

УДК 621.38+621.373.1

## АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЁТА ДЖИТТЕРА В РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМАХ НА БАЗЕ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ОЦЕНОК

М. М. Гурарий, М.М. Жаров, С. Г. Русаков, С. Л. Ульянов

Институт проблем проектирования в микроэлектронике Российской академии наук,  
124365, г. Москва, Зеленоград, ул. Советская, д. 3

Статья поступила в редакцию 19 февраля 2018 г.

**Аннотация.** Обсуждается формализованный подход для оценки временного джиттера в задачах моделирования радиоэлектронных схем. Цель подхода – оценить джиттер, обусловленный шумом компонентов схемы. Подход ориентирован на применение в системах схемотехнического моделирования. В работе вводится интервальная метрика оценки джиттера. Интервальная метрика джиттера имеет такие преимущества как универсальность в применении схемных симуляторов и исключение вклада высокочастотных шумовых составляющих в полный шум. Вычислительные процедуры для получения оценки джиттера базируются на нестационарном шумовом анализе нелинейных цепей. Новая метрика предполагает задание интервала для события и не требует, в отличие от традиционной точечной метрики, задания порогового уровня или момента переключения.

**Ключевые слова:** шумовой анализ, оценка джиттера, схемотехническое моделирование, нелинейные цепи.

**Abstract.** The formalized approach for the characterization of timing jitter in simulation problems is presented. The approach aims to estimate jitter caused by the device noise. It is oriented on application in circuit simulators. In the present paper the interval jitter metric is introduced. The interval jitter metric has the following advantages: universality for exploitation in circuit simulators and elimination of high frequency noise contributions. In comparison with the traditional noise analysis approach the considered numerical procedures are based on simulation techniques for

nonstationary noise analysis of nonlinear circuits. The introduced interval jitter metric supports the numerical procedure to evaluate the timing jitter. This metric is well suited for the implementation in circuit simulators and for the prediction of the timing instability. The interval jitter metric provides the adaptation to the noise frequency range. This definition provides the relatively simple jitter computation during the conventional noise simulation. New metric expects the specification of the interval of switching event but in contrast with the point estimation it requires neither the time point of switching nor threshold level.

**Key words:** noise analysis, interval jitter metric, circuit simulation, nonlinear circuits.

## 1. Введение

Для различных типов радиоэлектронных схем важнейшей характеристикой является джиттер, то есть отклонение фазы выходного сигнала во временной области [1-4]. Джиттер – нежелательная временная флуктуация события. Явление временных флуктуаций оказывает существенное влияние на характеристики точности схем, а также отношение сигнал/шум в схемах. Оценка временного джиттера, вызванного шумами, является важной проблемой при проектировании схем ФАПЧ, синтезаторов частоты, автогенераторных схем, схем восстановления тактовой синхронизации и других [5,6].

На качественном уровне джиттер определяется как случайная вариация фазы [1, 2]. Численные процедуры вычисления джиттера на транзисторном уровне исследованы в деталях для автогенераторных схем [7]. Для этого класса схем разработаны несколько общих теорий оценивания временного джиттера или фазового шума (см., например, [7, 8]). Отметим, что декомпозиция полного приборного шума на составляющие амплитудного шума и фазового шума (джиттера) неоднозначна даже для автогенераторных схем [8-10].

Далее явление джиттера рассматривается как результат приборного шума. Джиттер рассматривается как результат воздействия шума на сдвиг во времени выходного сигнала схемы по отношению к незашумлённому сигналу. В этом

случае джиттер как случайный процесс  $j(t)$  может быть количественно охарактеризован дисперсией  $J$  в момент события. Обычно в аналитических и численных расчётах широко используется традиционная точечная метрика джиттера [1]. Однако на практике такая оценка оказывается недостаточно универсальной. Ограничения универсальности традиционной оценки становятся существенными при применении в системах схемотехнического моделирования. В этом случае для обеспечения джиттер-анализа желательно иметь универсальное определение, согласованное с применяемыми стандартными вычислительными процедурами схемных симуляторов. Другими словами, для вычисления величины джиттера в рамках схемных симуляторов требуются формализованный подход, а также универсальная вычислительная процедура. Жёсткие требования к точности оценки величины джиттера должны быть удовлетворены.

В статье предлагается применять метрику величины джиттера на базе интервальных оценок. Интервальная метрика джиттера имеет следующие преимущества: исключение высокочастотных составляющих шумовых характеристик, универсальность в применении в схемных симуляторах. В сравнении с традиционными подходами к шумовому анализу рассматриваемые вычислительные процедуры базируются на методах моделирования в нелинейных цепях нестационарного шума.

