

DOI <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.12.14>

УДК 621.385.624

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ГРУППИРОВАНИИ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ В МОЩНЫХ КЛИСТРОНАХ И ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ АНАЛИТИЧЕСКИХ И ОДНОМЕРНЫХ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ИХ АНАЛИЗА

В. Е. Родякин<sup>1</sup>, В. М. Пикунов<sup>1</sup>, В. Н. Аксенов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН - филиал  
Федерального научно-исследовательского центра «Кристаллография и фотоника» РАН  
140700, Московская область, г. Шатура, Святоозерская, 1

<sup>2</sup> Физический факультет и международный Лазерный центр МГУ им. М.В.Ломоносова,  
119991, Москва, Ленинские горы, 1

Статья поступила в редакцию 14 декабря 2020 г.

**Аннотация.** В работе представлены результаты сравнительного теоретического анализа группирования замагниченного электронного потока в однокаскадном клистронном усилителе с помощью аналитических моделей, одномерной дисковой и двумерной численных моделей. Приводятся данные о влиянии различных одномерных и двумерных нелинейных эффектов на эффективность и длину группирования электронного потока при различных значениях параметра пространственного заряда и амплитуды модуляции. Определены пределы применимости аналитических и одномерных численных моделей для анализа группирования в мощных клистронных усилителях.

**Ключевые слова:** электронный пучок, клистрон, группирование электронов, комплекс программ «PARS», система взаимодействия, плазменные волны пространственного заряда, редуцированная плазменная частота, провисание потенциала, скоростная модуляция, гармоника тока.

**Abstract.** We present the results of a comparative theoretical analysis of the electron beam bunching in a single-stage klystron amplifier using analytical models, a one-dimensional disk program, and a two-dimensional program. Data on the influence of various one-dimensional and two-dimensional nonlinear effects on the efficiency of electron beam bunching at different values of the space charge parameter and the

modulation amplitude are presented. The limits of applicability of analytical and one-dimensional numerical models for electron beam bunching analysis in high-power klystron amplifiers are found.

**Key words:** electron beam, klystron, electron bunching, computer code PARS, interaction region, space charge waves, reduced plasma frequency, potential depression, velocity modulation, harmonic current.

## **Введение**

Постоянное расширение применения клистронных усилителей СВЧ излучения в научных, гражданских и военных областях требует увеличения их мощности, эффективности, ширины полосы усиления и продвижения в область миллиметровых длин волн. Для этого необходимо совершенствование конструкций данных приборов и проведение многочисленных исследований для решения физических и технических проблем, возникающих на пути поиска оптимальных параметров приборов.

Наиболее сложной задачей при разработке мощных клистронов является определение параметров системы взаимодействия клистрона, способной обеспечить заданные значения мощности, усиления и полосы. Теория мощных электровакуумных приборов СВЧ в общем случае строится на принципах классической электродинамики и сводится к решению совместной системы уравнений Максвелла и уравнений движения заряженных частиц. Прямое решение данной системы в общей постановке возможно при использовании нестационарных трехмерных численных моделей электронного потока и электромагнитных полей. Такое решение является весьма трудоемким, требует значительных вычислительных затрат, и применяется только в полных компьютерных кодах [1,2].

В течение последних 40 лет происходило постоянное совершенствование электронно-волновых программ, предназначенных для оптимизации параметров мощных клистронов. С учетом особенностей физических процессов в системе взаимодействия клистрона в алгоритмах таких

программ применяются различные модели, позволяющие упростить нахождение решения совместной системы полевых уравнений и уравнений движения заряженных частиц и значительно сократить время численных расчетов приборов и оптимизации их параметров. Такие программы, с одной стороны, должны обеспечивать возможность получения достоверных результатов, хорошо соответствующих экспериментальным данным. С другой, они должны позволять получать результаты за разумное время. Данный тип электронно-волновых программ получил название «параметрических».

Одномерные параметрические модели позволяют учесть продольное кулоновское взаимодействие потока и при расчетах клистронов оценить выходные характеристики приборов, такие как КПД, выходная мощность, усиление и полоса. Данные программы до сих пор активно используются в различных клистронных центрах мира при оптимизации конструкций клистронов. Относительно простые модели, заложенные в данные программы, обеспечивают высокую скорость расчетов и позволяют проводить оптимизацию параметров системы взаимодействия. Наряду с аналитическими расчетами одномерные коды обычно используются как первый шаг при конструировании клистронов. В 80-х годах были разработаны первые параметрические программы, использующие двумерные модели.

Использование параметрических электронно-волновых программ позволяет проводить анализ и оптимизацию систем взаимодействия клистронов с различной степенью учета влияния нелинейных эффектов, характерных для этих приборов. Исследованию нелинейных эффектов при группировании электронных потоков в клистропах с использованием аналитических и численных моделей было посвящено большое количество работ. Однако большинство из них касалось рассмотрения влияния того или иного нелинейного эффекта на примере отдельного прибора, что ограничивало понимание закономерностей их влияния при различных параметрах электронных потоков, используемых в мощных клистропах.

С целью систематизации и обобщения данных о влиянии различных одномерных и двумерных нелинейных явлений на физические процессы в системе взаимодействия мощных клистронов и определения пределов применимости различных моделей к их анализу, были проведены сравнительные исследования эффективности и длины группирования электронного потока при различных значениях параметра пространственного заряда электронного пучка и амплитуды модуляции.

## **1. Постановка задачи и теоретические модели, использованные для ее решения**

Исследуются особенности группирования в пролетном канале аксиально-симметричного электронного пучка с ускоряющим напряжением  $V_0$  и силой тока  $I_0$ , модулированного высокочастотным сигналом входного резонатора на частоте  $f_0$  (рис.1). Для фокусировки пучка вдоль оси системы прикладывается внешнее однородное фокусирующее магнитное поле. В настоящей работе исследования проводились для «замагниченного» электронного пучка, когда в условиях бесконечно большого фокусирующего магнитного поля радиальные и азимутальные компоненты скоростей электронов можно считать равными нулю.

В силу аксиальной симметрии используется цилиндрическая система координат  $(r, \psi, z)$  с началом отсчета в центре входного резонатора. Пролетный канал представляет собой трубу дрейфа радиуса  $r_T < \lambda/4$ , где  $\lambda = c/f$  – длина волны входного сигнала,  $c$  – скорость света. Поэтому можно считать трубу дрейфа запредельной, а область проникновения электромагнитных полей резонатора в трубы дрейфа ограниченной длиной зазора резонатора  $d$  и участками трубы дрейфа по обе стороны зазора длиной, равной диаметру трубы дрейфа. Предполагается, что структура электромагнитных полей резонатора не изменяется электронным пучком и совпадает со структурой основной моды резонатора.



$$j_z(r, t) = j_0 = \frac{I_0}{\pi r_b^2}$$

Электронный поток, пролетая через входной резонатор, модулируется его электромагнитным полем по скорости, которая при дальнейшем движении в трубе дрейфа вызывает также модуляцию плотности заряда и тока в потоке. Продольная модуляция по плотности приводит к группировке электронов в сгустки. Таким образом, электронный пучок после входного резонатора становится неоднородным, а величина силы тока пучка может быть представлена в виде разложения в ряд Фурье:

$$I(z, t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n(z) \cos(n\omega t - \alpha_n) , \quad (2)$$

где  $I_n(z)$  и  $\alpha_n$  - амплитуда и фаза гармоники с номером  $n$ . Значения амплитуд гармоник тока количественно характеризуют степень модуляции по плотности в каждом сечении пролетного канала. Среди гармоник основное значение имеет амплитуда первой гармоники  $I_1(z)$ , соответствующая частоте модулирующего напряжения входного резонатора.

Основной целью скоростной модуляции является получение плотных сгустков зарядов с максимально возможным значением первой гармоники тока, имеющих как можно меньший разброс по скоростям электронов. Такие сгустки, наиболее эффективно тормозятся электрическим полем, возбуждаемым в выходном резонаторе клистрона, и способны отдать большую часть своей энергии выходному высокочастотному сигналу. Таким образом, КПД прибора главным образом определяется эффективностью группировки электронного пучка. Для количественной оценки эффективности группировки удобно использовать показатель качества группирования, определяемый как:

$$\eta(z) = \frac{1}{2} \frac{I_1(z) p_{\min}(z)}{I_0 p_0} \quad (3)$$

где:  $p_{\min}(z)$  – минимальное значение импульса электронов  $p = m_0 v \gamma$  в сечении  $z$ ,

$$p_0 = m_0 v_0 \gamma_0, \quad \gamma_0 = 1 + \frac{eV_0}{m_0 c^2}, \quad v_0 = \frac{c}{\gamma_0} \sqrt{\gamma_0^2 - 1}, \quad \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2},$$

$v$ ,  $e$  и  $m_0$  – скорость, заряд и масса покоя электрона. Показатель качества группирования был введен Т. Мираном [4] для характеристики электронного КПД клистрона. Он определяется параметрами сгруппированного электронного пучка и позволяет достаточно точно оценить электронный КПД клистронного усилителя, не прибегая к расчету его выходной системы. Будем в дальнейшем называть показатель качества группирования эффективностью группирования, а длину, на которой достигается максимальное значение  $\eta(z)$ , будем называть длиной группирования  $z_{max}$ .

В мощных клистронах используются интенсивные электронные пучки с высокими значениями плотности тока, в которых нелинейные явления оказывают заметное влияние на процесс группирования электронов в приборе. Целью работы является теоретическое исследование этого влияния. Для этого используются результаты сравнительного анализа эффективности группирования с использованием различных физических моделей.

