

DOI <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.12.17>

УДК 537.6

ОГРАНИЧЕННОСТЬ ДИСПЕРСИИ ЧАСТОТЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ПРОИЗВОДИМОГО ФЛЮКСОНАМИ

М. Р. Жумаев¹, М. З. Шарипов¹, В. В. Коледов², В. Г. Шавров²

¹ Бухарский инженерно-технологический институт,
200100, Узбекистан, г. Бухара, ул. К. Муртазаева, д.15

² Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
125009, г. Москва, ул. Моховая 11-7

Статья поступила в редакцию 1 ноября 2020 г.

Аннотация. В работе найдена форма спектральных линий электромагнитного излучения, производимого релятивистским квантом магнитного потока, движущимся в джозефсоновской линии передачи под действием чисто флуктуационного внешнего тока и диссипации. Показано, что даже в случае гауссовского шумового тока форма спектральных линий электромагнитного излучения имеет существенно негауссовую форму. Доказано ограниченность дисперсии частоты электромагнитного излучения (которой определяется уширение спектральных линий излучения), благодаря релятивистским свойствам кванта магнитного потока.

Ключевые слова: джозефсоновская линия передачи, форма спектральных линий излучения, флуктуационный внешний ток, дисперсия частоты электромагнитного излучения, релятивистский квант магнитного потока.

Abstract. The work found the shape of spectral lines of electromagnetic radiation produced by a relativistic quantum of magnetic flux moving in a Josephson transmission line under the action of a purely fluctuating external current and dissipation. It is shown that even in the case of a Gaussian noise current, the shape of the spectral lines of electromagnetic radiation has an essentially non-Gaussian form. The limited dispersion of the frequency of electromagnetic radiation (which is determined by the pinching of the spectral lines of radiation) is proved, due to the

relativistic properties of the quantum magnetic flux. This is another unique aspect of the relativistic quantum magnetic flux - as a carrier of electromagnetic radiation in the Josephson transmission line.

Key words: Josephson transmission line, the form of spectral emission lines, fluctuating external current, frequency dispersion of electromagnetic radiation, relativistic quantum of magnetic flux.

Введение

В настоящее время одной из важных проблем прикладной высокотемпературной сверхпроводимости является теоретическое обоснование и практическая разработка так называемых, джозефсоновских генераторов или детекторов терагерцового диапазона, работающих при температурах жидкого азота или более высоких температурах [1-3].

Но решения указанной проблемы наталкивается на ряд существенных трудностей. Например, ещё не до конца понята статистическая природа токовых флуктуаций в высокотемпературных сверхпроводниках. Как известно, эти шумовые сверхпроводящие токи играют критическую роль в подобных системах, а именно: ими определяются величина частотного уширения спектра электромагнитного излучения, генерируемого джозефсоновскими вихрями [4,5]. К последним относятся, в частности, вихри или флюксоны, т.е. кванты магнитного потока.

Далее мы ограничиваемся только исследованием характеристик электромагнитных излучений, производимых релятивистскими квантами магнитного потока, скорости которых могут быть порядка так называемой, свихартовской скорости, т.е. предельной скорости волн магнитного типа в джозефсоновской линии передачи. Наш выбор обусловлен следующими причинами: флюксон – исключительно стабильное образование и с помощью внешних воздействий им легко управлять. Следовательно, его можно использовать как основную единицу информации, т.к. флюксон при своем

распространении по джозефсоновскому линии передачи переносит один квант магнитного потока.

В джозефсоновской линии передачи релятивистские эффекты легко исследовать экспериментально – благодаря тому, что скорость кванта магнитного потока можно изменять посредством внешнего распределенного источника тока. Иначе говоря, снабжать энергией флюксоны мы можем, изменяя величину внешнего тока;

В экспериментах влияния флуктуаций может быть обнаружено по спектру излучения, снимаемого с конца джозефсоновской линии передачи. В существующей литературе [2,4-6], посвященной исследованию излучательных характеристик джозефсоновской линии передачи, в основном, изучались действия относительно слабых токовых флуктуаций на уширения частот резонансных линий в нерелятивистском приближении, т.е. при скоростях флюксонов, существенно меньших свихартовской скорости.