Раздел 2 включает краткое описание основных причин введения интервальной метрики джиттера для рассматриваемых задач. Основные принципы подхода приведены в разделе 3. Численные примеры применения даны в разделе 4.

## **2. Мотивация**

Далее обсуждается задача определения величины джиттера как оценки временного сдвига выходного сигнала схемы по отношению к соответствующему незашумлённому сигналу. Несмотря на широко используемую концепцию джиттера, формализованное определение этого явления отсутствует.

Традиционное определение джиттера [1, 3, 5] и соответствующая оценка  $J$  широко используются в аналитических и численных расчётах для характеристики джиттера. Это определение приводит к вычислению величины  $J$  в точках пересечения порогового уровня с использованием формулы:

$$J^2 = \text{var}[j(t_q)] = \frac{\text{var}[y(t_q)]}{S_q^2} \quad (1)$$

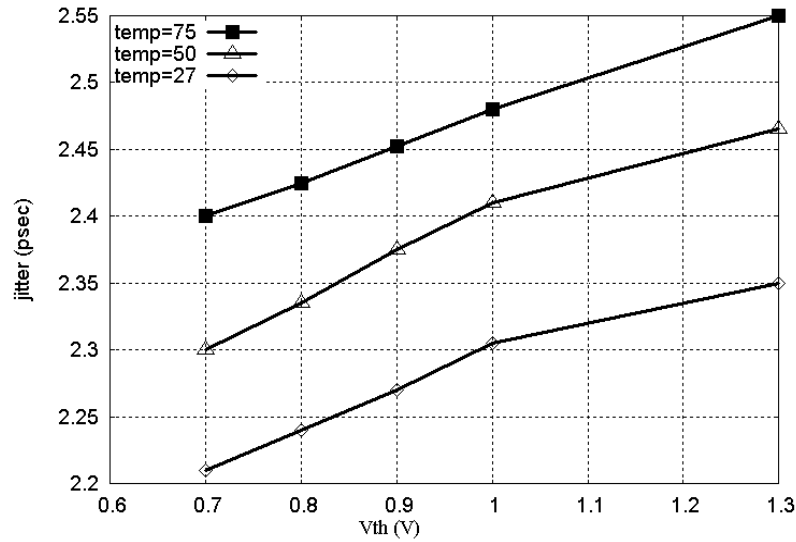
Здесь  $y(t)$  – полный отклик сигнала с шумом,  $\text{var}[.]$  – обозначение дисперсии случайной величины,  $S_q$  – скорость нарастания (производная) сигнала в выходном узле и  $t_q$  – ожидаемое время переключения.

Это определение успешно применяется во многих приложениях, однако результаты зависят от правильности задания порогового уровня или момента переключения  $t_q$ . Такое ограничение универсальности приведённой традиционной метрики (1) существенно затрудняет её применение в системах схемотехнического моделирования при оценке влияния на величину джиттера величины напряжения питания, температуры и других параметров. Важно отметить, что из-за неопределённости порогового уровня, например, при вычислении зависимости джиттера от напряжения питания, не удаётся выполнить требование точного задания значения порога.

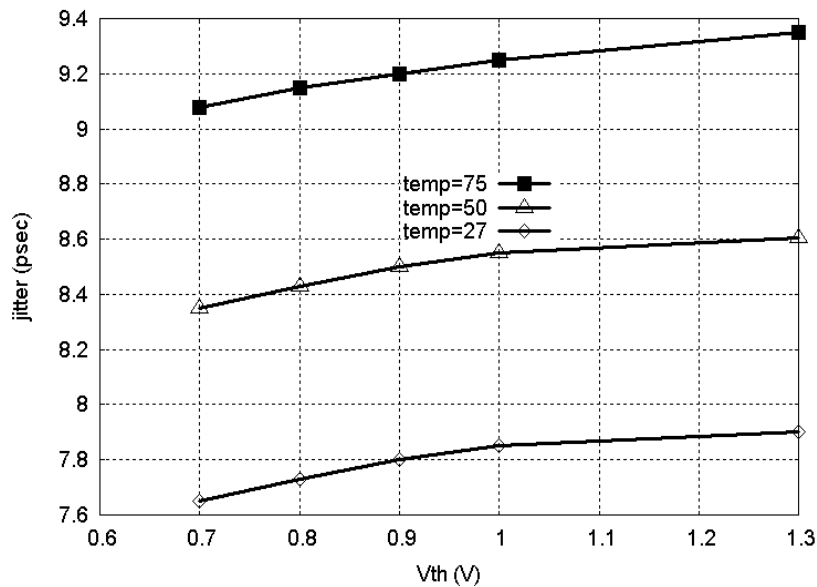
В общем случае значение порога изменяется при изменении параметров схемы. Неточное задание уровня ведёт к ошибкам при оценке величины джиттера. Этот эффект иллюстрируется на рис. 1. Значения джиттера вычислялись для простого КМДП инвертора при разных задаваемых уровнях порога. Применялась метрика величины джиттера (1). Напряжение питания в этом примере выбиралось равным 2 В.

