

УДК 537.874; 537.624

ВЛИЯНИЕ ПОЛЯ РАЗМАГНИЧИВАНИЯ НА ДИСПЕРСИЮ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ ДЭЙМОНА-ЭШБАХА

В. И. Щеглов

Институт радиотехники и электроники им В.А.Котельникова РАН,
125009, Москва, ул. Моховая, 11-7

Статья поступила в редакцию 23 января 2019 г.

Аннотация. Рассмотрено влияние поля размагничивания на дисперсионные свойства поверхностной волны Дэймона-Эшбаха. Отмечено недостаточное внимание в литературе к учету поля размагничивания распространяющейся волны, особенно заметно проявляющегося для коротких волн длиной в единицы нанометров. В геометрии задачи Дэймона-Эшбаха предложена модель формирования поля размагничивания волны, распространяющейся в тонкой пластине, образованного сгущениями магнитных зарядов в областях гребней волны. Для количественного описания поля размагничивания предложено представление амплитуды такого поля в виде гиперболического тангенса, аргумент которого в точке перегиба обращается в нуль. Рассмотрена зависимость поля размагничивания от волнового числа. Показано, что с уменьшением толщины пластины значение волнового числа, начиная с которого учет размагничивания поля волны становится необходимым, постепенно увеличивается. Отмечено, что при волновых числах порядка 10^6 см⁻¹ и более, чему посвящено значительное количество современных работ по магнитостатическим волнам, учет размагничивающего поля волны является принципиально необходимым. Получен тензор магнитной восприимчивости с учетом периодического характера поля размагничивания распространяющейся волны. Для потенциала поля распространяющейся волны получено уравнение Уокера, учитывающее влияние размагничивания. Главным отличием полученного уравнения от классического его варианта в задаче Дэймона-Эшбаха, является наличие смешанной производной второго порядка по

координатам, перпендикулярным направлению постоянного поля. Уравнение Уокера решено методом разделения переменных. Показано, что смешанная производная приводит к комплексному виду компоненты волнового числа перпендикулярной плоскости пластины. В случае поверхностной волны полное решение для компоненты потенциала по этой координате представляет собой произведение экспоненциально спадающего коэффициента на периодический множитель синусоидального характера. Приведена полная формулировка задачи о распространении поверхностной волны типа Дэймона-Эшбаха в принятой геометрии с учетом поля размагничивания волны. В результате решения граничной задачи получено дисперсионное соотношение, по форме с точностью до обозначений подобное дисперсионному соотношению в классической задаче Дэймона-Эшбаха. Из равенства нулю действительной и мнимой частей дисперсионного соотношения по отдельности получены два уравнения, связывающие волновое число и частоту. Показано, что уравнение для действительной части в отсутствие размагничивания переходит в классическое дисперсионное соотношение Дэймона-Эшбаха. На основе полученного дисперсионного соотношения для пленки с толщиной в 10 мкм исследована дисперсия поверхностной волны с учетом размагничивания. Показано, что учет размагничивания приводит к повышению частоты дисперсионной кривой в области высоких значений волнового числа. В виде качественной причины увеличения частоты волны высказано предположение об увеличении эффективной жесткости системы, обусловленной дополнительным воздействием на вектор намагниченности кроме внешнего поля также еще и поля размагничивания, стремящегося не допустить отклонения вектора от равновесного положения.

Выполнено исследование характера деформации дисперсионной кривой при изменении параметра размагничивания. Показано, что с увеличением параметра размагничивания рост дисперсионной кривой увеличивается, причем при величине параметра размагничивания более 0,02 возрастание приобретает двухступенчатый характер. При этом первая ступень отражает дисперсию

поверхностной волны, обусловленную размагничивающим фактором пластины в целом. Вторая ступень отражает влияние поля размагничивания самой волны. При увеличении параметра размагничивания первая ступень меняется мало, тогда как вторая растет примерно пропорционально величине этого параметра. Исследована структура распределения динамической намагниченности внутри пластины, определяемая комплексным характером поперечного волнового числа. Показано, что действительная часть поперечного волнового числа зависит от продольного волнового числа полностью линейно с угловым коэффициентом порядка единицы. Мнимая часть того же волнового числа при увеличении параметра размагничивания испытывает подъем вверх, сначала медленный, затем ускоряющийся, после чего замедляющийся и стремящийся далее к линейному. Отмеченный ход зависимостей мнимой части поперечного волнового числа полностью интерпретирован на основе структуры аналитического выражения зависимости такого числа от продольного волнового числа и параметра размагничивания. Исследована структура динамического потенциала внутри пластины. Показано, что в результате произведения экспоненциальной и синусоидальной составляющих поперечного волнового числа вблизи каждой из поверхностей пластины потенциал образует провалы, имеющие аperiodический характер. Кратко отмечены особенности полученного распределения, налагаемые невзаимностью распространения волны. Применительно к использованию магнитостатических волн в устройствах обработки информации, рассмотрена степень влияния поля размагничивания на дисперсию волн при различной толщине пластины. В свете наиболее актуального на сегодня диапазона длин волн порядка единиц нанометров, отмечена необходимость учета размагничивания, начиная с волновых чисел порядка 10^5 см^{-1} , причем такой учет становится особенно актуальным для волновых чисел порядка 10^6 см^{-1} и более.

Ключевые слова: магнитостатическая волна, размагничивающее поле, дисперсия волн, наноразмеры.

Abstract. The influence of demagnetizing field on dispersion properties of Damon-Eshbach surface wave is investigated. It is noted that in literature the attention to demagnetizing field of propagated wave is insufficient. This field is very perceptible for waves which length is so short as some nanometers. In the geometry of Damon-Eshbach task it is proposed the model of demagnetizing field formation for the wave propagated in thin plate. It is proposed that this field is originated from condensation of magnetic charges in wave crests. For quantitative description of this field it is proposed the presentation of its amplitude in the form of hyperbolic tangent which argument in the bend point is equal to zero. It is investigated the dependence of demagnetizing field from wave number. It is shown that by the plate thickness is decreased, the wave number from which the demagnetizing field consideration is necessary, is gradually increased. It is shown that by the wave numbers about 10^6 cm^{-1} and more (as it take place in most quantity of today papers about magnetostatic waves) the consideration of demagnetizing field of wave is necessary in principle. It is found the magnetic susceptibility tensor which takes in consideration the periodic character of propagating wave. For the potential of propagating wave field it is found the Walker equation which takes in consideration the demagnetizing field influence. The most difference from its classic variant in Damon-Eshbach task is the availability of mixed second order derivative over the coordinates which are normal to static field direction. The Walker equation is resolved by division of variable method. It is shown that the mixed derivative leads to complex structure of wave number component which is normal to the plane of magnetic plate. In the case of surface wave the whole decision for potential component along this coordinate is the multiplication of decreasing exponential coefficient on periodical factor having sinusoidal character. It is presented the whole formation of task about the propagation of surface wave by Damon-Eshbach type in presented geometry with taking into consideration the demagnetizing field of wave. As a result of boundary task decision it is found the dispersion relation in the exaction in form as dispersion relation in classical Damon-Eshbach task. From the equality to zero of real and imaginary parts of this dispersion relation in separate it is found two equations which connect the

wave number and frequency. It is shown that the equation for real part of dispersion relation in the case when demagnetization is absent transfer to classic dispersion relation of Damon-Eshbach task. On the basis of obtained dispersion relation for the magnetic film having thickness of 10 micrometers it is investigated the dispersion of surface wave with taking into consideration the demagnetizing field of wave. It is shown that the demagnetizing field consideration brings to increasing of dispersion curve in region of high values of wave number. As a quality cause of frequency increasing is proposed the supposition about the increasing of effective hardness of spin system. This increasing is caused by additional coercion on magnetization vector from demagnetizing field which try to attain do not deflect this vector from equilibrium position. It is investigated the character of dispersion curve deformation when demagnetizing field parameter is varied. It is shown that when the demagnetizing field parameter is increased the dispersion curve improvement is also increased. When demagnetizing field parameter is more then 0,02 the dispersion curve improvement acquires the two-steps character. In this case the first step describes the surface wave dispersion which is caused by demagnetizing factor of magnetic plate as a whole. The second step describes the influence of demagnetizing field of wave itself. When the demagnetizing field parameter is increased the first step is not varied but the second step also is increased on the same manner as the value of this parameter. It is investigated the structure of dynamic magnetization distribution inside of magnetic plate which is determined by complex character of transverse wave number. It is shown that the real part of transverse wave number depend on longitudinal wave number completely linear with angle coefficient equal to unit. The imaginary part of this wave number by the demagnetizing field parameter is increased experience the expansion to upper which in first is small but after this is more and slowed and try to attain to linear low. The observed motion of these curves is explained on the basis of analytical forms structure of dependence imaginary part of wave number from longitudinal wave number and demagnetizing field parameter. It is investigated the structure of dynamical potential inside of magnetic plate. It is shown that the multiplication of exponential and sinusoidal parts of wave number the

potential near the both surfaces of magnetic plate acquire the depressions having a-periodic character. In brief it is described the special feature of founded distribution which is caused by nonreciprocal character of surface wave propagation. As example to the magnetostatic wave application to information processing devises it is described the degree of influence of demagnetizing field on dispersion magnetostatic waves by the plate thickness variation. In the case of most important on today the wave length range as some units of nanometers it is established the necessity of demagnetizing field taking into consideration begin from wave number 10^5 cm and particularly for wave numbers 10^6 cm and more.

Key words: magnetostatic wave, demagnetizing field, wave dispersion, nanoscale.

Введение

В связи с освоением нанометрового диапазона размеров устройств обработки информации представляет интерес разработка подобных устройств, использующих магнитные явления. Широкие функциональные возможности открывает здесь использование магнитных кристаллов [1, 2]. Другую перспективу дают устройства на спиновом токе, лежащие в основе спинтроники [3-6]. Важнейшим направлением является исследование сверхбыстрых процессов в магнетиках, в том числе обладающих магнитоупругостью, обусловленных воздействием мощных импульсов света от фемтосекундного лазера [7-15]. Большие перспективы открываются перед использованием спиновых волн в тонких магнитных пленках и спиновых волноводах на их основе [1, 2, 16-19]. Впервые на возможность использования спиновых волн в устройствах обработки информации указывалось еще в 60-х годах 20 века [20-26]. Ряд таких устройств описан в обзорах [27-30]. Те устройства использовали сравнительно длинные дипольные спиновые волны с характерными длинами порядка 10-100 мкм, что обуславливало низкую функциональность (одно устройство осуществляло только одну функцию) и значительные размеры устройств (единицы кубических сантиметров). Сегодняшнее развитие нанотехнологий позволило обратиться к освоению

спиновых волн длиной в единицы нанометров, физика которых существенно отличается от освоенных ранее длинных магнитостатических волн. Так малые длины волн вызывают к действию не только дипольные силы между сравнительно крупными неоднородностями распределения намагниченности, но и мощные обменные силы между соседствующими спинами, а также дополнительные дипольные силы, проявляющиеся на достаточно широком фронте распространяющихся волн.

Однако следует отметить, что несмотря на значительные успехи в освоении столь коротких спиновых волн [18, 19, 31, 32], теоретическое обоснование наблюдаемых явлений развито недостаточно. Так в подавляющем большинстве работ обменное взаимодействие учитывается лишь в виде квадратичной по волновому числу добавки к эффективному магнитному полю, а дипольное поле размагничивания вообще не учитывается. Можно полагать, что такое однобокое рассмотрение связано с высокой сложностью требуемого здесь математического аппарата. Так аппарат распространения дипольных волн был развит еще в пионерской работе [20], однако там ни обмен, ни размагничивание не учитывалось. Распространение обменных волн было рассмотрено в ряде работ на основе аппарата функций Грина [33, 34], однако используемый в этих работах аппарат крайне громоздок и для воспроизведения весьма труден. Одновременный учет обменного взаимодействия и размагничивания был более или менее подробно выполнен только для безграничной среды [35-стр.198-202], в первую очередь применительно к нелинейным процессам параметрического возбуждения спиновых волн [35-гл.10, 36]. Некоторые вопросы распространения дипольных волн, в том числе в неоднородных полях и сложных структурах, а также в условиях ориентационных переходов, рассмотрены в монографиях [37-40]. Однако учет обменного взаимодействия там выполнен весьма поверхностно, а размагничивание вообще не учитывалось. Таким образом, продвижение в область наноразмеров требует более подробного учета как обменного взаимодействия, так и размагничивания. Важнейшей задачей при этом

становится освоение диапазона волн длиной в единицы нанометров, имеющих волновые числа порядка $10^5 - 10^6 \text{ см}^{-1}$.

Настоящая работа посвящена частичному заполнению имеющегося пробела, в первую очередь рассмотрению роли поля размагничивания распространяющейся волны. Для более легкого установления «мостика» с работами по дипольным волнам, предлагаемый математический аппарат развит на основе классического аппарата Дэймона-Эшбаха [20], в достаточных подробностях рассмотренного в работах [37-стр.50-76, 38-стр.29-36]. Для простоты рассмотрения обменное взаимодействие в настоящей работе не учитывается, его роли предполагается посвятить отдельную работу.

1. Геометрия задачи

Геометрия задачи, аналогичная рассматривавшейся в классической задаче Дэймона-Эшбаха [20, 37, 38], приведена на рис. 1.

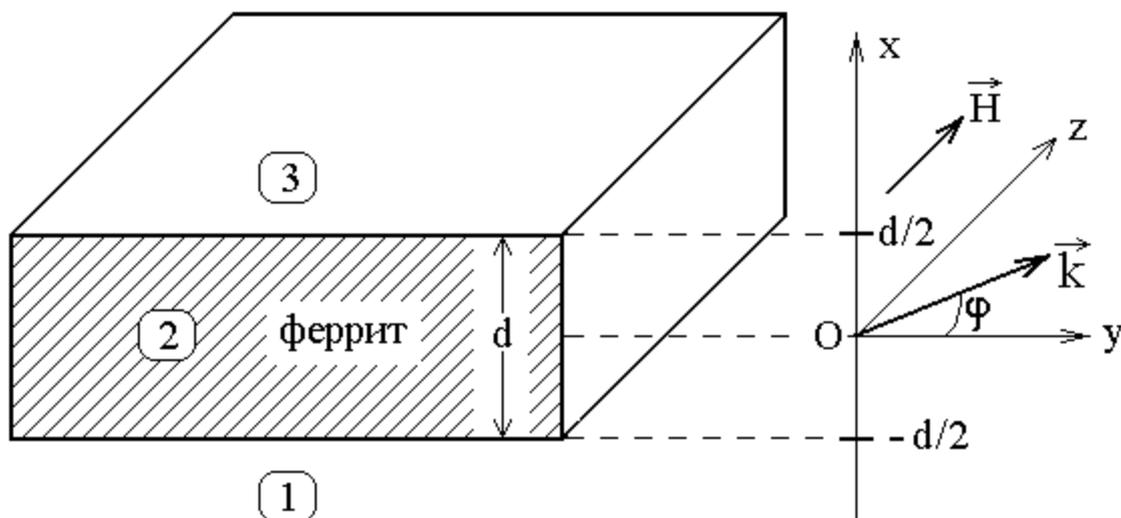


Рис. 1. Геометрия задачи.

Структура представляет собой безграничную ферритовую пластину 2 толщиной d , по обе стороны от которой находятся свободные полупространства 1 и 3. Система координат $Oxyz$ выбрана таким образом, что ее плоскость Oyz параллельна плоскостям ферритовой пластины, а ось Ox – перпендикулярна. При этом ось Oz ориентирована вдоль направления

внешнего поля. Начало координат O находится посередине между поверхностными плоскостями пластины, координаты которых равны $\pm d/2$.

2. Эффективные поля магнитоэлектростатической волны

Распространение магнитоэлектростатической волны в среде, обладающей обменным взаимодействием, сопровождается полями двух видов.

Первое – магнитное поле, создаваемое локализованным в точке пространства вектором намагниченности в другой точке того же пространства. Это поле имеет дипольное происхождение, то есть описывает взаимодействие двух магнитных диполей друг с другом и спадает в пространстве подобно полю магнитного диполя. Это поле называется «дипольным полем магнитоэлектростатической волны».

