}{2}; q_{m,n}\right)$, $v = \sqrt{q_{m,n}} \cdot \exp(\xi)$.

Следовательно, на большом удалении от горловины рупора

$$\dot{A}_z(\xi) \sim \sqrt{\frac{1}{\pi \sqrt{q_{0,1}} \cdot \xi}} \exp(-j\sqrt{q_{0,1}} \xi).$$

Принимая во внимание соотношение (6), получаем

$$\dot{A}_z(\xi) \sim \sqrt{\frac{\lambda_0}{f \xi}} \exp\left(-j\pi \frac{f}{\lambda_0} \xi\right). \quad (10)$$

Формула (10) показывает, что при достаточно больших значениях ξ , т.е. при большом удалении от горловины, фазовая скорость волны стремится к скорости света, а амплитуда волны изменяется по закону $1/\sqrt{\xi}$, характерному для цилиндрических волн. Такая цилиндрическая волна является практически поперечной, поскольку $|\dot{H}_\xi| \ll |\dot{H}_\phi|$.

3. Результаты экспериментального исследования и численного моделирования

Прежде всего, с использованием программ, основанных на методе конечных разностей, было проведено численное моделирование рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности. Были найдены нормированные поперечные распределения амплитуд полей в нескольких сечениях.

Для экспериментальных исследований был изготовлен металлический рупор с гиперболическим профилем боковой поверхности. Геометрия численной модели и изготовленного образца та же, что использовалась для аналитического решения. В поперечные сечения $y = 0$ и $y = 4\lambda_0$ можно было вставить диэлектрический стержень с закреплённым на нем пассивным электрическим зондом в виде отрезка медного провода диаметром 0,3 мм и длиной 8мм. В отсутствие зонда режим был близок режиму бегущей волны. Поперечные распределения поля $|\dot{E}(x)|$ получены по результатам измерения коэффициента отражения от зонда. Результаты расчетов, численного моделирования и экспериментального исследования изображены на рис. 6.

Измерения коэффициента отражения проводились с помощью двух панорамных измерителей КСВН: P2-61 и P2-67. Частотные диапазоны измерителей 8,24–12,05 ГГц и 12,05–17,44 ГГц, соответственно. Калибровка измерителей проводилась на согласованную нагрузку, с КСВ равным 1,05. Поглощающая нагрузка на конце рупора при измерении КСВ отсутствовала. В режиме с поглощающей нагрузкой, КСВ во всём диапазоне частот не превышал уровня 1,2.

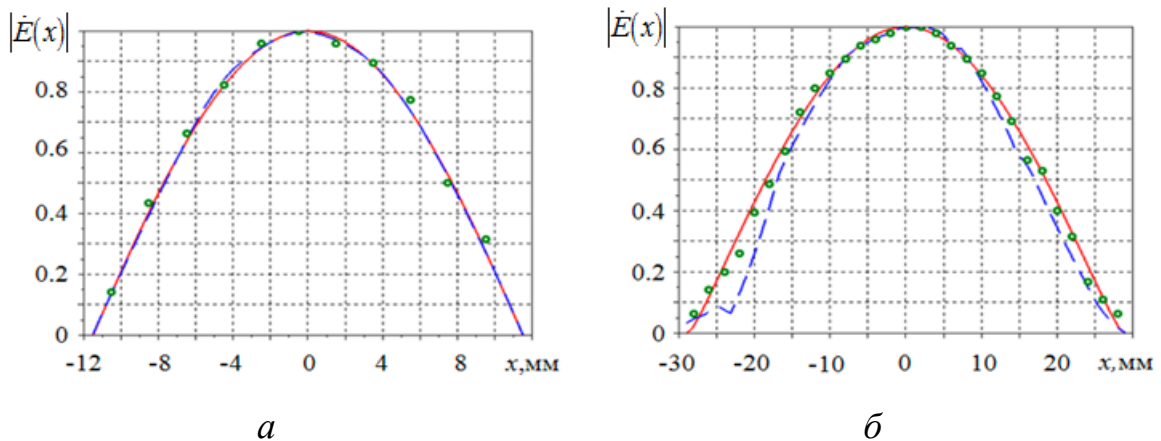


Рис. 6. Теоретическое (красная сплошная линия), рассчитанное при моделировании (синяя штриховая линия) и экспериментально измеренное (зелёные точки) нормированные поперечные распределения электрического поля $|\dot{E}(x)|$ для рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности, $2\alpha = 25^\circ$: a – сечение $y = 0$; b – сечение $y = 4\lambda_0$

На рис. 7 изображена экспериментальная зависимость КСВ от частоты для экспериментального макета рупора. На том же рисунке показана зависимость КСВ от частоты, полученная численным моделированием.