Малое отклонение задаваемого уровня порога, как видно из рисунка, может приводить к значительному изменению величины джиттера. Рис.1а показывает вычисленные зависимости джиттера для различных температур. Аналогичные зависимости, вычисленные с учётом фликкер шума, приведены на рис.1б. Можно отметить, что чувствительность джиттера к уровню порога

увеличивается при уменьшении напряжения питания, а также при учёте фликкер шума.



(a)



(б)

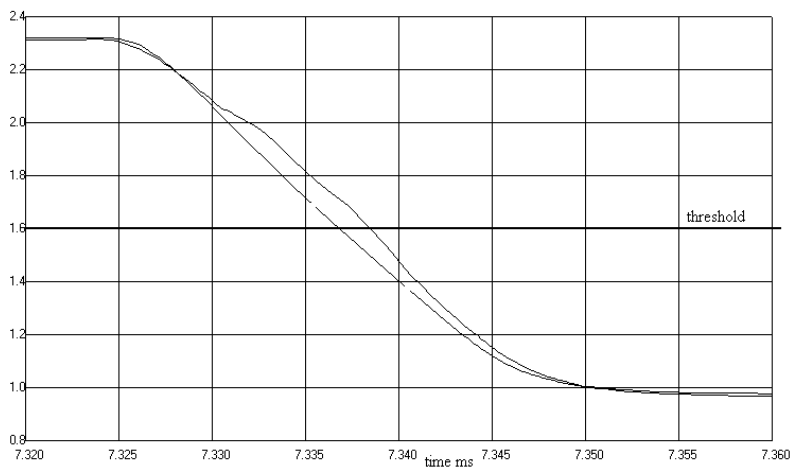
Рис. 1. Зависимость величины джиттера от устанавливаемого порогового уровня КМДП инвертора при трёх температурах: без учёта фликкер-шума (а), с учётом фликкер-шума (б).

Таким образом, при использовании обычной метрики (1) важно точно задавать уровень порога. Автоматическое определение уровня порога является самостоятельной сложной задачей.

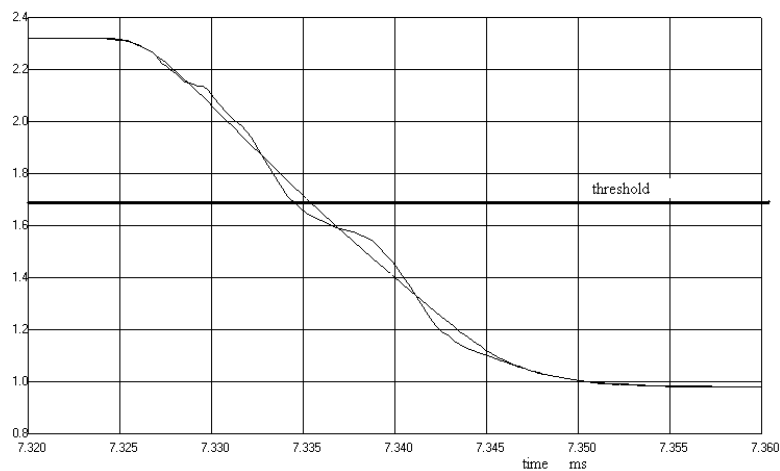
Поэтому желательно использовать более универсальную метрику джиттера. Следует отметить, что ограничения традиционной метрики (1)

связаны с её локальным характером. Для устранения указанных ограничений предлагается ввести новую метрику  $J$  величины джиттера на базе интервальных оценок.

Другое ограничение определения (1) связано с тем, что оно базируется на полном шумовом отклике и не учитывает доминирующей роли низкочастотной шумовой составляющей при оценке временного джиттера. Учёт доминирующей роли низкочастотного шума позволяет в большинстве случаев получать более реалистичную оценку величины джиттера.