Второе – «эффективное» поле стремящееся ориентировать локализованный в пространстве вектор намагниченности параллельно вектору, локализованному в другой близлежащей точке пространства. Это поле имеет обменную природу и спадает в пространстве подобно полю обменного взаимодействия, то есть значительно более резко, чем дипольное поле. Это поле называется «обменным полем магнитоэлектростатической волны».

В рамках настоящей работы ограничимся рассмотрением дипольного поля (обменное поле будет рассмотрено в отдельной работе). При рассмотрении, в основном, будем следовать [40-гл.7].

3. Дипольное поле магнитоэлектростатической волны

Найдем дипольное поле, создаваемое намагниченностью магнитоэлектростатической волны при ее распространении в магнитной среде.

Уравнения магнитоэлектростатики имеют вид:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = 0; \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(\vec{H} + 4\pi \vec{M}) = 0. \quad (2)$$

Запишем их в виде:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = 0; \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = -4\pi \operatorname{div} \vec{M}. \quad (4)$$

Эту систему можно рассматривать как описание того факта, что намагниченность \vec{M} создает поле \vec{H} .

Первым этапом является нахождение этого поля при произвольной конфигурации намагниченности. Для решения этой задачи возьмем ротор от обеих частей первого уравнения:

$$\text{rot rot } \vec{H} = \text{grad div } \vec{H} - \Delta \vec{H}. \quad (5)$$

Учитывая (3) и (4), получаем уравнение для определения \vec{H} через \vec{M} в виде:

$$\Delta \vec{H} = -4\pi \text{grad div } \vec{M}. \quad (6)$$

Записывая векторные функции через производные, получаем:

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = -4\pi \left(\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_z}{\partial x \partial z} \right); \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = -4\pi \left(\frac{\partial^2 M_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 M_z}{\partial y \partial z} \right); \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = -4\pi \left(\frac{\partial^2 M_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 M_z}{\partial z^2} \right). \quad (9)$$

Это – совокупность трех независимых уравнений Пуассона с заданной правой частью, решение которых позволяет определить поле, создаваемое любой заданной конфигурацией намагниченности.

Предположим теперь, что переменная часть конфигурации намагниченности имеет вид распространяющейся волны:

$$\vec{M} = \vec{m}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} = \vec{m}_0 e^{i\omega t} e^{-i(k_x x + k_y y + k_z z)}. \quad (10)$$

Переменную часть поля будем искать в виде такой же волны:

$$\vec{H} = \vec{h}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} = \vec{h}_0 e^{i\omega t} e^{-i(k_x x + k_y y + k_z z)}. \quad (11)$$

Выполняя дифференцирование экспонент, подставляя полученные выражения в (7)-(9) и приводя подобные члены, получаем:

$$h_{0x}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = -4\pi k_x (m_{0x} k_x + m_{0y} k_y + m_{0z} k_z); \quad (12)$$

$$h_{0y}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = -4\pi k_y (m_{0x}k_x + m_{0y}k_y + m_{0z}k_z); \quad (13)$$

$$h_{0z}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = -4\pi k_z (m_{0x}k_x + m_{0y}k_y + m_{0z}k_z). \quad (14)$$

Учтем, что:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2, \quad (15)$$

а также:

$$m_{0x}k_x + m_{0y}k_y + m_{0z}k_z = \vec{m}_0 \vec{k}, \quad (16)$$

после чего запишем (12)-(14) в виде единого векторного выражения:

$$\vec{h}_0 = -\frac{4\pi}{k^2} \vec{k} (\vec{m}_0 \vec{k}). \quad (17)$$

Это и есть искомое выражение для магнитного поля, создаваемого распространяющейся дипольной магнитостатической волной («размагничивающее» поле дипольной магнитостатической волны). В таком виде оно совпадает с приведенным без вывода (со словами «как нетрудно убедиться») аналогичным выражением в работе [35-стр.200, форм.(7.11)].

Выражение (17) дает амплитуду поля, выраженную через амплитуду намагниченности. Для получения волновой зависимости поля от намагниченности надо обе стороны равенства умножить на волновой множитель $\exp[i(\omega t - \vec{k} \vec{r})]$.

Отметим далее, что выражение (17) получено в предположении безграничной протяженности волнового фронта в плоскости, перпендикулярной волновому вектору \vec{k} . Такое «размагничивающее» поле обусловлено «размагничивающим фактором» безграничной плоскости равным 4π и от расстояния до такой плоскости не зависит. Это можно видеть из (17), где числитель и знаменатель пропорциональны квадрату волнового числа, так что поле в целом по абсолютной величине просто пропорционально $4\pi m_0$ и от волнового числа не зависит. Не так однако обстоит дело для волны, распространяющейся в плоскости тонкой пластины, так что размагничивающее

поле, создаваемое компонентой динамической намагниченности, ориентированной вдоль направления распространения волны, спадает вдоль того же направления по экспоненте с показателем, пропорциональным толщине пластины. То есть, если длина волны значительно превышает толщину пластины, то размагничивающее поле такой волны спадает практически до нуля на расстоянии толщины, что значительно меньше длины волны. Поэтому в формировании дисперсии дипольной волны в пластине поле размагничивания участвует в тем меньшей степени, чем длина волны больше.

Ситуация полностью аналогична задаче об отражении электромагнитных волн от гранулированных пленок [41-раздел 21, рис.7]. Различие состоит в том, что там рассматривается спад амплитуды отраженной волны, а здесь – спад поля распространяющейся волны, тогда как формирование постоянной спада в обоих случаях полностью совпадает.

Таким образом, поле вида (17) участвует в формировании дисперсии дипольных волн только в случае, когда длина этих волн сравнима или меньше толщины пластины. В реальных экспериментах по распространению дипольных волн в пленках железиттриевого граната, например в описанных в [37-40], толщина пленки обычно составляет единицы (редко десятки) микрон, тогда как длина волны – сотни и тысячи микрон. То есть при интерпретации этих экспериментов поля вида (17) можно не учитывать. Однако, когда длина волны становится порядка одного микрона и меньше, что имеет место для обменных волн, учет поля (17) становится принципиально необходимым.

4. Размагничивающее поле дипольной волны в тонкой пластине

Рассмотрим формирование размагничивающих полей дипольной магнитостатической волны более подробно, для чего обратимся к рис.2.

В верхней части рисунка показан вид с торца тонкой магнитной пластины в плоскости которой вдоль оси Ox распространяется магнитостатическая волна. Вертикальными линиями показана плотность распределения x -компоненты намагниченности. Точками M и N отмечены два мгновенных положения максимальных значений намагниченности, отстоящих друг от друга

на длину волны, равную λ , то есть как бы двух соседних «гребней» волны, распространяющейся вдоль оси Ox . Каждый такой «гребень» можно рассматривать как образуемый вектором намагниченности относительно тонкий слой магнитных зарядов, движущихся со скоростью волны в том же направлении.

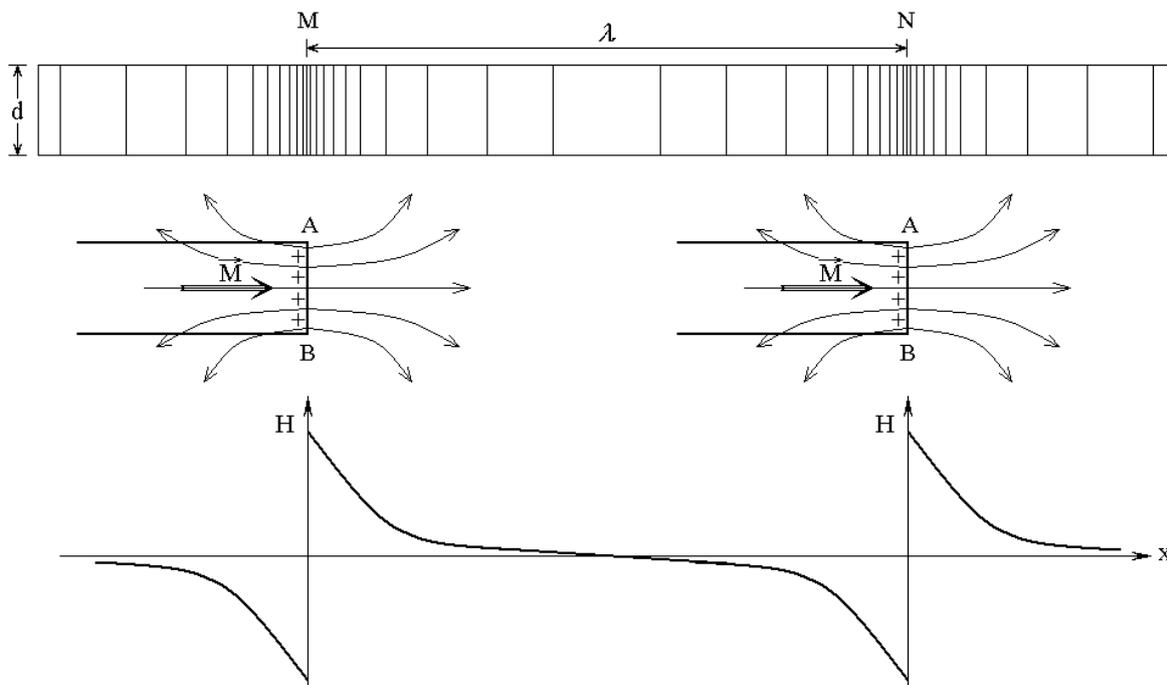


Рис.2. Схема формирования размагничивающего поля дипольной волны в тонкой пластине.

В средней части рисунка показаны поля, создаваемые такими слоями зарядов. Проекции гребней волн на плоскость рисунка обозначены буквами A и B , вектор намагниченности – \vec{M} , заряды показаны плюсами. Силовые линии полей, исходящих из слоев зарядов, показаны изогнутыми стрелками. В силу собственной симметрии, каждый слой создает два поля, симметричных относительно плоскости слоя, направленных в противоположные стороны. Это и есть «поля размагничивания» дипольной волны.

В нижней части рисунка показана зависимость этих полей от координаты x . Можно видеть, что в силу ограниченности пластины по толщине, поля спадают на расстоянии того же порядка, что и толщина пластины d . Заметим, что на рисунке показаны только положительные заряды, соответствующие одному из полюсов вектора намагниченности. Заряды, соответствующие

другому полюсу (отрицательные) находятся посередине между положительными и образуют поля, спадающие таким же образом, как и положительные. На рисунке эти заряды и образуемые ими поля не показаны во избежание затемнения картины.

Итак, если длина волны λ значительно больше толщины пластины d , то почти на всем расстоянии между гребнями волн эти поля размагничивания локализуются в небольших пространствах вблизи этих гребней, а на всем расстоянии между гребнями практически отсутствуют, то есть их влиянием на параметры волны можно пренебречь. Именно такая ситуация имеет место в экспериментах по распространению магнитостатических волн в тонких пленках железоиттриевого граната (ЖИГ) [37-40]. Толщина пленки при этом обычно составляет единицы (редко десятки) микрон, а длина волны – сотни и тысячи микрон. То есть поля размагничивания присутствуют только на расстояниях тех же единиц микрон, а на сотнях и тысячах микрон – практически отсутствуют. Однако если длина волны λ имеет тот же порядок или меньше толщины пластины d , то поля размагничивания между гребнями волны не успевают сильно уменьшиться, так что присутствуют на всем протяжении распространения волны примерно в одинаковой степени. То есть в этом случае они могут внести в свойства распространяющейся волны значительный вклад и их влияние обязательно надо учитывать. Именно такая ситуация имеет место для волн, длина которых составляет от единиц микрон и менее вплоть до расстояний порядка межатомных.

5. Параметр размагничивания дипольной волны

Исходя из общей картины формирования полей размагничивания, образуемых плавно распределенными в пространстве магнитными зарядами, частично сосредоточенными в местах гребней волны, можно заключить, что подробный расчет конфигурации этих полей представляет собой довольно трудную и громоздкую задачу. Поэтому обратимся далее к упрощенному модельному приему, позволяющему получить результат, с качественной стороны представляющийся довольно правдоподобным.

Будем полагать, что для описания рассматриваемых явлений можно ввести постоянный коэффициент, умножение которого на размагничивающее поле, соответствующее бесконечно протяженному фронту, даст характеристику поля при ограниченной протяженности фронта. Назовем такой коэффициент «параметром размагничивания дипольной волны» и предположим, что в бесконечно тонкой пластине этот параметр равен нулю, а в безграничной среде равен единице. Такое предположение эквивалентно тому факту, что при длине волны значительно большей толщины пластины параметр размагничивания равен нулю, а при длине волны значительно меньшей толщины пластины этот параметр равен единице.

Предположим, что влияние этого параметра на общем поле волны сказывается, начиная со случая, когда половина длины волны становится меньше толщины пластины, то есть критическая длина волны и толщина пластины связаны соотношением:

$$d = \lambda_c / 2. \quad (18)$$

или критическое значение волнового числа равно:

$$k_c = \pi / d. \quad (19)$$

В качестве эмпирического приближения положим параметр размагничивания равным гиперболическому тангенсу, аргумент которого будет определяться произведением волнового числа на толщину пластины, а прохождение через нуль – критическим значением волнового числа k_c . Таким образом, будем полагать параметр размагничивания пропорциональным величине:

$$\beta_0 = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{th} \left[d \left(k - \frac{\pi}{d} \right) \right] + 1 \right\}. \quad (20)$$

Можно видеть, что введенный так параметр β_0 при $k \rightarrow -\infty$ стремится к нулю, при $k \rightarrow \infty$ стремится к единице, а при $k = \pi/d$ (то есть при равенстве половины длины волны толщине пластины) равен $1/2$. При $k = 0$ параметр

β_0 равен 0,0019, то есть величине по сравнению с единицей весьма малой, близкой к нулю. То есть этот параметр с высокой точностью удовлетворяет введенным выше условиям поведения при малом и большом соотношении между длиной волны и толщиной пластины, а при близости между собой этих величин принимает среднее значение.

6. Нормировка параметра размагничивания

В соответствии с формулой (20) при $\beta_0 = 1$ поле размагничивания волны (учитывая, что произведение \vec{k} на \vec{k} имеет тот же порядок, что k^2) по величине близко к $4\pi M_0$ или, отвлекаясь от нормировки по намагниченности, к величине $4\pi M_0$. Однако такое поле размагничивания соответствует полному повороту вектора намагниченности вдоль направления распространения волны, чего в поверхностной волне никогда не бывает. В самом деле, в подавляющем большинстве реальных экспериментов рассматривается линейный режим, при котором вектор намагниченности отклоняется от своего равновесного положения не более чем на единицы градусов.

В геометрии рассматриваемой задачи (рис.1) декартова система координат $Oxyz$ ориентирована таким образом, что плоскость пластины соответствует координатной плоскости Oyz , причем постоянное поле направлено вдоль оси Oz , а волна распространяется вдоль оси Oy . При этом вектор намагниченности в равновесном состоянии ориентирован вдоль поля, то есть вдоль оси Oz , а в процессе распространения волны он отклоняется от этой оси, обретая поперечные компоненты вдоль осей Ox и Oy , которые в свою очередь и формируют поле размагничивания волны. В линейном режиме эти компоненты значительно меньше основной компоненты вдоль оси Oz , так что в первом приближении их можно считать пропорциональными синусу угла отклонения вектора намагниченности от оси Oz .

При отклонении на один градус величина поперечного поля размагничивания, равная синусу этого угла, составляет 0,0175 от величины $4\pi M_0$. При отклонении на пять градусов такая величина равна 0,0875 от $4\pi M_0$. То есть реальная величина поля размагничивания волны должна быть умножена на нормировочный коэффициент, составляющий не более 0,1 от максимальной величины β_0 .

