

УДК 621.396

## **РАСЧЕТ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ ЛЮНЕБУРГА НА ОСНОВЕ ФУНКЦИЙ ГРИНА РАДИАЛЬНО- НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД**

**А. Н. Коротков, Ю. Е. Мительман, В. А. Чечеткин, С. Н. Шабунин**  
Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина,  
620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19

Статья поступила в редакцию 7 декабря 2016 г., после доработки – 10 февраля 2017 г.

**Аннотация.** Предложена методика расчета поля излучения цилиндрической линзы Люнебурга, основанная на аппарате тензорных функций Грина цилиндрических радиально слоистых магнито-диэлектрических структур. В качестве источников поля рассмотрены электрический и магнитный диполи, а также их комбинации. Для описания радиально неоднородной структуры линзы использована модель отрезков радиальных линий электрического и магнитного типа, матрицы передачи отрезков линий и границ между слоями. Для расчета поля антенны в дальней зоне использован метод перевала. Предложенный подход позволил реализовать компактные алгоритмы и быстро работающие программы на их основе. Проведено сравнение разных видов дискретизации структуры линзы по толщине и диэлектрической проницаемости слоев и предложены конструкции, обеспечивающие максимальное значение коэффициента усиления при минимуме числа слоев. Приведены графики зависимости коэффициента усиления от способа разбиения структуры линзы и числа слоев и диаграммы направленности линзы Люнебурга, облучаемой элементом Гюйгенса. Полученные результаты могут быть использованы для оптимизации структуры линзы по требуемым полевым характеристикам, а также могут рассматриваться как первое приближение структуры линзы для создания модели антенной системы с учетом конструкций конкретных облучателей в пакетах электромагнитного моделирования.

**Ключевые слова:** Линза Лüneбурга, функции Грина, электромагнитное поле, цилиндрическая линза, слоистые структуры, способы разбиения на слои, коэффициент усиления, диаграммы направленности.

**Abstract.** The method of calculation of radiation characteristics of cylindrical Luneburg lens, based on the Green's functions for cylindrical radially layered magneto-dielectric structures is proposed in this paper. Electric, magnetic dipoles and their combinations as field sources are discussed. Segments of radial lines of electric and magnetic type, the matrix of transmission line segments and boundaries between layers are used as a model of radially inhomogeneous structure of the lens. For the calculation of the far field characteristics of the antenna the method of steepest descent is used. The proposed approach allowed creating compact and fast algorithms and programs based on them. Comparison of different types of partitioning of the lens structure based on the thickness and dielectric permittivity of the layers is presented and designs, providing maximum gain with the minimum number of layers, are proposed. Luneburg lens gain and radiation pattern for a Huygens element as a radiator are shown. The results can be used to optimize the structure of the lens according to the desired field and polarization characteristics, and can be considered as a first, but sufficiently accurate, approximation for electromagnetic simulators which takes into account the specific design of the radiators.

This paper is dedicated to the proposed method of calculation of the antenna parameters for Luneburg lens with radiators of different types. The algorithm is based on Green's function method for radially layered structures. Fig. 2 presents different types of partitioning of the lens. The comparison of gain of the system for different types of partitioning and size of the lens are shown in Fig. 3. The calculated radiation patterns are presented in Fig. 6 and 7.

**Key words:** Luneburg lens, Green's function, radiation field, cylindrical lens, layered structure, antenna gain, radiation pattern.

## Введение

Разработка многолучевых и сканирующих антенных систем является актуальным направлением при проектировании радиолокационных и телекоммуникационных комплексов. В большинстве случаев такие системы реализуют с помощью фазированных антенных решеток, решеток с диаграммообразующими схемами, построенными на основе матриц Батлера или Бласса [1]. Известно, что при использовании плоских решеток имеет место эффект снижения коэффициента усиления антенн при отклонении луча от нормали к плоскости решетки. Более простую схему управления лучами имеет антенная система с использованием линзы Люнебурга [2, 3]. За счет симметрии структуры линзы форма диаграммы направленности при сканировании даже в широком диапазоне углов сохраняется. В зависимости от требований, предъявляемых к антенной системе, используются сферические линзы Люнебурга для формирования игольчатых диаграмм направленности или цилиндрические, позволяющие сформировать веерообразные диаграммы направленности. Эффект концентрации поля наблюдается при определенном законе изменения диэлектрической проницаемости линзы в радиальном направлении. В большинстве случаев неоднородную структуру линзы строят как слоистую с требуемым законом изменения коэффициента рефракции. Интерес к линзовым антеннам увеличился после появления технологии изготовления искусственных диэлектриков. Значение диэлектрической проницаемости слоя изменяют за счет введения в однородный материал, состоящий из композитных, углепластиковых и кремнийорганических соединений различных добавок в виде разнообразных неоднородностей и вкраплений металла [4–6].

Вопросы моделирования цилиндрических слоистых линз с осевой симметрией рассмотрены в ряде статей [7–10]. В большинстве из них, например [8–10], исследуются цилиндрические планарные линзы с металлизацией оснований неоднородного диэлектрического цилиндра. В [8] представлены две модели планарных металлодиэлектрических цилиндрических линз Люнебурга:

радиально-слоистой и на основе кольцевой диэлектрической Electromagnetic Band Gap (EBG) структуры, а в [9] рассматривается планарная линза Люнебурга с плавным изменением толщины диэлектрического слоя, при сохранении постоянной диэлектрической проницаемости материала. Для нее приведены результаты математического моделирования, исследования макета и проведено сравнение полученных результатов.

В данной статье рассмотрено более строгое трехмерное решение задачи дифракции волн на неоднородном диэлектрическом цилиндре, чем представленное в работах [7–10], что позволяет подготовить математический аппарат для конструирования цилиндрических линз Люнебурга с возбуждением линейной решеткой с целью реализации сканирования в плоскости оси линзы.