Поскольку изготовить рупор с криволинейными образующими – весьма непростая задача, для сравнения свойств рупора с гиперболическим профилем с иными конфигурациями боковой поверхности нами было проведено численное моделирование.

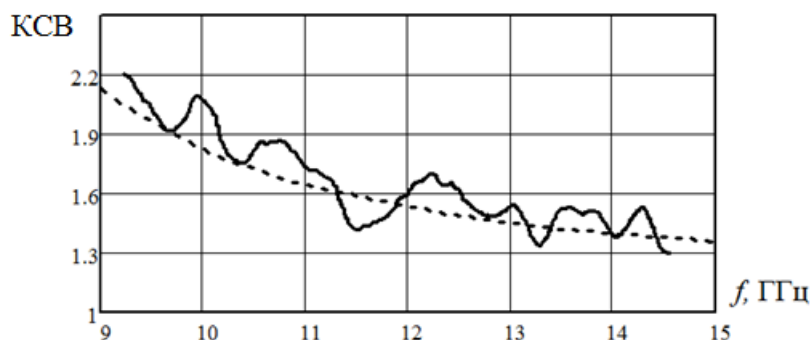


Рис. 7. Зависимость КСВ от частоты для экспериментального образца:
сплошная линия – результат экспериментального измерения;
штриховая линия – результат численного моделирования

В практике обычно используют секториальные и пирамидальные рупоры [4]. Мы остановились на секториальном рупоре и рупоре с параболическим профилем боковой поверхности.

Параболическая поверхность была выбрана потому, что существует бицилиндрическая ортогональная система координат [6], в центре которой фазовые фронты волн оказываются плоскими. Окружности в такой системе координат можно заменить отрезками парабол. При этом можно ожидать, что согласование фазовых фронтов волны в стыке волновода с рупором сохранится.

Так же, как изготовленный образец рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности, в моделях рупоры стыкуются с прямоугольным металлическим волноводом сечением 23×10 мм; длины рупоров равны 180 мм; размеры раскрыва у всех рупоров одинаковы. Образующие рупоров и

результаты численного моделирования представлены на рис. 8.

Сравнивая семейства кривых на рис. 8, можно убедиться в том, что при одних и тех же размерах раскрыва и длинах рупоров значения коэффициента отражения секториального рупора больше значений коэффициентов отражения рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности.

