УДК 621.391.01

АЛГОРИТМЫ ПОСИМВОЛЬНОГО ПРИЕМА СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ КОДОВ С ПРОВЕРКОЙ НА ЧЕТНОСТЬ В ПОЛЕ $GF(2^m)$

Л. Е. Назаров, П. В. Шишкин

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 141190, Московская область, г. Фрязино, пл. академика Введенского, д.1

Статья поступила в редакцию 3 декабря 2018 г.

Аннотация. Рассмотрены алгоритмы когерентного и некогерентного посимвольного приема сигнальных конструкций на основе составляющих ансамблей сигналов и кодов с проверкой на четность, определенных в недвоичных полях, формируемых по модулю неприводимых многочленов. Показано, что производимые при приеме решения эквивалентны выходным «мягким» решениям, используемым в вычислительных процедурах итеративного приема сигнальных конструкций на основе блоковых кодов-произведений. Показано, что разработанные алгоритмы основаны на возможности организации парциальных каналов передачи, полагаемых независимыми и реализующих передачу с использованием двоичных кодов с проверкой на четность с входными «мягкими» решениями относительно их кодовых символов. Разработаны алгоритмы вычисления входных «мягких» решений с использованием аппарата быстрых спектральных преобразований в базисе Уолша-Адамара для составляющих сигналов в виде функций Уолша.

Ключевые слова: недвоичные поля, сигналы, посимвольный прием, помехоустойчивые коды, коды с проверкой на четность, быстрое преобразование Уолша-Адамара.

Abstract. The focus of this paper is directed towards the development and investigation of the characteristics of symbol-by-symbol decoding algorithms for signal constructions based on partial signals and on single-parity-check codes in non-binary fields $GF(2^m)$. The coherent and noncoherent symbol-by-symbol decoding algorithms for signal constructions based on partial signals and on single-parity-check codes are presented in the article. The non-binary fields $GF(2^m)$ are construct on the base of module primitive polyneme arithmetic. The decisions evaluated with application of these decoding algorithms are equivalent to the output soft decisions used for block turbo-codes iterative decoding procedures. The base of developed symbol-by-symbol decoding algorithms is organization of set m independent channels that transmit information with usage of the component binary error-correcting single-parity-check codes in binary field. The decoding algorithms for these component codes use input soft symbol decisions. The coherent and noncoherent algorithms for evaluation input soft symbol decisions are developed for partial signals that equivalent Hadamard functions. The base of these algorithms is Fast Hadamard Transformation with dimension 2^m. The computer simulations for developed symbol-by-symbol decoding for investigated signal constructions with information volumes 200 bits for fields $GF(2^3)$, $GF(2^6)$, $GF(2^8)$ and for Additive White Gaussian Noise are performed. It shown the error-performance degradations without code concerning with single-parity-check code are about 1 dB for bit-error 0.00001.

The work is performed with support by RFFI (project (№16-07-00746).

Key words: non-binary fields, signals, symbol-by-symbol decoding, single-parity-check codes, block product codes, Fast Hadamard Transformation.

Введение

Коды с проверкой на четность находят широкое применение в каскадных схемах помехоустойчивого кодирования, например, в кодах-произведениях [1-4], для которых разработаны процедуры итеративного приема на основе алгоритмов посимвольного приема сигналов, соответствующих составляющим кодам с использованием «мягких» (многоуровневых) решений [2]. Это определяет низкую сложность результирующих алгоритмов итеративного приема данных кодов-произведений, что обусловливает их применение в системах связи различного назначения, в частности, они применяются в оптических системах связи и в системах магнитной записи [5,6].

Известны алгоритмы посимвольного приема двоичных сигналов на основе рассматриваемых кодов в поле $GF(2)$, решения которых представляются в виде отношений апостериорных символьных вероятностей, эквивалентных выходным «мягким» решениям [7,8]. Актуальной является проблема обобщения данного алгоритма для сигналов на основе кодов, определенных в недвоичных полях $GF(2^m)$ [1,9]. Данный подход позволяет расширить класс сигнальных и кодовых конструкций, перспективных для приложений, например, при разработке систем передачи информации с программируемым переключением рабочих частот [10].