При проектировании линзовых антенн актуальной становится задача рационального выбора числа слоев, их толщины и диэлектрической проницаемости с точки зрения получения необходимых полевых характеристик и минимизации стоимости. Расчет диаграмм направленности, коэффициента усиления, поляризационных характеристик в специальных программах электродинамического моделирования типа Ansys HFSS, CST Microwave Studio, FEKO и им подобных требует существенных временных ресурсов и объемов оперативной памяти, из-за электрически больших размеров структуры линзы. Еще большие ресурсы нужны при оптимизации характеристик линзы. При этом важна точность начальных приближений при подобных расчетах. Помочь могут испытанные временем методы с существенной предварительной аналитической работой, но простыми и быстрыми алгоритмами вычислений. Метод тензорных функций Грина широко используется для решения разнообразных задач излучения, распространения и дифракции электромагнитных волн [11, 12]. Метод наиболее эффективен при решении координатных задач. Рассматриваемую в данной статье задачу можно отнести к координатным. В [13] проиллюстрировано приложение метода функций Грина к анализу сферических линз Люнебурга.

В данной статье рассмотрен метод анализа полевых характеристик линз

цилиндрической формы с использованием аппарата тензорных функций Грина цилиндрических радиально слоистых магнито-диэлектрических структур. Для описания радиально неоднородной структуры линзы использована модель отрезков радиальных линий электрического и магнитного типа, матрицы передачи отрезков линий и границ между слоями. Ускорение вычислений при применении данного метода связано с отсутствием необходимости определения поля внутри линзы. Компактные выражения для расчета диаграмм направленности получаются при применении метода перевала. Использованное представление функций Грина радиально-неоднородных цилиндрических структур приведено в [14].

Описанный подход позволяет существенно ускорить проектирование антенных систем на основе цилиндрической линзы Люнебурга за счёт математического моделирования ее структуры, последующей оптимизации и получения характеристик излучения. Эти результаты имеют как самостоятельное значение, так и могут быть использованы в качестве первого приближения при использовании программ Ansys HFSS, CST Microwave Studio и других, с конкретными конструкциями облучателей.

### **Математический аппарат**

Эффект концентрации излучения с помощью радиально-неоднородной диэлектрической линзы впервые описал математик Рудольф Карл Люнебург [15]. Данный эффект наблюдается в точке расположенной на противоположной от облучателя стороне линзы, коэффициент рефракции которой изменяется от  $\sqrt{2}$  в центре до единицы на краю по закону:

$$n(r) = \sqrt{\varepsilon'(r)} = \sqrt{2 - (r/a)^2}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon'$  – относительная диэлектрическая проницаемость материала линзы;

$r$  – радиальная координата в сферической или цилиндрической системе координат;

$a$  – внешний радиус линзы.

Обычно линзы изготавливают как многослойные конструкции со ступенчатым изменением коэффициента рефракции с законом, близким к (1). Анализируемая структура показана на рис. 1. Количество слоев и их электродинамические параметры произвольны. Первичный источник излучения расположен на расстоянии  $r_A$  от центра линзы в точке с координатами  $r' = r_A$ ,  $\varphi' = 0, z' = 0$ .

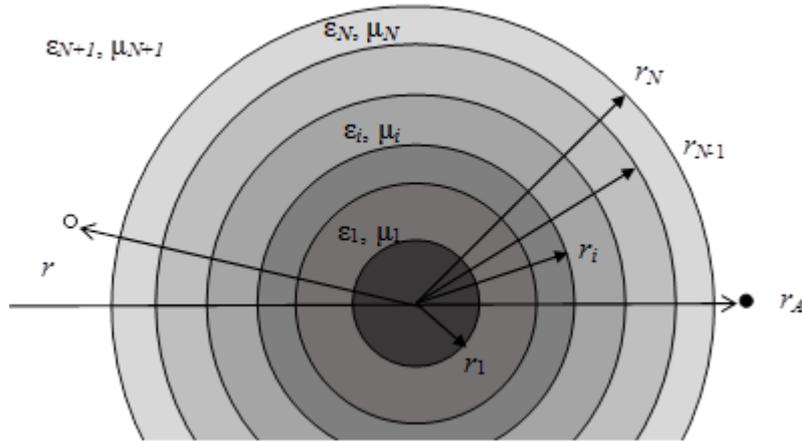


Рис. 1. Цилиндрическая многослойная линза Лунебурга.

Представление поля в виде цилиндрических волн, распространяющихся в радиальном направлении, позволяет записать спектральные компоненты поля в следующем виде [16]:

$$\dot{E}_{\varphi mh} = -\frac{mh}{\gamma_n^2} \frac{1}{r} \dot{E}_{z mh} + \frac{j\omega\mu_n}{\gamma_n^2} \frac{d\dot{H}_{z mh}}{dr}, \quad (2)$$

$$\dot{H}_{\varphi mh} = -\frac{j\omega\epsilon_n}{\gamma_n^2} \frac{d\dot{E}_{z mh}}{dr} - \frac{mh}{\gamma_n^2} \frac{1}{r} \dot{H}_{z mh}, \quad (3)$$

$$\dot{E}_{rmh} = -\frac{jh}{\gamma_n^2} \frac{d\dot{E}_{z mh}}{dr} - \frac{\omega\mu_n}{\gamma_n^2} \frac{m}{r} \dot{H}_{z mh}, \quad (4)$$

$$\dot{H}_{rmh} = \frac{\omega\epsilon_n}{\gamma_n^2} \frac{m}{r} \dot{E}_{z mh} - \frac{mh}{\gamma_n^2} \frac{d\dot{H}_{z mh}}{dr}. \quad (5)$$

В (2)–(5) индексом  $n$  обозначены переменные для слоя в котором находится точка наблюдения. Продольные (совпадающие с осью  $z$ ) составляющие поля в соответствии с [14] рассчитываются следующим образом:

$$E_{z_{mh}}(r) = -\frac{j}{2\pi} \int_{V'} \left[ \Phi_1^E(r'; m; h) + \Phi_2^E(r'; m; h) \right] \cdot e^{-jm\varphi'} e^{-jhz'} dv', \quad (6)$$

$$H_{z_{mh}}(r) = -\frac{j}{2\pi} \int_{V'} \left[ \Phi_1^H(r'; m; h) + \Phi_2^H(r'; m; h) \right] \cdot e^{-jm\varphi'} e^{-jhz'} dv', \quad (7)$$

где интегрирование выполняется по области  $V'$ , занимаемой источниками с координатами  $r', \varphi', z'$ .