(а)



(б)

Рис. 2. Влияние доминирующей роли низкочастотного шума во временном джиттере: выходной незашумлённый отклик схемы КМДП компаратора и реализации шумовых характеристик с низкочастотной шумовой составляющей (а) и высокочастотной шумовой составляющей (б).

Доминирующее влияние низкочастотного шума во временном джиттере показано на рис.2. Здесь приведены результаты моделирования схемы КМОП компаратора, включающие выходной незашумлённый отклик схемы и реализации шумовых характеристик с низкочастотной шумовой составляющей и высокочастотной шумовой составляющей. Вычисленная реализация выходного сигнала при наличии низкочастотного шума приведена на рис.2а совместно с незашумлённым выходным откликом схемы. Как видно из приведённого расчёта, временной сдвиг в этом случае явно выделен, и его вклад в результирующее значение джиттер может быть корректно вычислен.

Другая ситуация возникает при наличии высокочастотного шума в реализации (рис.2б). Под высокой частотой понимаются колебания с периодом, существенно меньшим времени фронта выходного сигнала. Как видно из рис.2б, для этого примера учёт вклада высокочастотного шума является нежелательным при оценке джиттера с применением определения (1). Определение (1) непосредственно конвертирует полный шум в величину джиттера без частотных ограничений. Желательно, чтобы новое определение исключало такие высокочастотные шумовые составляющие.

Таким образом, требуется новая концепция при определении джиттера. Рассматриваемый далее подход для характеристики джиттера базируется на концепции интервальной метрики при аппроксимации шумового отклика.

### 3. Интервальная метрика джиттера

Пусть нелинейная схема описывается следующей системой уравнений:

$$\dot{q}(v(t)) + i(v(t)) + b(t) + Au(t) = 0 \quad (2)$$

где  $q(v)$ ,  $i(v)$  – векторы узловых зарядов или магнитных потоков,  $b(t)$ ,  $u(t)$  – векторы входного большого сигнала и шумовых источников, соответственно. Вектор  $v(t)$  включает узловые напряжения и токи ветвей. Матрица  $A$  размером  $(N \times K)$  отражает связь с источниками шума.

Вектор решения может быть представлен в форме  $v(t) = x(t) + y(t)$ , где  $x(t)$  – детерминированное решение системы (2) при  $u(t) = 0$ ,  $y(t)$  – “чистый” шум.

Для широкого класса схем, работающих в переключательном режиме, шумовая реализация хорошо описывается незашумлённым выходным сигналом со случайным сдвигом.

$$x(t) + y_{\xi}(t) \approx x(t + \tau_{\xi}) \quad (3)$$

Здесь  $y_{\xi}$  - реализация случайного шумового процесса  $y(t)$ ,  $\tau_{\xi}$  - величина временного сдвига, может рассматриваться как реализация случайной переменной  $\tau$ . Дисперсия этой величины может быть принята в качестве метрики временного джиттера

$$J^2 = E[\tau^2] \quad (4)$$

Линеаризация (3) во временной точке  $t_q$  приводит к выражению

$$x(t_q + \tau_{\xi}) \cong x(t_q) + \dot{x}(t_q)\tau_{\xi} \quad (5)$$

где  $\dot{x}(t)$  - производная незашумлённого сигнала. Локальная аппроксимация параметра  $\tau_{\xi}$  для традиционной оценки джиттера (1) получается из (5):

$$\tau_{\xi} = \frac{y_{\xi}(t_q)}{\dot{x}(t_q)} \quad (6)$$

Предлагаемый альтернативный подход связан с интервальной аппроксимацией временного сдвига на основе метода наименьших квадратов. В этом случае применяется интегральное выражение для разницы между зашумлённым откликом и выходной характеристикой с временным сдвигом:

$$w(\tau_{\xi}) = \int_0^T (x(t) + y_{\xi}(t) - x(t + \tau_{\xi}))^2 dt \quad (7)$$

Здесь  $\tau_{\xi}$  рассматривается как искомый параметр аппроксимации.

После линеаризации (5) подинтегрального выражения в (7) определяется целевая функция для минимизации приведённой разницы, удобная для вычисления джиттера.



Таким образом, вычислительное определение джиттера и метрика джиттера могут быть сформулированы следующим образом.