В статье рассматриваются алгоритмы когерентного и некогерентного посимвольного приема сигнальных конструкций в сочетании с кодами с проверкой на четность, определенных в поле $GF(2^m)$. Производимые при приеме решения являются функциями от отношений апостериорных символьных вероятностей, эквивалентных выходным «мягким» решениям, которые используются в вычислительных процедурах итеративного приема сигнальных конструкций на основе каскадных схем кодирования.

1. Постановка задачи

Пусть $\vec{A} = (a_i; 0 \le i < k)$ - последовательность информационных символов - элементов поля $GF(2^m)$. Проверочный символ a_k кодового слова $\vec{B}$ в систематическом виде задается суммой [9]

$$a_k = \sum_{p=0}^{k-1} a_i \ . \tag{1}$$

Суммирование в (1) осуществляется в поле $GF(2^m)$, элементы a_i представляются многочленами $a_i(x) = \sum_{p=0}^{m-1} \alpha_p(a_i) x^p$, $\alpha_p(a_i) \in GF(2)$ [9].

Кодовые символы a_i $i = 0,1,...,k$ сопоставляются сигналам, передаваемым по физическим каналам. На вход приемного устройства поступает реализация $\vec{Y} = (y_l; 0 \le l \le k)$.

Посимвольное правило приема заключается в вычислении апостериорных вероятностей кодовых символов $\Pr(a_i = \beta | \vec{Y})$, $\beta \in GF(2^m)$ и апостериорных вероятностей коэффициентов $\Pr(\alpha_p(a_i) = 0 | \vec{Y})$, $\Pr(\alpha_p(a_i) = 1 | \vec{Y}), p = 0,1,...,m-1$, на основе которых вычисляются «мягкие» решения $y_p(i)$, определяемые соотношением [2,11]

$$y_p(i) = \ln\left(\frac{\Pr(\alpha_p(a_i) = 0 | \vec{Y})}{\Pr(\alpha_p(a_i) = 1 | \vec{Y})}\right). \quad (2)$$

С использованием этих вероятностей принимаются также «жесткие» решения относительно значений двоичных коэффициентов $\hat{\alpha}_p(a_i) = sign(y_p(i))$. Здесь $sign(x) = 0$, если $x \ge 0$ и $sign(x) = 1$, если $x < 0$.

Апостериорные символьные вероятности задаются выражением [12]

$$\Pr(a_i = \beta | \vec{Y}) = \sum_{\vec{B}: a_i = \beta} \Pr(\vec{B} | \vec{Y}) = \sum_{\vec{B}: a_i = \beta} \frac{\Pr(\vec{A})}{p(\vec{Y})} \Pr(\vec{Y} | \vec{B}). \quad (3)$$

При вычислении (3) функция правдоподобия $\Pr(\vec{Y} | \vec{B})$ определяется моделью физического канала, для канала без памяти $\Pr(\vec{Y} | \vec{B}) = \prod_{i=0}^{k} p(\vec{Y} | a_i)$.

Априорные вероятности полагаются равными $\Pr(\vec{A}) = \frac{1}{2^{mk}}$.

Сложность реализации (3), определяемая требуемым объемом вычислительных операций, оценивается как $P_1 \approx 2^{mk}$ и даже для малых значений m, k является трудноразрешимой вычислительной проблемой.

Суть задачи - дать описания разработанных эффективных относительно сложности реализации алгоритмов посимвольного когерентного и некогерентного приема с выходными «мягкими» решениями для сигнальных конструкций на основе функций Уолша и кодов с проверкой на четность в поле $GF(2^m)$, а также привести результаты их моделирования с целью оценки вероятностных характеристик для ряда рассматриваемых сигнальных конструкций.

2. Алгоритм посимвольного приема сигналов

Рассматривается ансамбль ортогональных сигналов объемом 2^m, каждый сигнал однозначно соответствует элементу поля $GF(2^m)$. Примером являются ансамбли функций Уолша, эквивалентные кодам с параметрами $(2^m, m)$ [9].

Сложность разработанных алгоритмов посимвольного приема сигнальных конструкций на основе рассматриваемых сигналов и кодов с проверкой на четность в поле $GF(2^m)$ оценивается как $P_2 \approx k \cdot m \cdot 2^m$, для данной кодовой конструкции выполняется условие $P_2 << P_1$.