Составляющие напряженностей электрического и магнитного поля определяются следующим способом:

$$E_i(r) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-jm\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{imh}(r) e^{-jhz} dh,$$

$$H_i(r) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-jm\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} H_{imh}(r) e^{-jhz} dh,$$

Конкретная форма функций  $\Phi_1^E$ ,  $\Phi_2^E$ ,  $\Phi_1^H$ ,  $\Phi_2^H$  в (6) и (7) зависит от вида структуры, ориентации и типа источников, взаимного положения точек источника и наблюдения в рассматриваемой структуре.

Для описания слоистой радиально-неоднородной структуры используется модель эквивалентных цепей сверхвысоких частот [17]. Спектральным компонентам поля ставятся в соответствие модальные напряжения и токи в эквивалентных линиях электрического и магнитного типа. Для описания граничных условий на границе областей используются эквивалентные сопротивления и проводимости концевых нагрузок. Каждый слой моделируется отрезком линии передачи с определенным волновым сопротивлением и постоянной распространения, зависящих от радиальной координаты. Для описания свойств отрезков линий используются матрицы передачи. Отрезок линии электрического или магнитного типа в пределах одного слоя рассматривается как четырехполюсник. Если эту пару рассматривать как спаренную линию, можно перейти к восьмиполюсникам с соответствующими матрицами передачи. Граничные условия между слоями позволяют записать матрицу передачи границы. В отличие от плоских и сферических структур для

цилиндрических характерна особая связь между напряжениями и токами в эквивалентных линиях. В связи с этим в матрице передачи границы появляются ненулевые элементы, расположенные не только на главной диагонали.

В качестве примера рассмотрим шестислойную структуру, в которой точки источника и наблюдения находятся вне цилиндра, причем точки наблюдения расположены дальше от цилиндра, чем точки источника. Функции  $\Phi_1^E$ ,  $\Phi_2^E$ ,  $\Phi_1^H$ ,  $\Phi_2^H$  в этом случае имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Phi_1^E(r'; m; h) &= \frac{H_m^{(2)}(\gamma_7 r')}{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_6)} \cdot \frac{1}{\bar{Y}_{6E}^+} \cdot \left[ -jk_0 \bar{V}_E(r_A, r_6) \cdot J_Z^\partial(r'; \varphi'; z') + \frac{jm k_0 h}{k_0^2 - h^2} \cdot \frac{1}{r_A} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \bar{V}_E(r_A, r_6) \cdot J_\varphi^\partial(r'; \varphi'; z') + \frac{\omega \varepsilon_0 k_0}{k_0^2 - h^2} \cdot \frac{d\bar{V}_E(r_A, r_6)}{dr_A} \cdot J_\varphi^M(r'; \varphi'; z') \right], \\ \Phi_2^E(r'; m; h) &= \frac{H_m^{(2)}(\gamma_7 r')}{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_6)} \cdot \frac{\bar{Z}_{6EH}^C}{\bar{Z}_{6H}^+} \cdot \left[ -jk_0 \frac{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_A)}{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_6)} \cdot J_Z^M(r'; \varphi'; z') + \frac{jm k_0 h}{k_0^2 - h^2} \cdot \frac{1}{r_A} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_A)}{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_6)} \cdot J_\varphi^M(r'; \varphi'; z') - \frac{\omega \mu_0 k_0}{k_0^2 - h^2} \cdot \gamma_7 \cdot \frac{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_A)}{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_6)} \cdot J_\varphi^\partial(r'; \varphi'; z') \right], \\ \Phi_1^H(r'; m; h) &= \frac{H_m^{(2)}(\gamma_7 r')}{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_6)} \cdot \frac{1}{\bar{Z}_{6H}^+} \cdot \left[ -jk_0 \bar{I}_H(r_A, r_6) \cdot J_Z^M(r'; \varphi'; z') + \frac{jm k_0 h}{k_0^2 - h^2} \cdot \frac{1}{r_A} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \bar{I}_H(r_A, r_6) \cdot J_\varphi^M(r'; \varphi'; z') - \frac{\omega \mu_0 k_0}{k_0^2 - h^2} \cdot \frac{d\bar{I}_H(r_A, r_6)}{dr_A} \cdot J_\varphi^\partial(r'; \varphi'; z') \right], \\ \Phi_2^H(r'; m; h) &= \frac{H_m^{(2)}(\gamma_7 r')}{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_6)} \cdot \frac{\bar{Y}_{6HE}^C}{\bar{Y}_{6E}^+} \cdot \left[ -jk_0 \frac{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_A)}{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_6)} \cdot J_Z^\partial(r'; \varphi'; z') + \frac{jm k_0 h}{k_0^2 - h^2} \cdot \frac{1}{r_A} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_A)}{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_6)} \cdot J_\varphi^\partial(r'; \varphi'; z') + \frac{\omega \varepsilon_0 k_0}{k_0^2 - h^2} \cdot \gamma_7 \cdot \frac{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_A)}{H_m^{(2)}(\gamma_7 r_6)} \cdot J_\varphi^M(r'; \varphi'; z') \right], \end{aligned}$$

где  $J_i^\partial(r'; \varphi'; z')$ ,  $J_i^M(r'; \varphi'; z')$  – компоненты сторонних электрических и магнитных токов,  $H_m^{(2)}(x)$  – функция Ганкеля второго рода,  $\bar{Y}_{6E}^+ = \bar{Y}_{6E}^- + \bar{Y}_{6E}^+$  – входная проводимость эквивалентной электрической линии влево и вправо относительно опорного сечения  $r_0$  вне поверхности цилиндра ( $r' > r_6$ ),  $\bar{Z}_{6H}^+ = \bar{Z}_{6H}^- + \bar{Z}_{6H}^+$  – входное сопротивление эквивалентной магнитной линии

влево и вправо относительно опорного сечения  $r_0$ ,  $\bar{Y}_{6HE}^C, \bar{Z}_{6EH}^C$  – проводимость и сопротивление связи, образующейся между электрической и магнитной линиями на внешней границе структуры,  $\bar{I}_H(r_A, r_6), \bar{V}_E(r_A, r_6)$  – эквивалентные ток в магнитной линии и напряжение в электрической линии, соответственно,  $\gamma_i = \sqrt{k_i^2 - h^2}$  – волновое число в эквивалентной линии,  $k_0$  – волновое число в свободном пространстве,  $k_0 = k_0 \sqrt{\epsilon_i}$ ,  $Z_0 = 120\pi$  Ом.