Обозначая этот коэффициент через α_p , в соответствии с (20), получаем:

$$\beta = \alpha_p \beta_0 = \frac{\alpha_p}{2} \left\{ th \left[d \left(k - \frac{\pi}{d} \right) \right] + 1 \right\}, \quad (21)$$

где:

$$0 \leq \alpha_p \leq 0,1. \quad (22)$$

7. Зависимость поля размагничивания от волнового числа

Таким образом, вместо \vec{H}_M теперь будет фигурировать поле $\vec{H}_M^{(\infty)} \beta$, где $\vec{H}_M^{(\infty)}$ определяется формулой (17), так что размагничивающее поле дипольной волны в тонкой пластине принимает вид:

$$\vec{H}_M = - \frac{4\pi\beta}{k^2} \vec{k}(\vec{m} \vec{k}), \quad (23)$$

где β определяется формулой (21), то есть:

$$\vec{H}_M = - \frac{2\pi\alpha_p}{k^2} \left\{ th \left[d \left(k - \frac{\pi}{d} \right) \right] + 1 \right\} \vec{k}(\vec{m} \vec{k}). \quad (24)$$

В качестве иллюстрации на рис.3 показаны зависимости параметра размагничивания от волнового числа в широком диапазоне значений толщины пластины. Для наглядности вместо полной величины β приведена ненормированная величина β_0 .

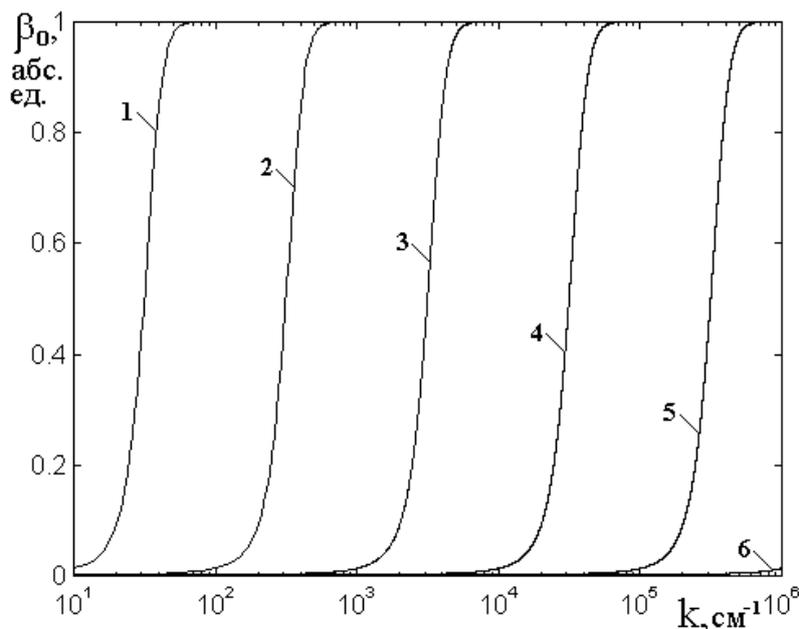


Рис.3. Зависимость параметра размагничивания β_0 (ненормированного) от волнового числа при различной толщине пластины. 1 – 1000 мкм, 2 – 100 мкм, 3 – 10 мкм, 4 – 1 мкм, 5 – 0,1 мкм, 6 – 0,01 мкм.

Из рисунка видно, что точки перегиба всех зависимостей (то есть такие точки, где чистый гиперболический тангенс проходит через нуль) по мере уменьшения толщины пластины смещаются в сторону больших значений волновых чисел. Наблюдаемое подобие всех кривых с равномерным смещением по волновому числу в большую сторону обусловлено логарифмическим масштабом рисунка по горизонтальной оси. Для наиболее типичной в экспериментах по дипольным волнам толщины пленки 10 мкм (кривая 3) [37-40] значение волнового числа, начиная с которого размагничивание проявляется достаточно сильно, составляет около $(2-3) \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}$. В то же время, большинство описанных в цитированных работах экспериментах выполнялось при значении волнового числа не более нескольких сотен (например, рис.3.8 на стр.134 в [37], где предельно достигнутое волновое число равно 400 см^{-1}). Такое ограничение было обусловлено использовавшейся в этих работах экспериментальной техникой, основу которой составляли подвижные зонды с толщиной антенны порядка 12-

15 мкм [37, стр.127], что позволяло возбуждать ПМСВ длиной не менее 70-100 мкм, то есть с волновым числом не более 1000 см^{-1} .

Для такой экспериментальной ситуации сравнение экспериментальных данных с теорией, построенной в рамках классической задачи Дэймона-Эшбаха [20, 37, 38], оказалось достаточным, так что размагничивание волны в достаточной степени не проявлялось и отмечено не было.

Не так однако обстоит дело в безграничной среде, особенно при возбуждении волн обменного характера, волновое число для которых может составлять $10^5 - 10^6 \text{ см}^{-1}$ и более. Учет размагничивающего поля волны приводит здесь к существенному изменению закона дисперсии, проявляющемуся в различии дисперсионных кривых для обменных волн, распространяющихся вдоль и поперек направления постоянного поля [35, стр.201, рис.7.1].

Как видно из рис.3, с уменьшением толщины пленок значение волнового числа, начиная с которого учет размагничивания поля волны становится необходимым, постепенно увеличивается. Так для пленок толщиной в 0,1 мкм проявление поля размагничивания начинается с волнового числа порядка 10^5 см^{-1} . Из подобия кривых 3 и 5 видно, что здесь ситуация та же, что и для пленок толщиной 10 мкм при волновом числе порядка 10^3 см^{-1} . То есть влияние размагничивающего поля волны еще незначительно. Однако при волновых числах порядка 10^6 см^{-1} и более, чему посвящено значительное количество современных работ по магнитостатическим волнам [1-19], учет размагничивающего поля волны может оказаться принципиально необходимым.

8. Тензор магнитной восприимчивости с учетом размагничивания

В задаче расчета закона дисперсии магнитостатической волны ключевым моментом является получение тензора динамической магнитной восприимчивости, связывающего динамическую намагниченность с переменным полем. Классический способ получения такого тензора для однородного распределения намагниченности подробно описан в [37-стр.41-

46]. Рассмотрим здесь получение такого тензора с учетом размагничивания в предложенном выше виде.

Как и в классике, будем исходить из уравнения движения намагниченности Ландау-Лифшица, в отсутствие затухания имеющего вид [35, 37]:

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = -\gamma [\vec{M} \times \vec{H}]. \quad (25)$$

Будем искать решение этого уравнения в виде магнитостатической волны, переменная намагниченность \vec{m} которой имеет пространственно-временную зависимость вида

$$\vec{m}(\vec{r}, t) = \vec{m}_0 \exp [i(\omega t - \vec{k} \vec{r})]. \quad (26)$$

Пусть при этом входящее в (25) поле \vec{H} определяется выражением:

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h} + \vec{H}_M. \quad (27)$$

Слагаемые этого поля представляют собой:

постоянное подмагничивающее поле:

$$\vec{H}_0 = const; \quad (28)$$

переменное магнитное поле:

$$\vec{h} = \vec{h}_0 \exp [i(\omega t - \vec{k} \vec{r})]; \quad (29)$$

поле, создаваемое динамической намагниченностью при распространении в среде дипольной магнитостатической волны, то есть «размагничивающее» поле волны, определяемое выражением (23):

$$\vec{H}_M = -\frac{4\pi\beta}{k^2} \vec{k}(\vec{m} \vec{k}) = -\frac{4\pi\beta}{k^2} \vec{k}(\vec{m}_0 \vec{k}) \exp [i(\omega t - \vec{k} \vec{r})]; \quad (30)$$

Таким образом, полное поле имеет вид:

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h} - \frac{4\pi\beta}{k^2} \vec{k}(\vec{m} \vec{k}), \quad (31)$$

где последние два слагаемых содержат множитель вида $\exp [i(\omega t - \vec{k} \vec{r})]$, который далее для краткости записи опускаем.

Выберем систему координат, ось Oz которой параллельна направлению постоянного поля \vec{H}_0 . При этом (31) принимает вид:

$$\begin{aligned} \vec{H} = & \vec{i} \left[h_x - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_x (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) \right] + \\ & + \vec{j} \left[h_y - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_y (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) \right] + \\ & + \vec{k} \left[H_0 + h_z - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_z (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

Положим далее, что намагниченность имеет вид:

$$\vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{m} = \vec{i} m_x + \vec{j} m_y + \vec{k} (M_0 + m_z), \quad (33)$$

где M_0 – намагниченность насыщения среды, вектор которой в равновесном состоянии ориентирован вдоль постоянного поля \vec{H}_0 (то есть вдоль оси Oz).

Раскрывая в (25) векторное произведение, записывая уравнение по компонентам и подставляя (26) и (32), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_x}{\partial t} = & -\gamma \left\{ m_y \left[H_0 + h_z - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_z (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) \right] - \right. \\ & \left. - (M_0 + m_z) \left[h_y - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_y (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) \right] \right\}; \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_y}{\partial t} = & -\gamma \left\{ (M_0 + m_z) \left[h_x - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_x (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) \right] - \right. \\ & \left. - m_x \left[H_0 + h_z - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_z (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) \right] \right\}; \end{aligned} \quad (35)$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial t} = -\gamma \left\{ m_x \left[-\frac{4\pi\beta}{k^2} k_y (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) \right] - \right.$$

$$- m_y \left[-\frac{4\pi\beta}{k^2} k_x (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) \right] \}. \quad (36)$$

Выполним линейризацию, для чего предположим, что: $m_{x,y} \ll M_0 \sim H_0$,

$h_{x,y,z} \ll H_0$, а также $m_z \approx 0$. В результате получаем:

$$\frac{\partial m_x}{\partial t} = -\gamma \left\{ m_y H_0 - M_0 \left[h_y - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_y (m_x k_x + m_y k_y) \right] \right\}; \quad (37)$$

$$\frac{\partial m_y}{\partial t} = -\gamma \left\{ M_0 \left[h_x - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_x (m_x k_x + m_y k_y) \right] - m_x H_0 \right\}. \quad (38)$$

Обе стороны этих выражений имеют координатно-временную зависимость вида $\exp(i\omega t - \vec{k} \vec{r})$. Выполняя дифференцирование по времени, разделяя обе части на этот множитель и опуская индекс «0» у амплитуд компонент намагниченности и переменного поля, получаем:

$$i\omega m_x = -\gamma \left\{ m_y H_0 - M_0 \left[h_y - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_y (m_x k_x + m_y k_y) \right] \right\}; \quad (39)$$

$$i\omega m_y = -\gamma \left\{ M_0 \left[h_x - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_x (m_x k_x + m_y k_y) \right] - m_x H_0 \right\}. \quad (40)$$

Раскрываем скобки, приводим подобные члены и записываем слагаемые в порядке следования индексов:

$$\left(i\omega + \frac{4\pi\gamma M_0\beta}{k^2} k_x k_y \right) m_x + \left(\gamma H_0 + \frac{4\pi\gamma M_0\beta}{k^2} k_y^2 \right) m_y = \gamma M_0 h_y; \quad (41)$$

$$\left(\gamma H_0 + \frac{4\pi\gamma M_0\beta}{k^2} k_x^2 \right) m_x - \left(i\omega - \frac{4\pi\gamma M_0\beta}{k^2} k_x k_y \right) m_y = \gamma M_0 h_x. \quad (42)$$

Подобно [37-стр.45, форм.(2.68),(2.69)], введем обозначения:

$$\Omega = \frac{\omega}{4\pi\gamma M_0}; \quad (43)$$

$$\Omega_H = \frac{H_0}{4\pi M_0}. \quad (44)$$

Разделяя (41), (42) на $4\pi\gamma M_0$ и используя обозначения (43), (44), получаем:

$$\left(i\Omega + \beta \frac{k_x k_y}{k^2} \right) m_x + \left(\Omega_H + \beta \frac{k_y^2}{k^2} \right) m_y = \frac{1}{4\pi} h_y; \quad (45)$$

$$\left(\Omega_H + \beta \frac{k_x^2}{k^2} \right) m_x - \left(i\Omega - \beta \frac{k_x k_y}{k^2} \right) m_y = \frac{1}{4\pi} h_x. \quad (46)$$

Уравнения (45)-(46) представляют собой систему, связывающую компоненты динамической намагниченности m_x и m_y с параметрами среды, распространяющейся волны и компонентами переменного поля.

Определитель этой системы равен:

$$D_0 = \begin{vmatrix} \left(i\Omega + \beta \frac{k_x k_y}{k^2} \right) & \left(\Omega_H + \beta \frac{k_y^2}{k^2} \right) \\ \left(\Omega_H + \beta \frac{k_x^2}{k^2} \right) & - \left(i\Omega - \beta \frac{k_x k_y}{k^2} \right) \end{vmatrix} = \\ = \Omega^2 - \Omega_H \left(\Omega_H + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right). \quad (47)$$

Решая систему (45)-(46), находим амплитуды компонент намагниченности:

$$m_x = - \frac{1}{4\pi D_0} \left\{ \left(\Omega_H + \beta \frac{k_y^2}{k^2} \right) h_x + \left(i\Omega - \beta \frac{k_x k_y}{k^2} \right) h_y \right\}; \quad (48)$$

$$m_y = \frac{1}{4\pi D_0} \left\{ \left(i\Omega + \beta \frac{k_x k_y}{k^2} \right) h_x - \left(\Omega_H + \beta \frac{k_x^2}{k^2} \right) h_y \right\}, \quad (49)$$

где D_0 определяется выражением (47), а обе части полученных равенств имеют пространственно-временную зависимость вида $\exp [i(\omega t - \vec{k} \vec{r})]$.

Введем обозначения:

$$\kappa_1 = \frac{\Omega_H + \beta \frac{k_y^2}{k^2}}{\Omega_H \left(\Omega_H + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (50)$$

$$\kappa_2 = \frac{\Omega_H + \beta \frac{k_x^2}{k^2}}{\Omega_H \left(\Omega_H + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (51)$$

$$\nu_1 = \frac{i\Omega - \beta \frac{k_x k_y}{k^2}}{\Omega_H \left(\Omega_H + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (52)$$

$$\nu_2 = \frac{i\Omega + \beta \frac{k_x k_y}{k^2}}{\Omega_H \left(\Omega_H + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}. \quad (53)$$

При этом уравнения (48)-(49) после умножения на 4π принимают вид:

$$4\pi m_x = \kappa_1 h_x + \nu_1 h_y; \quad (54)$$

$$4\pi m_y = -\nu_2 h_x + \kappa_2 h_y, \quad (55)$$

то есть искомый тензор восприимчивости имеет вид:

$$\chi = \frac{1}{4\pi} \begin{pmatrix} \kappa_1 & \nu_1 & 0 \\ -\nu_2 & \kappa_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (56)$$

Из структуры выражений (50)-(53) можно видеть, что в отсутствие размагничивания, то есть при $\beta = 0$ тензор (56) с точностью до обозначений принимает классический вид [37-стр.44, форм.(2.53)], а его компоненты (50)-(53) переходят в классические выражения (2.76), (2.77) в [37-стр.46].

Итак – получены компоненты намагниченности (54), (55), выраженные через компоненты действующего эффективного поля (29) в случае распространения дипольных магнитостатических волн в безграничной среде.

Перейдем теперь к выводу уравнения Уокера для потенциала этого поля.

