

УДК 621.396.96

МЕТОДЫ И УСЛОВИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФИЛЬТРА СЖАТИЯ ЛИНЕЙНО МОДУЛИРОВАННЫХ ПО ЧАСТОТЕ СИГНАЛОВ К РЕКУРСИВНОМУ ВИДУ

В. С. Щербаков

АО «НПО «Правдинский радиозавод»,
606408, Нижегородская обл., г. Балахна, ул. Горького, д. 34

Статья поступила в редакцию 4 ноября 2017 г.

Аннотация. Рассмотрены особенности согласованной фильтрации широкополосных линейно модулированных по частоте сигналов (ЛЧМ) с минимальным количеством выполняемых арифметических операций. Для этого сумма передаточной функции представлена в виде двойной, вложенной одна в другую, с последующим сведением одной из них к простому алгебраическому выражению. При этом количество арифметических операций многократно сокращается, а численные значения отсчетов отклика фильтра остаются неизменными.

Предложены методы и определены условия преобразования передаточной функции фильтра сжатия ЛЧМ сигнала к рекурсивному виду. Кроме этого учтены возможности повышения тактовой частоты, что в ряде случаев необходимо для снижения потерь при цифровой обработке, т.к. в общем случае любой ограниченный по времени сигнал имеет бесконечно спадающий спектр.

Приведена оценка вычислительной эффективности разработанных методов, которая с увеличением базы ЛЧМ сигнала при его обработки возрастает, а тенденция развития радиолокации как раз движется в направлении увеличения информативности зондирующего сигнала, т.е. увеличения его базы.

Представлены результаты моделирования, подтверждающие идентичность результатов сжатия ЛЧМ сигнала, аналогичной обработки в фильтре сжатия с передаточной функцией, преобразованной к рекурсивному виду. При этом для реализации операции сжатия ЛЧМ сигнала с базой 100 аппаратные (программные) затраты сократились в пять раз. Это в свою очередь позволяет снизить аппаратно-габаритные характеристики аппаратуры, её энергопотребление и одно-

временно сокращает время обработки и повышает надежность.

Ключевые слова: радиолокация, согласованная фильтрация, широкополосный сигнал, трансверсальный фильтр, рекурсивный фильтр.

Abstract. The features of matched filtering of linearly frequency modulated broadband signals (LFM) with a minimum number of performed arithmetic operations are considered. For this, the sum of the transfer function is represented as a double, embedded one into another, with the subsequent reduction of one of them to a simple algebraic expression. In this case, the number of arithmetic operations reduces dramatically, while the numerical value of the filter response remains unchanged.

Methods are proposed and the conditions are determined for turning the transfer function of the LFM signal compression filter to a recursive form. In addition, the possibility of increasing the clock frequency is taken into account, which in some cases is necessary to reduce losses in digital processing, because in general, any time-limited signal has an infinitely decreasing spectrum.

The estimation of the computational efficiency of the developed methods is given, which increases with the growth of the base of the chirped signal during its processing, and the trend of radar development is moving in the direction of increasing the complexity of the probe signal, i.e. increasing its base.

The simulation is presented, confirming the identity of the chirped signal compression results similar to the processing in a compression filter with a recursive transfer function. At the same time, the hardware (software) costs reduced by five times for the implementation the chirped signal compression operation with a base of 100. This allows you to reduce the hardware and dimensional characteristics of equipment, it's power consumption and at the same time reduces processing time and improves reliability.

Keywords: radiolocation, matched filtering, broadband signal, transversal filter, recursive filter.

Введение

В современных радиолокационных станциях (РЛС) для увеличения разрешающей способности по дальности при сохранении импульсной мощности

широко применяются сигналы большой длительности с внутриимпульсной модуляцией. Согласованная фильтрация обеспечивает сжатие по длительности такого импульса [1] и является одним из наиболее ресурсоемких этапов в цифровой обработке радиолокационных сигналов [2].

При создании цифровых фильтров сжатия с целью сокращения числа арифметических операций используется свойство симметрии обрабатываемого сигнала, а также алгоритм ускоренной свертки [3], в котором для хранения заранее рассчитанных результатов поразрядных умножений применяется постоянное запоминающее устройство (ПЗУ), а в качестве адресов выборки этих результатов используются коды сомножителей. Кроме этого в частотной области применяется алгоритм быстрого преобразования Фурье [4].

В настоящее время в радиолокации в основном используют хорошо изученные сигналы с линейной модуляцией частоты. С целью сокращения аппаратных (программных) затрат при сжатии ЛЧМ сигналов используется свойство линейной модуляции, аппроксимируя ее в фильтре сжатия ступенчатой функцией [5], а также преобразование передаточной функцию к двумерному виду [6] с последующим представлением суммы ряда второй размерности в виде простого алгебраического выражения.

1. Постановка задачи

Для повышения разрешающей способности и помехозащищенности необходимо увеличивать длительность и расширять полосу зондирующих сигналов, а их обработку выполнять в большом динамическом диапазоне. Поэтому с увеличением разрядной сетки и числа дискретных выборок методы сокращения аппаратных затрат с использованием свойств симметрии сигналов и применение алгоритмов ускоренной свертки становятся не эффективными. Использование в частотной области алгоритма быстрого преобразования Фурье при расширенной полосе приводит к увеличению конвейерной задержки выдачи результата обработки.

Аппроксимация линейной модуляции в фильтре сжатия ступенчатой функцией предполагает на его выходе кроме основного сжатого импульса

наличие парных "эхо" [1], которые необходимо компенсировать, так как они отрицательно влияют на обнаружение. Применение известного способа преобразования трансверсального фильтра сжатия ЛЧМ сигналов к рекурсивному виду ограничено характеристиками сигналов, к которым его можно применить.

Целью настоящей работы является модификация способа преобразования трансверсальных фильтров сжатия ЛЧМ сигналов к рекурсивным видам и расширение характеристик сигналов, к которым его можно применить.