Основу разработанного алгоритма составляет формирование m параллельных каналов, полагаемых независимыми и реализующих передачу двоичных коэффициентов $\alpha_p(a_i), p = 0,1,...,m-1; i = 0,1,...,k$ с использованием двоичных кодов с проверкой на четность. Возможность организации этих каналов обосновывается соотношением (1), в котором сложение элементов поля $GF(2^m)$ эквивалентно независимому сложению соответствующих коэффициентов $\alpha_p(a_i)$ в поле $GF(2)$. В этом случае номер функции t Уолша эквивалентен элементу a_t поля так, что двоичное представление $t = (t_0, t_1, ..., t_{m-1}), t_p = 0,1; 0 \le p < m$ совпадает с множеством двоичных коэффициентов $\alpha_p(a_t) = t_p$. Таким образом, двоичные коэффициенты элементов поля в составе кодового слова связаны системой m линейных уравнений

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_p(a_i) = 0, p = 0,1,...,m-1. \qquad (4)$$

С использованием (4) и входных «мягких» решений $y_p(i)$ относительно коэффициентов $\alpha_p(a_i)$, $i=0,1,...,k; p=0,1,...,m-1$ вычисляются выходные «мягкие» решения $\hat{y}_p(i)$ и оценки $\hat{\alpha}_p(a_i)$.

Алгоритм вычисления решений $\hat{y}_p(i)$ и оценки $\hat{\alpha}_p(a_i)$ для каждого значения p заключается в выполнении следующих шагов обработки последовательности $y_p(i)$ [1].

Шаг 1. Вычисляется последовательность решений $\vec{b}=(b_0,b_1,...,b_k)$: $b_i=0$, если $y_p(i)\geq 0$, иначе $b_i=1$, $i=0,1,...,k$.

Шаг 2. Вычисляется сумма в поле $GF(2)$: $j=\sum_{i=0}^{k} b_i$.

Шаг 3. Вычисляются значения $j_u=\min\limits_{\substack{0\leq i\leq k\\ i\neq u}}(|y_p(i)|), 0\leq u\leq k$.

Шаг 4. Вычисляются выходные «мягкие» решения $\hat{y}_p(i)=y_p(i)+j_p\cdot(-1)^{j+b_i}$ для коэффициентов $\alpha_p(a_i)$.

На основе анализа можно также принять «жесткие» решения: при условии $\hat{y}_p(i)\geq 0$ полагается $\hat{\alpha}_p(a_i)=0$, иначе $\hat{\alpha}_p(a_i)=1$.

Вычисление входных «мягких» решений $y_p(i)$, $i=0,1,...,k; p=0,1,...,m-1$ выполняется с использованием отсчетов сигнального демодулятора прямого и квадратурного каналов $\vec{Y}_c=(y_{lc};0\leq l\leq 2^m-1)$ и $\vec{Y}_s=(y_{ls};0\leq l\leq 2^m-1)$, соответствующих передаваемым функциям Уолша [1]

$$y_{lc}=\frac{AT_c}{2}h_l\cos(\varphi)+n_{ic}, \tag{5}$$

$$y_{ls}=\frac{AT_c}{2}h_l\sin(\varphi)+n_{is}. \tag{6}$$

Здесь φ - начальная фаза сигналов; $h_l=\pm 1$ - символы переданной функции Уолша; A, T_c - амплитуда и длительность символов функции Уолша; n_{ic}, n_{is} -

помеховые составляющие, статистически независимые, с гауссовским законом распределения с нулевыми средними и с дисперсиями $\sigma_0^2 = N_0 T_c / 4$.

Если фаза φ или ее оценка известны, то можно положить $\varphi = 0$ и реализуется когерентный прием с использованием реализации $\vec{Y}_c$. Для неизвестной фазы с равномерным законом распределения $\varphi \in [0, 2\pi]$ выполняется некогерентный прием с использованием $\vec{Y}_c$, $\vec{Y}_s$.