9. Уравнение Уокера с учетом размагничивания

Как и в классике, будем исходить из уравнений магнитостатики:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = 0; \quad (57)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (58)$$

где:

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{M}. \quad (59)$$

Из уравнения (57) следует возможность введения потенциала переменного поля ψ такого, что:

$$\vec{h} = \operatorname{grad} \psi = \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial z} \right\}, \quad (60)$$

то есть:

$$h_x = \frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad (61)$$

$$h_y = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad (62)$$

$$h_z = \frac{\partial \psi}{\partial z}. \quad (63)$$

При этом уравнение (58) принимает вид:

$$\operatorname{div} (\operatorname{grad} \psi + 4\pi \vec{m}) = 0, \quad (64)$$

или:

$$\Delta \psi + 4\pi \operatorname{div} \vec{m} = 0. \quad (65)$$

Здесь:

$$\Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}; \quad (66)$$

$$\operatorname{div}\vec{m} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z}. \quad (67)$$

Дифференцируя (54) и (55), получаем:

$$4\pi \frac{\partial m_x}{\partial x} = \kappa_1 \frac{\partial h_x}{\partial x} + \nu_1 \frac{\partial h_y}{\partial x}; \quad (68)$$

$$4\pi \frac{\partial m_y}{\partial y} = -\nu_2 \frac{\partial h_x}{\partial y} + \kappa_2 \frac{\partial h_y}{\partial y}. \quad (69)$$

Подставляя (68)-(69) в (65) и приводя подобные члены, получаем:

$$(1 + \kappa_1) \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + (1 + \kappa_2) \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + (\nu_1 - \nu_2) \frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0. \quad (70)$$

Это – уравнение Уокера для магнитостатических волн с учетом размагничивания. Для сокращения дальнейшей записи введем обозначения:

$$\mu_1 = 1 + \kappa_1; \quad (71)$$

$$\mu_2 = 1 + \kappa_2; \quad (72)$$

$$\nu = \nu_1 - \nu_2. \quad (73)$$

С этими обозначениями уравнение (70) принимает вид:

$$\mu_1 \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \mu_2 \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0, \quad (74)$$

где в соответствии с (50)-(53):

$$\mu_1 = 1 + \frac{\Omega_H + \beta \frac{k_y^2}{k^2}}{\Omega_H \left(\Omega_H + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (75)$$

$$\mu_2 = 1 + \frac{\Omega_H + \beta \frac{k_x^2}{k^2}}{\Omega_H \left(\Omega_H + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (76)$$

$$\nu = \frac{-2\beta \frac{k_x k_y}{k^2}}{\Omega_H \left(\Omega_H + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}. \quad (77)$$

Главное отличие полученного уравнения Уокера (74) от классического [37-стр.50, форм.(2.115)] состоит в различии между собой параметров μ_1 и μ_2 , а также в появлении смешанной производной с параметром ν .

10. Решение уравнения Уокера

Уравнение Уокера имеет вид (74). Решим его методом разделения переменных. Полагаем решение в виде:

$$\psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z). \quad (78)$$

Подставим (78) в уравнение (74) и разделим на $X Y Z$:

$$\mu_1 \frac{X''}{X} + \mu_2 \frac{Y''}{Y} + \nu \frac{X'Y'}{XY} + \frac{Z''}{Z} = 0. \quad (79)$$

Отделим часть, зависящую только от Z и введем постоянную разделения λ^2 :

$$\mu_1 \frac{X''}{X} + \mu_2 \frac{Y''}{Y} + \nu \frac{X'Y'}{XY} = -\frac{Z''}{Z} = \lambda^2. \quad (80)$$

Получаем уравнение для Z :

$$Z'' + \lambda^2 Z = 0. \quad (81)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$Z = G e^{i\lambda z} + H e^{-i\lambda z}. \quad (82)$$

Из (80) выделим уравнение для X и Y :

$$\mu_1 \frac{X''}{X} + \mu_2 \frac{Y''}{Y} + \nu \frac{X'Y'}{XY} - \lambda^2 = 0. \quad (83)$$

Можно видеть, что вследствие наличия смешанной производной, обычная схема метода разделения переменных, используемая при решении классической задачи Дэймона-Эшбаха [37-стр.56-57], здесь не проходит (так как уравнение (83) содержит две переменных и разнести их в отдельности по разные стороны от знака равенства не представляется возможным), поэтому воспользуемся приемом, специально предназначенным для решения уравнений подобного типа со смешанной производной, подробно описанным в [40-гл.4, разд.4.1.6]. Заведомо предполагаем, что Y имеет вид:

$$Y = e^{-i\xi y}. \quad (84)$$

При $\xi > 0$ это решение соответствует волне, распространяющейся в положительном направлении оси Oy . Волну, распространяющуюся в отрицательном направлении (то есть с другим знаком в показателе экспоненты) надо рассматривать отдельно (решение будет похожим, но знаки будут другие, так что этот вопрос во всей его полноте оставляем до отдельной работы).

Подставляя (84) в (83) и умножая на XY , получаем уравнение для X :

$$\mu_1 X'' - i\nu \xi X' - (\lambda^2 + \mu_2 \xi^2) X = 0. \quad (85)$$

Будем искать решение в виде:

$$X = e^{\eta x}. \quad (86)$$

Подставляя (86) в (85), разделяя на X и приводя подобные члены, получаем уравнение для η :

$$\mu_1 \eta^2 - i\nu \xi \eta - (\lambda^2 + \mu_2 \xi^2) = 0. \quad (87)$$

Это уравнение относительно η – квадратное, его решение имеет вид:

$$\eta^{(1,2)} = \frac{i\nu \xi \pm \sqrt{-\nu^2 \xi^2 + 4\mu_1(\lambda^2 + \mu_2 \xi^2)}}{2\mu_1}. \quad (88)$$

Представим его в виде:

$$\eta^{(1,2)} = \eta_1 \pm \eta_2, \quad (89)$$

где:

$$\eta_1 = i \frac{v \xi}{2 \mu_1}; \quad (90)$$

$$\eta_2 = \frac{\sqrt{4 \mu_1 \lambda^2 + (4 \mu_1 \mu_2 - v^2) \xi^2}}{2 \mu_1}. \quad (91)$$

Заменяем постоянные разделения λ и ξ обозначениями волновых чисел:

$$\lambda \rightarrow k_z; \quad (92)$$

$$\xi \rightarrow k_y, \quad (93)$$

где полагаем $k_z \geq 0$, $k_y \geq 0$.

При этих обозначениях (90) и (91) принимают вид:

$$\eta_1 = i \frac{v k_y}{2 \mu_1}; \quad (94)$$

$$\eta_2 = \frac{\sqrt{4 \mu_1 k_z^2 + (4 \mu_1 \mu_2 - v^2) k_y^2}}{2 \mu_1}. \quad (95)$$

Таким образом, решение для X принимает вид:

$$X = A e^{(\eta_1 + \eta_2)x} + B e^{(\eta_1 - \eta_2)x}, \quad (96)$$

то есть вдоль оси Ox возможны два волновых числа $\eta_1 + \eta_2$ и $\eta_1 - \eta_2$.

Введем обозначения:

$$k_x^{(+)} = \eta_1 + \eta_2; \quad (97)$$

$$k_x^{(-)} = \eta_1 - \eta_2. \quad (98)$$

С этими обозначениями решение (96) принимает вид:

$$X = A e^{k_x^{(+)}x} + B e^{k_x^{(-)}x}. \quad (99)$$

При этом, согласно (97) и (98), получаем:

$$\eta_1 = \frac{1}{2} (k_x^{(+)} + k_x^{(-)}); \quad (100)$$

$$\eta_2 = \frac{1}{2} (k_x^{(+)} - k_x^{(-)}); \quad (101)$$

Таким образом, с учетом (99), (84) и (82), полное решение уравнения Уокера (74) принимает вид:

$$\psi = X Y Z, \quad (102)$$

где:

$$X = A e^{k_x^{(+)} x} + B e^{k_x^{(-)} x}. \quad (103)$$

$$Y = e^{-i k_y y}; \quad (104)$$

$$Z = G e^{i k_z z} + H e^{-i k_z z}, \quad (105)$$

причем $k_z \geq 0$, $k_y \geq 0$, а $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$ определяются соотношениями (97) и (98) через (94) и (95).

Для дальнейшего рассмотрения ограничимся распространением волны вдоль оси Oy , то есть положим $k_z = 0$. При этом (94) и (95) принимают вид:

$$\eta_1 = i \frac{v}{2 \mu_1} k_y; \quad (106)$$

$$\eta_2 = \frac{\sqrt{4 \mu_1 \mu_2 - v^2}}{2 \mu_1} k_y. \quad (107)$$

то есть, согласно (97)-(98) получаем:

$$k_x^{(+)} = \left(i \frac{v}{2 \mu_1} + \frac{\sqrt{4 \mu_1 \mu_2 - v^2}}{2 \mu_1} \right) k_y; \quad (108)$$

$$k_x^{(-)} = \left(i \frac{v}{2 \mu_1} - \frac{\sqrt{4 \mu_1 \mu_2 - v^2}}{2 \mu_1} \right) k_y. \quad (109)$$

Здесь параметры μ_1, μ_2, ν имеют вид (75)-(77).

Так как $k_z = 0$, то имеем:

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2. \quad (110)$$

В выражениях (75)-(77) поменяем местами слагаемые в знаменателях и соответственно изменим знаки перед дробями. В результате таких преобразований эти выражения принимают вид:

$$\mu_1 = 1 - \frac{\Omega_H + \beta \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega^2 - \Omega_H (\Omega_H + \beta)}; \quad (111)$$

$$\mu_2 = \frac{\Omega_0^2 - \Omega_H - \beta \frac{k_x^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}; \quad (112)$$

$$\nu = \frac{2\beta \frac{k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega^2 - \Omega_H (\Omega_H + \beta)}. \quad (113)$$

Введем обозначение:

$$\Omega_0^2 = \Omega^2 - \Omega_H (\Omega_H + \beta). \quad (114)$$

Выполняя сложение и используя введенное обозначение, получаем:

$$\mu_1 = \frac{\Omega_0^2 - \Omega_H - \beta \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}; \quad (115)$$

$$\mu_2 = \frac{\Omega_0^2 - \Omega_H - \beta \frac{k_x^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}; \quad (116)$$

$$\nu = \frac{2\beta \frac{k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}. \quad (117)$$

Можно видеть, что во все эти параметры входит волновое число k_x , которое, согласно (97) и (98) имеет два вида, обозначенные индексами (+) и (-). То есть и (115)-(117) должны иметь два вида, соответствующие этим индексам. То есть вместо (115)-(117) получаем:

$$\mu_1^{(+)} = \frac{\Omega_0^2 - \Omega_H - \beta \frac{k_y^2}{(k_x^{(+)})^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}; \quad (118)$$

$$\mu_2^{(+)} = \frac{\Omega_0^2 - \Omega_H - \beta \frac{k_x^2}{(k_x^{(+)})^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}; \quad (119)$$

$$\nu^{(+)} = \frac{2\beta \frac{k_x^{(+)} k_y}{(k_x^{(+)})^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}, \quad (120)$$

а также:

$$\mu_1^{(-)} = \frac{\Omega_0^2 - \Omega_H - \beta \frac{k_y^2}{(k_x^{(-)})^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}; \quad (121)$$

$$\mu_2^{(-)} = \frac{\Omega_0^2 - \Omega_H - \beta \frac{k_x^2}{(k_x^{(-)})^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}; \quad (122)$$

$$v^{(-)} = \frac{2\beta \frac{k_x^{(-)}k_y}{(k_x^{(-)})^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}. \quad (123)$$

Соответственно выражения (108) и (109) принимают вид:

$$k_x^{(+)} = \left(i \frac{v^{(+)}}{2\mu_1^{(+)}} + \frac{\sqrt{4\mu_1^{(+)}\mu_2^{(+)} - (v^{(+)})^2}}{2\mu_1^{(+)}} \right) k_y; \quad (124)$$

$$k_x^{(-)} = \left(i \frac{v^{(-)}}{2\mu_1^{(-)}} - \frac{\sqrt{4\mu_1^{(-)}\mu_2^{(-)} - (v^{(-)})^2}}{2\mu_1^{(-)}} \right) k_y$$

$$k_x^{(-)} = \left(i \frac{v^{(-)}}{2\mu_1^{(-)}} - \frac{\sqrt{4\mu_1^{(-)}\mu_2^{(-)} - (v^{(-)})^2}}{2\mu_1^{(-)}} \right) k_y. \quad (125)$$

где $\mu_{1,2}^{(\pm)}$ и $v^{(\pm)}$ определяются формулами (117)-(123).

Таким образом, выражения (124) и (125) можно рассматривать как уравнения для определения $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$. Рассмотрим их по отдельности.

Обратимся сначала к уравнению для $k_x^{(+)}$ вида (124). Раскроем скобки, умножим обе части на $2\mu_1^{(+)}/k_y$ и перенесем первое слагаемое в левую часть.

Для упрощения формы записи индекс (+) пока опустим. В результате получаем:

$$\frac{2\mu_1 k_x}{k_y} - i v = \sqrt{4\mu_1\mu_2 - v^2} \quad (126)$$

Возведем обе части в квадрат, раскроем скобки, умножим обе части на k_y^2 и разделим на $4\mu_1$. В результате получим уравнение для k_x вида:

$$\mu_1 k_x^2 - i v k_x k_y - \mu_2 k_y^2 = 0. \quad (127)$$

Здесь параметры μ_1 , μ_2 , ν определяются формулами (118)-(120), содержащими $k_x^{(+)}$. Подставляя эти формулы, умножая на Ω_0^2 и приводя подобные члены, получаем уравнение:

$$(\Omega_0^2 - \Omega_H)k_x^4 - i2\beta k_y^2 k_x^2 - (\Omega_0^2 - \Omega_H)k_y^4 = 0. \quad (128)$$

Это уравнение является биквадратным относительно k_x . Решая его относительно квадрата k_x , получаем:

$$(k_x^{(+)})^2 = \frac{i\beta \pm \sqrt{(\Omega_0^2 - \Omega_H)^2 - \beta^2}}{\Omega_0^2 - \Omega_H} k_y^2. \quad (129)$$

Переход к классической задаче Дэймона-Эшбаха соответствует $\beta \rightarrow 0$. При этом должно выполняться соотношение:

$$k_x^{(+)} = \pm k_y, \quad (130)$$

следующее из формулы (2.222) в [37-стр.60, при $k_z = 0$] с учетом того, что там

$X \rightarrow e^{ik_x x}$ (формула (2.224)), а здесь $X \rightarrow e^{k_x^{(+)} x}$ (формула (99)), в силу чего мнимая единица в формуле (2.222) здесь переходит в действительную единицу.

Из формулы (130) видно, что для перехода к задаче Дэймона-Эшбаха (то есть при $\beta \rightarrow 0$) должно быть:

$$(k_x^{(+)})^2 \rightarrow k_y^2, \quad (131)$$

откуда видно, что перед корнем в выражении (129) должен быть знак плюс.

Таким образом, выражение (129) принимает вид:

$$(k_x^{(+)})^2 = \frac{i\beta + \sqrt{(\Omega_0^2 - \Omega_H)^2 - \beta^2}}{\Omega_0^2 - \Omega_H} \cdot k_y^2, \quad (132)$$

откуда находим $k_x^{(+)}$

$$k_x^{(+)} = \pm \sqrt{\frac{i\beta + \sqrt{(\Omega_0^2 - \Omega_H)^2 - \beta^2}}{\Omega_0^2 - \Omega_H}} \cdot k_y, \quad (133)$$

Рассмотрим теперь уравнение для $k_x^{(-)}$ вида (125). Подобно предыдущему случаю, раскроем скобки, умножим обе части на $2\mu_1^{(-)}/k_y$ и перенесем первое слагаемое в левую часть. Для упрощения формы записи индекс (-) также опустим. В результате получаем:

$$\frac{2\mu_1 k_x}{k_y} - i\nu = -\sqrt{4\mu_1\mu_2 - \nu^2}. \quad (134)$$

Возведем обе части в квадрат, раскроем скобки, умножим обе части на k_y^2 и разделим на $4\mu_1$. В результате получим уравнение для k_x вида:

$$\mu_1 k_x^2 - i\nu k_x k_y - \mu_2 k_y^2 = 0. \quad (135)$$

Это уравнение по форме полностью совпадает с аналогичным уравнением (127), полученным для $k_x^{(+)}$. При этом параметры μ_1 , μ_2 , ν определяются формулами (121)-(123), содержащими $k_x^{(-)}$. Подставляя эти формулы, умножая на Ω_0^2 и приводя подобные члены, получаем уравнение:

$$(\Omega_0^2 - \Omega_H)k_x^4 - i2\beta k_y^2 k_x^2 - (\Omega_0^2 - \Omega_H)k_y^4 = 0. \quad (136)$$

Это уравнение по форме также полностью совпадает с уравнением (128), однако здесь под k_x подразумевается $k_x^{(-)}$. Решая это уравнение относительно квадрата k_x и учитывая, что при $\beta \rightarrow 0$ знак перед получающимся корнем должен быть положительным, подобно (133), получаем:

$$k_x^{(-)} = \pm \sqrt{\frac{i\beta + \sqrt{(\Omega_0^2 - \Omega_H)^2 - \beta^2}}{\Omega_0^2 - \Omega_H}} k_y, \quad (137)$$

Поскольку выражения (133) и (137) не отличаются ничем, кроме знака перед внешним корнем, то естественно полагать, что один из этих знаков соответствует $k_x^{(+)}$, а другой соответствует $k_x^{(-)}$. Поскольку относительно уравнений (127) и (135) оба знака эквивалентны, то это означает, что их можно распределить произвольно. Исходя из соответствия между знаками и индексами, выберем следующие знаки:

$$k_x^{(+)} = + \sqrt{\frac{i\beta + \sqrt{(\Omega_0^2 - \Omega_H)^2 - \beta^2}}{\Omega_0^2 - \Omega_H}} k_y; \quad (138)$$

$$k_x^{(-)} = - \sqrt{\frac{i\beta + \sqrt{(\Omega_0^2 - \Omega_H)^2 - \beta^2}}{\Omega_0^2 - \Omega_H}} k_y. \quad (139)$$

При этом, исходя из (100) и (101), получаем:

$$\eta_1 = 0; \quad (140)$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{i\beta + \sqrt{(\Omega_0^2 - \Omega_H)^2 - \beta^2}}{\Omega_0^2 - \Omega_H}} k_y. \quad (141)$$

Можно видеть, что при $\beta \rightarrow 0$ параметр η_1 остается равным нулю, а параметр η_2 становится равным k_y , то есть выполняется равенство $k_x = k_y$, как и в классической задаче Дэймона-Эшбаха при $k_z = 0$ [37-стр.60, формула (2.222)].