Метрика джиттера  $J$  определяется временным параметром, минимизирующим следующую  $L2$ - норму на заданном интервале времени  $T$ .

$$w(\theta) = \int_0^T (y_{\xi}(t) - \theta \dot{x}(t))^2 dt \quad (8)$$

$$w(\tau_{\xi}) = \min_{\theta} w(\theta)$$

Здесь  $\theta$  - параметр. Как указывалось ранее,  $\tau_{\xi}$  - реализация случайной переменной  $\tau$ , Соответственно, вводимая метрика джиттера определяется как её дисперсия (4).

Интеграл в (8) может быть преобразован к виду

$$w(\theta) = \int_0^T (y_{\xi}(t) - \theta \dot{x}(t))^2 dt = a\theta^2 - 2b\theta + c, \quad (9)$$

где значения  $a$  и  $b$  легко вычисляются с помощью интегралов:

$$a = \int_0^T (\dot{x}(t))^2 dt \quad (10)$$

$$b = \int_0^T \dot{x}(t) y_{\xi} dt \quad (11)$$

Интегралы (10) и (11) вычисляются в ходе моделирования переходных процессов при выполнении нестационарного шумового анализа.

Минимум (8) достигается при следующем значении  $\tau_{\xi}$ :

$$\tau_{\xi} = \theta_{\min} = \frac{b}{a} \quad (12)$$

Результирующая метрика джиттера  $J$  или дисперсия  $\tau$  вычисляется далее с применением стандартной техники [11-13]:

$$\text{var}(\tau) = \sum_{k,l} (\tau_{k,l})^2 \Delta\omega_l, \quad (13)$$

где  $\omega_l$  - частоты из спектра шума, для которых решаются шумовые уравнения [13],  $\tau_{k,l}$  - величина  $\tau_\xi$  (11), вычисленная для шумового сигнала в выходном узле, вызванного гармоникой  $\omega_l$  от  $k$ -го шумового источника. Величины  $\tau_\xi$  определяются после применения базовых численных процедур расчёта шумовых характеристик нелинейных схем в переходном процессе (см. например, [11-15]), без использования затратной техники Монте–Карло.

Введённая оценка обеспечивает относительно простое вычисление джиттера в процессе шумового анализа и снимает обсуждаемые ограничения. Новая оценка предполагает задание интервала для события и не требует, в отличие от точечной оценки, задания порогового уровня или момента переключения  $t_q$ .

Важно отметить, что вводимый подход позволяет подавлять высокочастотные колебания благодаря усреднению высокочастотных компонент в интеграле.

Важным обстоятельством является также то, что предлагаемый подход инвариантен по отношению к численной процедуре расчёта переходных характеристик в шумовом анализе.

Таким образом, в целом рассмотренный подход для характеристики джиттера вполне эффективен с вычислительной точки зрения. Предложенные вычислительные схемы включены в систему схемотехнического моделирования. Моделирование шумовых характеристик для различных типов схем с применением приведённой метрики джиттера подтвердило эффективность разработанного подхода вычисления джиттера.

#### 4. Пример применения

Пример иллюстрирует применение рассмотренной интервальной метрики для моделирования джиттера при работе типового КМДП компаратора. Моделирование компаратора – пример расчёта джиттера при работе неавтономных схем.

Вычисленные зависимости значения джиттера от величины напряжения питания приведены на Рис 3, 4. Для оценки влияния масштабирования напряжения на величину джиттера варьировалось напряжение питания в диапазоне от 8в до 3в. Естественный рост значения джиттера при уменьшении напряжения питания показан как результат моделирования. На рис. 3 показано также влияние температуры на зависимость джиттера от величины напряжения питания. Отметим, что рассмотренный подход исключает требование задавать пороговый уровень переключения или временные точки переключения при моделировании зависимостей джиттера от величины напряжения питания.