Выражения для эквивалентного тока в магнитной линии  $\bar{I}_H(r_A, r_6)$  и напряжения в электрической линии  $\bar{V}_E(r_A, r_6)$  имеют следующий вид:

$$\bar{I}_H(r_A, r_6) = C_2(\gamma_7 r_A, \gamma_7 r_6) - j \cdot Y_0 \frac{\beta_7}{k_0 r_6} S_2(\gamma_7 r_A, \gamma_7 r_6) \cdot \bar{Z}_{6H}^+,$$

$$\bar{V}_E(r_A, r_6) = C_2(\gamma_7 r_A, \gamma_7 r_6) - j \cdot Z_0 \frac{\beta_7}{k_0 r_6} S_2(\gamma_7 r_A, \gamma_7 r_6) \cdot \bar{Y}_{6E}^+,$$

где функции  $C_2(x, y), S_2(x, y)$  представляют собой комбинации цилиндрических функций Бесселя и Неймана [14].

В качестве облучателей линзы могут использоваться электрические вибраторы, микрополосковые, щелевые и апертурные антенны. Математическими моделями для анализа излучаемого поля таких антенн являются электрический и магнитный диполи и элемент Гюйгенса. Все возможные варианты источников, в том числе с круговой поляризацией излучаемого поля, могут быть описаны одиночными электрическими ( $I_z^{\mathcal{E}}, I_\phi^{\mathcal{E}}$ ) и магнитными ( $I_z^M, I_\phi^M$ ) диполями, а также их комбинациями.

При решении антенных задач излучения наибольший интерес представляет поле в дальней зоне. Его расчет упрощается при использовании, как асимптотики цилиндрических функций, так и метода перевала. Это позволяет сократить в сотни и тысячи раз время вычислений по сравнению с традиционно используемыми программами трехмерного электродинамического моделирования.

Например, поле в дальней зоне для цилиндрической линзы Люнебурга, облучаемой элементом Гюйгенса, задаваемым плотностями электрического  $J_z^\Delta(r';\varphi';z')$  и магнитного  $J_\varphi^M(r';\varphi';z')$  токов, расположенным на поверхности линзы, в сферической системе координат описывается формулами (8) и (9):

$$E_\theta = -\frac{1}{2\pi^2} \cdot \frac{e^{-jk_0R}}{k_0R} \cdot \left( \frac{(\cos\theta)^2}{\sin\theta} + \sin\theta \right) \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \cdot j^{m+1} \cdot \cos(m\varphi) \cdot [\Phi_1^E + \Phi_2^E], \quad (8)$$

$$E_\varphi = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \frac{e^{-jk_0R}}{k_0R} \cdot \frac{Z_0}{\sin\theta} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \cdot j^{m+1} \cdot \cos(m\varphi) \cdot [\Phi_1^H + \Phi_2^H], \quad (9)$$

где переменная  $\varepsilon_m$  – принимает значение 1, когда  $m = 0$  и 2, когда  $m \neq 0$ ,

$R$  – радиальная координата точки наблюдения в сферической системе координат.

Функции  $\Phi_1^E$ ,  $\Phi_2^E$ ,  $\Phi_1^H$ ,  $\Phi_2^H$  имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Phi_1^E(r';m;\theta) = & \frac{1}{H_m^{(2)}(k_0r_6 \sin\theta)} \cdot \frac{1}{\tilde{Y}_{6E}^+} \cdot \left[ -jk_0 \cdot \tilde{V}_E(r_A, r_6) \cdot \frac{I_0 \cdot \pi \cdot 2}{L} \cdot \frac{\cos((k_0L \cdot \cos\theta)/2)}{(\pi/L)^2 - (k_0 \cos\theta)^2} \right. \\ & \cdot e^{jm\varphi_0} \cdot e^{jk_0z_0 \cos\theta} \cdot \frac{\sin(m \cdot \Delta\varphi/2)}{m \cdot \Delta\varphi/2} + \frac{Y_0}{1 - (\cos\theta)^2} \cdot \frac{d\tilde{V}_E(r_A, r_6)}{dr_A} \cdot \frac{I_0 \cdot r_A \cdot \pi \cdot 2}{\Delta\psi} \\ & \left. \cdot \frac{\sin((k_0\Delta z \cdot \cos\theta)/2)}{(k_0\Delta z \cdot \cos\theta)/2} \cdot e^{jm\varphi_0} \cdot e^{jk_0z_0 \cos\theta} \cdot \frac{\cos(m \cdot \Delta\psi/2)}{(\pi/\Delta\psi)^2 - m^2} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_2^E(r';m;\theta) = & \frac{1}{H_m^{(2)}(k_0r_6 \sin\theta)} \cdot \frac{\tilde{Z}_{6EH}^C}{\tilde{Z}_{6H}^+} \cdot \left[ \frac{\cos\theta}{1 - (\cos\theta)^2} \cdot \frac{jm}{r_A} \cdot \frac{H_m^{(2)}(k_0r_A \sin\theta)}{H_m^{(2)}(k_0r_6 \sin\theta)} \right. \\ & \left. \cdot \frac{I_0 \cdot r_A \cdot \pi \cdot 2}{\Delta\psi} \cdot \frac{\sin((k_0\Delta z \cdot \cos\theta)/2)}{(k_0\Delta z \cdot \cos\theta)/2} \cdot e^{jm\varphi_0} \cdot e^{jk_0z_0 \cos\theta} \cdot \frac{\cos(m \cdot \Delta\psi/2)}{(\pi/\Delta\psi)^2 - m^2} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_1^H(r';m;\theta) = & \frac{1}{H_m^{(2)}(k_0r_6 \sin\theta)} \cdot \frac{1}{\tilde{Z}_{6H}^+} \cdot \left[ \frac{\cos\theta}{1 - (\cos\theta)^2} \cdot \frac{jm}{r_A} \cdot \tilde{I}_H(r_A, r_6) \right. \\ & \left. \cdot \frac{I_0 \cdot r_A \cdot \pi \cdot 2}{\Delta\psi} \cdot \frac{\sin((k_0\Delta z \cdot \cos\theta)/2)}{(k_0\Delta z \cdot \cos\theta)/2} \cdot e^{jm\varphi_0} \cdot e^{jk_0z_0 \cos\theta} \cdot \frac{\cos(m \cdot \Delta\psi/2)}{(\pi/\Delta\psi)^2 - m^2} \right], \end{aligned}$$