В выражениях (138) и (139) под корнем выделим действительную и мнимую части:

$$k_x^{(+)} = + \sqrt{\frac{\sqrt{(\Omega_0^2 - \Omega_H)^2 - \beta^2}}{\Omega_0^2 - \Omega_H} - i \frac{\beta}{\Omega_0^2 - \Omega_H}} k_y; \quad (142)$$

$$k_x^{(-)} = -\sqrt{\frac{\sqrt{(\Omega_0^2 - \Omega_H)^2 - \beta^2}}{\Omega_0^2 - \Omega_H} - i \frac{\beta}{\Omega_0^2 - \Omega_H}} k_y; \quad (143)$$

Введем обозначения:

$$a = \frac{\sqrt{(\Omega_0^2 - \Omega_H)^2 - \beta^2}}{\Omega_0^2 - \Omega_H}; \quad (144)$$

$$b = \frac{\beta}{\Omega_0^2 - \Omega_H}. \quad (145)$$

С этими обозначениями (142) и (143) принимают вид:

$$k_x^{(+)} = +\sqrt{a - ib} k_y; \quad (146)$$

$$k_x^{(-)} = -\sqrt{a - ib} k_y; \quad (147)$$

Для вычисления квадратного корня воспользуемся формулой [42-стр.19, форм.58.2]:

$$\sqrt{a - ib} = \pm \left(\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}} - i \sqrt{\frac{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}} \right). \quad (148)$$

Пользуясь этой формулой и оставляя знак плюс, получаем:

$$\sqrt{a - ib} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\Omega_0^2 - \Omega_H} \right)^2}} - i \sqrt{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\Omega_0^2 - \Omega_H} \right)^2}} \right\} \quad (149)$$

Введем обозначения:

$$k_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\Omega_0^2 - \Omega_H} \right)^2}} \cdot k_y; \quad (150)$$

$$k_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\Omega_0^2 - \Omega_H} \right)^2}} \cdot k_y. \quad (151)$$

С этими обозначениями (146)-(147) принимают вид:

$$k_x^{(+)} = k_d - i k_m; \quad (152)$$

$$k_x^{(-)} = -k_d + i k_m. \quad (153)$$

11. Критическая частота волны

В предыдущем разделе показано, что волновые числа $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$ можно представить в виде суммы действительной и мнимой частей k_d и k_m , каждая из которых является действительной. При этом, согласно (150), (151), выражения для k_d и k_m содержат два корня, внутренний и внешний, подкоренные выражения для которых должны быть положительными. Из структуры выражений для k_d и k_m можно видеть, что главным требованием здесь является положительность подкоренного выражения внутреннего корня, так как оно при $\beta \neq 0$ заведомо меньше единицы, так что подкоренное выражение внешнего корня всегда остается положительным.

Исходя из положительности подкоренного выражения внутреннего корня, найдем условия на частоту, при которых величины k_d и k_m являются действительными. С целью общности рассмотрим полный интервал изменения параметра размагничивания β от нуля до единицы, то есть на данном этапе принимать во внимание нормирующий коэффициент α_p не будем.

Итак, из требования положительности подкоренного выражения внутреннего корня в (150), (151), получаем:

$$1 - \left(\frac{\beta}{\Omega_0^2 - \Omega_H} \right)^2 \geq 0, \quad (154)$$

где, согласно (114):

$$\Omega_0^2 = \Omega^2 - \Omega_H (\Omega_H + \beta). \quad (155)$$

Из структуры выражения (154) с учетом (155) можно видеть, что увеличение частоты Ω может привести только к усилению неравенства, то есть имеется наименьшее критическое значение частоты $\Omega_{\tilde{n}}$, начиная с которого это неравенство выполняется, то есть k_d и k_m становятся действительными. Так, полагая левую часть выражения (154) равной нулю и подставляя (155), получаем:

$$\left(\frac{\beta}{\Omega^2 - \Omega_H (\Omega_H + \beta) - \Omega_H} \right)^2 = 1. \quad (156)$$

Извлечение корня из обеих частей дает два возможных варианта, отличающихся знаком. Рассмотрим эти варианты по отдельности.

Вариант №1:

$$\frac{\beta}{\Omega^2 - \Omega_H (\Omega_H + \beta) - \Omega_H} = 1. \quad (157)$$

Разрешая это уравнение относительно частоты, находим:

$$\Omega_c^{(1)} = \sqrt{(\Omega_H + 1)(\Omega_H + \beta)}. \quad (158)$$

Вариант №2:

$$\frac{\beta}{\Omega^2 - \Omega_H (\Omega_H + \beta) - \Omega_H} = -1. \quad (159)$$

Разрешая это уравнение относительно частоты, находим:

$$\Omega_c^{(2)} = \sqrt{(\Omega_H + 1)\Omega_H + (\Omega_H - 1)\beta}. \quad (160)$$

Обратимся к рис.4, где приведены зависимости критических частот $\Omega_c^{(1)}$ (кривая 1) и $\Omega_c^{(2)}$ (кривая 2) от параметра размагничивания β .

В соответствии с неравенством (154) область действительных значений k_d и k_m лежит выше сплошной кривой 1, построенной по формуле (158). Кривая 2, показанная пунктиром, лежит целиком в области мнимых значений

k_d и k_m , так что физического смысла не имеет (по крайней мере, в рамках решаемой в данный момент задачи). Таким образом, если задано значение параметра размагничивания β , то поверхностные магнитостатические волны существуют только в области частот, лежащих выше сплошной кривой 1 на рис.4.

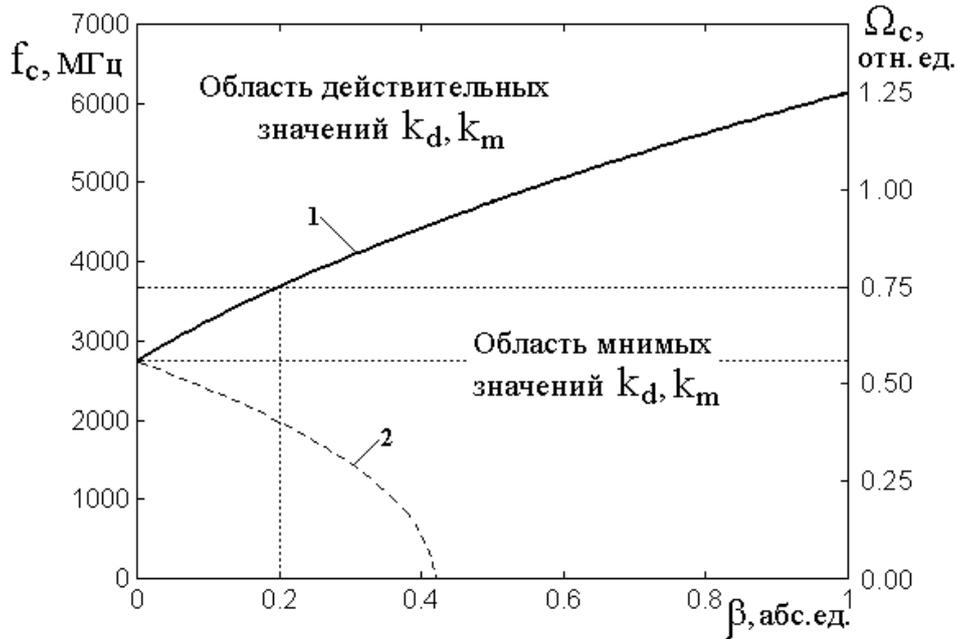


Рис.4. Зависимость критической частоты волны от параметра размагничивания.

Кривая 1 построена по формуле (158), кривая 2 – по формуле (160).

Горизонтальные точечные линии соответствуют частотным границам существования поверхностной волны Дэймона-Эшбаха (2739 и 3675 МГц).

Параметр поля: $\Omega_H = 0,25$.

Если параметр размагничивания равен нулю, то низшая допустимая частота f_c равна 2739 МГц или $\Omega_c = 0,559$, что соответствует нижней границе спектра ПМСВ в классической задаче Дэймона-Эшбаха [37-стр.61, форм.(2.232)]:

$$f_c = \gamma_f \sqrt{H(H + 4\pi M_0)}, \quad (161)$$

или:

$$\Omega_c = \sqrt{\Omega_H(\Omega_H + 1)}, \quad (162)$$

где: $\gamma_f = 2,8 \text{ МГц Э}^{-1}$.

Если параметр размагничивания равен 0,2, то низшая допустимая частота f_c равна 3675 МГц или $\Omega_c = 0,750$, что соответствует верхней границе спектра ПМСВ в классической задаче Дэймона-Эшбаха для пленки со свободной поверхностью [37-стр.91, форм.(2.551)] (или для структуры феррит-диэлектрик-металл при бесконечно большой величине зазора между ферритом и металлом [37-стр.120, рис.3.1, кривая 8]):

$$f_c = \gamma_f (H + 2\pi M_0), \quad (163)$$

или:

$$\Omega_c = \Omega_H + 1/2. \quad (164)$$

Если параметр размагничивания равен единице, то низшая допустимая частота f_c равна 6125 МГц или $\Omega_c = 1,250$, что соответствует верхней границе спектра ПМСВ в классической задаче для структуры феррит-металл (или феррит-диэлектрик-металл при отсутствии зазора между ферритом и металлом) [37-стр.120, рис.3.1, кривая 1]:

$$f_c = \gamma_f (H + 4\pi M_0), \quad (165)$$

или:

$$\Omega_c = \Omega_H + 1. \quad (166)$$

Для удобства численных оценок, характерные значения параметра размагничивания и соответствующие критические частоты приведены в таблице.

β	Ω_c	f_c (МГц)
0	0,5590	2739
0,2	0,7500	3675
0,4	0,9014	4417
0,6	1,0308	5051
0,8	1,1456	5614
1,0	1,2500	6125

Важным моментом является тот факт, что по мере роста параметра размагничивания низшая частота спектра ПМСВ повышается довольно значительным образом. При этом уже при $\beta = 0,2$ низшая частота спектра ПМСВ при учете размагничивания достигает верхней частоты того же спектра без учета размагничивания, а при $\beta = 1$ эта же частота достигает верхней границы спектра ПМСВ в структуре феррит-металл без учета размагничивания. То есть во всем возможном интервале существования ПМСВ в структуре феррит-диэлектрик-металл влияние размагничивания сказывается решающим образом.

Отметим однако, что проведенное рассмотрение выполнено без учета нормировки параметра размагничивания α_p , величина которого, как отмечено в разделе 6, в линейном режиме не должна заметно превышать величины 0,1, то есть значительная часть кривой 1 на рис.4 (по крайней мере правее вертикальной точечной кривой, соответствующей $\beta = 0,2$) лежит в области нелинейных колебаний. Здесь эта область рассмотрена для полноты картины изменения параметра β , однако прецессия намагниченности в этой области может принимать существенно нелинейный характер [35, 36], что необходимо учитывать при более подробном рассмотрении, выходящем за рамки настоящей работы.

12. Полная формулировка задачи о распространении поверхностной волны

Обратимся теперь к решению полной задачи о распространении поверхностной волны типа Дэймона-Эшбаха в геометрии, представленной на рис.1, то есть плоскость пластины параллельна координатной плоскости Oyz , постоянное поле приложено в плоскости пластины вдоль оси Oz , а волна распространяется вдоль оси Oy . Рассмотрим сначала граничные условия на поверхностях пластины – непрерывность нормальной компоненты индукции \vec{B} и тангенциальной компоненты поля \vec{H} :

$$B_x^i \Big|_{x=\pm \frac{d}{2}} = B_x^e \Big|_{x=\pm \frac{d}{2}}, \quad (167)$$

$$H_{y,z}^i \Big|_{x=\pm \frac{d}{2}} = H_{y,z}^e \Big|_{x=\pm \frac{d}{2}}, \quad (168)$$

где верхний индекс «*i*» относится к области пространства внутри пластины, то есть 2 на рис.1, а индекс «*e*» к области пространства вне пластины, то есть 1 и 3 на рис.1. В этих выражениях индукция \vec{B} определяется формулой (59), в которой компоненты поля \vec{h} и намагниченности \vec{m} внутри пластины определяются через потенциал ψ^i по формулам (61)-(62) и (54)-(55), а компоненты поля вне пластины – через потенциал ψ^e по тем же формулам (61)-(62).

В результате получаем:

$$B_x^i = h_x^i + 4\pi m_x = \mu_1 \frac{\partial \psi^i}{\partial x} + \nu_1 \frac{\partial \psi^i}{\partial y}. \quad (169)$$

$$B_x^e = h_x^e = \frac{\partial \psi^e}{\partial x}; \quad (170)$$

$$H_y^i = h_y^i = \frac{\partial \psi^i}{\partial x}; \quad (171)$$

$$H_y^e = h_y^e = \frac{\partial \psi^e}{\partial x}; \quad (172)$$

$$H_z^i = h_z^i = \frac{\partial \psi^i}{\partial z}; \quad (173)$$

$$H_z^e = h_z^e = \frac{\partial \psi^e}{\partial z}. \quad (174)$$

Граничные условия принимают вид (всего 4 граничных условия):

$$\mu_1 \frac{\partial \psi^i}{\partial x} + \nu_1 \frac{\partial \psi^i}{\partial y} \Big|_{x=\pm \frac{d}{2}} = \frac{\partial \psi^e}{\partial x} \Big|_{x=\pm \frac{d}{2}}; \quad (175)$$

$$\psi^i \Big|_{x=\pm \frac{d}{2}} = \psi^e \Big|_{x=\pm \frac{d}{2}}. \quad (176)$$

Замечание. Вторая пара граничных условий получена из равенства производных, то есть выполняется с точностью до произвольной постоянной, прибавляемой к потенциалу (что является результатом интегрирования). В работе Дэймона-Эшбаха [20], а также далее в [35, 37, 38] эта постоянная полагается равной нулю, так как все поля вычисляются через производные от потенциала, а производная от постоянной величины равняется нулю.

Таким образом, получаем формулировку полной задачи в виде:

Уравнения:

область 1 – вне феррита (уравнение Пуассона):

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} = 0. \quad (177)$$

область 2 – внутри феррита (уравнение Уокера):

$$\mu_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \mu_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0. \quad (178)$$

область 3 – вне феррита (уравнение Пуассона):

$$\frac{\partial^2 \psi_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial z^2} = 0. \quad (179)$$

Граничные условия на нижней $\left(x = -\frac{d}{2}\right)$ и верхней $\left(x = \frac{d}{2}\right)$ поверхностях:

$$\mu_1 \frac{\partial \psi_2}{\partial x} + \nu_1 \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \Big|_{x=-\frac{d}{2}} = \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \Big|_{x=-\frac{d}{2}}; \quad (180)$$

$$\mu_1 \frac{\partial \psi_2}{\partial x} + \nu_1 \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \Big|_{x=\frac{d}{2}} = \frac{\partial \psi_3}{\partial x} \Big|_{x=\frac{d}{2}}; \quad (181)$$

$$\psi_2 \Big|_{x=-\frac{d}{2}} = \psi_1 \Big|_{x=-\frac{d}{2}}; \quad (182)$$

$$\psi_2 \Big|_{x=\frac{d}{2}} = \psi_3 \Big|_{x=\frac{d}{2}}. \quad (183)$$

13. Решение в трех областях

Решения во внешних относительно пластины областях 1 и 3 полностью аналогичны таковым в классической задаче Дэймона-Эшбаха, поэтому не будем проводить их здесь, а возьмем готовыми, например из [37-стр.55-61].