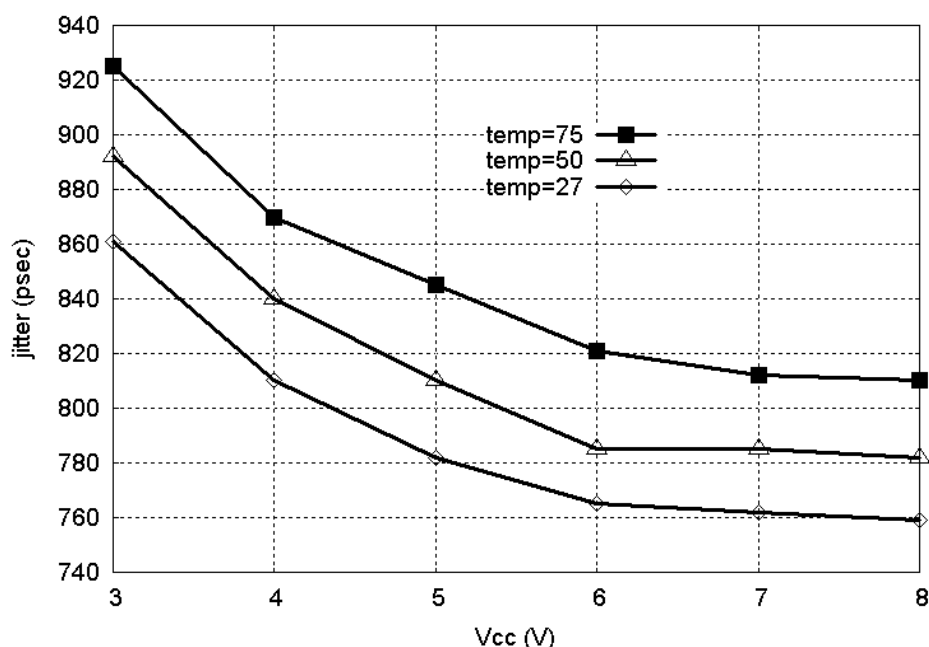
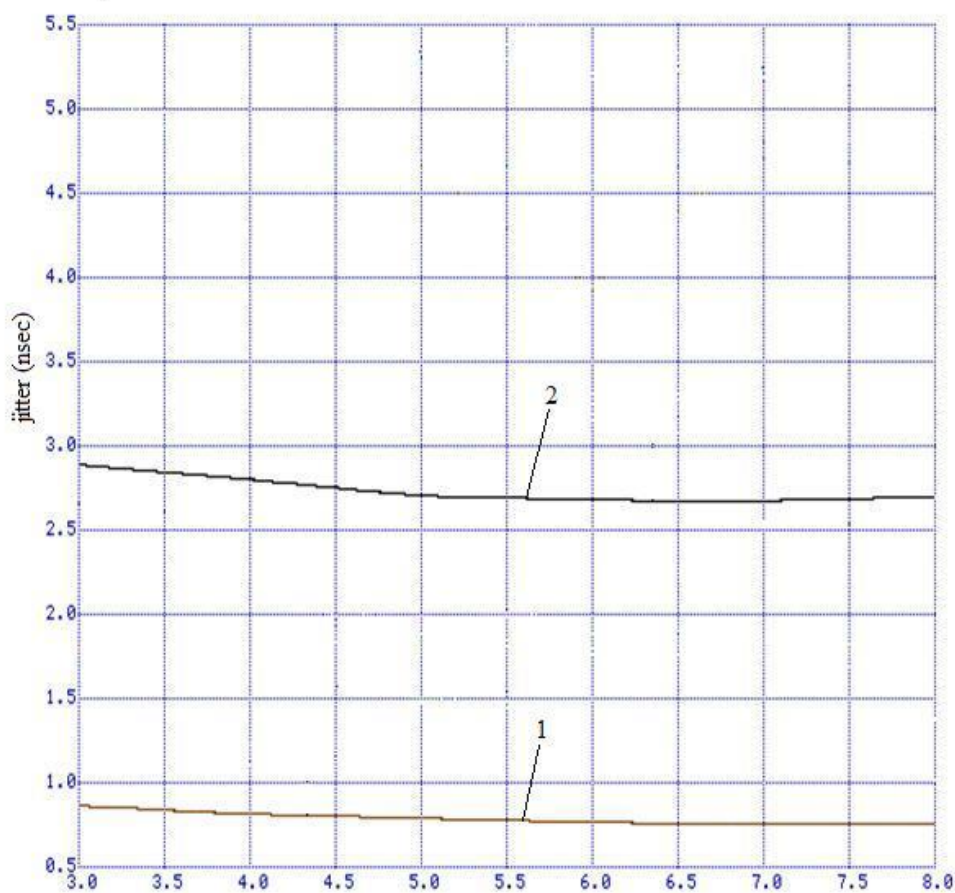