В нашей работе впервые рассматривается особенность электромагнитного излучения, производимого релятивистским квантом магнитного потока под действием достаточно сильных флуктуаций тока. В первом разделе определена функция, описывающая форму спектральных линий излучения. Во втором разделе рассчитаны характерные средние частоты излучения и на их основе доказано ограниченность их (среднеквадратичной) дисперсии при любом уровне шума в джозефсоновской линии передачи. В заключении приведено сопоставление полученных результатов, а также обсуждаются перспективы будущих исследований по данной тематике.

1. Форма спектральных линий электромагнитного излучения, производимого флюксоном

Как известно, при рассмотрении колебательных, волновых и излучательных процессов, происходящих под действием случайных воздействий различной физической природы, принципиальным является статистический подход, по той причине, что в подобных ситуациях исследуемая система проявляет вероятностный характер поведения.

Следует отметить, что существующие многочисленные статистические методы решения подобных проблем порой не помогают, а ставят исследователя в затруднительное положение. Известный тому пример – метод уравнений Фоккера – Планка для описания функции распределения (или плотности вероятности) [7]. Как справедливо отмечалось в работе [8], применяя различные «правила» усреднения – Ито, Стратоновича и Климонтовича – Хангги, из одного и того же уравнения Фоккера – Планка получаем три разных функции распределений [8-11]. Авторы [8], которые называли возникшую при этом ситуацию «неразрешимой три-леммой» т.е. невозможно дать определённого ответа на вопрос – какой из этих результатов является достоверным.

Ниже мы даем оригинальное решение этой проблемы. На джозефсоновские вихри, движущиеся в джозефсоновской линии передач, связанной с внешним распределенным случайным источником тока, действует сила Лоренца [12], которая прямо пропорциональна внешнему току. Эта сила в данной системе направлена вдоль джозефсоновской линии передачи. Кроме того, на эти магнитные вихри действуют силы диссипативной природы, которые направлены против вектора скорости. Для упрощения исследуемой задачи мы учтем лишь диссипацию, которая обусловлена тунелированием нормальных (т.е. несверхпроводящих) электронов поперек джозефсоновской линии передачи.

Как было показано в работах [14-16], в рассматриваемом случае кванты магнитного потока совершают релятивистское броуновское движение, которое описывается следующим стохастическим дифференциальным уравнением:

$$\frac{du}{dt} = -\alpha u(1 - u^2) + \frac{\pi}{4} f(t)(1 - u^2)^{\frac{3}{2}} \quad (1)$$

Здесь: u – обезразмеренная скорость флюксона в джозефсоновской линии передачи, которая меняется в интервале $(-1;1)$ и определяется следующей формулой:

$$u = \frac{\vartheta_x}{c} \quad (2)$$

где: ϑ_x – скорость релятивистских квантов магнитного потока, которая в

соответствии с уравнением (1), меняется случайным образом, как по величине, так и по направлению; c – предельная скорость волн магнитного типа в джозефсоновской линии передачи или скорость свихарта.

В (1) α – коэффициент диссипации определяемый сопротивлением джозефсоновского контакта в несверхпроводящем, т.е. в нормальном состоянии. Функция $f(t)$ описывает флуктуации случайного во времени внешнего тока.

В последнем случае не существует универсального, общего статистического описания стохастических процессов, пригодных для любых систем. Причина такого обстоятельство обусловлена разнообразием физических механизмов возникновения флуктуаций [7-17]. Поэтому в дальнейшем мы ограничиваемся исследованием влияния чисто флуктуационного внешнего тока на динамику релятивистских квантов магнитного потока, полагая, что ток является дельта–коррелированным во времени гауссовым шумом со следующими статистическими характеристиками:

$$\langle f(t) \rangle = 0, \quad \langle f(t)f(t') \rangle = 2\sigma^2\delta(t - t'). \quad (3)$$

Здесь: угловые скобки означают усреднение по всевозможным реализациям случайной функции $f(t)$, σ^2 – выражает нормированную интенсивность токовых флуктуаций.