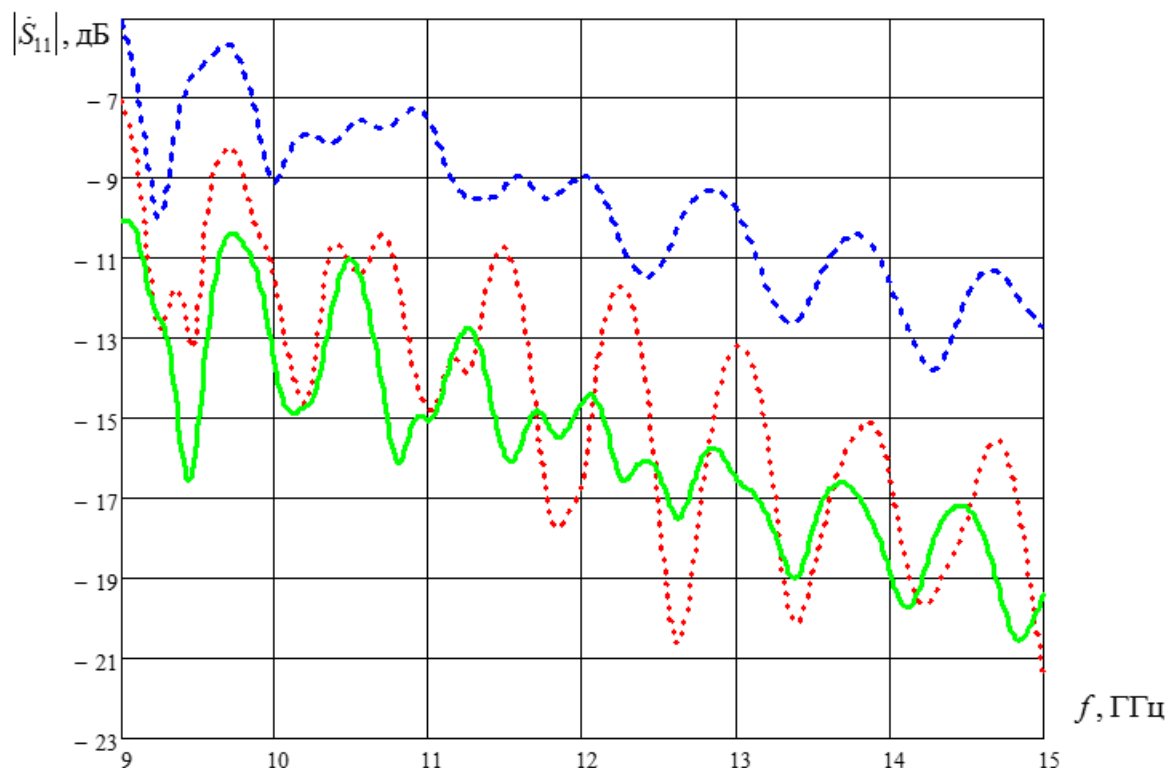


Рис. 8. Зависимость коэффициента отражения от частоты;

Синяя штриховая линия – для секториального рупора; красная пунктирная линия – для рупора с параболическим профилем боковой поверхности; зеленая сплошная линия – для рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности

Основной причиной снижения коэффициента отражения от перехода может являться согласование фазового фронта волны в месте стыка волновода с рупором. В случае секториального рупора согласование фазового фронта не происходит, что влечет за собой образование высших типов волн [9].

У рупора с параболическим профилем боковой поверхности крутизна частотной зависимости коэффициента отражения меньше, чем у рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности. По-видимому, это связано с

тем, что кривизна фазового фронта такого рупора у апертуры оказывается больше кривизны фазового фронта у апертуры рупора с гиперболическим профилем боковой поверхности. Таким образом, рупор с параболическим профилем боковой поверхности оказывается хуже согласован с внешним пространством.

4. Заключение

Представленные результаты показывают, что рупор с гиперболическим профилем боковой поверхности обеспечивает лучшее согласование его с прямоугольным металлическим волноводом по сравнению с рупорами других конфигураций боковой поверхности. Применение такого рупора уменьшает коэффициент отражения от стыка волновода с рупором. Кроме того, рупор с гиперболическим профилем боковой поверхности оказывается лучше согласованным с внешней средой, чем секториальный рупор и рупор с параболическим профилем боковой поверхности. С практической точки зрения, все это вместе позволяет получить лучшие характеристики рупора при меньших габаритах.

Авторский коллектив выражает благодарность профессору Вадиму Анатольевичу Калошину за полезные дискуссии и советы в процессе работы над статьей.

Литература

1. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны // – М: АСТ, 1988. – 442с.
2. В.А.Калошин, В.А.Боровиков. Матрица рассеяния стыка волновод-рупор, РЭ, 1984, №6, с.1068-1077.
3. V.A. Kaloshin, Scattering Matrix for a Junction of Two Horns. RJMP, 2009, т.16, № 2, с.246-250.
4. Айзенберг Г.З., Ямпольский В.Г., Терёшин О.К. Антенны УКВ // – М.: Связь, 1977. – 384 с.

5. И. И. Шумлянский. Рупорные излучатели со ступенчатыми и криволинейными образующими // Киев,: Вища школа,1986. – 147 с.
6. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике // – М: Наука, 1973. – 831с.
7. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям // – М: Наука, 1979. – 832с.
8. Coisson R., Vernizzi G., Yang X.K., Strelkov N., Baudin M. Mathieu functions toolbox. – [Электронный ресурс].URL <http://atoms.scilab.org/toolboxes/Mathieu/>.
9. Takashi Tsushima, Shuzo Kuwano. A Simple and Rigorous Analysis of the Transmission Properties of a Sector Horn Junction in a Rectangular Waveguide // IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques, февраль 1991, том. 39, ч. 2 – с. 287-293.