### 1.1. Кинематическая модель

Первой аналитической моделью скоростной модуляции электронного потока в клистроне была кинематическая модель, предложенная Вебстером в 1939г. [5] и математически развитая в многочисленных работах в 40-е и 50-е годы прошлого столетия. В модели не учитывалось взаимодействие между электронами, а учитывалось только влияние внешних электрических полей, под действием которых электроны изменяли свою скорость. Также в кинематической модели предполагается малый уровень входного сигнала ( $V_1/V_0 \ll 1$ ), при котором можно считать, что модуляции электронов по скоростям в резонаторе имеет гармонический характер. После вылета из резонатора скорость каждого электрона не изменяется в трубе дрейфа и остается постоянной. Простота и наглядность модели позволили ей найти широкое применение вплоть до настоящего времени. Согласно кинематической

модели величина первой гармоники тока определяется следующим выражением:

$$I_1(z) = 2I_0 J_1(X_k(z)) , \quad (4)$$

где  $X_k(z) = \frac{\beta_e z}{\gamma_0(1 + \gamma_0)} \xi$  - кинематический параметр группировки,  $\beta_e = \frac{\omega}{v_0}$  ,

$\xi = M \frac{V_1}{V_0}$  - амплитуда модуляции,  $M = \frac{\iiint_G F_z(r, z) e^{i\beta_e z} dg}{\iiint_G F_z(r, z) dg}$  - коэффициент

электронного взаимодействия зазора входного резонатора, который определяет эффективное воздействие полей резонатора на немодулированный электронный поток, пролетающий в области зазора резонатора G. Величина минимального значения импульса электронов в кинематической модели не зависит от продольной координаты:

$$p_{\min} = p_0 \left[ 1 - \frac{1}{\gamma_0(1 + \gamma_0)} \xi \right] \quad (5)$$

С учетом (4) и (5) аналитическое выражение для эффективности группирования в кинематической модели можно записать в следующем виде:

$$\eta(z) = J_1(X_k(z)) \left[ 1 - \frac{1}{\gamma_0(1 + \gamma_0)} \xi \right] \quad (6)$$

Максимальное значение эффективности группировки  $\eta_{\max}$  согласно (6) достигается, когда кинематический параметр группировки  $X_k(z) = 1.84$ . Соответствующее этому условию выражение для длины группирования имеет вид:

$$z_{\max} = \frac{1.84 \gamma_0(1 + \gamma_0)}{2\pi \xi} L_e , \quad (7)$$

где  $L_e = 2\pi/\beta_e$  – электронная длина волны.

## 1.2. Аналитическая линейная модель

В 1940 г. Савельевым была предложена аналитическая линейная теория скоростной модуляции электронного потока с учетом влияния



пространственного заряда электронов [6]. Модель справедлива в режиме малого сигнала до пересечения электронов. Она основана на учете сил пространственного заряда через введение понятия плазменных волн пространственного заряда, характеризуемых редуцированной плазменной частотой, и линейной форме решения, учитывающей только первую гармонику конвекционного тока. В линейной модели величина первой гармоники тока определяется следующим выражением:

$$I_1(z) = 2I_0 J_1(X_q(z)) \quad , \quad (8)$$

где  $X_q(z) = X_k(z) \frac{\sin(\beta_q z)}{\beta_q z}$  - обобщенный параметр группировки,  $\beta_q = \frac{\omega_q}{v_0} \gamma_0^{-3/2}$ ,

$\omega_q = \omega_p R(\gamma_b, \sigma_b)$  - редуцированная плазменная частота электронного потока,

$\omega_p = \frac{eI_0}{\pi m_0 \varepsilon_0 r_b^2 v_0}$  - плазменная частота,  $\gamma_b = \beta_e r_b$ ,  $\sigma_b = \frac{r_b}{r_T}$  - коэффициент

заполнения пучком трубы дрейфа,  $\varepsilon_0$  - электрическая постоянная вакуума,

$R(\gamma_b, \sigma_b) = (1 - T^2)^{-1/2}$  - коэффициент редукиции плазменной частоты,  $T$  - первый корень решения трансцендентного уравнения:

$$T \frac{J_1(T\gamma_b)}{J_0(T\gamma_b)} = \frac{K_0(\gamma_T)I_1(\gamma_b) + K_1(\gamma_b)I_0(\gamma_T)}{K_0(\gamma_b)I_0(\gamma_T) - K_0(\gamma_T)I_0(\gamma_b)} \quad , \quad (9)$$

где  $I_0, I_1, K_0, K_1$  - модифицированные функции Бесселя,  $\gamma_T = \beta_e r_T$ . Первый корень уравнения (9) соответствует первой поперечной моде волн пространственного заряда. Высшие поперечные моды в линейной теории не принимаются во внимание. Редуцированная плазменная частота является основным параметром, определяющим характер группировки электронного потока. Зависимость минимального значения импульса электронов от продольной координаты согласно линейной модели имеет вид:

$$p_{\min}(z) = p_0 \left[ 1 - \frac{\xi}{\gamma_0(1 + \gamma_0)} \text{Cos}(\beta_q z) \right] \quad (10)$$

С учетом (8) и (10) аналитическое выражение для показателя качества группирования в кинематической модели можно записать в следующем виде:

$$\eta(z) = J_1(X_q(z)) \left[ 1 - \frac{\xi}{\gamma_0(1+\gamma_0)} \text{Cos}(\beta_q z) \right] \quad (11)$$

Максимальное значение эффективности группирования  $\eta_{max}$  согласно (11) достигается, когда  $\beta_q z = \pi/2$ . Соответствующее этому условию выражение для длины группирования имеет вид:

$$z_{max} = \frac{L_q}{4}, \quad (12)$$

где  $L_q = 2\pi/\beta_q$  – редуцированная плазменная длина волны. Отсюда можно записать выражение для максимального значения эффективности группирования:

$$\eta_{max} = J_1(X_{qmax}), \quad (13)$$

где

$$X_{qmax} = \frac{\sqrt{\gamma_0}}{(1+\gamma_0)} \left( \frac{\omega}{\omega_q} \right) \xi. \quad (14)$$

Согласно (10) в сечении  $z_{max}$  скорости электронов за счет действия сил пространственного заряда должны быть полностью выравнены до начального значения немодулированного пучка так, что  $p_{min}/p_0 = 1.0$ . Из выражений (13) и (14) следует условие оптимальной группировки:

$$\xi_{max} = 1.84 \frac{1+\gamma_0}{\sqrt{\gamma_0}} \left( \frac{\omega_q}{\omega} \right). \quad (15)$$

### 1.3. Аналитическая нелинейная модель

В 1968г. Воландером была предложена нелинейная аналитическая модель скоростной модуляции [7], позволяющая учесть влияние трех гармоник тока. Модель позволяет достаточно корректно учесть многозначность скоростей электронов на небольшом промежутке и после пересечения электронов, что расширяет возможности исследования с ее помощью нелинейного характера группировки. Однако в режиме большого сигнала данная теория также имеет заметные ограничения. Также как и в линейной теории, ослабление сил пространственного заряда электронов в трубе дрейфа учитывается только с

помощью первой поперечной моды. При этом в полученных выражениях для  $I_I(z)$  и  $p_{\min}(z)$  используются коэффициенты редукции для трех продольных гармоник:  $R(\gamma_b, \sigma_b)$ ,  $R(2\gamma_b, \sigma_b)$ ,  $R(3\gamma_b, \sigma_b)$ . Выражения данной модели являются весьма громоздкими и могут быть найдены в вышеуказанной статье.

#### **1.4. Одномерная численная модель**

Учесть нелинейный характер продольной модуляции в режиме большого сигнала удалось лишь с появлением ЭВМ с помощью одномерных численных моделей. Одной из первых одномерных программ является программа «КЛИСТРОН-МГУ», разработанная в 1971 г. Сандаловым А.Н. [8]. Взаимодействие электронного потока и электромагнитного поля в данной программе реализовано на основе дисковой модели электронного пучка. Интегрирование уравнений движения проводится в фазовой системе координат. Допускается пересечение электронов, что позволяет описывать и сильно нелинейные режимы группирования. Алгоритмы программы постоянно развивались и обновлялись. Она прошла почти полувековую проверку временем и успешно использовалась для разработки десятков клистронных усилителей.

#### **1.5. Двумерная численная модель**

Учет влияния двумерных нелинейных эффектов стал возможен после появления двумерных численных моделей. Одной из первых двумерных программ является программа ARSDYNAM комплекса программ «Арсенал-МГУ», разработанная в 1988г. [9]. В алгоритмах программы используется самосогласованный метод квазитрехмерного численного анализа динамики заряженных частиц в электромагнитных полях, основанный на представлении электронного потока крупными частицами и модифицированном методе разложения Галеркина для решения уравнения Максвелла.

Комплекс программ прошел проверку временем и успешное тестирование в России, Франции, Японии и Китае, использовался для разработки многих десятков клистронных усилителей. В 2018 году алгоритмы комплекса программ были включены в состав комплекса программ PARS [10].

В данной работе исследуется случай скоростной модуляции в бесконечно большом фокусирующем магнитном поле, при котором поперечные компоненты импульсов электронов равны нулю. Поэтому двумерная программа ARSDYNAM по существу использовалась при расчетах данной задачи как многослойная численная модель. В дальнейшем будем называть ее двумерной численной моделью.

## **2. Нелинейные эффекты при группировании электронных потоков**

Клистроны относятся к классу СВЧ приборов типа «О», в которых используются прямолинейные электронные потоки, модулируемые по скорости СВЧ полями в продольном направлении. В соответствии с этим нелинейные эффекты в клистронах можно условно разделить на продольные, которые влияют на изменение усредненной по сечению пучка продольной компоненты скоростей электронов, и поперечные, которые вызывают изменение характера продольной группировки в различных радиальных слоях пучка и нарушают фазировку электронов. К классу продольных нелинейных явлений в клистроне можно отнести асимметрию скоростной модуляции, нелинейное взаимодействие гармоник волн пространственного заряда и провисание потенциала. К поперечным нелинейным эффектам относятся расслоение и динамическая расфокусировка. В настоящей работе исследовалась скоростная модуляция замагниченного электронного потока. Поэтому эффект динамической расфокусировки не рассматривался.

Поскольку воздействие на эффективность группировки электронного пучка различных нелинейных факторов происходит одновременно, определить степень влияния каждого фактора в отдельности представляется затруднительным. Поэтому для исследования их влияния будем использовать результаты сравнительного анализа эффективности группирования по различным физическим моделям. Обычно в многорезонаторных клистронах амплитуда напряжения в промежуточных резонаторах не превышает значения  $0.6V_0$ . Поэтому анализ будем проводить для значений амплитуды модуляции

$\xi < 0.6$ . Ширина зазора входного резонатора во всех исследованиях соответствовала фазовому углу пролета зазора  $\theta_d = 60^\circ$ .

### 2.1. Асимметрия скоростной модуляции

Асимметрия скоростной модуляции электронного пучка вызывается негармоническим характером изменения скоростей электронов во входном резонаторе. Этот эффект не связан с пространственным зарядом пучка. Поэтому для анализа его влияния на процесс группирования с помощью одномерной численной модели были проведены исследования скоростной модуляции в кинематическом приближении.