Как видно из (1), оно представляет собой нелинейное дифференциальное стохастическое уравнение и случайная сила $f(t)$ входит в него мультипликативно т.е. умножается на $(1 - u^2)^{\frac{3}{2}}$. Здесь: $u(t)$ – искомое решение (1), которое выражается нелинейным функционалом от $f(t)$. Это существенно осложняет нахождение как решения самого уравнения (1), так и вычисление средних значений $\langle u^n \rangle$ (здесь: $n = 1, 2, \dots$).

Поэтому попытаемся преобразовать нелинейное стохастическое дифференциальное уравнение (1) в линейное уравнение подобного типа. Для этого учтём, что релятивистский квант магнитного потока является

релятивистской квазичастицей, т.е. его импульс и скорость связаны между собой выражением [15].

$$p = \frac{u}{\sqrt{1-u^2}}, \quad (4)$$

которое подобно обычной релятивистской частице.

Теперь совершим обратное преобразование

$$u = \frac{p}{\sqrt{1+p^2}}. \quad (5)$$

Тогда, как нетрудно убедиться, нелинейное стохастическое уравнение (1) для скорости $u(t)$ преобразуется в линейное стохастическое уравнение для импульса $p(t)$:

$$\frac{dp}{dt} = -\alpha p + \frac{\pi}{4} f(t). \quad (6)$$

Кроме того, как видно из (6), теперь случайная сила $f(t)$ входит в него аддитивно.

Следовательно, нам в данном случае удалось одновременно: 1) линеаризовать нелинейное уравнение; 2) превратить мультипликатный шум в аддитивный шум. Это обстоятельство резко упрощает дальнейшее решение задачи, т.к. для решения линейных стохастических дифференциальных уравнений с аддитивным шумом разработаны несколько мощных методов [7,17-20].

Используя формулы преобразования функции распределения (см., напр. [7,18]), легко находим функцию распределения скорости релятивистского кванта магнитного потока:

$$\Phi(u) = \sqrt{\frac{a}{\pi}} (1-u^2)^{-\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{au^2}{1-u^2}\right], \quad (7)$$

$$a = \frac{\alpha}{2D}$$

Здесь: α – коэффициент диссипации, $D = \frac{\pi}{4} \sigma^2$ перенормированная интенсивность токовых флуктуаций. $|u| \leq 1$. Как видно, из последнего выражения, функция распределения скорости $f(u)$ релятивистского кванта

магнитного потока существенно негауссова, хотя токовые флуктуации гауссовы! Это следствие – нелинейного преобразования от скоростей u к импульсам p , которое определяется формулой (5).

Обсудим, так называемую «неразрешимую» три – лемму, о которой речь идет в работах [8-11]. Анализ этих работ, показывает, что их авторы не предусмотрели нетривиальные преобразования (4) \leftrightarrow (5). Поэтому им не удалось «избавиться» от мультипликативного шума и в уравнении движения, и в уравнении Фоккера – Планка, которое описывает изменение функции распределение (импульсов или скоростей). Авторы были вынуждены прибегать к различным «правилам» усреднения – которые, как подчеркивались и ранее в литературе (см., напр. [7]), с физической точки зрения не всегда правильны и приводят, как следствие, к неоднозначным результатам.

Главная же причина этих неудач, на наш взгляд, заключается в том, что совершено «Лоренцево преобразование нерелятивистского уравнения движения» [10], которое, как известно, физически некорректно. Это и предопределяло неудачу.

Найдём форму спектральных линий электромагнитного излучения, производимого релятивистскими квантами магнитного потока. Для этого воспользуемся следующим известным выражением для генерируемых флюксонами частот электромагнитного излучения:

$$f = \frac{\vartheta}{2L}. \quad (8)$$

Здесь: ϑ – модуль скорости релятивистских квантов магнитного потока, L – длина джозефсоновской линии передачи.