$$\Phi_2^H(r'; m; \theta) = \frac{1}{H_m^{(2)}(k_0 r_6 \sin \theta)} \cdot \frac{\bar{Y}_{6HE}^C}{\bar{Y}_{6E}^+} \cdot \left[ -jk_0 \frac{H_m^{(2)}(k_0 r_A \sin \theta)}{H_m^{(2)}(k_0 r_6 \sin \theta)} \cdot \frac{I_0 \cdot \pi \cdot 2}{L} \cdot \frac{\cos((k_0 L \cdot \cos \theta)/2)}{(\pi/L)^2 - (k_0 \cos \theta)^2} \cdot e^{jm\varphi_0} \cdot e^{jk_0 z_0 \cos \theta} \cdot \frac{\sin(m \cdot \Delta\varphi/2)}{m \cdot \Delta\varphi/2} + \frac{Y_0 \cdot k_0 \sin \theta}{1 - (\cos \theta)^2} \cdot \frac{H_m^{(2)}(k_0 r_A \sin \theta)}{H_m^{(2)}(k_0 r_6 \sin \theta)} \cdot \frac{I_0 \cdot r_A \cdot \pi \cdot 2}{\Delta\psi} \cdot \frac{\sin((k_0 \Delta z \cdot \cos \theta)/2)}{(k_0 \Delta z \cdot \cos \theta)/2} \cdot e^{jm\varphi_0} \cdot e^{jk_0 z_0 \cos \theta} \cdot \frac{\cos(m \cdot \Delta\psi/2)}{(\pi/\Delta\psi)^2 - m^2} \right],$$

где для продольного относительно оси  $z$  диполя:  $L$  его длина вдоль оси  $z$ ,  $\Delta\varphi$  его угловая ширина по координате  $\varphi$ ;

для азимутально расположенного диполя:  $\Delta z$  его ширина вдоль оси  $z$ ,  $\Delta\psi = \frac{L}{r_A}$

его угловая длина по координате  $\varphi$ ;  $\varphi_A, z_A, r_A$  – координаты источника.

### Оптимизация структуры цилиндрической линзы Люнебурга

Предложенная математическая модель позволяет учитывать в расчётах различные значения диэлектрической и магнитной проницаемостей материалов, в том числе анализировать материалы с отрицательным коэффициентом рефракции. Проиллюстрируем преимущества описанного подхода при анализе антенн на основе цилиндрической линзы Люнебурга.

В связи с тем, что реальные конструкции линзовых антенн представляют собой слоистые структуры, интерес представляет определение оптимальных параметров слоев и их числа. Рассмотрим цилиндрическую линзу Люнебурга, возбуждаемую элементом Гюйгенса. Важен выбор принципа разбиения структуры линзы на слои, так как это непосредственно влияет на ее характеристики излучения. В работах [18–20] авторы рассматривают законы равномерного разбиения структуры линзы по ее радиусу, при этом в [18, 19] называют оптимальным разбиение линзы, полученное в [21]. В работах [20, 22] наилучшие результаты, полученные авторами при разбиении структуры линзы на слои с равным шагом по диэлектрической проницаемости, близки к тем, что были представлены в [21]. В соответствии с выводами вышеперечисленных работ, было решено рассматривать в данной работе два разбиения структуры

линзы на слои: с равным шагом по радиусу и с равным шагом по диэлектрической проницаемости.

Для расчета коэффициента усиления линзы ( $G$ ) будем использовать плотность потока мощности в направлении максимального излучения при различном числе слоев, законе изменения толщины и коэффициента рефракции каждого из них. В качестве исходной используем плотность потока мощности, излучаемой элементом Гюйгенса без линзы (в математической модели установлена диэлектрическая проницаемость всех слоев равная единице). Число слоев менялось от одного (однородный диэлектрический цилиндр) до шести. Ниже приведены диаграммы направленности и графики изменения коэффициента усиления для каждого случая. Рассматривается два значения внешнего радиуса цилиндра  $3\lambda$  и  $6\lambda$ .

Сравнивались два способа разбиения слоев линзы, приблизительно выполняющие условие (1): с равномерным шагом изменения толщины слоев (рис.2, а) и слоями разной толщины, но с равномерным шагом изменения диэлектрической проницаемости (рис.2, б). Далее структуру, изображенную на рис.2, б, будем называть структурой с оптимизированным разбиением.

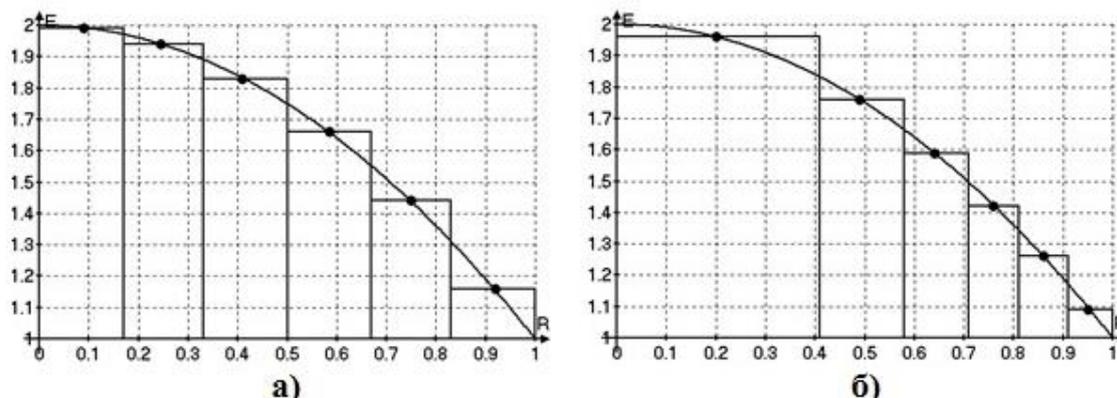


Рис.2. Шестислойная структура линзы с разным принципом разбиения на слои (а – равная толщина слоев, б – оптимизированное разбиение)