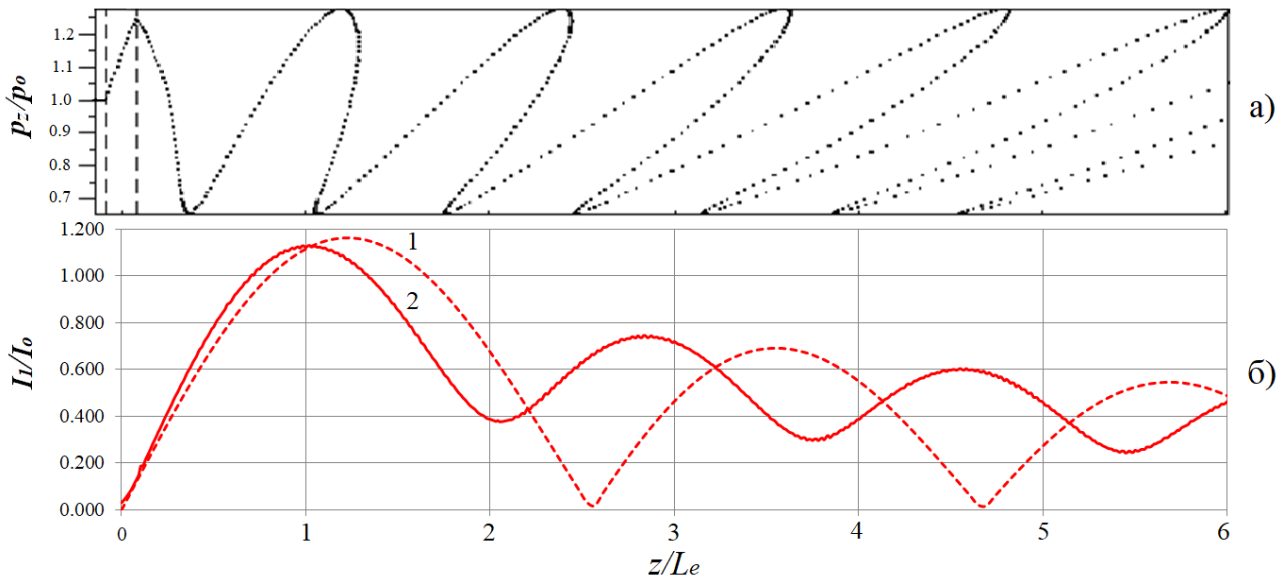


Рис. 2. Мгновенный снимок относительной продольной компоненты импульса электронов в группирователе по одномерной численной модели (а) и зависимости первой гармоники тока (б), полученные с помощью кинематической модели (кривая 1) и одномерной численной модели (кривая 2).

На рис.2 представлены результаты численных расчетов скоростной модуляции нерелятивистского электронного пучка ( $\gamma_0 = 1.12$ ) при амплитуде модуляции  $\xi = 0.6$ . Асимметричность скоростной модуляции приводит к опрокидыванию волны (рис.2а) и нарушает симметрию фазового распределения электронов. В результате распределение первой гармоники конвекционного тока вдоль трубы дрейфа (сплошная кривая на рис.2б) отличается от распределения, описываемого формулой (4) (пунктирная кривая на рис.2б). При этом отличается не только максимальное значение амплитуды первой

гармоники тока  $I_{1max}$ , но и значение длины группирования  $z_{max}$ , при которой оно достигается.

Полученное минимальное значение импульса электронов после выходного резонатора  $p_{min}$  также отличается от значения, рассчитанного по формуле (5) кинематической модели.

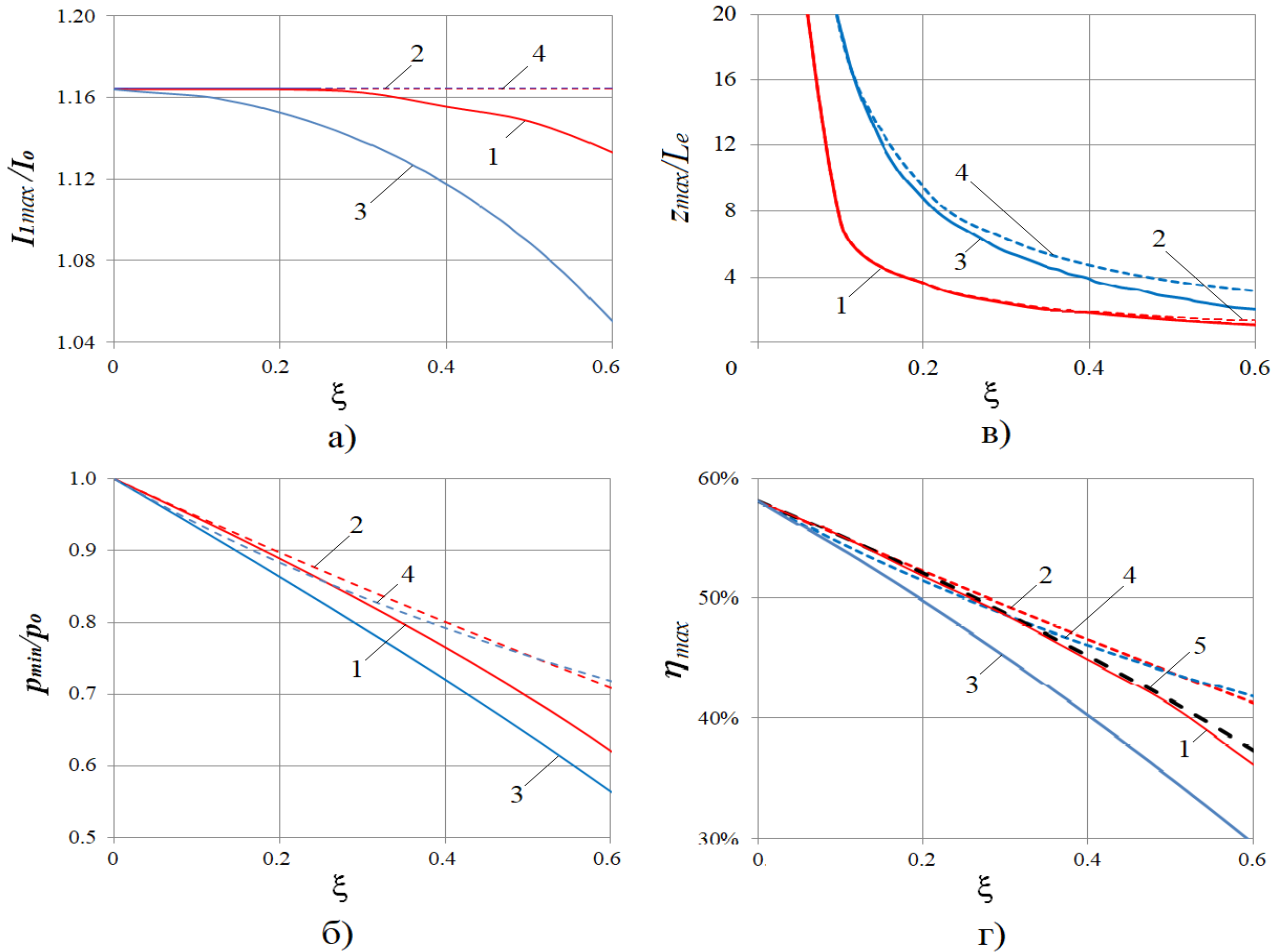


Рис. 3. Зависимости максимальной эффективности группирования (г) и соответствующих ей максимальной амплитуды первой гармоники тока (а), длины группирования (в) и минимального значения относительного импульса электронов (б) от амплитуды модуляции, полученные с помощью одномерной численной модели (сплошные кривые 1, 3) и по формулам кинематической модели (пунктирные кривые 2,4) для нерелятивистского (красные кривые 1,2) и релятивистского (синие кривые 3,4) электронных пучков. Кривая 5 соответствует формуле (18).

Влияние эффекта асимметрии скоростной модуляции на эффективность группирования показано на рис.3, где представлены сравнительные зависимости  $p_{min}/p_0$ ,  $I_{1max}/I_0$  и  $\eta_{max}$  от амплитуды модуляции, полученные по одномерной численной модели и по формулам кинематической теории (4-6).

Красным цветом изображены результаты для нерелятивистского пучка ( $\gamma_0 = 1.12$ ), а синим – для релятивистского ( $\gamma_0 = 2$ ). Из анализа результатов видно, что в случае нерелятивистского пучка, асимметрия модуляции начинает оказывать заметное влияние на группировку при амплитуде модуляции  $\xi > 0.4$ . Выше этого значения относительное снижение эффективности группирования начинает превышать 5%. Главным фактором снижения служит уменьшение значения  $p_{min}/p_0$ . Амплитуда первой гармоники при увеличении амплитуды модуляции изменяется незначительно. Также незначительно меняется и длина группирования. В случае релятивистского электронного пучка влияние асимметрии модуляции гораздо сильнее и начинает заметно снижать эффективность группировки уже при  $\xi > 0.2$ . При этом, помимо уменьшения  $p_{min}/p_0$ , заметное влияние оказывает уменьшение амплитуды первой гармоники тока. Длина группирования при  $\xi > 0.2$  уменьшается более, чем на 10%. Выражения кинематической теории (4-6) получены в приближении малого сигнала. Однако, как видно из анализа полученных результатов, для нерелятивистских электронных пучков, можно расширить ее применение и на случай сильной модуляции вплоть до значений  $\xi=0.6$ . Для этого необходимо корректно записать выражение для  $p_{min}/p_0$ . Запишем закон сохранения энергии для отдельного электрона после пролета зазора входного резонатора:

$$m_0c^2(\gamma - 1) - m_0c^2(\gamma_0 - 1) = eMV_1 \sin(\omega t). \quad (16)$$

После несложных выкладок отсюда получим выражение для минимальной компоненты импульса:

$$\frac{p_{min}}{p_0} = \sqrt{(1 - \xi) \left( 1 - \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1} \xi \right)}. \quad (17)$$

С учетом (4) и (17) найдем выражение для максимальной эффективности группирования, как функции амплитуды модуляции:

$$\eta_{max} = 0.582 \sqrt{(1 - \xi) \left( 1 - \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1} \xi \right)} \quad (18)$$

Полученная зависимость для случая электронного пучка с  $\gamma_0=1.12$  представлена на рис.3г кривой 5. Как видно из сравнения с результатами, полученными по одномерной дисковой модели, она с хорошей точностью определяет зависимость кинематического предела эффективности группирования нерелятивистских электронных потоков от амплитуды модуляции.