Вычисление “мягких” решений $y_p(i)$ относительно символов h_l производится в соответствии с соотношением (2)

$$y_p(i) = \ln\left(\frac{\Pr(h_p = 1 | \vec{Y}_c, \vec{Y}_s)}{\Pr(h_p = -1 | \vec{Y}_c, \vec{Y}_s)}\right). \tag{7}$$

Апостериорные вероятности $\Pr\left(h_p = \pm 1 | \vec{Y}_c, \vec{Y}_s\right)$ имеют вид

$$\Pr(h_p = \pm 1 | \vec{Y}_c, \vec{Y}_s) = \sum_{\vec{h}_d : h_{dp} = \pm 1} \frac{\Pr(\vec{h}_d)\, p(\vec{Y}_c, \vec{Y}_s | \vec{h}_d)}{p(\vec{Y}_c, \vec{Y}_s)}. \tag{8}$$

Для когерентного приема имеем [13]

$$p(\vec{Y}_c | \vec{h}_d) = L_1 \exp\left(\frac{AT_c}{2\sigma_0^2} \sum_{l=0}^{2^m - 1} y_{lc} h_{dl}\right). \tag{9}$$

Для некогерентного приема имеем [13]

$$p(\vec{Y}_c, \vec{Y}_s | \vec{h}_d) = L_2 I_0\left(\frac{AT_c}{2\sigma_0^2} L(d)\right). \tag{10}$$

Здесь L_1, L_2 - множители, не зависящие от $\vec{h}(d)$; $L^2(d) = R_{Id}^2 + R_{Qd}^2$;

$R_{Id} = \sum_{l=0}^{2^m-1} y_{lc} h_{ld}$, $R_{Qd} = \sum_{l=0}^{2^m-1} y_{ls} h_{ld}$; h_{ld} - символы функции Уолша $\vec{h}_d$ с номером $d, 0 \le d < 2^m$; $I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(x\cos(\varphi)) d\varphi$ - модифицированная функция Бесселя первого рода 0-го порядка.

Вычисление множеств $R_I(\vec{h}), R_Q(\vec{h})$ выполняется с использованием алгоритма быстрого преобразования Уолша-Адамара (БПУ) с размерностью 2^m с операциями "сложение-вычитание". Это повышает производительность обработки по отношению к прямому вычислению в $2^m / m$ раз [8].

Соотношение (7) может быть вычислено с использованием модифицированного алгоритма БПУ с размерностью 2^m над сигналами (9) или (10) для когерентного или некогерентного посимвольного приема [12]. Эта процедура не требует точного знания или оценки энергетических параметров канала A, σ_0^2 и основана на применении приближенного соотношения [13]

$$y_p(i) \cong \ln\left(\max_{\vec{h}_d : h_{dp} = 1} \left(p(\vec{Y}_c, \vec{Y}_s \middle| \vec{h}_d) \right) \right) - \ln\left(\max_{\vec{h}_d : h_{dp} = -1} \left(p(\vec{Y}_c, \vec{Y}_s \middle| \vec{h}_d) \right) \right). \quad (11)$$

В частности, для некогерентного посимвольного приема имеем [13]

$$y_p(i) \cong \max_{\vec{h}_d : h_{dp} = 1} \left(L(d) \right) - \max_{\vec{h}_d : h_{dp} = -1} \left(L(d) \right). \quad (12)$$

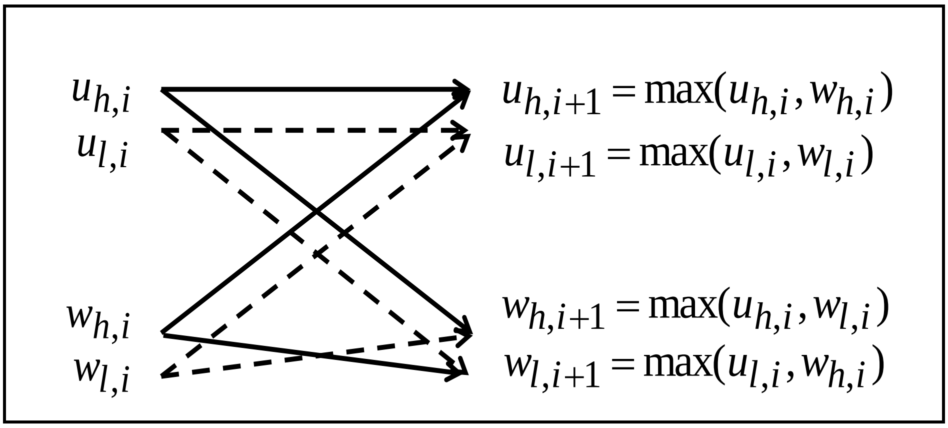

Рис.1. Схематическое изображение элемента модифицированного алгоритма БПУ с базовыми операциями “сравнение-пересылки”.