На рис. 3 приведены графики зависимости коэффициента усиления от количества слоев для приведенных выше способов дискретизации цилиндрической линзы Люнебурга. В качестве облучателя использовался

элемент Гюйгенса. Коэффициент усиления линзы, образованной однородным диэлектрическим цилиндром, составил 3,5 для внешнего диаметра линзы  $3\lambda$  и 5,5 для внешнего диаметра линзы  $6\lambda$ .

На рис. 3 графики, обозначенные штрих пунктирной и пунктирной линиями, приведены для радиуса линзы  $3\lambda$ , и относятся к оптимизированному разбиению и разбиению с равным шагом по радиусу, соответственно. В данном случае видно, что структура с оптимизированным разбиением имеет более резкий рост коэффициента усиления в зависимости от количества слоев и быстрее достигает пологого участка, где количество слоев разбиения слабо влияет на изменение коэффициента усиления.

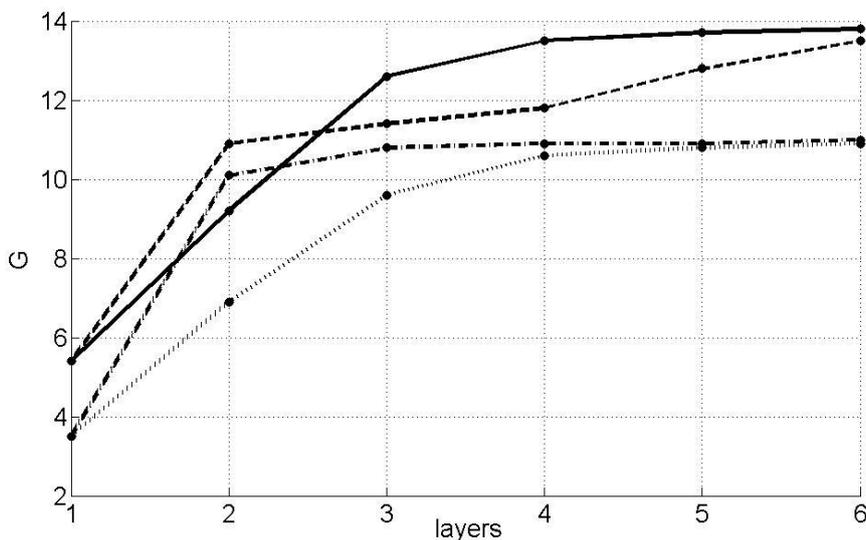


Рис. 3. График зависимости коэффициента усиления (G) линзы от количества слоев (layers) для разных способов дискретизации и внешних радиусов (сплошная – соответствует варианту б, штриховая – а на рис. 2, для внешнего радиуса линзы  $6\lambda$ , штрих-пунктир – б, пунктир – а на рис. 2, для внешнего радиуса линзы  $3\lambda$ )

Зависимости, обозначенные сплошной и штриховой линиями, приведены для радиуса линзы  $6\lambda$ , и относятся к оптимизированному разбиению и разбиению с равным шагом по радиусу, соответственно. Уменьшение коэффициента усиления для структуры с оптимизированным разбиением в

случае двухслойной линзы, вызвано искажением диаграммы направленности, что показано на рис. 6. В остальном поведение характеристик совпадает для случая, когда радиус линзы равен  $3\lambda$ . Отмечено, что уже при 4-х слоях коэффициент усиления, при оптимальном варианте разбиения структуры, достигает значений близких к максимальному.

Диаграммы направленности линзовой антенны в азимутальной плоскости, возбуждаемой элементом Гюйгенса, показаны на рис.4, 5, 6, 7. Электрический диполь элемента Гюйгенса ориентирован вдоль координаты  $z$ , магнитный вдоль азимутальной координаты  $\varphi$ .

Из приведенных диаграмм направленности следует, что при разбиении на слои одинаковой толщины увеличение радиуса линзы приводит к сужению главного лепестка, но вызывает заметный рост уровня бокового излучения (рис.5). Для оптимизированной структуры резкого увеличения уровня боковых лепестков не наблюдается. При равном внешнем радиусе линзы с увеличением числа слоев происходит сужение главного лепестка и уменьшение уровня боковых лепестков (рис.6, 7).

При одинаковом количестве слоев, но разным способе разбиения, вариант с оптимизированным разбиением дает более узкую диаграмму направленности и низкий уровень боковых лепестков, по сравнению с вариантом разбиения на слои с равным шагом по радиусу.

Несмотря на то, что в данной статье рассмотрены линзы с простейшими облучателями в виде электрических и магнитных диполей, не представляет особых сложностей анализировать более сложные антенны. Например, поле рупорной антенны можно рассчитать интегрированием амплитудно-фазового распределения поля в ее раскрыве с соответствующими функциями Грина.

Предложенная методика позволяет выполнять расчет диаграмм направленности линз Люнебурга с различными видами облучателей в пределах одной минуты процессорного времени.