Рассмотрение области 2 внутри пластины сводится к решению уравнения Уокера и приведено в разделе 10, поэтому воспользуемся полученными там выражениями, отмечая их индексом «2» (по номеру области).

Таким образом, решения уравнений во всех трех областях имеют вид:

область 1:

$$X_1 = A_1 e^{\chi_1 x} + B_1 e^{-\chi_1 x}; \quad (184)$$

$$Y_1 = C_1 e^{i\sqrt{\chi_1^2 - \lambda_1^2} y} + D_1 e^{-i\sqrt{\chi_1^2 - \lambda_1^2} y}; \quad (185)$$

$$Z_1 = G_1 e^{i\lambda_1 z} + H_1 e^{-i\lambda_1 z}; \quad (186)$$

область 2:

$$X_2 = A_2 e^{(\eta_1 + \eta_2)x} + B_2 e^{(\eta_1 - \eta_2)x}; \quad (187)$$

$$Y_2 = D_2 e^{-i\xi y}; \quad (188)$$

$$Z_2 = G_2 e^{i\lambda_2 z} + H_2 e^{-i\lambda_2 z}; \quad (189)$$

область 3:

$$X_3 = A_3 e^{\chi_3 x} + B_3 e^{-\chi_3 x}; \quad (190)$$

$$Y_3 = C_3 e^{i\sqrt{\chi_3^2 - \lambda_3^2} y} + D_3 e^{-i\sqrt{\chi_3^2 - \lambda_3^2} y}; \quad (191)$$

$$Z_3 = G_3 e^{i\lambda_3 z} + H_3 e^{-i\lambda_3 z}, \quad (192)$$

где $A_{1,2,3}$, $B_{1,2,3}$, $C_{1,2,3}$, $D_{1,2,3}$, $G_{1,2,3}$, $H_{1,2,3}$ – произвольные постоянные, которые должны быть определены из граничных условий.

Рассмотрим сначала некоторые особенности задачи, позволяющие определить входящие в (184)-(192) постоянные коэффициенты не прибегая к граничным условиям.

Поскольку волна распространяется в плоскости Oyz , то зависимости всех трех решений от y и z должны совпадать. Из зависимостей по z получаем:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3. \quad (193)$$

Введем для этого параметра единое обозначение λ_0 , так что:

$$\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3. \quad (194)$$

Зависимости по y в областях 1 и 3 соответствуют двум встречным направлениям распространения волны вдоль оси Oy , тогда как в области 2 рассматривается только одно направление, поэтому положим постоянные при первых слагаемых в областях 1 и 3 равными нулю, то есть:

$$C_1 = C_3 = 0, \quad (195)$$

так что Y_1 и Y_3 принимают вид:

$$Y_1 = D_1 e^{-i\sqrt{\chi_1^2 - \lambda_1^2} y}; \quad (196)$$

$$Y_3 = D_3 e^{-i\sqrt{\chi_3^2 - \lambda_3^2} y}. \quad (197)$$

При этом из совпадения зависимостей по y во всех трех областях получаем:

$$\sqrt{\chi_1^2 - \lambda_0^2} = \xi = \sqrt{\chi_3^2 - \lambda_0^2}. \quad (198)$$

Из крайних членов этой цепочки равенств следует, что:

$$\chi_1 = \chi_3. \quad (199)$$

Введем здесь также единое обозначение χ_0 , так что:

$$\chi_0 = \chi_1 = \chi_3. \quad (200)$$

При этом два равенства (198) сводятся к одному:

$$\sqrt{\chi_0^2 - \lambda_0^2} = \xi. \quad (201)$$

Отсюда находим χ_0 :

$$\chi_0 = \sqrt{\lambda_0^2 + \xi^2}. \quad (202)$$

Будем считать, что решение в области 1 спадает до нуля при $x \rightarrow -\infty$, а в области 3 – при $x \rightarrow +\infty$. При этом, учитывая, что согласно (202) должно быть $\chi_0 > 0$, получаем, что: $B_1 = 0$ и $A_3 = 0$. Для удобства обозначений индексы у оставшихся коэффициентов опустим, то есть положим: $A_1 = A$ и $B_3 = B$.

Из условия совпадения решений по y и z следует, что постоянные коэффициенты этих решений равны, так что введем единые обозначения D, G, H :

$$D = D_1 = D_2 = D_3; \quad (203)$$

$$G = G_1 = G_2 = G_3; \quad (204)$$

$$H = H_1 = H_2 = H_3. \quad (205)$$

В результате полное решение принимает вид:

часть решения, зависящая только от x :

$$X_1 = A e^{\chi_0 x}; \quad (206)$$

$$X_2 = A_2 e^{(\eta_1 + \eta_2)x} + B_2 e^{(\eta_1 - \eta_2)x}; \quad (207)$$

$$X_3 = B e^{-\chi_0 x}; \quad (208)$$

часть решения, зависящая только от y и z , одинаковая во всех областях:

$$Y = D e^{-i \xi y}; \quad (209)$$

$$Z = G e^{i \lambda_0 z} + H e^{-i \lambda_0 z}, \quad (210)$$

причем выполняется соотношение (202).

В этом решении 7 постоянных коэффициентов, а граничных условий, по которым их предстоит определять, имеется только 4. Поэтому 3 коэффициента можно задать произвольно. Предположим, что волны распространяются только

в положительном направлении оси Oz , так что, полагая $\lambda_0 > 0$, получаем $G = 0$. Поскольку можно задать еще два коэффициента, то положим $D = 1$ и $H = 1$. При этом часть решения, зависящая только от y и z , принимает вид:

$$Y = e^{-i\xi y}; \quad (211)$$

$$Z = e^{-i\lambda_0 z}. \quad (212)$$

Таким образом, в полном решении остаются только 4 коэффициента A , A_2 , B_2 , B , для определения которых имеются 4 граничных условия (180)-(183).

Введем теперь в решение волновые числа в явном виде с помощью обозначений:

волновое число по координате x вне пластины:

$$k_x^e = \chi_0; \quad (213)$$

волновое число по координате x внутри пластины (два числа, соответствующие двум решениям уравнения Уокера):

$$k_x^{(+)} = \eta_1 + \eta_2; \quad (214)$$

$$k_x^{(-)} = \eta_1 - \eta_2; \quad (215)$$

волновое число по координате y во всем пространстве:

$$k_y = \xi; \quad (216)$$

волновое число по координате z во всем пространстве:

$$k_z = \lambda_0. \quad (217)$$

Итак, полное решение принимает вид:

часть решения, зависящая только от x :

$$X_1 = A e^{k_x^e x}; \quad (218)$$

$$X_2 = A_2 e^{k_x^{(+)} x} + B_2 e^{k_x^{(-)} x}; \quad (219)$$

$$X_3 = B e^{-k_x^e x}; \quad (220)$$

часть решения, зависящая только от y и z , одинаковая во всех областях:

$$Y = e^{-ik_y y}; \quad (221)$$

$$Z = e^{-ik_z z}, \quad (222)$$

причем выполняется соотношение, соответствующее (202):

$$(k_x^e)^2 = k_y^2 + k_z^2. \quad (223)$$

Таким образом, решение системы уравнений (177)-(180) для потенциалов в трех областях имеет вид:

$$\psi_1 = X_1 Y Z; \quad (224)$$

$$\psi_2 = X_2 Y Z; \quad (225)$$

$$\psi_3 = X_3 Y Z, \quad (226)$$

где $X_{1,2,3}$, Y и Z определяются формулами (218)-(222).

14. Вывод дисперсионного соотношения из решения и граничных условий

Для получения дисперсионного соотношения следует решение системы (177)-(179) подставить в граничные условия (180)-(183). Однако решение (218)-(222) получено для координатных компонент потенциала, а граничные условия (180)-(183) записаны для потенциалов в целом. Преобразуем граничные условия таким образом, чтобы они были выражены также через координатные компоненты потенциалов. Для этого подставим решение (224)-(226) в граничные условия (180)-(183) и разделим первые два уравнения на Z , а вторые два уравнения на YZ , в результате чего получим граничные условия для компонент потенциалов:

$$\mu_1 \frac{\partial X_2}{\partial x} Y + \nu_1 \frac{\partial Y}{\partial y} X_2 \Big|_{x=-\frac{d}{2}} = \frac{\partial X_1}{\partial x} Y \Big|_{x=-\frac{d}{2}}; \quad (227)$$

$$\mu_1 \frac{\partial X_2}{\partial x} Y + \nu_1 \frac{\partial Y}{\partial y} X_2 \Big|_{x=\frac{d}{2}} = \frac{\partial X_3}{\partial x} Y \Big|_{x=\frac{d}{2}}; \quad (228)$$

$$X_2 \Big|_{x=-\frac{d}{2}} = X_1 \Big|_{x=-\frac{d}{2}}; \quad (229)$$

$$X_2 \Big|_{x=\frac{d}{2}} = X_3 \Big|_{x=\frac{d}{2}}. \quad (230)$$

Из структуры этих условий можно видеть, что для подстановки требуются производные $\frac{\partial X_1}{\partial x}$, $\frac{\partial X_2}{\partial x}$, $\frac{\partial X_3}{\partial x}$, $\frac{\partial Y}{\partial y}$. Запишем эти производные,

исходя из (218)-(222):

$$\frac{\partial X_1}{\partial x} = k_x^e A e^{k_x^e x}; \quad (231)$$

$$\frac{\partial X_2}{\partial x} = k_x^{(+)} A_2 e^{k_x^{(+)} x} + k_x^{(-)} B_2 e^{k_x^{(-)} x}; \quad (232)$$

$$\frac{\partial X_3}{\partial x} = -k_x^e B e^{-k_x^e x}; \quad (233)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = -i k_y e^{-i k_y y}. \quad (234)$$

Подставляя значения координаты x , соответствующие граничным условиям, а также вводя обозначения:

$$\rho^{(+)} = \frac{k_x^{(+)} d}{2}; \quad (235)$$

$$\rho^{(-)} = \frac{k_x^{(-)} d}{2}; \quad (236)$$

$$\delta = \frac{k_x^e d}{2}, \quad (237)$$

получаем необходимые производные в виде:

$$\frac{\partial X_1}{\partial x} \Big|_{x=-d/2} = k_x^e A e^{-\delta}; \quad (238)$$

$$\left. \frac{\partial X_2}{\partial x} \right|_{x=-d/2} = k_x^{(+)} A_2 e^{-\rho^{(+)}} + k_x^{(-)} B_2 e^{-\rho^{(-)}}; \quad (239)$$

$$\left. \frac{\partial X_2}{\partial x} \right|_{x=d/2} = k_x^{(+)} A_2 e^{\rho^{(+)}} + k_x^{(-)} B_2 e^{\rho^{(-)}}; \quad (240)$$

$$\left. \frac{\partial X_3}{\partial x} \right|_{x=d/2} = -k_x^e B e^{-\delta}; \quad (241)$$

$$\left. \frac{\partial Y}{\partial y} X_2 \right|_{x=-d/2} = -ik_y (A_2 e^{-\rho^{(+)}} + B_2 e^{-\rho^{(-)}}) Y; \quad (242)$$

$$\left. \frac{\partial Y}{\partial y} X_2 \right|_{x=d/2} = -ik_y (A_2 e^{\rho^{(+)}} + B_2 e^{\rho^{(-)}}) Y. \quad (243)$$

Запишем также необходимые значения компонент потенциалов на границах:

$$X_1|_{x=-d/2} = A e^{-\delta}; \quad (244)$$

$$X_2|_{x=-d/2} = A_2 e^{-\rho^{(+)}} + B_2 e^{-\rho^{(-)}}; \quad (245)$$

$$X_2|_{x=d/2} = A_2 e^{\rho^{(+)}} + B_2 e^{\rho^{(-)}}; \quad (246)$$

$$X_3|_{x=d/2} = B e^{-\delta}. \quad (247)$$

Подставим эти выражения в граничные условия (227)-(230) и введем вспомогательные обозначения:

$$\varepsilon^{(+)} = \mu_1 k_x^{(+)} - i\nu_1 k_y; \quad (248)$$

$$\varepsilon^{(-)} = \mu_1 k_x^{(-)} - i\nu_1 k_y, \quad (249)$$

после чего приведем подобные члены и запишем полученные уравнения в порядке следования постоянных A , A_2 , B_2 , B :

$$-A k_x^e e^{-\delta} + A_2 \varepsilon^{(+)} e^{-\rho^{(-)}} + B_2 \varepsilon^{(-)} e^{-\rho^{(-)}} = 0; \quad (250)$$

$$A_2 \varepsilon^{(+)} e^{\rho^{(+)}} + B_2 \varepsilon^{(-)} e^{\rho^{(-)}} + B k_x^e e^{-\delta} = 0; \quad (251)$$

$$-A e^{-\delta} + A_2 e^{-\rho^{(+)}} + B_2 e^{-\rho^{(-)}} = 0; \quad (252)$$

$$A_2 e^{\rho^{(+)}} + B_2 e^{\rho^{(-)}} - B e^{-\delta} = 0. \quad (253)$$

Это – система 4 уравнений с 4 неизвестными A , A_2 , B_2 , B . Условием существования ненулевого решения является равенство нулю ее определителя:

$D_0 = 0$, что и дает дисперсионное соотношение. Этот определитель имеет вид:

$$D_0 = \begin{vmatrix} -k_x^e e^{-\delta} & \varepsilon^{(+)} e^{-\rho^{(+)}} & \varepsilon^{(-)} e^{-\rho^{(-)}} & 0 \\ 0 & \varepsilon^{(+)} e^{\rho^{(+)}} & \varepsilon^{(-)} e^{\rho^{(+)}} & k_x^e e^{-\delta} \\ -e^{-\delta} & e^{-\rho^{(+)}} & e^{-\rho^{(-)}} & 0 \\ 0 & e^{\rho^{(+)}} & e^{\rho^{(-)}} & -e^{-\delta} \end{vmatrix}. \quad (254)$$

Для преобразования этого определителя выполним следующие действия. Умножим первый столбец на -1 . Вынесем из первого и четвертого столбцов $e^{-\delta}$ и сократим $D_0 = 0$ на эту величину. Умножим третью строку на $-k_x^e$ и прибавим ее к первой, умножим четвертую строку на k_x^e и прибавим ко второй. Вынесем из третьей строки $-k_x^e$, из четвертой k_x^e и сократим на эти величины. Разложим получившийся определитель по четвертому столбцу, а тот, что останется – по первому столбцу. В результате получим определитель:

$$D_0 = \begin{vmatrix} (\varepsilon^{(+)} - k_x^e) e^{-\rho^{(+)}} & (\varepsilon^{(-)} - k_x^e) e^{-\rho^{(-)}} \\ (\varepsilon^{(+)} + k_x^e) e^{\rho^{(+)}} & (\varepsilon^{(-)} + k_x^e) e^{\rho^{(-)}} \end{vmatrix}. \quad (255)$$

Раскрывая это определитель и приравнявая его к нулю, получаем:

$$\begin{aligned} & (\varepsilon^{(+)} - k_x^e) e^{-\rho^{(+)}} (\varepsilon^{(-)} + k_x^e) e^{\rho^{(-)}} - \\ & - (\varepsilon^{(-)} - k_x^e) e^{-\rho^{(-)}} (\varepsilon^{(+)} + k_x^e) e^{\rho^{(+)}} = 0. \end{aligned} \quad (256)$$

Преобразовав это выражение, получаем дисперсионное соотношение в окончательном виде:

$$\frac{e^{\rho^{(+)}-\rho^{(-)}} - e^{-(\rho^{(+)}-\rho^{(-)})}}{e^{\rho^{(+)}-\rho^{(-)}} + e^{-(\rho^{(+)}-\rho^{(-)})}} = \frac{k_x^e(\varepsilon^{(-)} - \varepsilon^{(+)})}{(k_x^e)^2 - \varepsilon^{(+)}\varepsilon^{(-)}}, \quad (257)$$

где входящие в это выражение величины $\rho^{(\pm)}$ и $\varepsilon^{(\pm)}$ определяются формулами (235), (236), (248), (249).