На рис.1 приведен вид элемента модифицированного БПУ - “бабочки” i-го слоя $(0 \le i < m)$ с базовыми операциями “сравнение-пересылки” [6]: выходные парные отсчеты $u_{h,i+1}, u_{l,i+1}$ и $w_{h,i+1}, w_{l,i+1}$, являющиеся входными для $(i+1)$-го слоя, вычисляются по правилам [13]

$$u_{h,i+1} = \max(u_{h,i}, w_{h,i}),\ u_{l,i+1} = \max(u_{l,i}, w_{l,i}), \qquad (13)$$

$$w_{h,i+1} = \max(u_{h,i}, w_{l,i}),\ w_{l,i+1} = \max(u_{l,i}, w_{h,i}). \qquad (14)$$

Здесь $u_{h,i}, u_{l,i}$ и $w_{h,i}, w_{l,i}$ парные отсчеты на входе i-го слоя. На первом слое отсчеты равны $u_{h,0} = \ln(p(\vec{Y}_c, \vec{Y}_s | \vec{h}_d))$, $w_{h,0} = \ln(p(\vec{Y}_c, \vec{Y}_s | \vec{h}_d))$, $u_{l,0} = w_{l,0} = 0$, На последнем m-ом слое определяются значения $y_p(i)$.

3. Результаты моделирования

На рис.2, рис.3, рис.4 приведены вероятностные характеристики (вероятности ошибки на бит $P_б$ в зависимости от отношения сигнал/помеха $\frac{E_б}{N_0}$ для канала с аддитивным белым гауссовским шумом с односторонней спектральной плотностью N_0) когерентного и некогерентного приема сигнальных конструкций на основе функций Уолша с объемами 2^3, 2^6, 2^8 и кодов с проверкой на четность в полях $GF(2^3)$, $GF(2^6)$ и $GF(2^8)$ соответственно. Здесь $E_б$ - энергия сигналов на информационный бит.

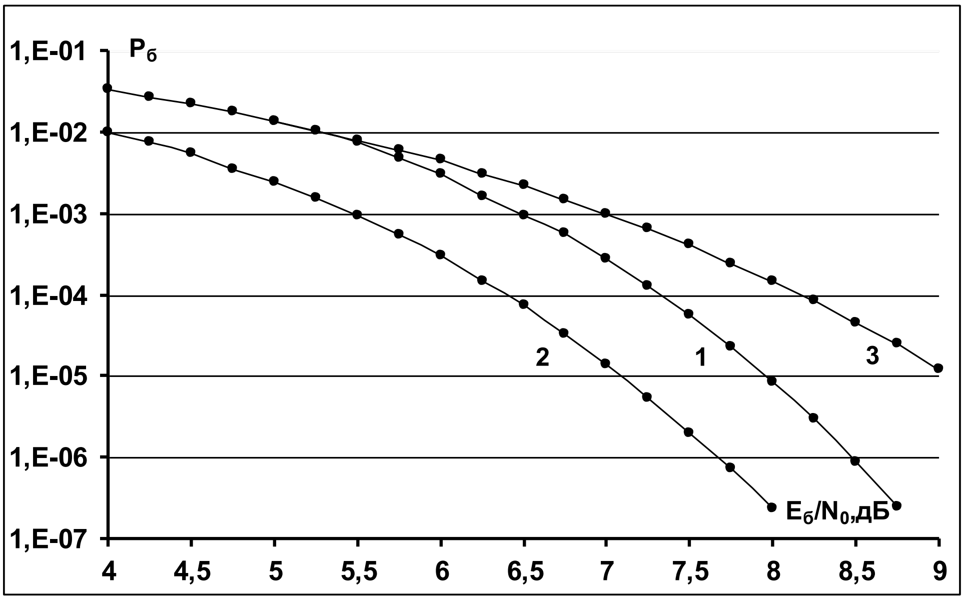

Рис.2. Зависимости вероятности ошибки $P_б$ от отношения сигнал/помеха при посимвольном приеме сигнальных конструкций на основе функций Уолша и кода с проверкой на четность в поле $GF(2^3)$: кривая 1 - некогерентный прием; кривая 2 - когерентный прием; кривая 3 - некогерентный прием без кодирования.