Применяя формулы преобразования функции распределения и учитывая выражения (7) – (8), получаем для формы спектральных линий электромагнитного излучения, производимого релятивистскими квантами магнитного потока, следующее выражение:

$$\psi(f) = 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot \left[1 - \left(\frac{f}{f_m}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}} \cdot \exp\left[-a \frac{\left(\frac{f}{f_m}\right)^2}{1 - \left(\frac{f}{f_m}\right)^2}\right]. \quad (9)$$

Здесь: $f_m = \frac{c}{2L}$ – максимальная частота генерируемых электромагнитных излучений в джозефсоновских линий передач.

Сравнивая выражения для функции распределения (7) и форму спектральных линий электромагнитного излучения (9), мы видим, что они совершенно аналогичны. Этого следовало ожидать, так как при линейном преобразовании функция распределения сохраняет свой вид (см., например, [18]). Отметим, что множитель 2 в выражении для формы спектральных линий электромагнитного излучения появился из-за того, что должно выполняться условие:

$$\int_0^{f_m} \psi(f) df = 1. \quad (10)$$

Последнее условие имеет место для любой функции распределения, поскольку суммарная вероятность всегда равна единице для всех возможных событий и равна нулю для невозможных событий.

Замечательной и нетривиальной чертой найденной формы спектральных линий электромагнитного излучения является то, что при значениях параметра a , удовлетворяющих условию

$$0 < a < \frac{3}{2}, \quad (11)$$

функция $\psi(f)$ имеет два экстремума:

$$f_1 = 0, \quad f_2 = f_m \sqrt{1 - \frac{2a}{3}}. \quad (12)$$

Здесь 1-й и 2-й экстремальной точке соответствует минимум и максимум этой функции (рис.1). Форма этой функции показана на рис. 1.

Отметим, что в нерелятивистском приближении, т.е. при $\mathcal{G} \ll c$ и в случае малых токовых флуктуаций, т.е. при $a \gg 1$ (или $2D \ll \alpha$) форма спектральных

линий электромагнитного излучения становится гауссовой и описывается выражением

$$\psi_r(f) = 2 \sqrt{\frac{a}{\pi}} \exp \left[-a \left(\frac{f}{f_m} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

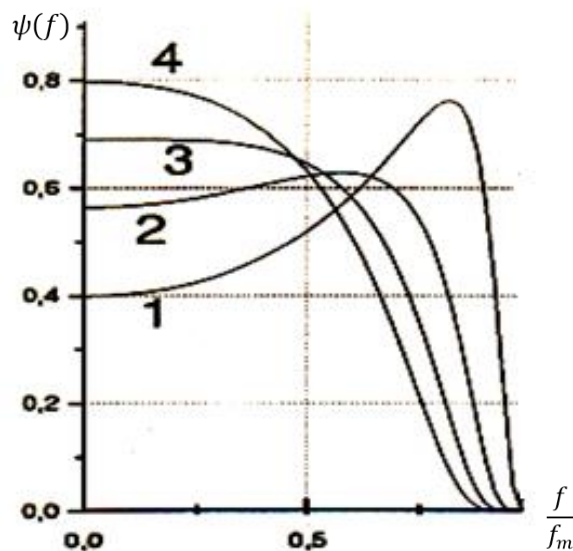


Рис.1. Форма спектральных линий излучения, производимого флюксонами.

Эта функция при любом значении параметра a имеет единственную точку максимума при $f = 0$ и всегда сохраняет свой вид неизменной. Насколько нам известно, подобная форма спектральных линий электромагнитного излучения $\psi(f)$ (9) ранее не была предсказана.

2. Ограниченность дисперсии частоты электромагнитного излучения, производимого флюксонами

Хорошо известно, что генерируемое флюксоном излучение имеет статистическую природу, поскольку релятивистский квант магнитного потока совершает броуновское движение, имеющее случайный характер. В подобных ситуациях принято описывать процесс излучения с помощью следующих характеристик, а именно: $\langle f \rangle$ – средняя частота, средний квадрат частоты $\langle f^2 \rangle$ и определяемая ими средне-квадратичная дисперсия частоты излучения

$$\overline{Df} = \langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2. \quad (14)$$