2. Теория

Известно, что реакция фильтра сжатия, согласованного с ЛЧМ сигналом, на единичную дельта функцию имеет вид

$$H(t) = \exp j \left(\omega_0 t + \frac{\mu t^2}{2} \right) \quad \text{при} \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} . \quad (1)$$

Выборки этого сигнала на нулевой частоте ($\omega_0 = 0$) через равные промежутки времени в комплексном виде описываются выражением

$$\exp \left(j \frac{\mu t^2}{2} \right) = \exp \left(2\pi j \frac{\Delta f \cdot t^2}{2T} \right) = \exp \left(2\pi j \frac{\Delta f \cdot \Delta t^2 n^2}{2 \Delta t N} \right) = \exp \left(j \frac{\pi n^2}{Nl} \right) , \quad (2)$$

где: $\mu = \Delta f / T$ – девиация частоты, определяемая отношением полосы ЛЧМ сигнала к его длительности;

Δt – интервал между дискретными выборками;

N – количество дискретных интервалов;

n – дискретная переменная, изменяется в пределах: $-\frac{N}{2} \leq n \leq \frac{N}{2}$;

$l = \Delta t_k / \Delta t \geq 1$ – коэффициент дискретизации, равный отношению интервала временных выборок по Котельникову с частотой Найквиста к интервалу заданных выборок в устройстве.

С учетом теоремы смещения [7] передаточная функция цифрового фильтра сжатия согласованного с ЛЧМ сигналом может быть представлена в виде

$$H(z) = \sum_{n=0}^N W^{-\frac{(N/2-n)^2}{2l}} z^{-n} , \quad (3)$$

где: $W = \exp\left\{-j\frac{2\pi}{N}\right\}$ – общепринятое в литературе обозначение;

z^{-n} – задержка на n тактов.

Одним из условий преобразования передаточной функции цифрового фильтра сжатия является представление ее суммы в виде двойной [6], вложенной одна в другую, с последующим сведением одной из них к простому алгебраическому выражению с целью сокращения арифметических операций и как следствие снижения программных затрат или объема аппаратуры.

Представим переменную n в виде суммы двух других переменных, связанных соотношением $n = n_2N_1 + n_1$,

где: n_1 – новая переменная первой размерности, изменяется от 0 до N_1-1 ;

n_2 – новая переменная второй размерности, изменяется от 0 до N_2-1 .

Причем из условия изменения дискретной переменной n граничные значения введенных переменных связаны соотношением $N = N_1N_2$.

Затем необходимо наложить условия, по которым бы однозначно определялись новые значения N_1 и N_2 . Одно из них уже определено, а второе определим из следующих соображений, анализируя преобразованный сомножитель под знаком суммы:

$$W^{-\frac{(N/2-n_2N_1-n_1)^2}{2l}} = W^{-\frac{N^2/4+N_1^2n_2^2+n_1^2-NN_1n_2-Nn_1+2N_1n_1n_2}{2l}}.$$

Для этого преобразованный сомножитель, степень которого является суммой коэффициентов, удобно представить в виде произведения сомножителей.

1. $W^{-\frac{N^2}{8l}}$;
2. $W^{-\frac{N_1^2n_2^2}{2l}} = \exp\left\{j\frac{2\pi}{N} \cdot \frac{N_1^2}{2l} n_2^2\right\}$;
3. $W^{-\frac{n_1^2}{2l}}$;
4. $W^{\frac{MN_1}{2l}n_2}$;
5. $W^{\frac{N}{2l}n_1}$;

$$6. W^{-\frac{N_1 n_1 n_2}{l}}.$$

Здесь во втором сомножителе степень второй дискретной переменной изменяется по квадратичному закону n_2^2 , чтобы исключить эту зависимость коэффициент при экспоненте должен циклически повторяться в круге, поэтому вторым условием будет

$$N_1^2 = \frac{lkN}{m}, \tag{4}$$

где: k и m являются целыми, положительными числами, отличными от нуля.

Второе условие является неоднозначным, но это и замечательно, так как, используя различные вариации данного условия, можно построить большое количество разнообразных схем фильтров сжатия, согласованных с ЛЧМ сигналом. Кроме того, должен наблюдаться какой-то общий закон, позволяющий охватить всю гамму далее рассматриваемых схем.

Учитывая вышеизложенное и пределы изменения дискретной переменной, преобразуем передаточную функцию (3) к двумерному виду,

$$\begin{aligned} H(z) &= \sum_{n=0}^N W^{-\frac{(N/2-n)^2}{2l}} z^{-n} = W^{-\frac{N^2}{8l}} z^{-N} + \sum_{n=0}^{N-1} W^{-\frac{(N/2-n)^2}{2l}} z^{-n} = \\ &= W^{-\frac{N^2}{8l}} \left\{ z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} W^{\frac{N-n_1}{2l} n_1} \left(\sum_{n_2=0}^{N_2-1} \left[W^{\frac{N-2n_1}{2l}} z^{-1} \right]^{N_1 \cdot n_2} \exp \left[j \frac{\pi k}{m} n_2^2 \right] \right) z^{-n_1} \right\} \end{aligned} \tag{5}$$

Из данного выражения следует, что первый сомножитель перед фигурными скобками на результат сжатия не влияет, а только сдвигает фазу сжатого ЛЧМ сигнала на постоянную величину, поэтому его можно в дальнейшем не рассматривать и исключить из алгоритма обработки. Под знаком второй суммы присутствует экспоненциальный сомножитель, в котором, изменяя целочисленные коэффициенты k и m , можно преобразовать его к упрощенному виду, заменив квадратичное изменение n_2^2 на линейное n_2 .

В зависимости от решаемых задач и базы обрабатываемого сигнала всегда можно задать частоту дискретизации, связанную с коэффициентом l , а целочисленные значения k и m выбрать таким образом, чтобы экспоненциальный

сомножитель максимально упростился. Рассмотрим данное утверждение на конкретных примерах.

2.1 Преобразование трансверсального фильтра сжатия ЛЧМ сигнала к рекурсивному виду при условии $k = 2$ и $m = 1$

С учетом заданных условий $N_1 N_2 = N$, а $N_1^2 = 2Nl$ или $N_2 = N_1/(2l)$, граничные значения новых переменных будут $N_1 = \sqrt{2Nl}$ и $N_2 = \sqrt{N/(2l)}$, поэтому база сигнала $D = T\Delta f$, определяемая произведением его длительности на полосу, связанная с N и коэффициентом дискретизации l , должна выбираться таким образом, чтобы числа N , N_1 и N_2 были целыми.

При этих условиях передаточная функция (5), представленная в двумерном виде, может быть преобразована к одномерному виду по переменной n_1 , а трансверсальный фильтр сжатия ЛЧМ сигналов становится рекурсивным.