Можно видеть, что по структуре полученное выражение (257) с точностью до обозначений совпадает с дисперсионным соотношением для классической задачи Дэймона-Эшбаха [37-стр.65, форм.(2.279)]. Контрольная проверка показывает, что при $\beta = 0$, то есть в отсутствие учета размагничивания волны, выражение (43К) с учетом перенормировки обозначений, тождественно переходит в классическое дисперсионное соотношение Дэймона-Эшбаха.

В отличие от классической задачи Дэймона-Эшбаха дисперсионное соотношение (257) имеет значительно более сложную внутреннюю структуру. Поэтому обратимся к вычислению его правой и левой частей по отдельности.

15. Левая часть дисперсионного соотношения

Рассмотрим сначала левую часть дисперсионного соотношения (257):

$$U = \frac{e^{\rho^{(+)}-\rho^{(-)}} - e^{-(\rho^{(+)}-\rho^{(-)})}}{e^{\rho^{(+)}-\rho^{(-)}} + e^{-(\rho^{(+)}-\rho^{(-)})}}. \quad (258)$$

Здесь параметры $\rho^{(+)}$ и $\rho^{(-)}$ определяются формулами (235), (236), в которых $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$ определяются формулами (152), (153), в которых действительная и мнимая части k_d и k_m определяются формулами (150), (151) с учетом (114). Пользуясь перечисленными формулами, находим показатели экспонент в выражении (258):

$$(\rho^{(+)} - \rho^{(-)}) = (k_d - ik_m)d; \quad (259)$$

$$-(\rho^{(+)} - \rho^{(-)}) = -(k_d - ik_m)d, \quad (260)$$

так что экспоненты принимают вид:

$$e^{(\rho^{(+)} - \rho^{(-)})} = e^{dk_d} \cos(dk_m) - i e^{dk_d} \sin(dk_m); \quad (261)$$

$$e^{-(\rho^{(+)} - \rho^{(-)})} = e^{-dk_d} \cos(dk_m) + i e^{-dk_d} \sin(dk_m). \quad (262)$$

Числитель дроби выражения (258) принимает вид:

$$\begin{aligned} e^{(\rho^{(+)} - \rho^{(-)})} - e^{-(\rho^{(+)} - \rho^{(-)})} &= \\ &= (e^{dk_d} - e^{-dk_d}) \cos(dk_m) - i (e^{dk_d} + e^{-dk_d}) \sin(dk_m). \end{aligned} \quad (263)$$

Знаменатель той же дроби принимает вид:

$$\begin{aligned} e^{(\rho^{(+)} - \rho^{(-)})} + e^{-(\rho^{(+)} - \rho^{(-)})} &= \\ &= (e^{dk_d} + e^{-dk_d}) \cos(dk_m) - i (e^{dk_d} - e^{-dk_d}) \sin(dk_m). \end{aligned} \quad (264)$$

Введем обозначения:

$$A = e^{dk_d} - e^{-dk_d}; \quad (265)$$

$$B = e^{dk_d} + e^{-dk_d}. \quad (266)$$

С этими обозначениями (263) и (264) записываем в виде:

$$e^{(\rho^{(+)} - \rho^{(-)})} - e^{-(\rho^{(+)} - \rho^{(-)})} = A \cos(dk_m) - i B \sin(dk_m); \quad (267)$$

$$e^{(\rho^{(+)} - \rho^{(-)})} + e^{-(\rho^{(+)} - \rho^{(-)})} = B \cos(dk_m) - i A \sin(dk_m). \quad (268)$$

Подставляя (267) и (268) в (258), освобождаясь от мнимости в знаменателе и приводя подобные члены, получаем левую часть дисперсионного соотношения:

$$\begin{aligned} U &= \frac{AB}{A^2 \sin^2(dk_m) + B^2 \cos^2(dk_m)} + \\ &+ i \frac{(A^2 - B^2) \sin(dk_m) \cos(dk_m)}{A^2 \sin^2(dk_m) + B^2 \cos^2(dk_m)}, \end{aligned} \quad (269)$$

где обе дроби являются действительными, A и B определяются формулами (264), (265), k_d и k_m – формулами (150), (151), а входящий в них параметр Ω_0^2 – формулой (114).

16. Последовательность расчета левой части

С целью удобства алгоритмизации при машинном расчете приведем последовательность шагов вычисления выражения (269).

Шаг №1.

Задание начальных параметров Ω , Ω_H , β , d , k_y .

Шаг №2.

Вычисление параметра Ω_0^2 по формуле (114).

Шаг №3.

Вычисление параметров k_d и k_m по формулам (150), (151).

Шаг №4.

Вычисление параметров A и B по формулам (265), (266).

Шаг №5.

Вычисление действительной части параметра U по формуле (269).

Шаг №6.

Вычисление мнимой части параметра U по формуле (269).

17. Правая часть дисперсионного соотношения

Рассмотрим теперь правую часть дисперсионного соотношения (257):

$$V = \frac{k_x^e (\varepsilon^{(-)} - \varepsilon^{(+)})}{(k_x^e)^2 - \varepsilon^{(+)} \varepsilon^{(-)}}. \quad (270)$$

Здесь параметры $\varepsilon^{(+)}$ и $\varepsilon^{(-)}$ определяются формулами (248), (249), а входящие в них выражения $\mu_I^{(+)}$, $\nu_I^{(+)}$, а также $\mu_I^{(-)}$, $\nu_I^{(-)}$ определяются формулами (118)-(123) и (52), (53) с учетом индексов (+) и (-):

$$\varepsilon^{(+)} = \mu_I^{(+)} k_x^{(+)} - i \nu_I^{(+)} k_y; \quad (271)$$

$$\varepsilon^{(-)} = \mu_I^{(-)} k_x^{(-)} - i \nu_I^{(-)} k_y. \quad (272)$$

Рассмотрим сначала параметр $\varepsilon^{(+)}$, для которого, в соответствии с приведенными выше ссылками, получаем:

$$\mu_1^{(+)} = \frac{\Omega_0^2 - \Omega_H - \beta \frac{k_y^2}{(k_x^{(+)})^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}; \quad (273)$$

$$\nu_1^{(+)} = \frac{-i\Omega + \beta \frac{k_x^{(+)} k_y}{(k_x^{(+)})^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}, \quad (274)$$

где использовано вспомогательное обозначение (114):

$$\Omega_0^2 = \Omega^2 - \Omega_H (\Omega_H + \beta). \quad (275)$$

Учтем также, что в соответствии с (152):

$$k_x^{(+)} = k_d - i k_m, \quad (276)$$

где k_d и k_m – действительны и определяются формулами (150), (151).

Найдем промежуточное выражение:

$$(k_x^{(+)})^2 + k_y^2 = k_p^2 - i 2 k_d k_m, \quad (277)$$

где введено вспомогательное обозначение:

$$k_p^2 = k_d^2 - k_m^2 + k_y^2. \quad (278)$$

Соответственно получаем:

$$\frac{1}{(k_x^{(+)})^2 + k_y^2} = \frac{k_p^2 + i 2 k_d k_m}{k_p^4 + 4 k_d^2 k_m^2}. \quad (279)$$

Подставляя это выражение в (273), разделяя действительную и мнимую части, а также вводя обозначения:

$$\mu_{1d}^{(+)} = \frac{(\Omega_0^2 - \Omega_H)(k_p^4 + 4 k_d^2 k_m^2) - \beta k_p^2 k_y^2}{\Omega_0^2 (k_p^4 + 4 k_d^2 k_m^2)}; \quad (280)$$

$$\mu_{1m}^{(+)} = \frac{2\beta k_d k_m k_y^2}{\Omega_0^2 (k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2)}, \quad (281)$$

приводим (273) к виду:

$$\mu_l^{(+)} = \mu_{ld}^{(+)} - i \mu_{lm}^{(+)}. \quad (282)$$

Рассмотрим теперь $v_l^{(+)}$ в соответствии с (274).

Найдем промежуточное выражение:

$$\frac{k_x^{(+)} k_y}{(k_x^{(+)})^2 + k_y^2} = \frac{k_d (k_p^2 + 2k_m^2) k_y}{k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2} + i \frac{k_m (2k_d^2 - k_p^2) k_y}{k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2}. \quad (283)$$

Введем обозначения:

$$q_d^{(+)} = \frac{k_d (k_p^2 + 2k_m^2) k_y}{k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2}; \quad (284)$$

$$q_m^{(+)} = \frac{k_m (2k_d^2 - k_p^2) k_y}{k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2}. \quad (285)$$

С этими обозначениями (283) принимает вид:

$$\frac{k_x^{(+)} k_y}{(k_x^{(+)})^2 + k_y^2} = q_d^{(+)} + i q_m^{(+)}. \quad (286)$$

Подставим (286) в (274) и разделим действительную и мнимую части:

$$v_l^{(+)} = \frac{\beta q_d^{(+)}}{\Omega_0^2} - i \frac{\Omega - \beta q_m^{(+)}}{\Omega_0^2}. \quad (287)$$

Подставим теперь (282), (287) и (276) в (271) и приведем подобные члены:

$$\varepsilon^{(+)} = p_d^{(+)} - i p_m^{(+)}, \quad (288)$$

где введены обозначения:

$$p_d^{(+)} = \left(\mu_{1d}^{(+)} k_d - \mu_{1m}^{(+)} k_m \right) + \frac{(\beta q_m^{(+)} - \Omega) k_y}{\Omega_0^2}; \quad (289)$$

$$p_m^{(+)} = \left(\mu_{1d}^{(+)} k_m + \mu_{1m}^{(+)} k_d \right) + \frac{\beta q_d^{(+)} k_y}{\Omega_0^2}. \quad (290)$$

Рассмотрим теперь выражение для $\varepsilon^{(-)}$, определяемое формулой (272):

$$\varepsilon^{(-)} = \mu_1^{(-)} k_x^{(-)} - i \nu_1^{(-)} k_y. \quad (291)$$

При этом, аналогично (273), (274), имеем:

$$\mu_1^{(-)} = \frac{\Omega_0^2 - \Omega_H - \beta \frac{k_y^2}{(k_x^{(-)})^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}; \quad (292)$$

$$\nu_1^{(-)} = \frac{-i\Omega + \beta \frac{k_x^{(-)} k_y}{(k_x^{(-)})^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}, \quad (293)$$

где для Ω_0^2 используется то же вспомогательное обозначение (275), а также, в соответствии с (153):

$$k_x^{(-)} = -k_d + i k_m, \quad (294)$$

где k_d и k_m определяются теми же выражениями (150) и (151).

Будем следовать тому же порядку вычислений, что и при получении $\varepsilon^{(+)}$.

Находим промежуточное выражение:

$$(k_x^{(-)})^2 + k_y^2 = k_p^2 - i 2 k_d k_m, \quad (295)$$

где введено вспомогательное обозначение, совпадающее с (278):

$$k_p^2 = k_d^2 - k_m^2 + k_y^2. \quad (296)$$

Соответственно, подобно (279), получаем:

$$\frac{1}{(k_x^{(-)})^2 + k_y^2} = \frac{k_p^2 + i2k_d k_m}{k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2}. \quad (297)$$

Подставляя это выражение в (292), разделяя действительную и мнимую части, а также вводя обозначения:

$$\mu_{1d}^{(-)} = \frac{(\Omega_0^2 - \Omega_H)(k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2) - \beta k_p^2 k_y^2}{\Omega_0^2 (k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2)}; \quad (298)$$

$$\mu_{1m}^{(-)} = \frac{2\beta k_d k_m k_y^2}{\Omega_0^2 (k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2)}, \quad (299)$$

приводим (292) к виду:

$$\mu_l^{(-)} = \mu_{1d}^{(-)} - i \mu_{1m}^{(-)}. \quad (300)$$

Можно видеть, что полученные здесь выражения $\mu_{1d}^{(-)}$ и $\mu_{1m}^{(-)}$, а также $\mu_l^{(-)}$ совпадают с полученными выше формулами (280), (281), (282), соответствующими выражениям $\mu_{1d}^{(+)}$, $\mu_{1m}^{(+)}$, $\mu_l^{(+)}$.

Рассмотрим теперь $v_l^{(-)}$ в соответствии с (293).

Найдем промежуточное выражение:

$$\frac{k_x^{(-)} k_y}{(k_x^{(-)})^2 + k_y^2} = -\frac{k_d (k_p^2 + 2k_m^2) k_y}{k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2} - i \frac{k_m (2k_d^2 - k_p^2) k_y}{k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2}. \quad (301)$$

Введем обозначения:

$$q_d^{(-)} = \frac{k_d (k_p^2 + 2k_m^2) k_y}{k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2}; \quad (302)$$

$$q_m^{(-)} = \frac{k_m (2k_d^2 - k_p^2) k_y}{k_p^4 + 4k_d^2 k_m^2}. \quad (303)$$

Эти обозначения также совпадают с введенными выше (284), (285).

С этими обозначениями (301) принимает вид:

$$\frac{k_x^{(-)} k_y}{(k_x^{(-)})^2 + k_y^2} = -q_d^{(-)} - i q_m^{(-)}. \quad (304)$$

Можно видеть, что это выражение отличается от (286) знаком, так как при его выводе использовалось значение $k_x^{(-)}$ (294), имеющее по сравнению с $k_x^{(+)}$ (276) противоположный знак. Подставляя (304) в (293) и разделяя действительную и мнимую части, получаем:

$$V_I^{(-)} = -\frac{\beta q_d^{(-)}}{\Omega_0^2} - i \frac{\Omega + \beta q_m^{(-)}}{\Omega_0^2}. \quad (305)$$

Подставляя теперь (300) и (305), а также (294) в (291) и приводя подобные члены, получаем:

$$\varepsilon^{(-)} = -p_d^{(-)} + i p_m^{(-)}, \quad (306)$$

где введены обозначения:

$$p_d^{(-)} = (\mu_{1d}^{(-)} k_d - \mu_{1m}^{(-)} k_m) + \frac{(\beta q_m^{(-)} + \Omega) k_y}{\Omega_0^2}; \quad (307)$$

$$p_m^{(-)} = (\mu_{1d}^{(-)} k_m + \mu_{1m}^{(-)} k_d) + \frac{\beta q_d^{(-)} k_y}{\Omega_0^2}. \quad (308)$$

Рассмотрим теперь правую часть дисперсионного соотношения в целом, имеющую вид (270):

$$V = \frac{k_x^e (\varepsilon^{(-)} - \varepsilon^{(+)})}{(k_x^e)^2 - \varepsilon^{(+)} \varepsilon^{(-)}}, \quad (309)$$

где, в соответствии с (288), (289):

$$\varepsilon^{(+)} = p_d^{(+)} - i p_m^{(+)}; \quad (310)$$

$$\varepsilon^{(-)} = -p_d^{(-)} + i p_m^{(-)}, \quad (311)$$

причем из условия предельного перехода к классической задаче Дэймона-Эшбаха [37-стр.60, форм.(2.222)], соответствующего $\beta \rightarrow 0$, подобно (130), (131), выполняется соотношение:

$$k_x^e = k_y. \quad (312)$$

Подставляя (310), (311) и (312) в (309), выполняя в числителе сложение и в знаменателе умножение, получаем:

$$V = \frac{k_y \left[-\left(p_d^{(+)} + p_d^{(-)} \right) + i \left(p_m^{(+)} + p_m^{(-)} \right) \right]}{k_y^2 + \left(p_d^{(+)} p_d^{(-)} - p_m^{(+)} p_m^{(-)} \right) - i \left(p_d^{(+)} p_m^{(-)} + p_d^{(-)} p_m^{(+)} \right)}. \quad (313)$$

Введем обозначения:

$$u_d = -k_y \left(p_d^{(+)} + p_d^{(-)} \right); \quad (314)$$

$$u_m = k_y \left(p_m^{(+)} + p_m^{(-)} \right); \quad (315)$$

$$v_d = k_y^2 + \left(p_d^{(+)} p_d^{(-)} - p_m^{(+)} p_m^{(-)} \right); \quad (316)$$

$$v_m = -\left(p_d^{(+)} p_m^{(-)} + p_d^{(-)} p_m^{(+)} \right). \quad (317)$$

Подставляя (314)-(317) в (313) и разделяя действительную и мнимую части, получаем правую часть дисперсионного соотношения в виде:

$$V = \frac{u_d v_d + u_m v_m}{v_d^2 + v_m^2} + i \frac{-u_d v_m + u_m v_d}{v_d^2 + v_m^2}, \quad (318)$$

где обе дроби являются действительными, а входящие в них параметры $u_{d,m}$ и $v_{d,m}$ определяются формулами (314)-(317).