Далее учтём, что согласно (8) и (7):

$$\langle f^2 \rangle = f_m^2 \int_{-1}^{+1} u^2 \Phi(u) du \equiv f_m^2 \langle u^2 \rangle. \quad (16)$$

Теперь, используя (14) – (16), находим следующее красивое выражение для среднеквадратичной дисперсии частоты электромагнитного излучения, производимого релятивистским квантом магнитного потока:

$$\bar{D} f = f_m^2 (\langle u^2 \rangle - \langle |u| \rangle^2) \equiv f_m^2 \bar{D} |u|. \quad (17)$$

Здесь $\bar{D} u$ – средне-квадратичная флуктуация скорости флюксонов. $\langle |u| \rangle$ и $\langle u^2 \rangle$ – средний модуль и квадрат модуля нормированной скорости релятивистских квантов магнитного потока.

Далее, воспользовавшись известными выражениями для статистических характеристик скорости релятивистского кванта магнитного потока

$$\langle |u| \rangle = [1 - \operatorname{erf}(\sqrt{a})] \exp a, \quad (18)$$

$$\langle |u|^2 \rangle = 1 - \sqrt{a\pi} \cdot \langle |u| \rangle, \quad (19)$$

полученными в работах [14-16], получаем

$$\frac{\bar{D} f}{f} = 1 - \sqrt{a\pi} \langle |u| \rangle - \langle |u| \rangle^2. \quad (20)$$

Как следует из последнего выражения, нормированная среднеквадратичная дисперсия частоты излучения зависит от параметра a немонотонным образом и при некотором критическом его значении имеет свое максимальное значение (рис.2).

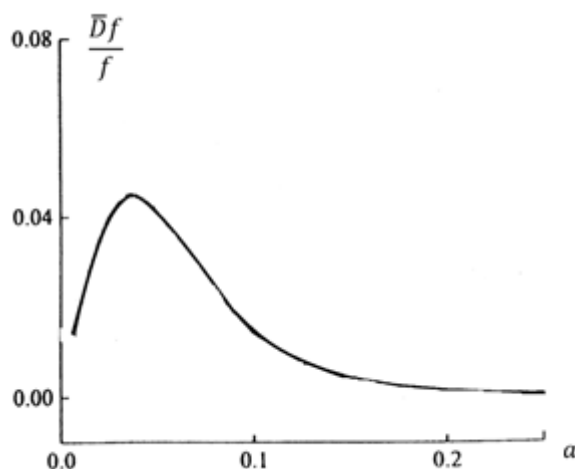


Рис.2. Нормированная среднеквадратичная дисперсия частоты излучения флюксона.

Чтобы доказать нетривиальность полученного результата, приведем выражение для среднеквадратичной дисперсии скорости флюксонов при очень малых флуктуациях случайного внешнего тока в нерелятивистском приближении [16]:

$$\langle |u| \rangle = \frac{1}{\sqrt{a\pi}}, \quad \langle u^2 \rangle = \frac{1}{2a}, \quad \bar{D}u = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2a}. \quad (21)$$

Далее учитывая, что $\frac{1}{2a} = \frac{D}{\alpha}$, придем к выводу о неограниченности среднеквадратичной дисперсии частоты излучения при относительно больших флуктуациях тока.

Заключение

Подведем итоги проведенных в этой работе исследований:

1. Будем выражать параметр a через физические величины, характеризующие релятивистский квант магнитного потока и джозефсоновской линии передачи. Для этого используем равенства статистического и термодинамического среднего, т.е.

$$\langle u^2 \rangle = \frac{\langle \vartheta^2 \rangle}{c^2}. \quad (22)$$

Но в состоянии теплового равновесия

$$\langle \vartheta^2 \rangle = \frac{kT}{m}. \quad (23)$$

Следовательно, согласно (22) – (23), имеем

$$\langle u^2 \rangle = \frac{kT}{mc^2} \equiv \frac{kT}{E_0}. \quad (24)$$

Здесь: $E_0 = mc^2$ – энергия покоя флюксонов, которая определяется следующим выражением

$$E_0 = \frac{I_c \Phi_0}{2\pi}. \quad (25)$$

Здесь: I_c – критический (или максимальный) ток Джозефсона, $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$ – величина кванта магнитного потока, h – постоянная Планка, e – модуль заряда электрона.