В данном случае экспоненциальный сомножитель при всех значения n_2 будет постоянной величиной, т.к.

$$\exp\left[j\frac{\pi k}{m}n_2^2\right] = \exp(j2\pi n_2^2) = 1. \tag{6}$$

Соответственно передаточная функция преобразуется к виду

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} W^{\frac{N-n_1}{2l}n_1} \left(\frac{1 - W^{\frac{N-2n_1}{2l}N} z^{-N}}{1 - W^{\frac{N-2n_1}{2l}N_1} z^{-N_1}} \right) z^{-n_1} \tag{7}$$

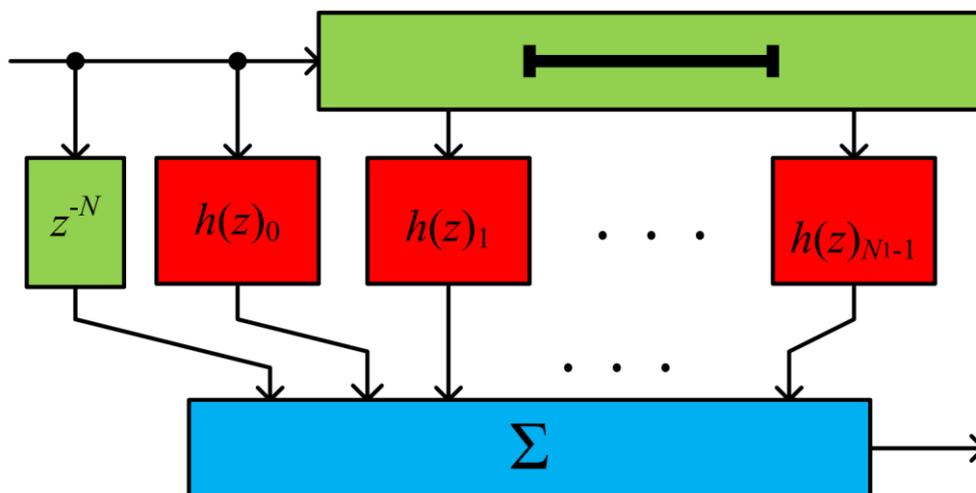


Рис. 1 Структурная схема преобразованного фильтра сжатия общего вида.

В соответствии с выражением (7) преобразованной передаточной функции общего вида $H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} h(z)_{n_1} z^{-n_1}$, на рис. 1 представлена структурная схема фильтра сжатия, согласованного с ЛЧМ сигналом, а на рис. 2 его составные части.

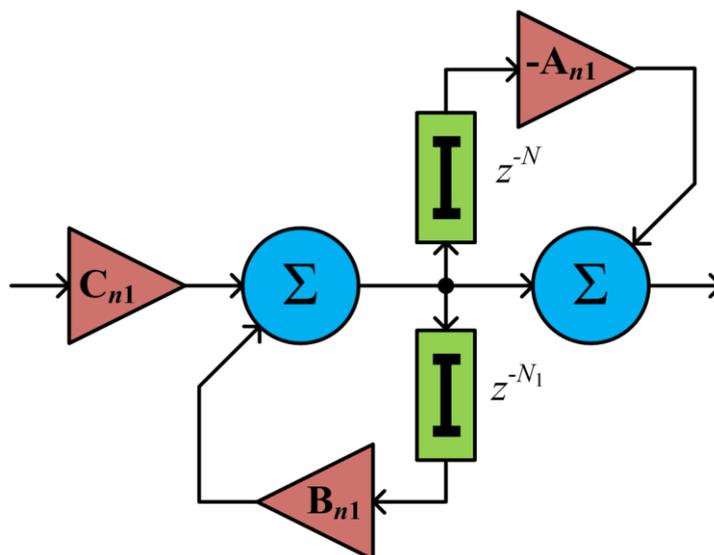


Рис. 2 Структурная схема n_1 -го рекурсивного фильтра, входящего в состав преобразованного фильтра сжатия общего вида, при условии $k = 2$ и $m = 1$.

На этой схеме коэффициенты: $A_{n_1} = W^{\frac{N-2n_1}{2l}N}$, $B_{n_1} = W^{\frac{N-2n_1}{2l}N_1}$ и $C_{n_1} = W^{\frac{N-n_1}{2l}n_1}$.

2.2 Преобразование трансверсального фильтра сжатия ЛЧМ сигнала к рекурсивному виду при условии $k = 1$ и $m = 1$

С учетом заданных условий граничные значения новых переменных будут уже $N_1 = \sqrt{Nl}$ и $N_2 = \sqrt{N/l}$, при этом N , N_1 и N_2 так же должны быть целыми числами.

В данном случае экспоненциальный множитель в зависимости от номера дискретной переменной n_2 будет принимать знакопеременные значения, т.к. четное число в квадрате всегда четное и наоборот

$$\exp\left[j\frac{\pi k}{m}n_2^2\right] = \exp(j\pi n_2^2) = (-1)^{n_2^2} = (-1)^{n_2}. \quad (8)$$

Поэтому передаточная функция преобразуется уже к иному виду

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} W^{\frac{N-n_1}{2l}} \left(\frac{1 + (-1)^{N_2-1} W^{\frac{N-2n_1}{2l}} z^{-N}}{1 + W^{\frac{N-2n_1}{2l}} z^{-N_1}} \right) z^{-n_1}. \quad (9)$$

Структурная схема n_1 -го рекурсивного фильтра, входящего в состав преобразованного фильтра сжатия общего вида, такая же, как и представленная на рис. 2. Единственным отличием является изменение знака перед коэффициентом В, а так же зависимость знака перед коэффициентом А от значения N_2 .

2.3 Преобразование трансверсального фильтра сжатия ЛЧМ сигнала к рекурсивному виду при условии $k = 1$ и $m = 2$

Здесь с учетом заданных условий, граничные значения новых переменных будут $N_1 = \sqrt{Nl/2}$ и $N_2 = \sqrt{2N/l}$.

В данном случае экспоненциальный множитель в зависимости от номера дискретной переменной n_2 будет поочередно принимать значения действительной и мнимой единицы т.к.

$$\exp\left[j\frac{\pi k}{m} n_2^2\right] = \exp\left(j\frac{\pi}{2} n_2^2\right) = 1, j, 1, j, \dots \quad (10)$$

Поэтому четность значения N_2 будет определять характер преобразования суммы ряда второй размерности к алгебраическому выражению.

Передаточная функция при N_2 – четное число, преобразуется к одному из выражений, представленных равенством (11а) или в более компактном виде равенством (11б). Здесь и далее приняты обозначения: $C_{n_1} = W^{\frac{N-n_1}{2l}}$ и $P_{n_1} = W^{\frac{N-2n_1}{2l}}$.