## 2.2. Взаимодействие гармоник плазменных волн пространственного заряда

Продольные силы взаимного отталкивания между электронами пучка, вызванные их пространственным зарядом, являются основным фактором, влияющим на процесс группирования мощных электронных пучков. При малом уровне амплитуды модуляции эти процессы хорошо описываются с помощью аналитической линейной модели, в которой используется волновое представление процессов в электронном пучке и учитывается только основная гармоника плазменных волн пространственного заряда. Из выражения (14) этой модели следует, что основной характеристикой электронного потока, определяющей влияние на процесс его группировки со стороны сил пространственного заряда, может служить следующий безразмерный параметр пространственного заряда:

$$\Omega_q = \frac{1 + \gamma_0}{2\sqrt{\gamma_0}} \left( \frac{\omega_q}{\omega} \right) \quad (19)$$

На рис.4 приведены результаты анализа с использованием различных моделей задачи группирования тонкого ( $\sigma_b=0.2$ ) нерелятивистского электронного пучка с  $\Omega_q=0.1$  для различных значений амплитуд модуляции. Для исследований влияния нелинейных явлений, вызванных продольным взаимодействием электронов, тонкий электронный пучок был выбран, чтобы избежать влияния поперечных нелинейных эффектов. При небольшой амплитуде модуляции  $\xi=0.1$  (рис.4а) зависимости основной гармоники конвекционного тока от продольной координаты, полученные с помощью различных моделей, практически совпадают.



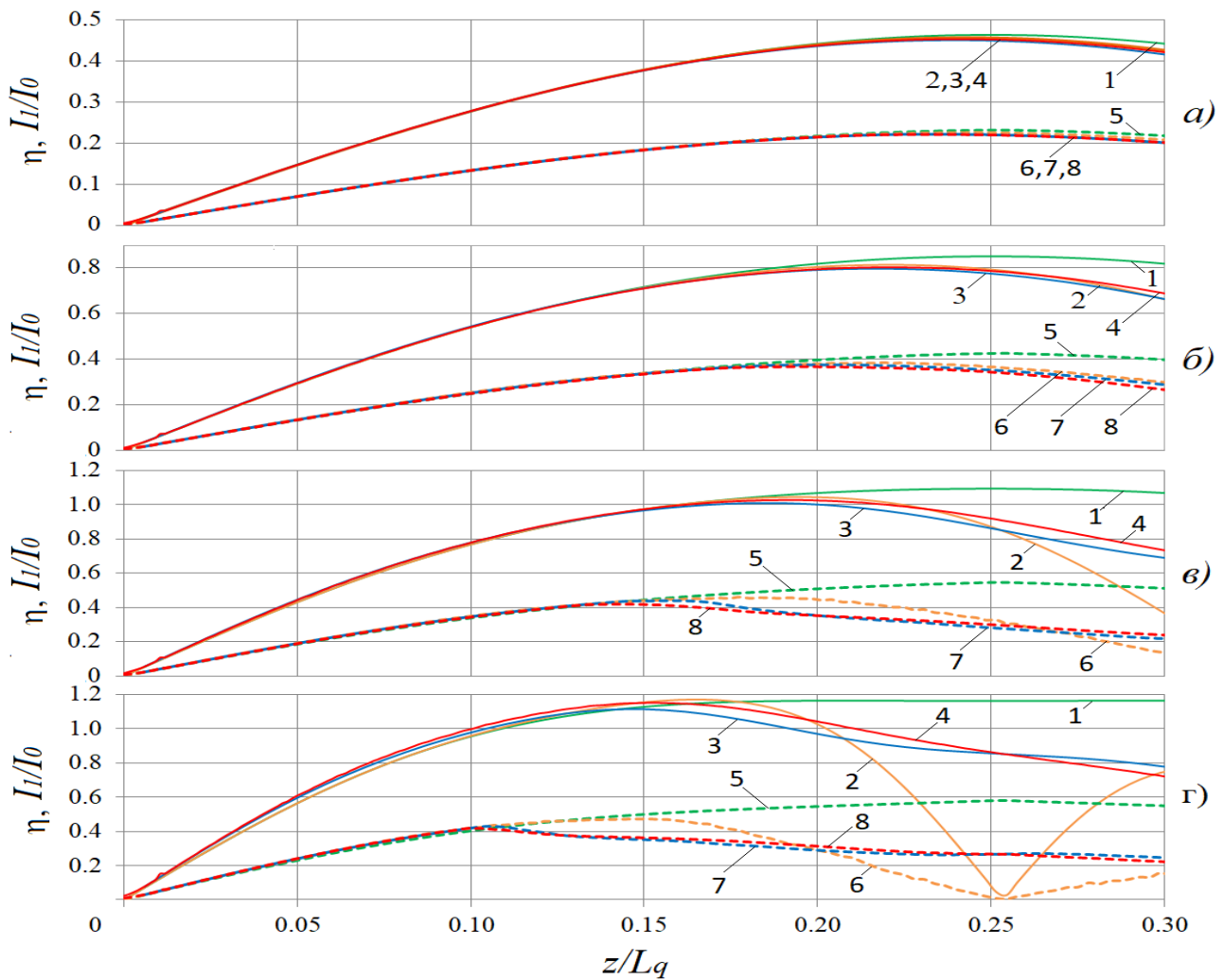


Рис. 4. Зависимости первой гармоники тока (кривые 1-4) и эффективности группировки (кривые 5-8) от продольной координаты для тонкого пучка с радиусом  $r_b=0.2r_T$  при амплитуде модуляции  $\xi=0.1$  (а),  $\xi=0.2$  (б),  $\xi=0.3$  (в),  $\xi=0.4$  (г), полученные с помощью аналитической линейной (кривые 1,5), аналитической нелинейной (кривые 2,6), численной одномерной (кривые 3,7) и численной двумерной (кривые 4,8) моделей.

С увеличением амплитуды модуляции входного сигнала до значения  $\xi=0.2$  (рис.4б) происходит более сильное сжатие электронов, при котором начинает проявляться нелинейный характер действия сил пространственного заряда электронов. Параметр группировки  $X_q$  в сечении  $z/L_q=0.25$  достигает значения, равного единице. Электронные траектории начинают пересекаться. Модуляция пучка по плотности перестает носить гармонический характер и становится все более заметным влияние на процесс группировки со стороны высших гармоник плазменных волн пространственного заряда, возбуждаемых в электронном потоке. При этом характер зависимости амплитуды основной

гармоники тока от продольной координаты начинает отклоняться от распределения, описываемого формулой (8) линейной теории, уменьшаются ее максимальное значение и длина группирования  $z_{max}$ , определяемая выражением (12). При этом аналитическая нелинейная теория, учитывающая две высшие гармоники тока, корректно описывает процесс группировки при данном уровне амплитуды модуляции.

При дальнейшем увеличении амплитуды модуляции до значения  $\xi=0.3$  (рис.4в) сжатие электронов приводит к образованию плотного сгустка. Часть электронов потока, попавших в ускоряющую фазу поля во входном резонаторе, догоняя этот сгусток, испытывают сильное торможение под действием сил пространственного заряда сгустка и теряют скорость, образуя так называемую нижнюю «шпору» сгустка [11,12]. Другая часть электронов, попавших в тормозящую фазу поля входного резонатора, догоняемые следующим плотным сгустком, испытывает сильное ускорение под действием сил пространственного заряда этого сгустка, и заметно увеличивают скорость, образуя верхнюю «шпору». Небольшая часть электронов, образующих «шпоры», составляют группу так называемых «аномальных» электронов» у которых в силу нелинейного характера взаимодействия изменение скорости является значительными. Это приводит к отражению этих электронов от сгустка на периферию, увеличению разброса скоростей электронов и, как следствие, к уменьшению эффективности группировки. Механизм образования «шпор» показан на рис.5, где представлена анимация группирования пучка, соответствующая случаю рис.4в.

Электроны, ускоренные во входном резонаторе, изображены красным цветом, а замедленные – синим. Появление аномальных электронов также приводит к уменьшению длины группировки. Аналитическая нелинейная модель перестает при этом корректно описывать нелинейные процессы.

С дальнейшим увеличением амплитуды модуляции до значения  $\xi=0.4$ , электроны имеют достаточно энергии, чтобы преодолеть потенциальный барьер сгустка, что приводит к пересечению ими сгустка аналогично

кинематическому случаю. Это также приводит к увеличению разброса скоростей и к ограничению эффективности группировки (рис.4в).

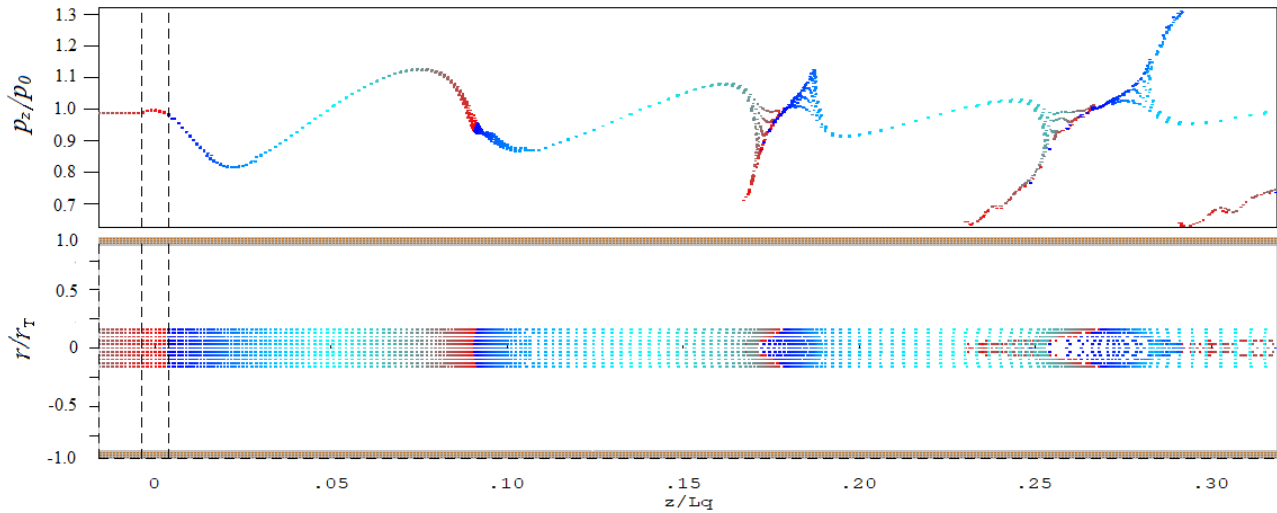


Рис. 5. Динамика крупных частиц, их продольной компоненты импульса, а также продольной компоненты электрического поля в предпоследнем и выходном резонаторах системы взаимодействия. Для просмотра анимации [кликните здесь](#).