Теперь учтем, что в рассматриваемом нерелятивистском приближении

$$\langle u^2 \rangle = \frac{1}{2a} \equiv \frac{D}{\alpha}. \quad (26)$$

Таким образом, в соответствии с вышесказанным получаем:

$$\frac{D}{\alpha} = \frac{kT}{E_0}, \quad D = \frac{2\pi\alpha kT}{I_c \Phi_0}. \quad (27)$$

Последняя формула связывает интенсивность случайных воздействий на флюксон D , коэффициент диссипации α и эффективную температуру T рассматриваемой системы. Это выражение представляет собой соотношение Эйнштейна (см., напр. [9]), и оно справедливо только для линейного броуновского движения. Последний результат согласуется с результатами работ [4,5], справедливыми только при очень малых флуктуациях шумового тока и скоростях флюксонов, намного меньших, чем скорость Свихарта. Но выражения для характерных скоростей флюксонов, полученных нами, справедливы при произвольных значениях параметра, т.е. при любом отношении тепловой энергии kT и энергии покоя флюксона E_0 .

2. Наиболее интригующий вывод следует при $\alpha = 0$, т.е. для бездиссипативной джозефсоновской линии передачи. Согласно результатам теории нерелятивистского броуновского движения (26), мы получаем $\langle u^2 \rangle$ равно бесконечности, что не имеет физического смысла.

Но согласно формулам (18) – (19), и средне-арифметическая, и средне – квадратичная скорость квантов магнитного потока равны предельной скорости c в рассматриваемой системе. Ещё поразительнее то, что при $\alpha \rightarrow 0$ среднеквадратичная дисперсия частоты электромагнитного излучения, производимого флюксонами, равна бесконечности – согласно нерелятивистской теории броуновского движения и равна нулю – в рамках точной релятивистской теории броуновского движения.

Последнее сопоставление доказывает необходимость и корректность релятивистского рассмотрения броуновского движения в подобных критических случаях.

3. Теперь определим величину критического тока Джозефсона при условиях, когда происходит трансформация формы спектральных линий электромагнитного излучения, которая наблюдается при выполнении условия

$$2a = \frac{\alpha}{D} \equiv \frac{E_0}{kT} < 3. \quad (28)$$

Далее, учитывая (25), получаем следующее неравенство

$$I_c < I_f, \quad I_f = \frac{6\pi kT}{\Phi_0} \equiv AT, \quad (29)$$

где I_f – флуктуационный ток при температуре T , A – коэффициент пропорциональности.

Учитывая, что постоянная Больцмана $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, а величина кванта магнитного потока $\Phi_0 \approx 2.06875 \cdot 10^{-15}$ Вб, получаем

$$A \approx 0.126 \text{ мкА/К}. \quad (30)$$

Находим величину флуктуационного тока при температуре кипящего азота $T=77$ К. Учитывая (29) – (30), получаем $I_f = 10 \text{ мкА}$. Следовательно, для низко-токовых сверхпроводников с критическим током порядка одного мкА условие (29) реализуется. А для высоко-токовых сверхпроводников с критическим током порядка 100 мкА, $I_c > I_f$ т.е. выполняется обратное неравенство и трансформации формы спектральных линий электромагнитного излучения не происходит.

Таким образом, в представленной работе впервые найдена форма спектральных линий электромагнитного излучения, производимого релятивистскими квантами магнитного потока, движущимися в джозефсоновских линиях передач под действием чисто флуктуационного внешнего тока с учетом диссипации диссипации. Впервые доказана также ограниченность среднеквадратичной дисперсии частоты генерируемого флюксонами электромагнитного излучения при любом уровне шумового тока.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта МИР РУз ОТ-Ф2-64 и РФФИ № 18-07-01321.