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} C_{n_1} \left[\frac{1 + jP_{n_1}^{N_1} z^{-N_1} - P_{n_1}^N z^{-N} - jP_{n_1}^{(N+N_1)} z^{-(N+N_1)}}{1 - P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1}} \right] z^{-n_1}. \quad (11a)$$

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} C_{n_1} \left[\frac{(1 + jP_{n_1}^{N_1} z^{-N_1})(1 - P_{n_1}^N z^{-N})}{1 - P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1}} \right] z^{-n_1}. \quad (11b)$$

Соответственно передаточная функция для N_2 – нечетное число аналогичным образом преобразуется к одному из выбранных выражений

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} C_{n_1} \left[\frac{1 + jP_{n_1}^{N_1} z^{-N_1} - jP_{n_1}^N z^{-N} - P_{n_1}^{(N+N_1)} z^{-(N+N_1)}}{1 - P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1}} \right] z^{-n_1}. \quad (12)$$

2.4 Преобразование трансверсального фильтра сжатия ЛЧМ сигнала к рекурсивному виду при условии $k = 1$ и $m = 3$

Для этих условий граничные значения новых переменных будут $N_1 = \sqrt{Nl/3}$ и $N_2 = \sqrt{3N/l}$.

Как и в предыдущем случае, экспоненциальный множитель в зависимости от номера дискретной переменной n_2 будет принимать ряд повторяющихся значений, т.к.

$$\exp\left[j\frac{\pi k}{m}n_2^2\right] = \exp\left(j\frac{\pi}{2}n_2^2\right) = 1, e^{j\frac{\pi}{3}}, -e^{j\frac{\pi}{3}}, -1, -e^{j\frac{\pi}{3}}, e^{j\frac{\pi}{3}}, 1, \dots \quad (13)$$

В зависимости от величины числа N_2 , которое может принимать одно из трех кратных значений, и определено соотношением $\text{mod}_3(N_2) = 0, 1$ или 2 преобразованная передаточная функция (5) после соответствующей группировки однородных членов под знаком второй суммы при условии $\text{mod}_3(N_2) = 0$ и введенного обозначения для коэффициента $E1 = e^{j\frac{\pi}{3}}$, преобразуется к виду:

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} C_{n_1} \left[\frac{(1 + E1 \cdot P_{n_1}^{N_1} z^{-N_1} - E1 \cdot P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1})(1 - P_{n_1}^N z^{-N})}{1 + P_{n_1}^{3N_1} z^{-3N_1}} \right] z^{-n_1}. \quad (14)$$

При условии $\text{mod}_3(N_2) = 1$ эта функция преобразуется уже к иному виду:

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} C_{n_1} \left[P_{n_1}^{N-N_1} z^{N_1-N} + \frac{(1 + E1 \cdot P_{n_1}^{N_1} z^{-N_1} - E1 \cdot P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1})(1 - P_{n_1}^{N-N_1} z^{N_1-N})}{1 + P_{n_1}^{3N_1} z^{-3N_1}} \right] z^{-n_1}. \quad (15)$$

А при условии $\text{mod}_3(N_2) = 2$ передаточная функция преобразуется к другому виду:

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} C_{n_1} \left[P_{n_1}^{N-2N_1} z^{N_1-2N} \cdot (1 + E1 \cdot P_{n_1}^{N_1} z^{-N_1}) + \frac{(1 + E1 \cdot P_{n_1}^{N_1} z^{-N_1} - E1 \cdot P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1})(1 - P_{n_1}^{N-2N_1} z^{2N_1-N})}{1 + P_{n_1}^{3N_1} z^{-3N_1}} \right] z^{-n_1}. \quad (16)$$

2.5 Преобразование трансверсального фильтра сжатия ЛЧМ сигнала к рекурсивному виду при условии $k = 1$ и $m = 4$

С учетом заданных условий граничные значения новых переменных будут $N_1 = \sqrt{Nl}/2$ и $N_2 = 2\sqrt{N/l}$.

В данном случае, экспоненциальный множитель также в зависимости от номера дискретной переменной n_2 будет принимать ряд повторяющихся значений, т.к.

$$\exp\left[j\frac{\pi k}{m}n_2^2\right] = \exp\left(j\frac{\pi}{2}n_2^2\right) = 1, e^{j\frac{\pi}{4}}, -1, e^{j\frac{3\pi}{4}}, 1, \dots \quad (17)$$

В данном случае число N_2 , может принимать одно из четырех кратных значений, и определено соотношением $\text{mod}_4(N_2) = 0, 1, 2$ или 3 . Поэтому передаточная функция в соответствии с кратностью числа N_2 , при условии $\text{mod}_4(N_2) = 0$ и введенного обозначения для коэффициента $E2 = e^{j\frac{\pi}{4}}$, преобразуется к одному из выражений представленных тождеством (18а) или в более компактном виде тождеством (18б),

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} C_{n_1} \left[(1 - P_{n_1}^N z^{-N}) \times \frac{(1 + E2 \cdot P_{n_1}^{N_1} z^{-N_1} - P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1} + E2 \cdot P_{n_1}^{3N_1} z^{-3N_1})}{1 + P_{n_1}^{4N_1} z^{-4N_1}} \right] z^{-n_1} \quad (18a)$$

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} C_{n_1} \left[(1 - P_{n_1}^N z^{-N}) \left(\frac{1}{1 + P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1}} + \frac{E2 \cdot P_{n_1}^{N_1} z^{-N_1}}{1 - P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1}} \right) \right] z^{-n_1} \quad (18b)$$

Для $\text{mod}_4(N_2) = 1$ передаточная функция преобразуется уже к виду:

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} C_{n_1} \left[P_{n_1}^{N-N_1} z^{N_1-N} + (1 - P_{n_1}^{N-N_1} z^{N_1-N}) \times \frac{(1 + E2 \cdot P_{n_1}^{N_1} z^{-N_1} - P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1} + E2 \cdot P_{n_1}^{3N_1} z^{-3N_1})}{1 + P_{n_1}^{4N_1} z^{-4N_1}} \right] z^{-n_1} \quad (19)$$

При условии $\text{mod}_4(N_2) = 2$ передаточная функция преобразуется к виду:

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} C_{n_1} \left[P_{n_1}^{N-2N_1} z^{2N_1-N} \cdot (1 + E2 \cdot P_{n_1}^{N_1} z^{-N_1}) + (1 - P_{n_1}^{N-2N_1} z^{2N_1-N}) \times \right. \\ \left. \times \frac{(1 + E2 \cdot P_{n_1}^{N_1} z^{-N_1} - P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1} + E2 \cdot P_{n_1}^{3N_1} z^{-3N_1})}{1 + P_{n_1}^{4N_1} z^{-4N_1}} \right] z^{-n_1} \quad (20)$$

А при условии $\text{mod}_4(N_2) = 3$ передаточная функция преобразуется к виду:

$$H(z) = z^{-N} + \sum_{n_1=0}^{N_1-1} C_{n_1} \left[P_{n_1}^{N-3N_1} z^{3N_1-N} \cdot (1 + E2 \cdot P_{n_1}^{N_1} z^{-N_1} - P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1}) + \right. \\ \left. + (1 - P_{n_1}^{N-2N_1} z^{2N_1-N}) \frac{(1 + E2 \cdot P_{n_1}^{N_1} z^{-N_1} - P_{n_1}^{2N_1} z^{-2N_1} + E2 \cdot P_{n_1}^{3N_1} z^{-3N_1})}{1 + P_{n_1}^{4N_1} z^{-4N_1}} \right] z^{-n_1} \quad (21)$$

2.6 Теоретическое обобщение рассмотренных примеров

На основании рассмотренных примеров можно сделать вывод, что для реализации данного метода необходима циклическая повторяемость направлений единичного вектора, определяемого комплексной экспонентой. Такая повторяемость обусловлена ограниченным числом направлений, определяемых целыми числами k и m , которые определяют вариант преобразования передаточной функции к рекурсивному виду. Таких вариантов может быть неограниченное количество, если рассматривать задачу в общем виде не ограничиваясь значением базы сигнала D и коэффициентом его дискретизации l . В настоящей работе рассмотрены только пять вариантов, а именно $k/m = 2; 1; 1/2; 1/3$ и $1/4$, для каждого из которых количество базовых структурных схем при $k = 1$ определяется значением m .

Данный метод позволяет значительно сократить число выполняемых арифметических операций, а соответственно и сократить аппаратные (программные) затраты. Так, например, для реализации трансверсального фильтра требуется $4N + 2$ действительных операций сложений и $4(N + 1)$ действительных операций умножений, то в результате преобразований их число будет пропорционально \sqrt{Nl} с некоторым коэффициентом, который зависит от выбранного варианта, базовой схемы и коэффициента дискретизации.

3. Результаты моделирования

Моделирование сжатия ЛЧМ сигналов в согласованных фильтрах, преобразованных к рекурсивному виду, выполнялось в среде **MathCad** и в среде **MathLab** с обязательным формированием квадратурных дискретных выборок ЛЧМ сигнала и последующим определением модуля сжатого сигнала. Начало дискретных выборок при формировании входного сигнала совпадало с началом этого сигнала, а дискретные выборки модуля сжатого сигнала на осциллограммах выделены ромбовидными значками, которые при несовпадении начала дискретизации с началом входного сигнала равномерно сместятся по обозначенной на графике кривой.

Проверка выполнялась для всех вариантов рассмотренных преобразований и базовых схем, но в данной работе в качестве доказательной базы приводятся подробные результаты моделирования для ЛЧМ сигнала с базой $D = T\Delta f = 100$. В первом случае частота дискретизации выбиралась по Котельникову, т.е. $\Delta t = 1/\Delta f$, и $l = 1$, а во втором она была удвоена, т.е. коэффициент дискретизации $l = 2$. При этом вариант преобразования для обоих случаев был определен из условий: $N_1 N_2 = N$, $N_1 = \sqrt{Nl}/2$ и $N_2 = 2\sqrt{N/l}$, а $\text{mod}_4(N_2) = 0$.

Поэтому базовая структурная схема, преобразованная к рекурсивному виду, определяется выражением (18б).

3.1 Результаты моделирования преобразованного фильтра при коэффициенте дискретизации $l = 1$

В этом случае выражение (18б) можно еще упростить, так как коэффициент $P_{n_1}^N = W^{\frac{N-n_1}{2}} = \exp\left\{-j2\pi\left(\frac{N}{2} - n_1\right)\right\} \equiv 1$, поэтому сомножитель с его участием можно вынести за знак суммы. Тогда окончательное выражение для преобразованной передаточной функции с учетом заданных характеристик будет определяться тождеством

$$H(z) = z^{-100} + (1 - z^{-100}) \sum_{n=0}^4 C_n \left(\frac{1}{1 + B_n z^{-10}} + \frac{A_n z^{-5}}{1 - B_n z^{-10}} \right) z^{-n} =$$

$$= z^{-100} + (1 - z^{-100}) \sum_{n=0}^4 h(z)_n z^{-n} \quad (22)$$

где: $A_n = e^{j\frac{\pi}{4}} \cdot W^{5(50-n)} = \exp\left\{j\pi\left(\frac{1}{4} - \frac{50-n}{10}\right)\right\}$, $B_n = W^{10(50-n)} = \exp\left\{-j\frac{\pi(50-n)}{5}\right\}$ и

$$C_n = W^{\frac{100-n}{2}n} = \exp\left\{-j\frac{\pi(100-n)}{100}n\right\}.$$

На рис. 3 представлена общая структурная схема фильтра сжатия $H(z)$, а на рис. 4 его составные рекурсивные части $h(z)_n$.