Вероятностные характеристики получены путем моделирования алгоритмов (7)-(12) посимвольного приема с вычислением выходных «мягких» решений при передаче сообщений с объемом ≈200 битов. Длительность информационных последовательностей при этом составляет $k=65$, $k=32$ и $k=25$ кодовых символов, эквивалентных элементам $GF(2^3)$, $GF(2^6)$ и $GF(2^8)$ соответственно.

При выполнении моделирования производится интервальная оценка вероятности $P_б$ путем вычисления частности $w=\frac{x}{u}$. Здесь x - число ошибочных решений в последовательности независимых вычислительных экспериментов с объемом информационных битов u. Требуемое количество вычислительных экспериментов u определяется размером доверительного интервала, вероятностью $P_б$, доверительной вероятностью $P_{дов}$ [14]. Например, для значений $P_б = 10^{-5}$, для доверительного интервала $[0.5P_б, 1.5P_б]$ и $P_{дов} = 0.95$ требуемое количество экспериментов оценивается значением 1540000.

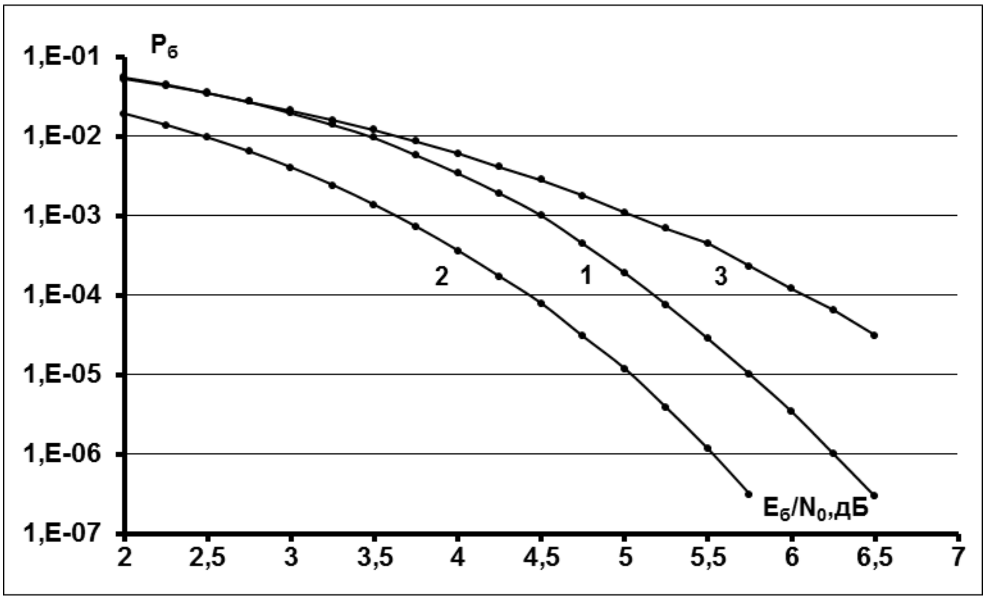

Рис.3. Зависимости вероятности ошибки $P_б$ от отношения сигнал/помеха при посимвольном приеме сигнальных конструкций на основе функций Уолша и кода с проверкой на четность в поле $GF(2^6)$: кривая 1 - некогерентный прием; кривая 2 - когерентный прием; кривая 3 - некогерентный прием без кодирования.

Кривые 1, кривые 2 на рис.1, рис.2, рис.3 соответствуют некогерентному и когерентному посимвольному приему. Видно, что при увеличении объема полей (при увеличении объемов функций Уолша) вероятности ошибки $P_б$ уменьшаются для фиксированных значений $\frac{E_б}{N_0}$. Для поля $GF(2^3)$ вероятность $P_б = 10^{-5}$ достигается при $\frac{E_б}{N_0} = 7$ дБ (когерентный посимвольный прием) и $\frac{E_б}{N_0} = 8$ дБ (некогерентный посимвольный прием). Для поля $GF(2^6)$

вероятность $P_б = 10^{-5}$ достигается при $\frac{E_б}{N_0} = 5$ дБ (когерентный прием) и $\frac{E_б}{N_0} = 5.75$ дБ (некогерентный прием). Для поля $GF(2^8)$ вероятность $P_б = 10^{-5}$ достигается при $\frac{E_б}{N_0} = 4.25$ дБ (когерентный прием) и $\frac{E_б}{N_0} = 5$ дБ (некогерентный прием).