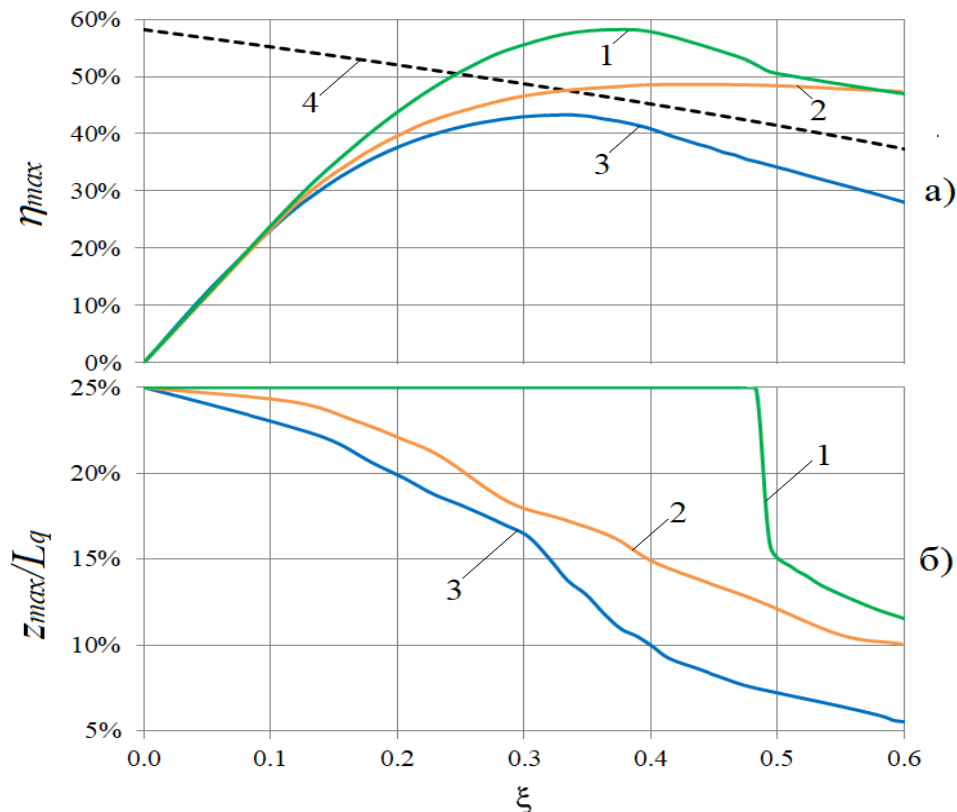


Рис. 6. Зависимости максимальной эффективности (а) и длины (б) группирования от амплитуды модуляции для тонкого пучка с  $\Omega_q=0.1$  и коэффициентом заполнения  $\sigma_b=0.2$ , полученные с помощью аналитической линейной (кривые 1), аналитической нелинейной (кривые 2) и численной одномерной (кривые 3) моделей. Кривая 4 соответствует кинематическому пределу группирования по формуле (18).

Итоговые зависимости максимальной эффективности и длины группирования исследуемого электронного пучка от амплитуды модуляции, полученные с использованием аналитической линейной, аналитической нелинейной и численной одномерной моделей, представлены на рис.6. Как видно из анализа полученных зависимостей, нелинейные силы кулоновского взаимодействия являются основным фактором, ограничивающим эффективность группирования. Только численные дискретные модели позволяют корректно описывать нелинейные процессы, происходящие при сильной модуляции мощных пучков. Наиболее сильно нелинейность проявляется при приближении к кинематическому пределу эффективности группирования, определенному в разделе 3.1 формулой (18), которому соответствует кривая 4 на рис.6а.

На этом же участке достигается и наибольшая эффективность группирования. После прохождения максимума кривая зависимости эффективности группирования (3) монотонно убывает. При этом кривую (4) можно рассматривать, как асимптоту.

### **2.3. Провисание потенциала**

В процессе движения плотного электронного пучка в трубе дрейфа пространственный заряд электронов создает радиальное кулоновское поле, которое понижает электростатический потенциал внутри пучка относительно потенциала трубы дрейфа. Потенциал на оси пучка оказывается наименьшим. Это понижение обычно называют провисанием потенциала. Провисание потенциала приводит к тому, что часть кинетической энергии электронов переходит в потенциальную энергию, а продольная скорость электронов уменьшается. Величина понижения потенциала определяется плотностью заряда в пучке. В процессе группировки электронного потока и образования сгустков электронов плотность заряда электронов увеличивается. Это приводит к увеличению провисания потенциала и доли потенциальной энергии в сгустке. Как было указано в работе [13] и как показывает опыт авторов в расчетах клистронов, потенциальная энергия электронов при отборе энергии в выходных

системах клистронов меняется незначительно. Поэтому провисание потенциала фактически снижает эффективность группирования на величину доли потенциальной энергии, запасаемой электронами потока при группировании.

Для оценки зависимости доли энергии модулированного электронного потока, переходящей в потенциальную энергию, от степени сжатия электронного сгустка будем предполагать, что образующийся в результате модуляции сгусток является однородным по плотности в продольном направлении. Выражение для амплитуды первой гармоники тока такого пучка имеет вид:

$$\frac{I_1}{I_0} = 2 \frac{\text{Sin}\left(\pi \frac{\Delta t}{T_0}\right)}{\pi \frac{\Delta t}{T_0}}, \quad (19)$$

где  $\Delta t$  – длительность сгустка,  $T_0$  – период модуляции. Величина провисания потенциала такого модулированного пучка будет превышать провисание потенциала немодулированного электронного потока на величину коэффициента сжатия сгустка  $T_0/\Delta t$ . Для вычисления потенциальной энергии немодулированного электронного пучка использовался специальный итерационный алгоритм [14], разработанный авторами. При этом в качестве искомой величины выступала величина понижения относительного потенциала  $V/V_0$ , усредненного по радиусу электронного потока. Значение этой величины определяет долю потенциальной энергии электронов в полной энергии пучка.

Результаты исследований понижения потенциала в модулированном электронном пучке с коэффициентом заполнения  $\sigma_b=0.7$  в зависимости от степени сжатия электронных сгустков, определяемых амплитудой первой гармоники тока, приведены на рис.7. Графики представлены для пяти практически значимых значений микропервианса:

$$P_\mu = 10^{-6} \frac{I_0}{V_0^{3/2}}, \quad (20)$$

Как видно из полученных зависимостей доля потенциальной энергии в модулированных электронных потоках с высокими значениями микропервианса ( $P_\mu > 1.5 \text{ мкА/В}^{3/2}$ ) может достигать 10% при многокаскадном группировании и заметно снижать эффективность приборов.

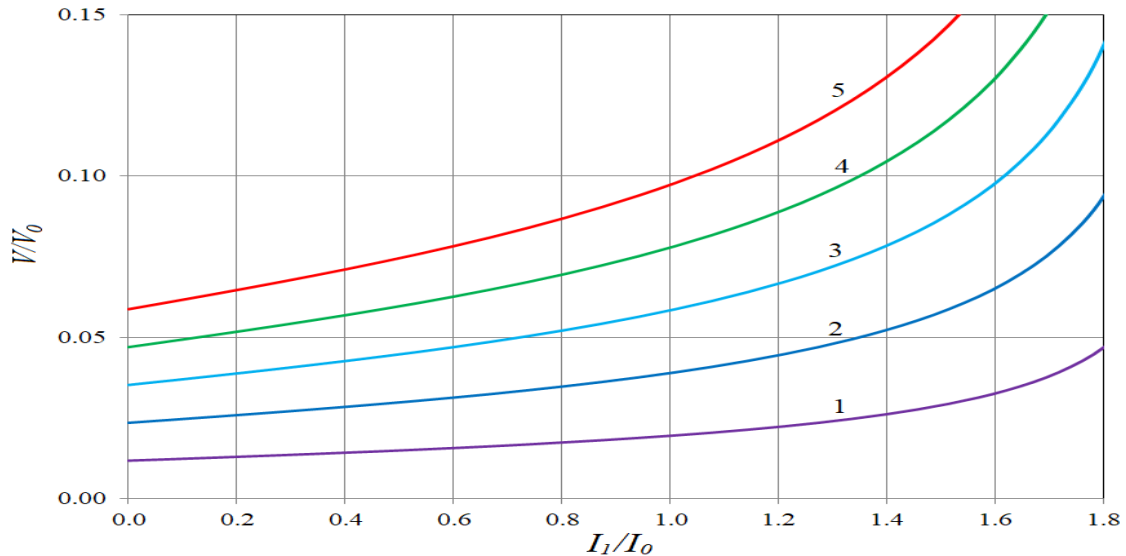


Рис. 7. Зависимости понижения относительного потенциала модулированного электронного пучка с коэффициентом заполнения  $\sigma_b=0.7$  от амплитуды основной гармоники тока при различных значениях микропервианса пучка: 0.5 мкА/В<sup>3/2</sup> (1), 1.0 мкА/В<sup>3/2</sup> (2), 1.5 мкА/В<sup>3/2</sup> (3), 2.0 мкА/В<sup>3/2</sup> (4), 2.5 мкА/В<sup>3/2</sup> (5).

При однокаскадном группировании, когда значение относительной амплитуды первой гармоники тока не превышает значения 1.2, потеря эффективности за счет провисания потенциала составляет от 2% для пучка с низким микропервиансом ( $P_\mu = 0.5 \text{ мкА/В}^{3/2}$ ) и до 10% для пучка с высоким значением микропервианса ( $P_\mu = 2.5 \text{ мкА/В}^{3/2}$ ). Приведенные оценки доли потенциальной энергии в модулированных плотных электронных потоках подтверждаются результатами расчетов группирования в многорезонаторных клистронах [15].