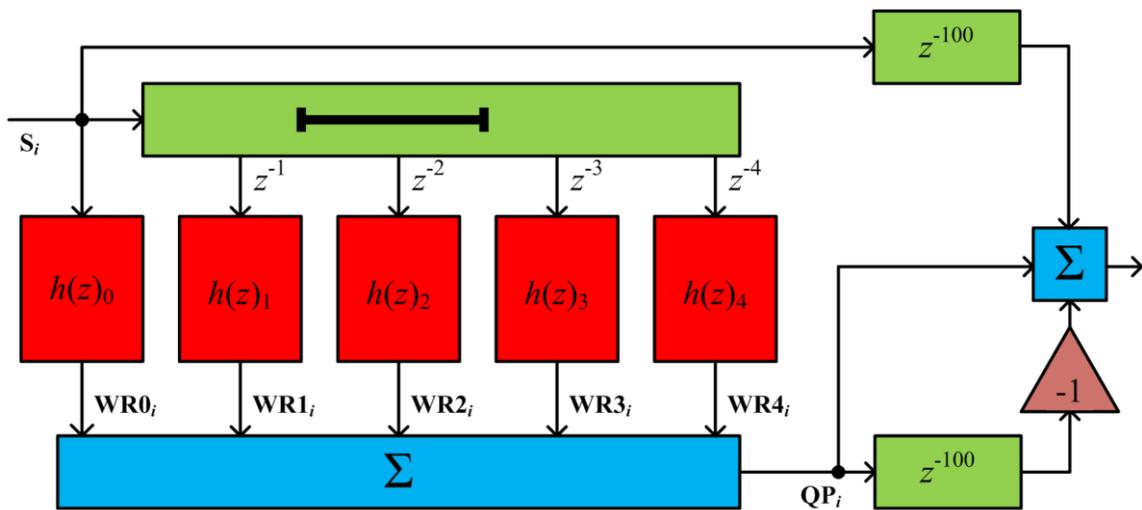


Рис. 3 Структурная схема преобразованного фильтра сжатия ЛЧМ сигнала с базой $D = 100$ при условии $k = 1$, $m = 4$ и $l = 1$.

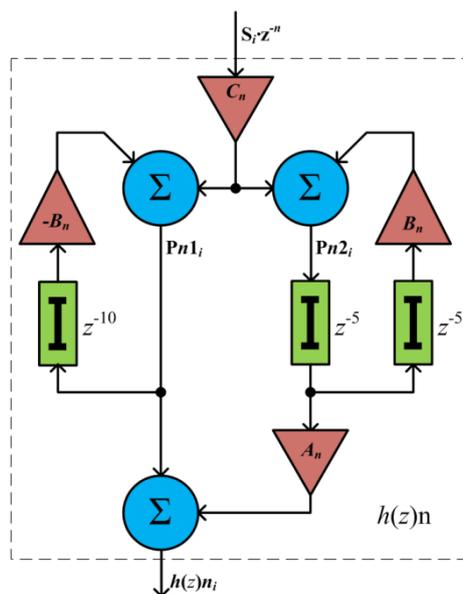


Рис. 4 Структурная схема $h(z)_n$ n -ого рекурсивного фильтра

Амплитудное значение модуля вблизи основного лепестка на выходе фильтра, представлено на рис. 5, а на рис. 6 амплитудное значение модуля на всей длительности сжатия сигнала в логарифмическом масштабе. Результаты сжатия ЛЧМ сигнала в рекурсивном фильтре при заданной дискретизации абсолютно совпадают с результатами сжатия в трансверсальном фильтре. Возрастающий уровень боковых лепестков, особенно на краях сжатого сигнала объясняется тем, что любой ограниченный по времени сигнал имеет бесконечно спадающий спектр. Поэтому чтобы ограничить его влияние необходимо увеличивать частоту дискретизации.

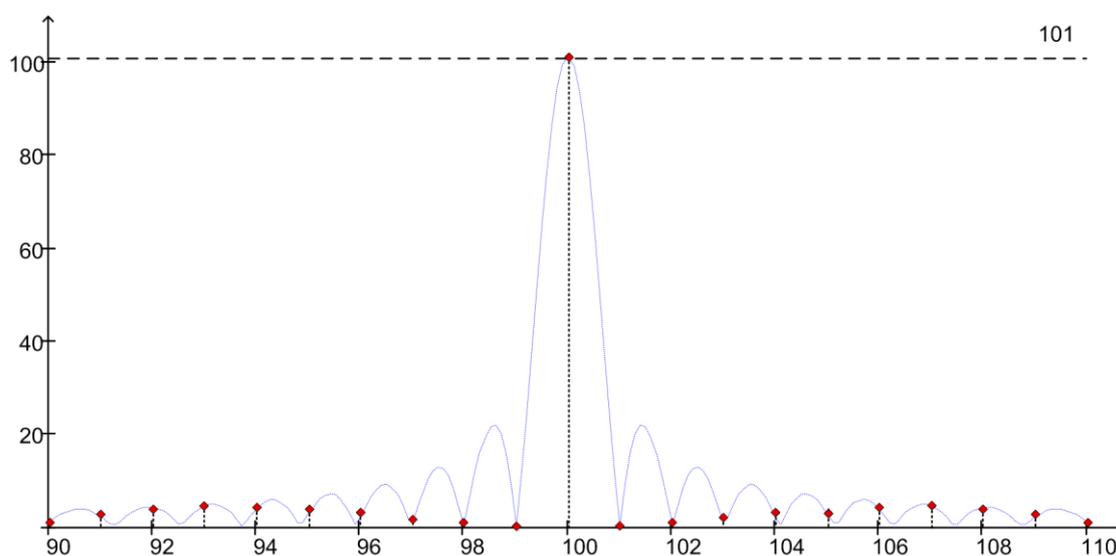


Рис. 5 Амплитудное значение модуля на выходе фильтра сжатия ЛЧМ сигнала вблизи основного лепестка в линейном масштабе.

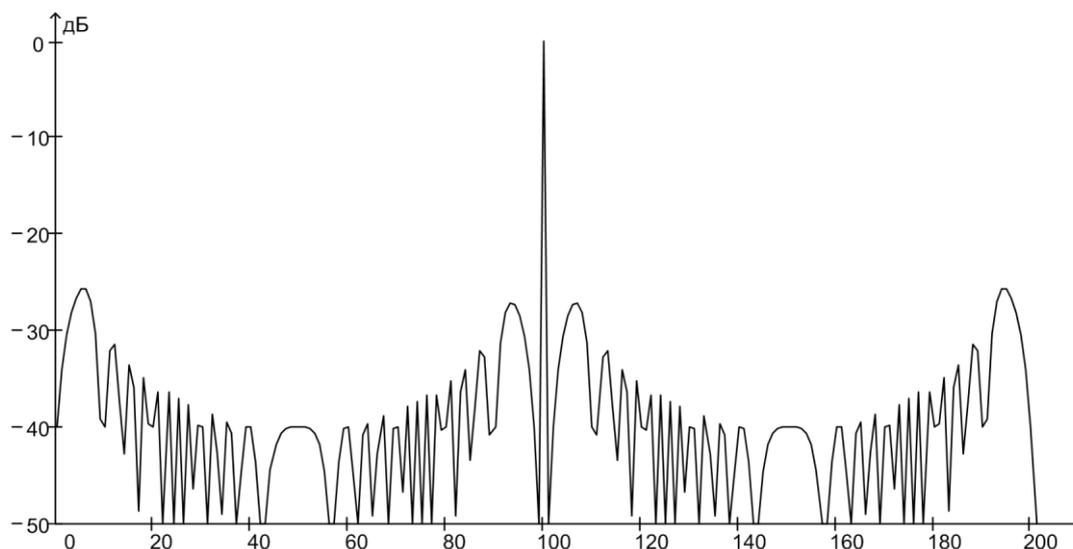


Рис. 6 Амплитудное значение модуля на выходе фильтра сжатия ЛЧМ сигнала на всей его длительности в логарифмическом масштабе.