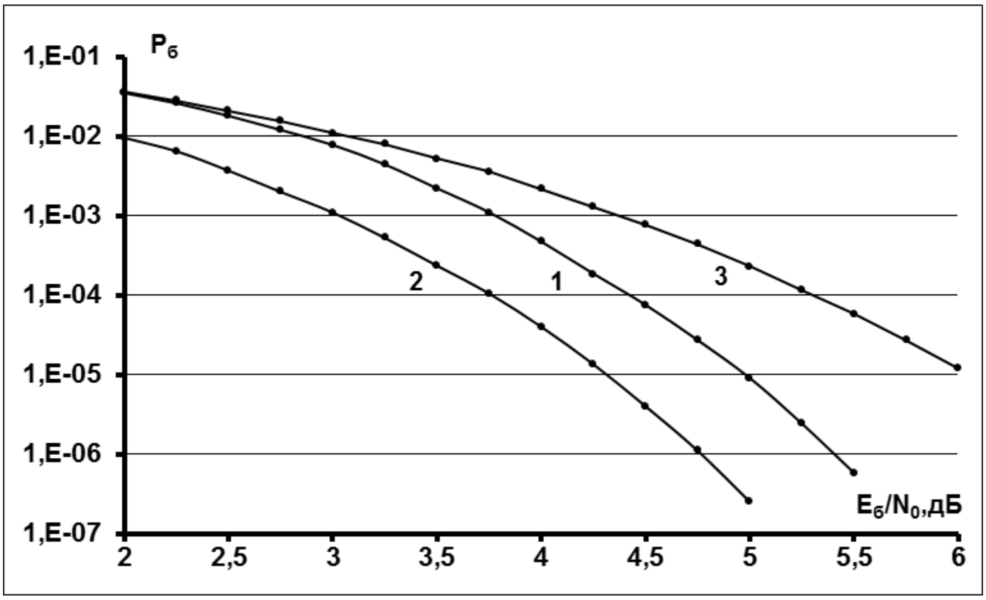

Рис.4. Зависимости вероятности ошибки $P_б$ от отношения сигнал/помеха при посимвольном приеме сигнальных конструкций на основе функций Уолша и кода с проверкой на четность в поле $GF(2^8)$: кривая 1 - некогерентный прием; кривая 2 - когерентный прием; кривая 3 - некогерентный прием без кодирования.

Видно также, что применение алгоритма когерентного посимвольного приема обеспечивает энергетический выигрыш до 0.75…1.0 дБ по отношению к алгоритму некогерентного посимвольного приема.

Кривые 3 на рис.1, рис.2, рис.3 соответствуют некогерентному посимвольному приему сигнальных конструкций без использования схемы кодирования с проверкой на четность в полях $GF(2^3)$, $GF(2^6)$, $GF(2^8)$. Видно, что в этом случае энергетические потери по отношению к использованию схемы кодирования и применению алгоритма посимвольного приема с выполнением приведенных четырех шагов обработки последовательности $y_p(i)$ входных «мягких» решений достигают 1 дБ для $P_б = 10^{-5}$.

Заключение

Рассмотрены алгоритмы когерентного и некогерентного посимвольного приема сигнальных конструкций на основе составляющих ансамблей сигналов и кодов с проверкой на четность, определенных в недвоичных полях $GF(2^m)$, формируемых по модулю неприводимых многочленов степени m с коэффициентами из $GF(2)$. Производимые при приеме решения являются функциями от отношений апостериорных символьных вероятностей, эквивалентных выходным «мягким» решениям, которые используются в вычислительных процедурах итеративного приема сигнальных конструкций на основе блоковых кодов-произведений, а также при приеме сигнальных конструкций с программируемым переключением рабочих частот.