#### 2.4. Расслоение за счет радиальной неоднородности сил пространственного заряда

Эффект расслоения при группировании аксиально-симметричных электронных пучков обусловлен в основном двумя факторами: радиальной неоднородностью электромагнитных полей резонаторов и неоднородностью сил пространственного заряда, Как было отмечено в работе [16], и как

подтвердили проведенные нами расчеты скоростной модуляции в бессеточном зазоре, влияние на эффективность группирования со стороны неоднородности полей резонатора является незначительным. Данный фактор в основном влияет на коэффициент усиления клистрона и его влияние на полученные в настоящей работе результаты можно считать учитываемым, поскольку в параметр амплитуды модуляции входит коэффициент электронного взаимодействия зазора входного резонатора, зависящий от неоднородности его полей.

Радиальная неоднородность сил пространственного заряда является основной причиной расслоения. Данная неоднородность включает в себя как радиальное провисание потенциала, так и радиальную зависимость коэффициента редукции плазменной частоты. Оба фактора приводят к отличию протекания процесса группирования в различных слоях электронного пучка, что не позволяет обеспечить условия оптимального группирования во всех слоях одновременно, и вызывает уменьшение эффективности группирования. При волновом рассмотрении процесса группирования для учета радиальной неоднородности сил пространственного заряда необходимо учитывать влияние высших поперечных мод волн пространственного заряда. При дискретном анализе нужно переходить к двумерным численным моделям.

Для исследований влияния расслоения, вызванного неоднородностью сил пространственного заряда, были проведены сравнительные исследования группирования для трех нерелятивистских электронных потоков с различным значением параметра пространственного заряда, имеющих одинаковый коэффициент заполнения  $\sigma_b=0.7$ , с использованием одномерной и двумерной численных моделей. Результаты численных исследований приведены на рис.8.

Из анализа результатов следует, что расслоение слабо меняет значение оптимальной амплитуды модуляции, при которой достигается максимальная эффективность группирования, однако уменьшает значение этой эффективности и укорачивает длину группирования. При этом влияние расслоения на изменение этих параметров значительно возрастает с ростом параметра пространственного заряда, достигая 15% для пучков с  $\Omega_q=0.15$ .

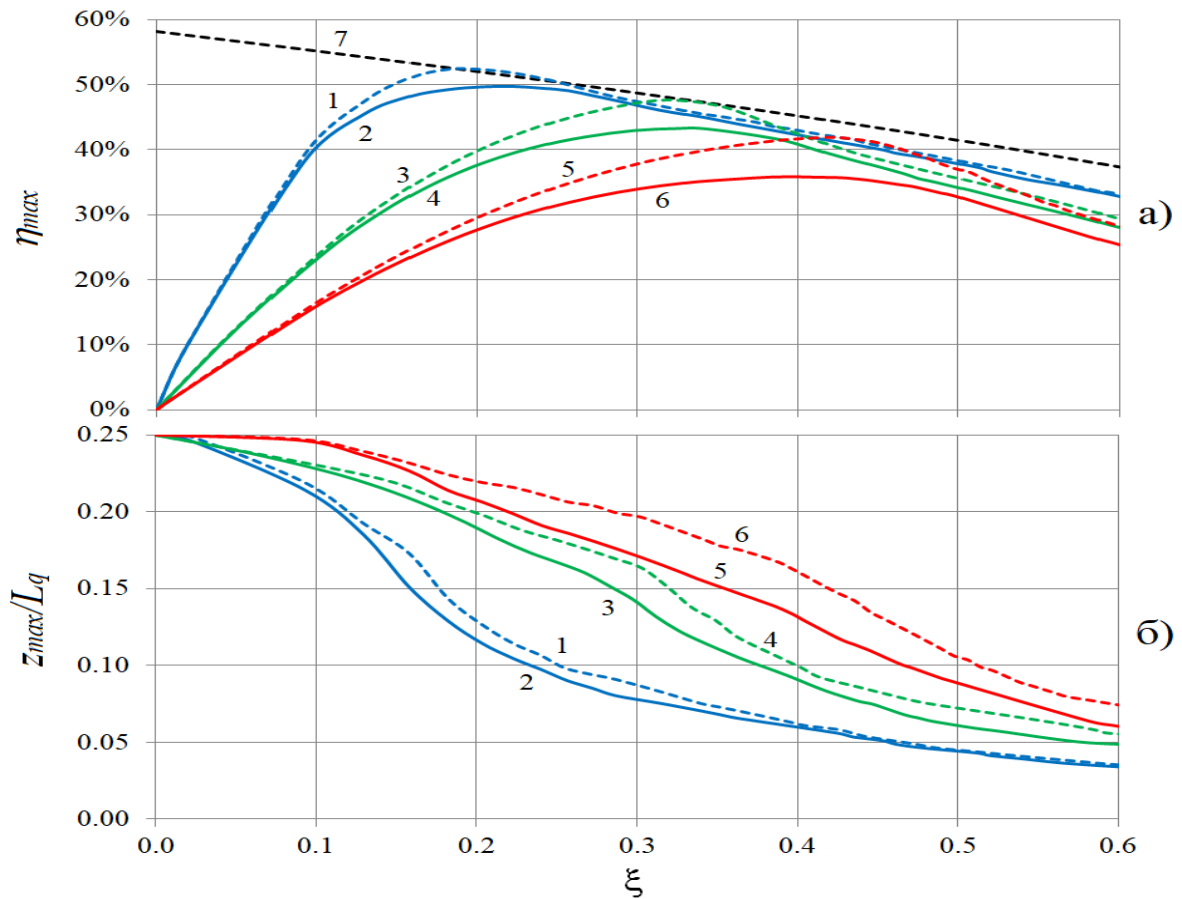


Рис. 8. Зависимости максимальной эффективности (а) и длины (б) группирования от амплитуды модуляции для пучков с коэффициентом заполнения  $\sigma_b=0.7$  и параметрами пространственного заряда  $\Omega_q=0.05$  (кривые 1,2),  $\Omega_q=0.10$  (кривые 3, 4),  $\Omega_q=0.15$  (кривые 5,6), полученные с помощью одномерной (кривые 1,3,5) и двумерной (кривые 2,4,6) численных моделей. Кривая 7 соответствует кинематическому пределу группировки, определяемому формулой (18).

### 3. Пределы применимости аналитических и одномерных численных моделей к анализу группирования в мощных клистронах

Для исследования интегрального влияния нелинейных эффектов, описанных в разделе 2, на процесс группирования различных электронных потоков в зависимости от амплитуды модуляции были проведены расчеты скоростной модуляции различных электронных потоков с помощью двумерной численной модели. Результаты расчетов представлены на рис.9, где показаны зависимости максимальной эффективности группирования от амплитуды модуляции для сплошных нерелятивистских электронных пучков с различными



значениями параметра пространственного заряда при двух крайних значениях коэффициента заполнения  $\sigma_b=0.3$  (тонкие пучки) и  $\sigma_b=0.9$  (широкие пучки).

Анализ результатов показывает, что при амплитуде модуляции  $\xi < 0.4$  при любом значении параметра пространственного заряда не наблюдается заметного различия между зависимостями для тонких и широких пучков. Это объясняется, тем, действие эффекта расслоения и эффекта провисания потенциала являются разнонаправленными. При заданном значении параметра пространственного заряда сужение электронного потока приводит к уменьшению влияния расслоения, однако увеличивает влияние провисания потенциала.

При амплитудах модуляции  $\xi > 0.4$  для плотных электронных потоков с параметром пространственного заряда  $\Omega_q > 0.1$  влияние провисания потенциала оказывается более значительным, чем расслоение, что приводит к снижению эффективности группирования на несколько процентов для узких пучков по сравнению с широкими.

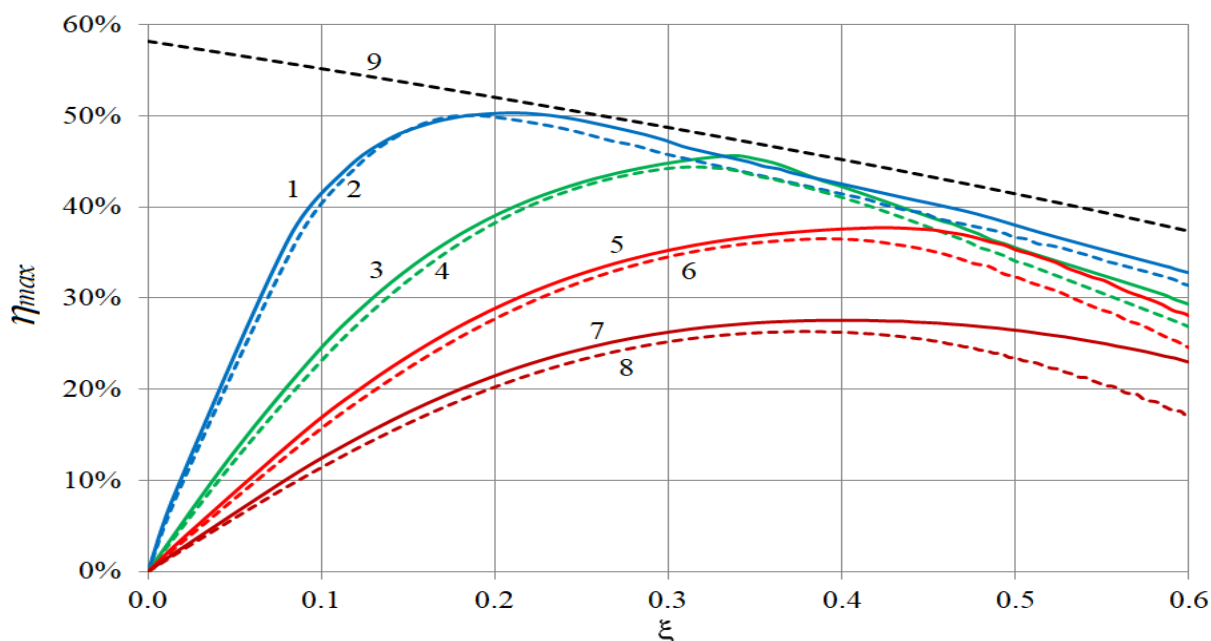


Рис. 9. Зависимости максимальной эффективности группирования от амплитуды модуляции для пучков с коэффициентами заполнения  $\sigma_b=0.3$  (кривые 2,4,6,8),  $\sigma_b=0.9$  (кривые 1,3,5,7) и параметрами пространственного заряда  $\Omega_q=0.05$  (кривые 1,2),  $\Omega_q=0.10$  (кривые 3,4),  $\Omega_q=0.15$  (кривые 5,6) и  $\Omega_q=0.20$  (кривые 7,8), полученные с помощью двумерной численной модели.