Литература

1. Kinev N. V., Rudakov K. I., Filippenko L.V., Baryshev A.M., Koshelets V.P. Flux-flow Josephson oscillator as the broadband tunable terahertz source to open space // *Journal of Applied Physics*. 2019. Vol.125. No.15. P.151603.
2. Курин В.В., Пименов И.В. Квантовые шумы в сверхпроводниковых генераторах и распределенных Джозефсоновских переходах // Тезисы докладов 1-й Международной конференции «Фундаментальные проблемы ВТСП». 18 – 22 октября 2004. Москва – Звенигород. 2004. Часть 5. С.132–133.
3. Борисенко И.В. и др. Сверхпроводниковый Джозефсоновский детектор терагерцового диапазона, работающий при температуре жидкого азота // В сб. *Фундаментальные проблемы ВТСПю* Часть 5. 2004. С.265 – 266.
4. If F., Christiansen P.L. et.al. Simulation studies of radiation linewidth in circular Josephson junction fluxson oscillators // *Phys. Rev. B*. 1985. Vol.32. No.3. P.1512-1518.
5. Golubov A.A. et.al. Radiation linewidth of a long Josephson junction in the flux – flow regime // *Phys. Rev. B*. 1996. Vol.54. No.5. P.3047 – 3050.
6. Song F., Levitchev M.Y., Markelov V.A., Kurin V.V., Fang L., Klushin A.M., Millimeter-wavelength radiation from arrays of discrete high temperature superconductor Josephson junctions // *Supercond. Sci. Technol*. 2010. Vol.23. P.034026.
7. Ван Кампен Н.Г. Стохастические процессы в физике и химии / М.: Высшая школа. 1990. С376.
8. Mukhopadhyay A. et.al. Theory of relativistic Brownian motion in the presence of electromagnetic field in (1+1) dimension. // *AIP Conference Proceedings*. 2018. No.1942. P.110016.
9. Климонтович Ю.Л. Статистическая физика / М. “Наука”, с. 608 (1982).
10. Cubero D et.al. Thermal equilibrium and statistical thermometers in special relativity. *Phys. Rev. Lett*. 2007. Vol.99. P.170601.
11. Климонтович Ю.Л. Нелинейное броуновское движение // *УФН*. 1994. Т.35.

№2. С.811–844.

12. Маклафлин Д., Скотт Э. Многосолитонная теория возмущений / Сб. ст. “Солитоны в действии”. М.: Мир. 1981. С.1459–1466.
13. Жумаев М.Р., Носирова Н.К. Функция распределения скорости флюксона в длинном Джозефсоновском контакте с диссипацией и током смешения // Министерство Высшего и среднего образования Республики Узбекистан. Тезисы докладов «Международного научного семинара по магнетизму». Бухара, 1997. С.20-21.
14. Abdullaev F.Kh., Jumaev M.R., Tsoï É.N. Dynamics of fluxons in Josephson junctions under the noise current action // Technical Physics. 2000. Vol.45. No.5. P.566-570.
15. Djumaev M.R. The Doppler effect and form of the profile of radiation spectral lines // Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Nonlinearity and Disorder: Theory and Applications, II. Mathematics, Physics and chemistry. 2001. Vol.45. P.411-414.
16. Жумаев М.Р. Релятивистский идеальный газ и первичное космическое излучение // Монография, Бухара, издательство “Дурдона”, 2015, - с. 184.
17. Jumaev M. Theory of relativistic ideal gas for quasi and ordinary particles // Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Non-Linear Dynamics and Fundamental international, II. Mathematics, Physics and chemistry. 2004. Vol. 213. P.155-165.
18. Ахманов С.А. и др. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука. 1981. 640 с.
19. Stratonovich R.L. Theory of random noise. N.Y. Gordon and Breach. 1981.
20. М.Р.Джумаев. Теория распространения и излучения волн солитонами в неоднородных и нестационарных средах. / Канд. дисс. 1989. С.97.

Для цитирования:

Жумаев М.Р., Шарипов М.З., Коледов В.В., Шавров В.Г. Ограниченность дисперсии частоты электромагнитного излучения, производимого флюксонами. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2020. № 12. Режим доступа: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.12.17>