Разработанные алгоритмы основаны на возможности организации m парциальных каналов передачи, полагаемых независимыми и реализующих передачу с использованием двоичных кодов с проверкой на четность, для их кодовых символов вычисляются входные «мягкие» решения. Для составляющих сигналов в виде функций Уолша объемом 2^m разработаны алгоритмы вычисления входных «мягких» решений с использованием аппарата быстрых спектральных преобразований в базисе Уолша-Адамара с размерностью 2^m.

Путем моделирования разработанных алгоритмов посимвольного когерентного и некогерентного приема рассматриваемых сигнальных конструкций показано, что энергетический выигрыш по отношению к передаче без кодирования достигает 1 дБ для $P_б = 10^{-5}$.

Разработка алгоритмов посимвольного приема рассматриваемых сигнальных конструкций с учетом зависимых парциальных каналов передачи, а также сравнение вероятностных характеристик приведенных алгоритмов посимвольного приема с вероятностными характеристиками оптимального приема сигнальных конструкций на основе кодов в недвоичных полях $GF(2^m)$ представляют перспективные направления научных исследований.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №16-07-00746).

Литература

1. Johnson S.J. Iterative Error Correction: Turbo, Low-Density Parity-Check and Repeat-Accumulate Codes. Cambridge: Univ. Press, 2010. 335 p.

2. Hagenauer J., Offer E., Papke L. Iterative decoding of binary block and convolutional codes. // IEEE Transactions on Information Theory. 1996. V.IT-42. N2. P.429-448.

3. Назаров Л.Е., Головкин И.В. Алгоритмы итеративного декодирования кодов-произведений с проверкой на четность. // Журнал радиоэлектроники. 2011. №1. Режим доступа http://jre.cplire.ru/jan11/3/text.pdf.

4 Назаров Л.Е., Батанов В.В., Кузнецов О.О. Алгоритмы итеративного посимвольного приема блоковых турбо-кодов на основе кодов с проверкой на четность. // Журнал радиоэлектроники. 2014. №9. Режим доступа http://jre.cplire.ru/jre/sep14/1/text.pdf.

5. Farhadi G., Jamali S.H. Performance Analysis of Fiber-Optic BPPM CDMA Systems with Single Parity-Check Product Codes. // IEEE Transactions on Communications. 2006. V.54. N9. P.1643-1653.

6. Li J., Narayanan R., Kurtas E., Georghiades C.N. On the Performance of High-Rate TPC/SPC Codes and LDPC Codes Over Partial Response Channels. // IEEE Transactions on Communications. 2002. V.50. N5. P.723-734.

7. Ping Li, Chan S., Yeng K.L. Efficient soft-in-soft-out sub-optimal decoding rule for single parity check codes. // Electronic Letters. 1997. V.33. N19. P.1614-1616.

8. Назаров Л.Е., Шишкин П.В. Алгоритмы посимвольного приема сигналов с расширенным спектром в многолучевых каналах с частотно-селективными

замираниями. // Журнал радиоэлектроники. 2016. №3. Режим доступа http://jre.cplire.ru/jre/mar16/3/text.pdf.

9. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир. 1976. 594 с.

10. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Издательский дом «Вильямс». 2003, 1104 с.

11. Смольянинов В.М., Назаров Л.Е. Оптимальный посимвольный прием сигналов, основанных на линейных кодах в полях $GF(2^m)$. // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44. №7. Стр. 838-841.

12. Li J., Lin S., Abdel-Chaffar K., Ryan W.E., Costello D.J. Jr. LDPC Code Designs, Constructions, and Unification. Cambridge. University Press. United Kingdom. 2017. 248 p.

13. Назаров Л.Е., Шишкин П.В., Батанов В.В. Алгоритмы итеративного некогерентного приема сигналов на основе последовательных турбо-кодов и сигналов Уолша при передаче по нестационарным каналам. // Радиотехника и электроника. 2016. Т.61. №4. Стр. 366-372.

14. Дунин-Барковский И.В., Смирнов Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. М.: Гос. издательство технико-теоретической литературы. 1955. 556 с.

Для цитирования:
Л. Е. Назаров, П. В. Шишкин. Алгоритмы посимвольного приема сигналов на основе кодов с проверкой на четность в поле $GF^{(2m)}$. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 12. Режим доступа: http://jre.cplire.ru/jre/dec18/10/text.pdf
DOI 10.30898/1684-1719.2018.12.10