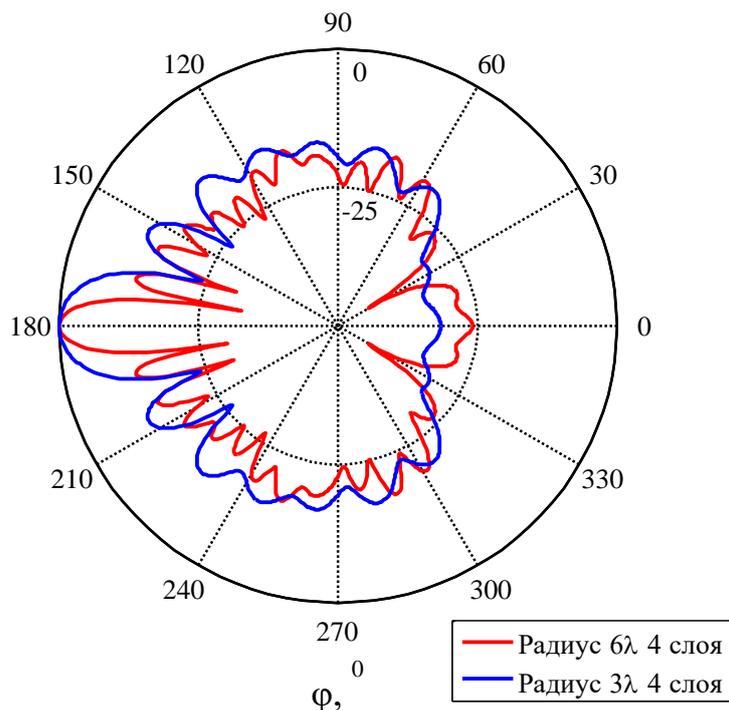


Рис.4. Диаграмма направленности четырехслойной цилиндрической линзы с оптимизированным разбиением на слои

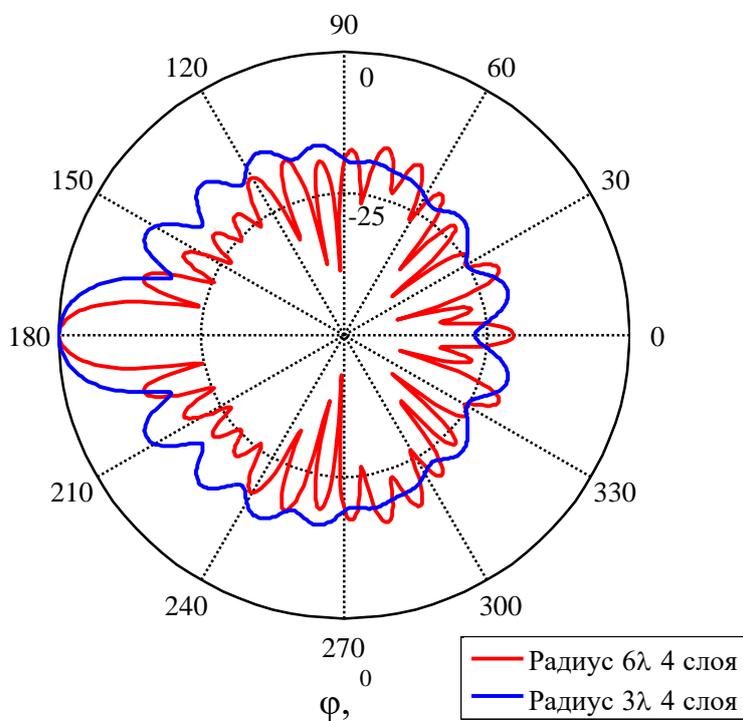


Рис.5. Диаграмма направленности четырехслойной цилиндрической линзы с одинаковой толщиной слоев

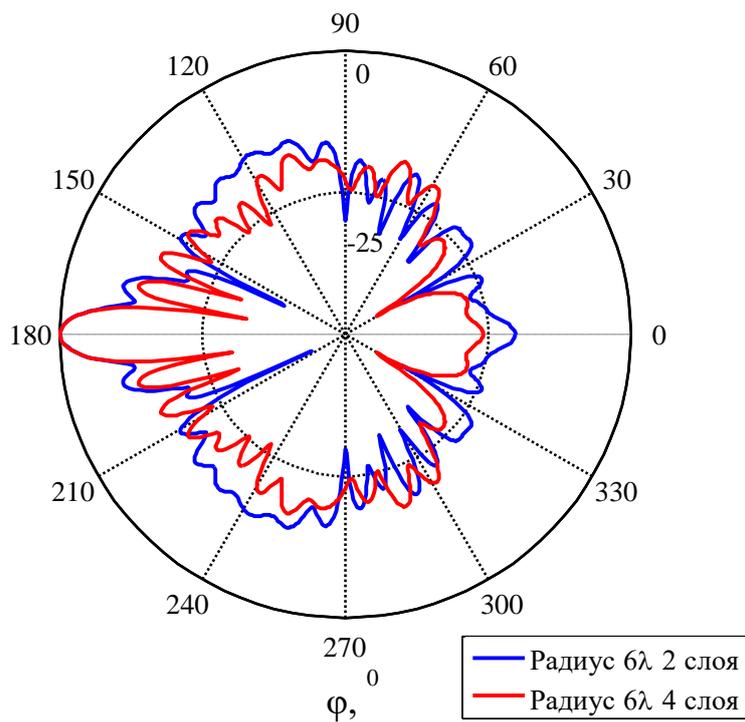


Рис.6. Диаграмма направленности цилиндрической линзы радиусом  $6\lambda$  с оптимизированным разбиением на слои

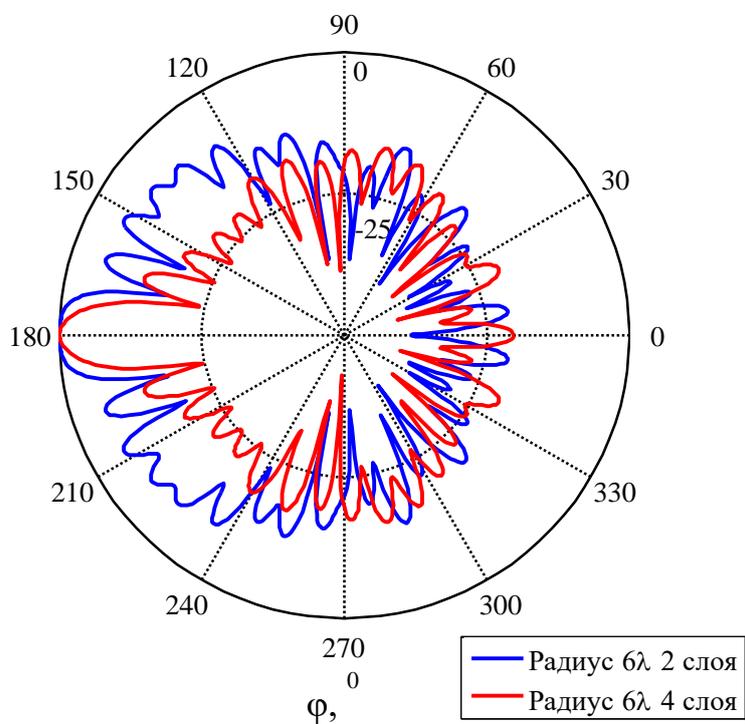


Рис.7. Диаграмма направленности цилиндрической линзы радиусом  $6\lambda$  с равной толщиной слоев