3.2 Результаты моделирования преобразованного фильтра при коэффициенте дискретизации $l = 2$

В данном случае количество дискретных выборок и отводов удвоится, а значение коэффициентов фильтра изменится. Но выражение (18б) также может быть упрощено, так как коэффициент $P_{n_1}^N = W^{\frac{N-n_1}{2l}N} = \exp\left\{-j\pi\left(\frac{N}{2}-n_1\right)\right\} = (-1)^{n_1}$, а сомножитель с его участием после определенной группировки тоже можно вынести за знак суммы. Тогда окончательное выражение для преобразованной передаточной функции с учетом заданных характеристик будет определяться уже тождеством

$$\begin{aligned} \tilde{H}(z) &= z^{-200} + (1 - z^{-200}) \sum_{n=0}^4 \tilde{C}_{2n} \left(\frac{1}{1 + \tilde{B}_{2n} z^{-20}} + \frac{\tilde{A}_{2n} z^{-10}}{1 - \tilde{B}_{2n} z^{-20}} \right) z^{-2n} + \\ &+ (1 + z^{-200}) \sum_{n=0}^4 \tilde{C}_{2n+1} \left(\frac{1}{1 + \tilde{B}_{2n+1} z^{-20}} + \frac{\tilde{A}_{2n+1} z^{-10}}{1 - \tilde{B}_{2n+1} z^{-20}} \right) z^{-(2n+1)} = , \quad (23) \\ &= z^{-200} + (1 - z^{-200}) \sum_{n=0}^4 \tilde{h}(z)_{2n} z^{-2n} + (1 + z^{-200}) \sum_{n=0}^4 \tilde{h}(z)_{2n+1} z^{-(2n+1)} \end{aligned}$$

где: $\tilde{A}_n = e^{j\frac{\pi}{4}} \cdot W^{\frac{10 \times (100-n)}{l}} = \exp\left\{j\pi\left(\frac{1}{4} - \frac{100-n}{20}\right)\right\}$ $\tilde{B}_n = W^{\frac{100-n}{l}20} = \exp\left\{-j\frac{\pi(100-n)}{10}\right\}$ и

$$\tilde{C}_n = W^{\frac{200-n}{2l}n} = \exp\left\{-j\frac{\pi(200-n)}{400}n\right\}.$$

На рис. 7 представлена общая структурная схема фильтра сжатия $\tilde{H}(z)$, а структурная схема его составных рекурсивных частей $\tilde{h}(z)_n$ аналогична изображенной на рис. 4 с учетом вновь введенных коэффициентов и удвоенной задержки в сдвиговых регистрах.

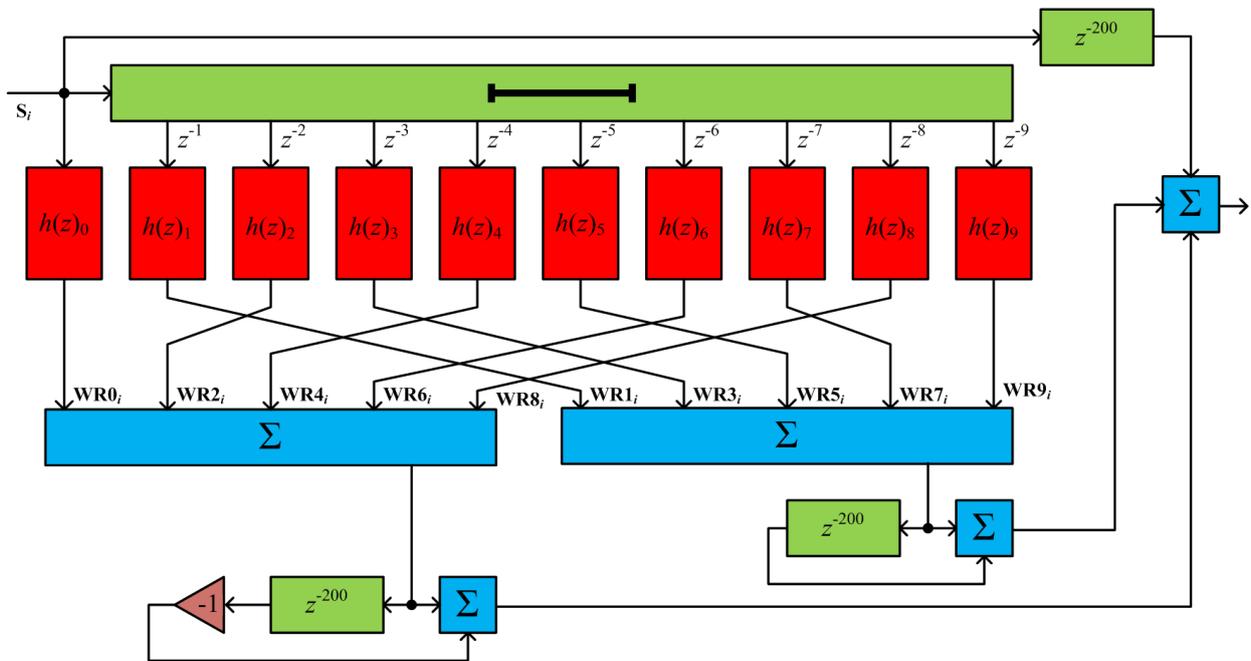


Рис. 7 Структурная схема преобразованного фильтра сжатия ЛЧМ сигнала с базой $D = 100$ при условии $k = 1$, $m = 4$ и $l = 2$.

Амплитудное значение модуля на всей длительности сжатия сигнала в логарифмическом масштабе представлено на рис. 8.