Кривая 9 соответствует кинематическому пределу группирования, определяемому формулой (18).

Нелинейные эффекты, ограничивающие эффективность группирования, проявляются наиболее сильно при приближении к кинематическому пределу группирования (кривая 9 на рис.9). После достижения максимума группировка приобретает кинематический характер, а эффективность группирования уменьшается в соответствии с поведением кривой кинематического предела группирования.

Проведенные расчеты эффективности группирования нерелятивистских электронных потоков с различными значениями  $V_0$ ,  $\gamma_b$ ,  $P_\mu$  показали, что относительное отклонение от результатов, приведенных на рис.8, составляет менее 5%. Таким образом, безразмерный параметр пространственного заряда  $\Omega_q$  линейной теории можно рассматривать, как универсальную характеристику свойств электронного потока при группировке и в нелинейных режимах. Интервал изменения параметра пространственного заряда от 0.05 до 0.2 охватывает практически весь спектр электронных пучков, используемых в мощных клистронах. Электронные пучки с низким значением  $\Omega_q$  (0.05-0.07) обычно используются в высокоэффективных клистронах. Пучки с большими значениями  $\Omega_q$  используются в широкополосных клистронах, а также в клистронах коротковолновой части СВЧ диапазона.

Для оценки пределов применимости различных моделей к анализу скоростной модуляции в клистронах были проведены расчеты максимальной эффективности и длины группирования для различных значений параметра пространственного заряда и амплитуды модуляции.

На рис.10 представлены зависимости максимальной эффективности и длины группирования от указанных параметров, полученные с помощью двумерной численной модели. Аналогичные зависимости были получены с использованием аналитической нелинейной модели и численной одномерной модели. На рис.11. представлена итоговая диаграмма пределов применимости различных моделей при анализе клистронов. Границы применимости аналитической и одномерной численной модели определены, исходя из условия, что относительное отклонение максимальной эффективности или

длины группирования, не должна превышать 10% от значений, полученных по двумерной численной модели.

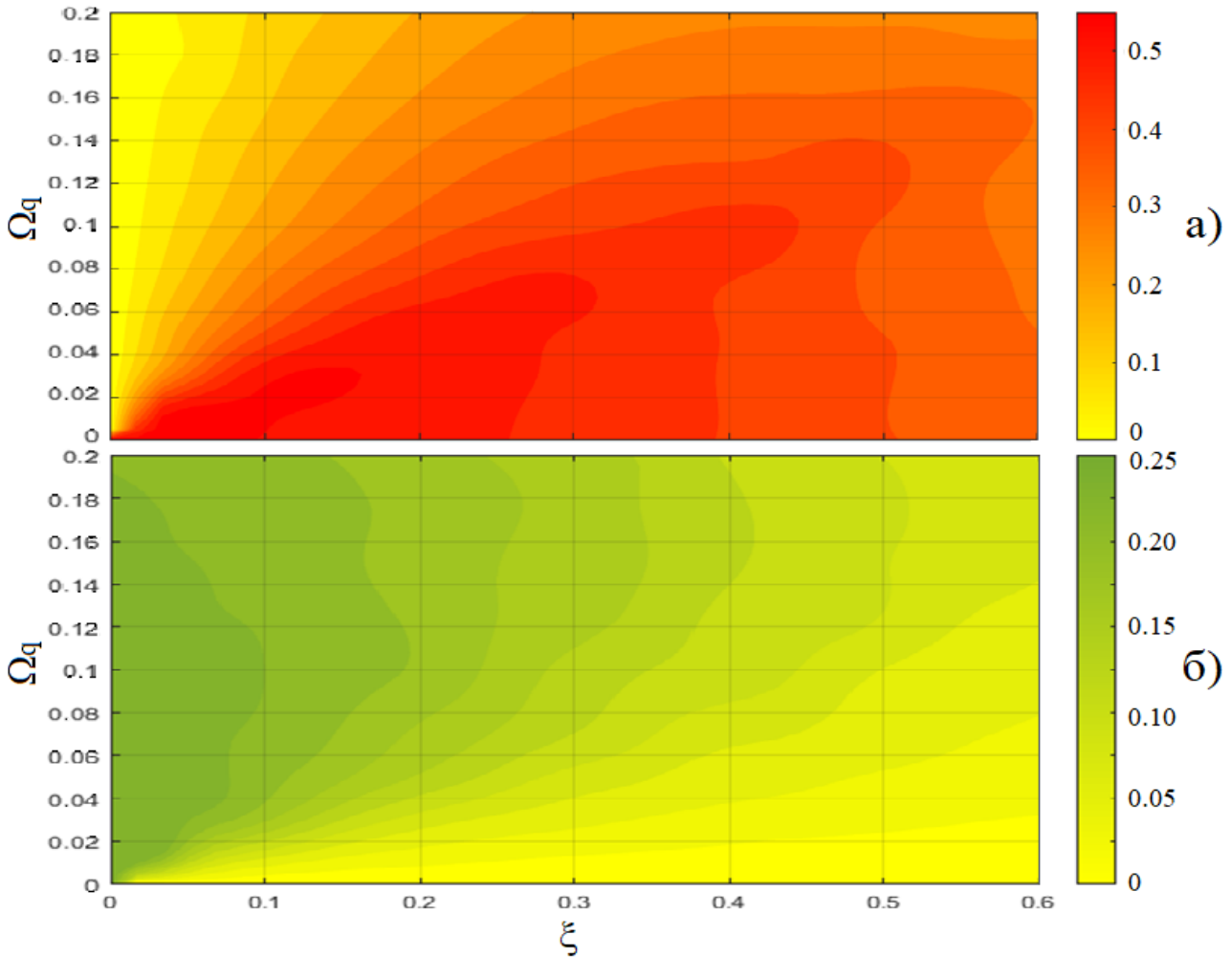


Рис. 10. Зависимость максимальной эффективности (а) и относительной длины группировки от амплитуды модуляции и параметра пространственного заряда.

Применимость аналитических моделей для мощных клистронов ( $\Omega_q > 0.05$ ) ограничивается уровнем значений амплитуды модуляции  $\xi < 0.15$ . До значений амплитуды модуляции  $\xi < 0.3$  во всем диапазоне изменения параметра пространственного заряда может применяться одномерная численная модель

Ее применение при  $\xi > 0.3$  возможно, но кроме области 3, которая прилегает к зоне оптимальной группировки, определяемой условием (15) линейной теории. В этой зоне нелинейные эффекты расслоения оказывают существенное влияние на процесс группировки и могут быть корректно учтены с помощью двумерных численных моделей.

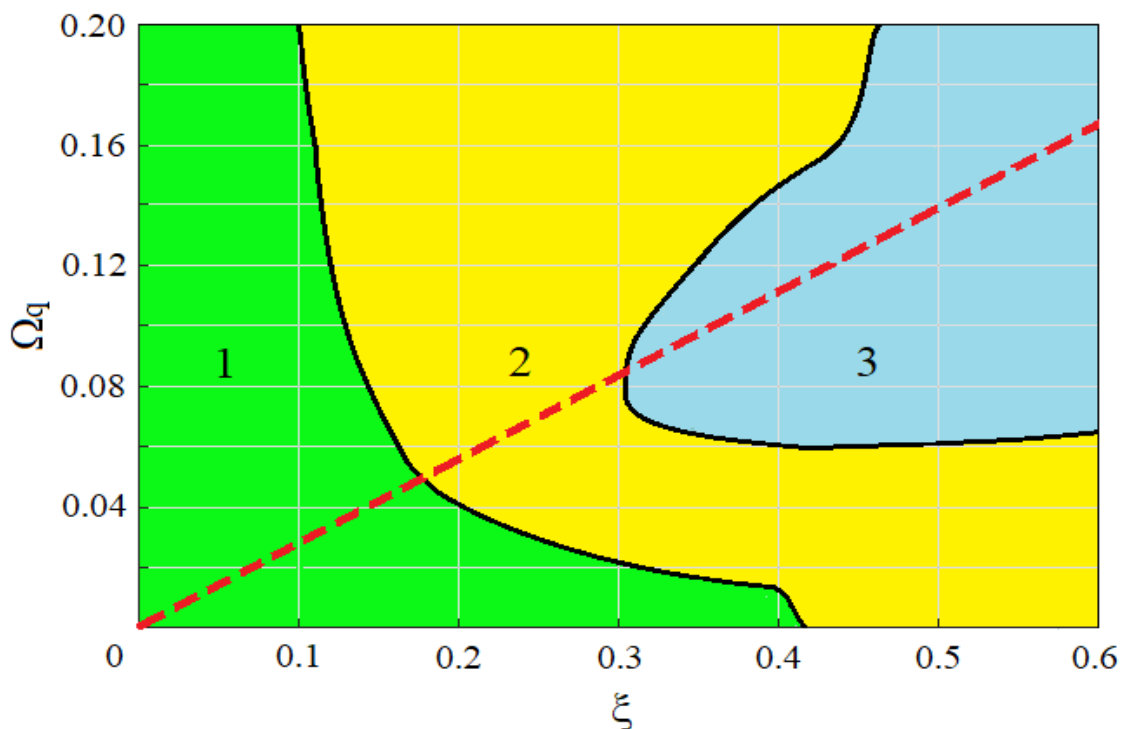


Рис. 11. Пределы применимости аналитических и одномерных моделей для анализа модуляции мощных электронных потоков в координатах параметра пространственного заряда пучка и амплитуды его модуляции: аналитические модели применимы только в области 1, одномерные численные модели – в областях 1 и 2, двумерные численные модели – в областях 1,2 и 3. Штрихованная линия соответствует условию (15) для оптимальной группировки в аналитической линейной теории.