## **Заключение**

Описанный метод анализа характеристик излучения цилиндрических линзовых антенн Люнебурга на основе применения тензорных функций Грина магнито-диэлектрических слоистых структур показал свою эффективность в исследовании и анализе зависимости коэффициента усиления и диаграмм направленности от изменения способа разбиения структуры, количества слоев, электрических размеров цилиндрической линзы. Предложенный подход позволяет моделировать излучение большинства облучателей линз при использовании комбинаций электрических и магнитных диполей.

Данный метод позволяет существенно ускорить проектирование и оптимизацию антенных систем на основе цилиндрической линзы Люнебурга. Кроме того, он дает широкие возможности для анализа цилиндрических линз с облучателями без создания макета или продолжительного моделирования в пакетах электромагнитного проектирования. Полученные результаты можно успешно использовать в качестве исходных при дальнейших расчетах в специализированных программах трехмерного электромагнитного моделирования, учитывая конкретную конструкцию облучателей.

## **Благодарности**

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект №14-19-01396).

## **Литература**

1. Д.М. Сазонов, “Антенны и устройства СВЧ”, Издательство «Высшая школа», Москва, 1988.
2. Конструкции антенн на основе линзы Люнебурга [Офиц. сайт] URL: <http://farragsat.meximas.com/homearab.html> (дата обращения: 15.11.2015)
3. J.L.Volakis, “Antenna engineering handbook”. McGraw Hill, 2007.
4. B. Fuchs, Le L. Coq, O. Lafond, S. Rondineau, “Design optimization of multishell Luneburg Lenses”, IEEE Trans. AP, vol. 55, no.2, pp. 283-289, 2007.

5. G. Zouganelis, D. Budimir, “Effective dielectric constant and design of sliced Luneberg lens”, Microwave and Optical Technology Letters, vol.49, no. 10, pp. 2332-2337, 2007.
6. J.R. Sanford, “Scattering by Spherically Stratified Microwave Lens Antennas”, IEEE Trans. AP, vol. 42, no. 5, pp. 690-698, 1994.
7. A.V. Boriskin, A.I. Nosich, “Whispering-gallery and Luneburg-lens effects in a beam-fed circularly layered dielectric cylinder”// IEEE Trans. AP, vol. 50, Issue: 9, pp.1245-1249, Sep. 2002.
8. В.В. Ахияров, В.А. Калошин, Е.А. Никитин. Исследование широкополосных планарных линз Лüneбургa. // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2014. N1. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jan14/18/text.pdf>
9. G.D.M. Peeler, D.H. Archer. “A two-dimensional microwave Luneberg Lens”// I.R.E. Trans. AP., pp. 12-23, July 1953.
10. Tse-Tong Chia, Wai-Yean Lim. “Design of low profile cylindrical Luneberg lens antenna”. The 8<sup>th</sup> European conference on antennas and propagation (EuCAP 2014), pp. 3011-3013, 2014.
11. Б.А. Панченко, С.Т. Князев и др., “Электродинамический расчет характеристик полосковых антенн”, Москва, Радио и связь, 2002, 256 с.
12. Б.А. Панченко, “Рассеяние и поглощение электромагнитных волн неоднородными сферическими телами. Монография.”, Москва, Радиотехника, 2013, 264 с.
13. Б.А. Панченко, Е.В. Лебедева, “Антенные характеристики линзы Лüneберга”, Антенны, 2010, № 12. С. 5-9.
14. С.Н. Шабунин, “Электродинамический анализ слоистых цилиндрических структур методом эквивалентных линий”, Известия высших учебных заведений России, Радиоэлектроника, 2007, № 1, с. 70-77.
15. R.K. Luneburg “The mathematical theory of optics”, Providence, RI: Brown Univ. Press, 1944.
16. Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин, “Возбуждение электромагнитных волн”, Издательство «Энергия», Москва-Ленинград, 1967.

17. Л. Фелсен, Н. Маркувиц, “Излучение и рассеяние волн”, «Мир», М., 1978.
18. Б.А. Панченко, Д.В. Денисов, В.В. Мохова, Р.И. Панов, “Влияние уровня стратификации линзы Люнеберга на ее антенные характеристики”, Известия высших учебных заведений России, Радиоэлектроника, 2014, № 1, с. 3-6.
19. Б.А. Панченко, Е.В. Комарова, “Дифракционные и антенные характеристики многослойной линзы Люнеберга”, Saarbrucken: LAP 2012, 100 с.
20. С.В. Кузьмин, “Параметры слоев для многослойной линзы Люнеберга”, Письма в ЖТФ, 2004, том 30, вып. 22, с. 37-43
21. В. Fuchs, L. Le Coq, O. Lafond, S. Rondineau, “Design optimization of multishell Luneburg Lenses”, IEEE Trans. AP, vol. AP-55 , no. 2, pp. 283-289, 2007
22. А.Н. Коротков, С.Н. Шабунин “Влияние способа дискретизации цилиндрической линзы Люнеберга на ее характеристики излучения”. Информационные технологии, телекоммуникации и системы управления. Екатеринбург, Россия, 2015, с. 20-26

**Ссылка на статью:**

А.Н.Коротков, Ю.Е Мительман, В.А.Чечеткин, С.Н.Шабунин. Расчет поля излучения цилиндрической линзы Люнебурга на основе функций Грина радиально-неоднородных сред. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. №2. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/feb17/8/text.pdf>