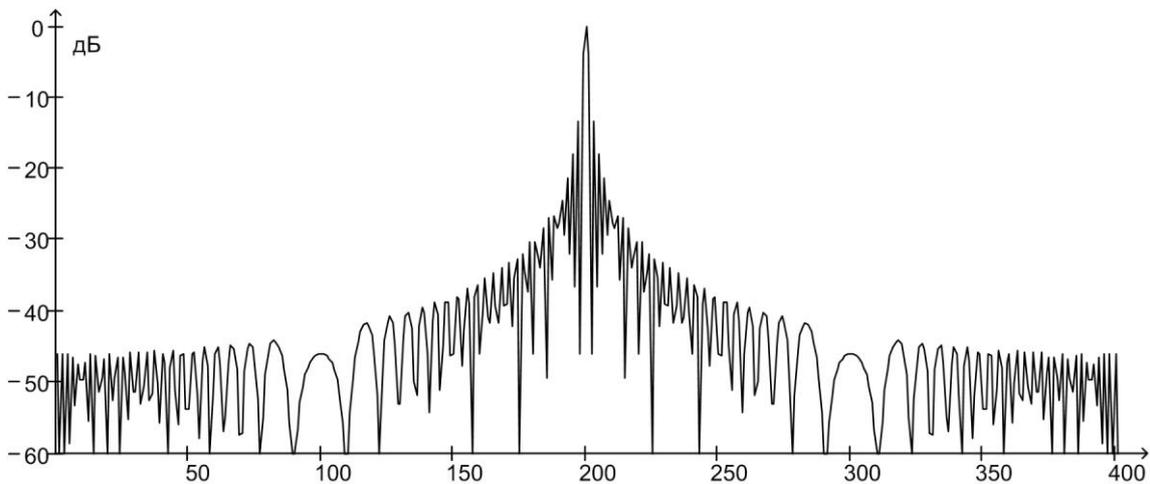


Рис. 8 Амплитудное значение модуля на выходе фильтра сжатия ЛЧМ сигнала на всей его длительности в логарифмическом масштабе с удвоенной дискретизацией выборок.

Из этого рисунка видно, что уровень боковых лепестков на краях сжатого сигнала значительно снизился, а вблизи центрального лепестка они составляют минус 13 дБ, что абсолютно совпадает с теорией согласованной фильтрации ЛЧМ сигналов. Для их подавления, как правило, используется весовой фильтр,

в данном случае использовался весовой фильтр Хэмминга. Результаты такой весовой обработки представлены на рис. 9.

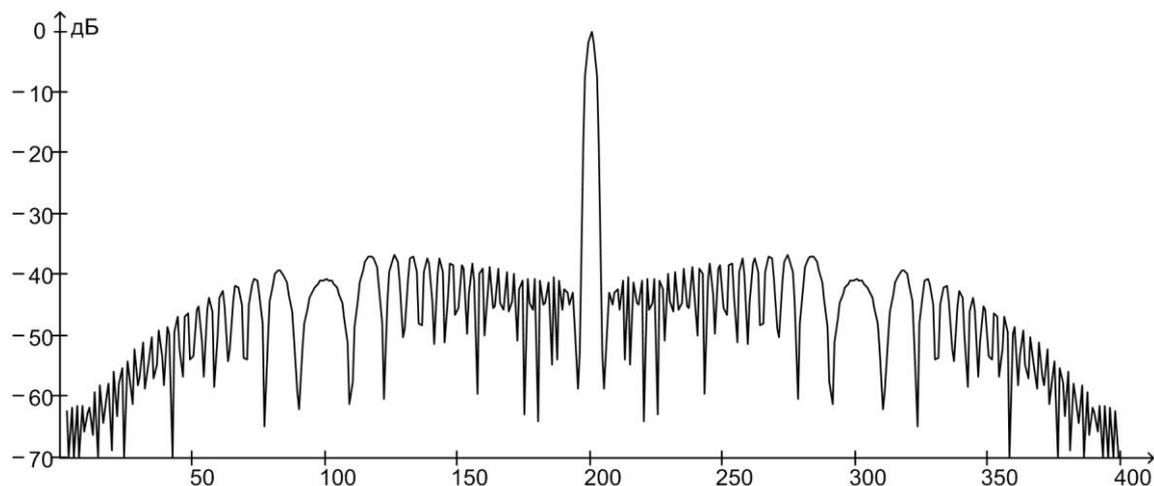


Рис. 9 Амплитудное значение модуля на выходе весового фильтра после сжатия ЛЧМ сигнала в логарифмическом масштабе с удвоенной дискретизацией выборок.

Выводы

Определена закономерность и условия, необходимые для преобразования передаточной функции трансверсального фильтра, согласованного с ЛЧМ сигналом, к рекурсивному виду. Показано многообразие способов, позволяющих представить сумму членов ряда второй размерности в виде простого алгебраического выражения.

Результаты моделирования демонстрируют абсолютную идентичность результатов сжатия ЛЧМ сигналов с идеальными, теоретически предсказуемыми результатами, при этом число действительных арифметических операций сократилось пропорционально $\sqrt{N/l}$ из количества дискретных выборок ЛЧМ сигнала и коэффициента дискретизации.

Предложенная модификация способа преобразования трансверсальных фильтров сжатия ЛЧМ сигналов к рекурсивным видам позволила расширить характеристики сигналов, к которым его можно применить, а также при необходимости увеличить частоту дискретизации обрабатываемых сигналов, чтобы сократить влияние спектральных составляющих в более широкой полосе.

Литература

1. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы /Пер. с англ. Под ред. В.С. Кельзона. – М.: Сов. Радио, 1971. – 566 с.
2. Рабинер Л., Голд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Под редакцией Ю.Н.Александрова. М.: Мир, 1978. 848 с.
3. Кузьмин С. 3. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Радио и связь, 1986. — 352 с: ил.
4. Г. Нуссбаумер Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. Пер. с англ. Ю.Ф. Касимова и И.П. Пчелинцева под ред. чл.-кор. АН КазССР В.М. Амербаева и Т.Э. Кренкеля. – М.: Радио и связь, 1985. –247 с.
5. Баталин Е.С. и др. Цифровой фильтр сжатия ЛЧМ сигналов. - “ВСР”. Сер.: Радиолокационная техника, 1986, Вып. 21, с. 106-112 – Би.
6. В.С. Щербаков «Двумерное представление передаточной функции цифрового фильтра, согласованного с ЛЧМ – сигналом. – “ВСР” Сер.: Радиолокационная техника, 1988 вып. 2 с. 115 – 121.
7. Гольденберг Л.М. и др. Цифровая обработка сигналов: Справочник / Л.М. Гольденберг, Б.Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с. с ил.

Ссылка на статью:

В. С. Щербаков. Методы и условия преобразования фильтра сжатия линейно модулированных по частоте сигналов к рекурсивному виду. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. №12. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/dec17/3/text.pdf>