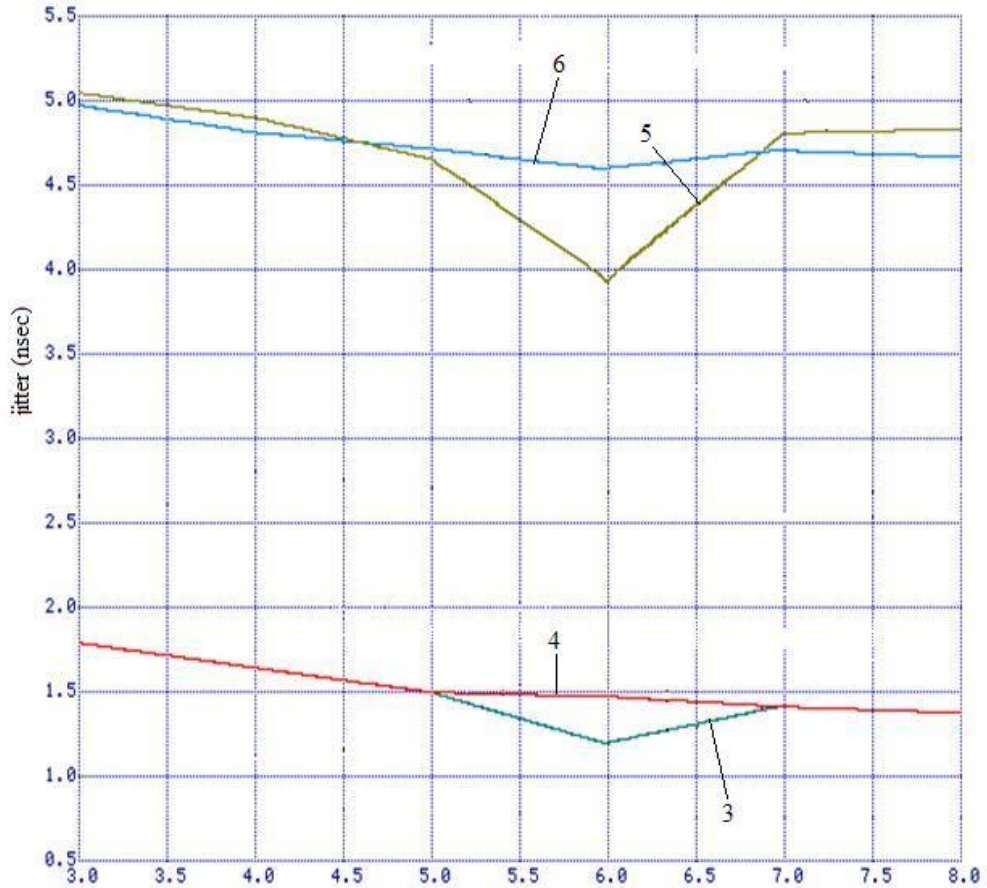
Рис. 3. Временной джиттер как функция напряжения питания для трёх значений температур.

На рис. 4 приведены результаты сравнительного анализа моделируемых зависимостей джиттера от величины напряжения питания для двух рассмотренных методик оценки джиттера, а также показано влияние фликкер-

шума на такие зависимости. Рис. 4а показывает рост джиттера при учёте фликкер-шума на смоделированную ранее зависимость. Приведённые на рис 4а зависимости получены с применением новой метрики джиттера, на рис 4б приведены аналогичные зависимости, рассчитанные с помощью традиционного определения джиттера (1). Следует отметить, что при традиционной оценке джиттера можно наблюдать немонотонный характер смоделированных функций, что является нереалистичным. Как видно из рис. 4б, результаты моделирования могут быть улучшены при сокращении шага интегрирования, т.е. наблюдается чувствительность традиционной оценки к параметрам численной процедуры интегрирования. Отметим, что введённое определение джиттера (8) снимает критичность к величине шага интегрирования (рис. 4а). В сравнении с традиционным определением джиттера новая метрика не является критичной к численным ошибкам благодаря свойству усреднения.



(a)



(b)

Рис. 4. Влияние фликкер-шума на зависимости джиттера от напряжения питания, Характеристики, вычисленные с применением введённой интервальной метрики (а) и традиционной точечной оценки (б):

- 1 – смоделированная с применением интервальной метрики зависимость величины джиттера от напряжения питания без учёта фликкер-шума;
- 2 - смоделированная с применением интервальной метрики зависимость величины джиттера от напряжения питания с учётом фликкер-шума;
- 3 - смоделированная с применением точечной оценки зависимость величины джиттера от напряжения питания без учёта фликкер-шума, интегрирование ОДУ выполнялось с шагом  $5 \cdot 10^{-6}$  с;
- 4 - смоделированная с применением точечной оценки зависимость величины джиттера от напряжения питания без учёта фликкер-шума, интегрирование ОДУ выполнялось с шагом  $5 \cdot 10^{-7}$  с;
- 5 - смоделированная с применением точечной оценки зависимость величины джиттера от напряжения питания с учётом фликкер-шума, интегрирование ОДУ выполнялось с шагом  $5 \cdot 10^{-6}$  с;
- 6 - смоделированная с применением точечной оценки зависимость величины джиттера от напряжения питания с учётом фликкер-шума, интегрирование ОДУ выполнялось с шагом  $5 \cdot 10^{-7}$  с.