Полученные результаты не ограничиваются только случаем однокаскадного группирования, а могут быть использованы и при разработке многорезонаторных клистронов. По мере группирования в различных каскадах многорезонаторного клистрона происходит уплотнение электронных сгустков и увеличение амплитуды первой гармоники тока. При этом параметр пространственного заряда электронного потока возрастает и изменяется характер группирования. На рис.12 приведены зависимости  $\Omega_q$  от амплитуды первой гармоники тока для электронного пучка с коэффициентом заполнения  $\sigma_b=0.7$  для различных значений микропервианса.

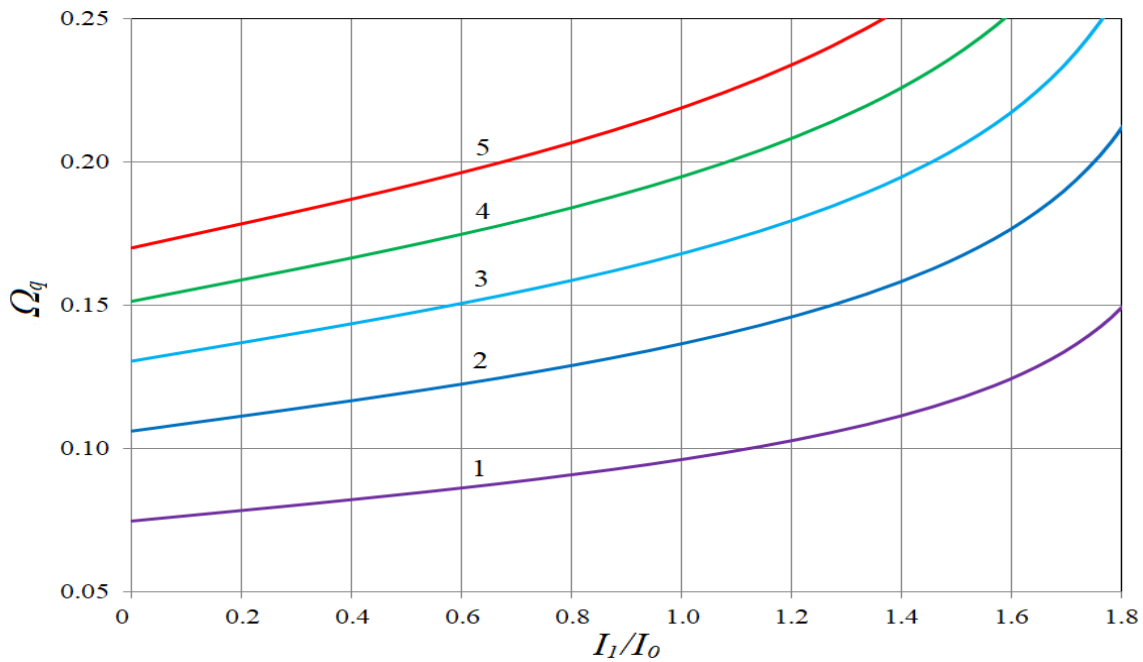


Рис. 12. Зависимость параметра пространственного заряда модулированного электронного пучка с коэффициентом заполнения  $\sigma_b=0.7$  от амплитуды основной гармоники тока при различных значениях микропервианса пучка:  $0.5 \text{ мкА/В}^{3/2}$  (1),  $1.0 \text{ мкА/В}^{3/2}$  (2),  $1.5 \text{ мкА/В}^{3/2}$  (3),  $2.0 \text{ мкА/В}^{3/2}$  (4),  $2.5 \text{ мкА/В}^{3/2}$  (5).

Оценки получены с использованием предположений, описанных в разделе 3.3. Используя зависимости рис.12, можно оценить для любого клистрона как меняется локальный параметр пространственного заряда в каждой секции прибора и, пользуясь данными рис.9, оценить эффективность и длину группирования в данной секции. Также с помощью диаграммы 10 можно определить возможность использования той или иной модели для анализа процесса группирования в каждой отдельной секции клистрона и всего клистрона в целом. Если, например, в каждой секции клистрона реализуется группирование в режимах 1-ой и 2-ой зоны рис.10, то для расчета такого клистрона можно использовать одномерную дисковую модель. В противном случае анализ прибора нужно проводить с помощью двумерных численных моделей.

## Заключение

Проведенные исследования позволили определить степень влияния различных нелинейных факторов на эффективность группирования мощных

электронных потоков при различных значениях параметра пространственного заряда и амплитуды модуляции.

Получено аналитическое выражение для кинематического предела группировки, который выступает асимптотой зависимостей максимальной эффективности группирования от амплитуды модуляции. Приведено объяснение образования верхней и нижней «шпор» при приближении к оптимальному режиму группировки.

Проведенные оценки влияния провисания потенциала показали, что доля потенциальной энергии электронов в модулированных электронных потоках с высокими значениями микропервианса ( $P_\mu > 1.5 \text{ мкА/В}^{3/2}$ ) может достигать 10% при многокаскадном группировании и заметно снижать эффективность приборов.

Установлено, что расслоение слабо меняет значение оптимальной амплитуды модуляции, при которой достигается максимальная эффективность группирования, однако уменьшает значение этой эффективности и укорачивает длину группирования. При этом влияние расслоения на изменение этих параметров значительно возрастает с ростом параметра пространственного заряда, достигая 15% для пучков с  $\Omega_q=0.15$ .

Показано, что при заданном значении параметра пространственного заряда сужение электронного потока приводит к уменьшению влияния расслоения, однако увеличивает влияние провисания потенциала. При амплитудах модуляции  $\xi > 0.4$  для плотных электронных потоков с параметром пространственного заряда  $\Omega_q > 0.1$  влияние провисания потенциала оказывается более значительным, чем расслоение, что приводит к снижению эффективности группирования на несколько процентов для узких пучков по сравнению с широкими. Этот факт позволяет рассматривать, безразмерный параметр пространственного заряда  $\Omega_q$  линейной теории, как универсальную характеристику свойств электронного потока при группировке и в нелинейных режимах.

Определены пределы применимости аналитических и одномерных численных моделей для анализа процессов группирования в клистродах. Применимость аналитических моделей для мощных клистронов ( $\Omega_q > 0.05$ ) ограничивается уровнем значений амплитуды модуляции  $\xi < 0.15$ . До значений амплитуды модуляции  $\xi < 0.3$  во всем диапазоне изменения параметра пространственного заряда может применяться одномерная численная модель. Ее применение при  $\xi > 0.3$  возможно, но кроме области, которая прилегает к зоне оптимальной группировки, в которой нелинейные эффекты расслоения оказывают существенное влияние и могут быть корректно учтены с помощью двумерных численных моделей. Полученные результаты позволят исследователям клистронов правильно выбирать модели для анализа и оптимизации параметров клистронов.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН.

### Литература

1. CST-Studio suite. Программное обеспечение для моделирования электродинамических и мультифизических задач [online]. URL: [http://www.euointech.ru/products/CST/CST\\_STUDIO\\_SUITE\\_2018\\_Rus.pdf](http://www.euointech.ru/products/CST/CST_STUDIO_SUITE_2018_Rus.pdf)
2. Goplen B., Ludeking D., Smithe D., Warren G. User-configurable MAGIC code for electromagnetic PIC calculation. *Comput. Phys. Commun.* 1995. Vol.87. P.54-86.
3. Kosmahl H.G., Branch G.M., Generalized representation of electric fields in interaction gaps of klystrons and traveling-wave tubes. *IEEE Trans. on ED.* 1973. Vol.20. No.7. P.621-629.
4. Mihran T.G. Plasma frequency and velocity spread in bunched electron beams of finite diameter. *J. Appl. Phys.* 1967. Vol.38. P.159.

5. Webster D.L. The theory of klystron oscillations. *J. of Appl. Phys.* 1939. Vol.10. P.864.
6. Савельев В.Я. К теории клайстрона. ЖТФ. 1940.Т.10. С.1365.
7. Wallander S.O. Large signal analytical study of bunching in klystrons. *IEEE Trans. on ED.* 1968. No.8.P.595.
8. Канавец В.И., Сандалов А.Н. Исследование одномерной модели многорезонаторного группирователя электронов при дополнительном воздействии на частоте второй гармоники. *Электронная техника, сер. I, Электроника СВЧ.* 1971. № 3. С.11-20.
9. Сандалов А.Н., Родякин В.Е. Комплексная программа анализа динамики электронного потока в клистроне. Межвузовский сборник “Вопросы электронной техники”. Саратов, 1988. 15 с.
10. Родякин В.Е., Пикунов В.М., Аксенов В.Н. Комплекс программ для численного анализа электровакуумных приборов клистронного типа. *Журнал радиоэлектроники [электронный журнал].* 2019. №6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.6.4>
11. Webber S.E. Ballistic analysis of a two cavity finite klystron. *IEEE Trans. on ED.* 1958. Vol.5. P.58.
12. Mihran T.G., Branch G.M., Griffin G.J. Electron bunching and output gap interaction in broad-band klystrons. *IEEE Tr. on ED.* 1972. Vol.19. No.9. P.1011-1017.
13. Канавец В.И., Лопухин В.М., Сандалов А.Н. Нелинейные процессы в мощных многорезонаторных клистронах и оптимизация их параметров. *Лекции по электронике СВЧ (3-я зимняя школа-семинар инженеров), книга VII.* СГУ. 1974. 253 с.
14. Родякин, В.Е., Пикунов В. М., Аксенов В.Н., Овсянников Н.Е. Ограничение тока при транспортировке сплошного аксиально-симметричного электронного пучка в пролетном канале электровакуумного устройства миллиметрового диапазона. *Изв. РАН, сер. Физическая.* 2020. Т.84. №1. С.132–136. <https://doi.org/10.31857/S0367676520010251>



15. Родякин В.Е., Пикунов В.М., Аксенов В.Н. Система взаимодействия мощного клистрона с распределенным взаимодействием миллиметрового диапазона. *Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]*. 2020. №6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.6.4>
16. Бороденко В.Г., Ведяшкина К.А., Зернова М.С., и др. - Механизм ограничения группировки пучков в клистронах. *Электронная техника, сер. I, Электр. СВЧ*, 1977, Вып. 10, С. 3.

**Для цитирования:**

Родякин В.Е., Пикунов В.М., Аксенов В.Н. Нелинейные процессы при группировании электронных потоков в мощных клистронах и пределы применимости аналитических и одномерных численных моделей для их анализа. *Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]*. 2020. №12. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.12.14>