## 5. Заключение

Введённая интервальная метрика джиттера поддерживает численную процедуру оценки временных флуктуаций. Метрика удобна для включения в процедуры стандартных систем схемотехнического моделирования с целью предсказательного моделирования временной нестабильности. Интервальная метрика обеспечивает адаптацию к частотному диапазону шумовых характеристик.

## Литература

1. A. A. Abidi and R. G. Meyer, "Noise in relaxation oscillators" // IEEE J. Solid-State Circuits, 1983. Vol. sc-18. No 6. P. 794-802.
2. B. Kim, T.C. Weigandt, P.R. Gray, "PLL/DLL System Noise Analysis for Low Jitter Clock Synthesizer Design" // in Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems, 1994. Vol. 4. P. 31-34.
3. T.C. Weigandt, B.Kim, P.R. Gray, "Analysis of Timing Jitter in CMOS Ring Oscillators"// in Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems, 1994. Vol. 4. P. 27-30.
4. J.A. McNeill, "Jitter in Ring Oscillator" // IEEE J. Solid-State Circuits. 1997. Vol. 32. No 6. P. 870-879.
5. J. Phillips, K. Kundert, "Noise in mixers, oscillators, samplers, and logic. An introduction to cyclostationary noise" // in Proc. IEEE Custom Integrated Circuits Conf., 2000. P. 431-438.
6. K. Kundert, "Modeling and Simulation of Jitter in Phase-Locked Loops" // in Advances in Analog Circuit Design. - Boston: Springer, 1997.
7. A. Demir, A. Sangiovanni-Vincentelli, Analysis and Simulation of Noise in Nonlinear Electronic Circuits and Systems. - Kluwer Academic Publishers, 1998.
8. A. Demir, A. Mehrotra, J. Roychowdhury, "Phase Noise in Oscillators: A Unifying Theory and Numerical Methods for Characterisation // IEEE Trans. Circuits Syst. I. 2000. Vol. 47. No 5. P. 655–674.

9. F.X. Kaertner, “Determination of the Correlation Spectrum of Oscillators with Low Noise” // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. 1989. Vol. 37. No 1. P. 90-101.
10. F.X. Kaertner, “Analysis of White and Noise in Oscillators” // Int. J. of Circuit Theory and Applications. 1990. Vol. 18. No 1. P. 485-519.
11. A. Demir and A. L. Sangiovanni-Vincentelli, “Simulation and modeling of phase noise in open-loop oscillators” // in Proc. IEEE Custom Integrated Circuits Conf., 1996. P. 453-456.
12. M. Okumura, H. Tanimoto, T. Itakura, T. Sugawara, “Numerical Noise Analysis for Nonlinear Circuits with a Periodic Large Signal Excitation Including Cyclostationary Noise Sources” // IEEE Trans. on Circuits and Systems – I. 1993. Vol. 40. No 9. P. 581-590.
13. M.M. Gourary, S. G. Rusakov, S. L. Ulyanov, M.M. Zharov, and B. J. Mulvaney, “A New Numerical Method for Transient Noise Analysis of Nonlinear Circuits” // in Proc. ASP-DAC, 1999. P. 165-168.
14. M.M. Gourary, S. G. Rusakov, S. L. Ulyanov, M.M. Zharov, K. Gullapalli and B. J. Mulvaney, “A New Approach for Computation of Timing Jitter in PLL” // in Proc. Design, Automation and Test in Europe Conf., 2000. P. 345-349.
15. J. Roychowdhury, D. Long, P. Feldmann, “Cyclostationary Noise Analysis of Large RF Circuits with Multitone Excitations” // IEEE J. of Solid-State Circuits. 1998. Vol. 33. No 3. P. 324-336.

**Ссылка на статью:**

М.М.Гурарий, М.М.Жаров, С.Г.Русаков, С.Л.Ульянов. Алгоритм численного расчёта джиттера в радиоэлектронных схемах на базе интервальных оценок. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. №2. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/feb18/12/text.pdf>