18. Последовательность расчета правой части

С целью удобства алгоритмизации при машинном расчете приведем последовательность шагов вычисления выражения (318).

Шаг №1.

Задание начальных параметров Ω , Ω_H , β , d , k_y .

Шаг №2.

Вычисление параметра Ω_0^2 по формуле (275).

Шаг №3.

Вычисление параметров k_d и k_m по формулам (150), (151).

Шаг №4.

Вычисление параметра k_p^2 по формуле (278).

Шаг №5.

Вычисление параметров $\mu_{Id}^{(+)}$ и $\mu_{Im}^{(+)}$ по формулам (280), (281).

Шаг №6.

Вычисление параметров $q_d^{(+)}$, $q_m^{(+)}$ по формулам (284), (285).

Шаг №7.

Вычисление параметров $p_d^{(+)}$, $p_m^{(+)}$ по формулам (289), (290).

Шаг №8.

Вычисление параметров $\mu_{Id}^{(-)}$ и $\mu_{Im}^{(-)}$ по формулам (298), (299).

Шаг №9.

Вычисление параметров $q_d^{(-)}$, $q_m^{(-)}$ по формулам (302), (303).

Шаг №10.

Вычисление параметров $p_d^{(-)}$, $p_m^{(-)}$ по формулам (307), (308).

Шаг №11.

Вычисление параметров u_d , u_m , v_d , v_m по формулам (314)-(317).

Шаг №12.

Вычисление действительной части параметра V по формуле (318).

Шаг №13.

Вычисление мнимой части параметра V по формуле (318).

19. Действительная и мнимая части дисперсионного соотношения

В предыдущих разделах получены левая и правая части дисперсионного соотношения (257), обе из которых имеют комплексный характер. Теперь перейдем к рассмотрению дисперсионного соотношения в целом.

Переносим обе части соотношения (257) в левую сторону и приравнивая получающуюся сумму к нулю, выделим отдельно действительную и мнимую части полного соотношения. Левая часть дисперсионного соотношения (257), обозначенная через U , определяется формулой (258) или в развернутом виде (269). Правая часть дисперсионного соотношения (257), обозначенная через V , определяется формулой (270) или в развернутом виде (318). Таким образом, действительная и мнимая части выражения U имеют вид:

$$Re(U) = \frac{AB}{A^2 \sin^2(dk_m) + B^2 \cos^2(dk_m)}; \quad (319)$$

$$Im(U) = \frac{(A^2 - B^2) \sin(dk_m) \cos(dk_m)}{A^2 \sin^2(dk_m) + B^2 \cos^2(dk_m)}. \quad (320)$$

Действительная и мнимая части выражения V имеют вид:

$$Re(V) = \frac{u_d v_d + u_m v_m}{v_d^2 + v_m^2}; \quad (321)$$

$$Im(V) = \frac{-u_d v_m + u_m v_d}{v_d^2 + v_m^2}. \quad (322)$$

После перенесения обеих частей на левую сторону, действительная часть дисперсионного соотношения приобретает вид:

$$W_d = Re(U) - Re(V), \quad (323)$$

или:

$$W_d = \frac{AB}{A^2 \sin^2(dk_m) + B^2 \cos^2(dk_m)} - \frac{u_d v_d + u_m v_m}{v_d^2 + v_m^2}; \quad (324)$$

Соответственно мнимая часть дисперсионного соотношения принимает вид:

$$W_m = \text{Im}(U) - \text{Im}(V), \quad (325)$$

или:

$$W_m = \frac{(A^2 - B^2)\sin(dk_m)\cos(dk_m)}{A^2 \sin^2(dk_m) + B^2 \cos^2(dk_m)} - \frac{-u_d v_m + u_m v_d}{v_d^2 + v_m^2}. \quad (326)$$

Полное дисперсионное соотношение имеет вид:

$$W_d + iW_m = 0. \quad (327)$$

Равенство нулю такого комплексного выражения означает, что его действительная и мнимая части по отдельности тоже равны нулю, то есть:

$$W_d = 0; \quad (328)$$

$$W_m = 0, \quad (329)$$

или в развернутом виде:

$$\frac{AB}{A^2 \sin^2(dk_m) + B^2 \cos^2(dk_m)} - \frac{u_d v_d + u_m v_m}{v_d^2 + v_m^2} = 0; \quad (330)$$

$$\frac{(A^2 - B^2)\sin(dk_m)\cos(dk_m)}{A^2 \sin^2(dk_m) + B^2 \cos^2(dk_m)} - \frac{-u_d v_m + u_m v_d}{v_d^2 + v_m^2} = 0. \quad (331)$$

Эти выражения дают два уравнения, каждое из которых по отдельности позволяет найти зависимость частоты Ω от волнового числа k_y .

Замечание. Контрольная проверка, выполненная численным методом, показывает, что выражение (330) при $\beta \rightarrow 0$ переходит в классический закон дисперсии, соответствующий поверхностной волне Дэймона-Эшбаха [37-стр.65, форм.(2.279)]. Естественно полагать, что при $\beta \rightarrow 0$ выражение (331) должно обращаться в нуль. Однако обращение в нуль этого выражения имеет место только при значениях волнового числа меньших необходимого для учета размагничивания (меньших соответствующего перегибу гиперболического тангенса в выражении для β (20) или (21)). Если волновое число превышает эту величину, то выражение (331) приобретает хотя и малое, но все же отличное от нуля значение. Этот вопрос обсуждается в следующем разделе

(рис.5г).

Схема алгоритмизации при машинном расчете составляющих частей уравнений (330) и (331) приведена выше в разделах 16 и 18. Решение этих уравнений в настоящей работе проводилось с использованием метода поиска нуля. Некоторые результаты расчетов приведены в следующих разделах.

20. Дисперсия поверхностной волны с учетом размагничивания

В соответствии со структурой полученного выше дисперсионного соотношения, точнее – его действительной части (324), можно видеть, что дисперсионные свойства поверхностной волны существенным образом зависят от ее поля размагничивания. Рассмотрим некоторые общие особенности такой зависимости, для чего обратимся к рис.5.

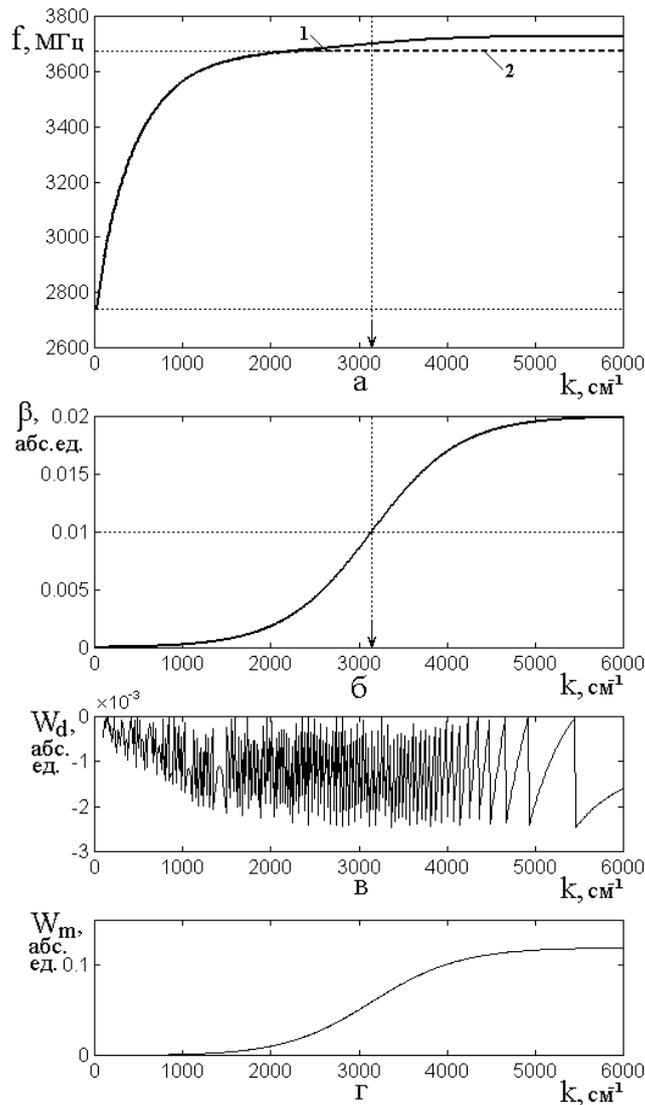


Рис.5. Дисперсия поверхностной волны с учетом размагничивания.

а – дисперсионная кривая без размагничивания (1) и с его учетом (2); горизонтальные точечные линии соответствуют нижней и верхней границам спектра ПМСВ в классической задаче Дэймона-Эшбаха (2739 и 3675 МГц); вертикальная точечная линия (отмеченная стрелкой на горизонтальной оси) соответствует такой же линии на следующем рисунке (б);

б – зависимость нормированного параметра размагничивания от волнового числа; горизонтальная точечная линия соответствует уровню перегиба зависимости параметра размагничивания от волнового числа, вертикальная точечная линия (отмеченная стрелкой на горизонтальной оси) отвечает волновому числу, соответствующему точке перегиба;

в – зависимость действительной части дисперсионного соотношения от волнового числа;

г – зависимость мнимой части дисперсионного соотношения от волнового числа.

Параметры: $H_0 = 437,5$ Э; $4\pi M_0 = 1750$ Гс; $d = 10$ мкм; $\alpha_p = 0,02$.

На рис.5а утолщенной сплошной линией показана дисперсионная кривая, полученная с учетом размагничивания (кривая 1). Для сравнения утолщенным пунктиром показана дисперсионная кривая, полученная в соответствии с классической задачей Дэймона-Эшбаха без учета размагничивания (кривая 2).

На рис.5б показана зависимость нормированной величины параметра размагничивания от того же волнового числа. В соответствии с формулой (21) этот параметр имеет вид гиперболического тангенса. Точка перегиба соответствует критическому значению волнового числа, равному 3142 см^{-1} в соответствии с формулой $k_c = \pi/d$, где $d = 10$ мкм.

Из рис.5а видно, что учет размагничивания приводит к повышению частоты дисперсионной кривой, причем такое повышение становится заметным только начиная с волнового числа порядка 3000 см^{-1} , где параметр размагничивания β (рис.5б) претерпевает перегиб и далее стремится к

постоянному значению 0,02, соответствующему стремлению параметра β_0 к единице.

Дополнительные особенности решения, иллюстрируются рис.5в и рис.5г.

На рис.5в приведена зависимость действительной части дисперсионного соотношения W_d от волнового числа. Поскольку построение дисперсионной кривой на рис.5а произведено методом поиска нуля действительной части с шагом по частоте при задании волнового числа, то и кривая на рис.5в, несмотря на ее изрезанный характер, обусловленный дискретным шагом машинного алгоритма, проходит вблизи нуля, отклоняясь не более чем на $2 \cdot 10^{-3}$ абсолютной величины, что задается параметром точности поиска, заданным в расчетной программе (в расчете брался шаг по частоте в 1 МГц). При увеличении точности поиска нуля, то есть при уменьшении шага по частоте, размах кривой на рис.5в уменьшается прямо пропорционально величине шага.

На рис.5г приведена полученная в том же цикле расчета зависимость мнимой части дисперсионного соотношения W_m от того же волнового числа. Можно видеть, что по мере увеличения параметра размагничивания мнимая часть дисперсионного соотношения также растет подобным образом в пропорции примерно в 0,1 от β_0 . Важно отметить, что эта зависимость от величины шага по частоте не зависит (начиная со значения, достаточного для получения приемлемой плавности кривой, то есть, в рассматриваемом случае с шага в 1 МГц). Абсолютная величина мнимой части примерно на два порядка больше отклонения действительной части от нуля (рис.5в), так что составляет реальную физическую величину. Вопрос о ее конкретном физическом смысле требует более подробного рассмотрения, выходящего за рамки настоящей работы.

21. Степень деформации дисперсионной кривой

Главной особенностью рассматриваемой дисперсионной кривой является ее сдвиг вверх по частоте при достаточно большой величине поля размагничивания. На рис.6 сплошной линией (кривая 1) показана зависимость

частоты дисперсионной кривой от нормирующего коэффициента параметра размагничивания при фиксированном значении волнового числа, равном 6000 см^{-1} . Для сравнения пунктиром показана частота, соответствующая отсутствию размагничивания (то есть от коэффициента параметра размагничивания не зависящая).

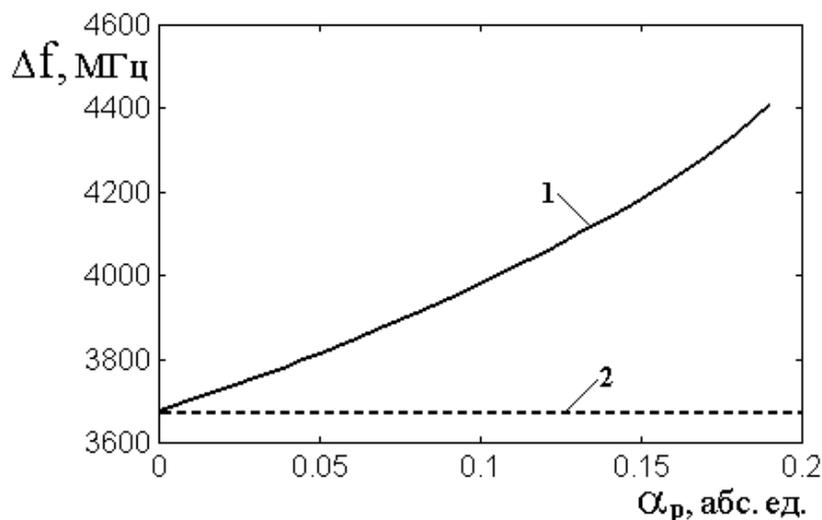


Рис.6. Зависимость частоты дисперсионной кривой от нормирующего коэффициента параметра размагничивания при волновом числе 6000 см^{-1} .
 Параметры – те же что на рис.5.

1 – величина сдвига дисперсионной кривой;
 2 – частота, соответствующая отсутствию размагничивания (3675 МГц).

Из рисунка видно, что по мере увеличения поля размагничивания (то есть параметра α_p) частота дисперсионной кривой растет сначала по закону, близкому к линейному, после чего рост ее ускоряется. Обрыв кривой при $\alpha_p > 0,19$ происходит из-за превышения критического значения параметра размагничивания в выражениях для параметров k_d и k_m , определяемых формулами (150), (151), в результате чего знак подкоренного выражения внутреннего корня в этих формулах становится отрицательным.

Замечание. Положение в какой-то степени исправляется при повышении начального значения частоты, с которого начинается поиск нуля, так что кривая 1 на рис.6 может быть несколько продолжена. Заметим однако, что при таком продолжении колебания намагниченности становятся уже нелинейными (угол

раскрыва конуса прецессии значительно превышает 5 градусов), так что возможность такого продолжения требует более подробного отдельного рассмотрения, выходящего за рамки настоящей работы.

Качественной физической причиной увеличения частоты волны, по-видимому, является увеличение жесткости системы за счет проявления поля размагничивания. Действительно, при достаточной величине параметра размагничивания вектор намагниченности кроме внешнего поля подвержен еще воздействию поля размагничивания, которое в общем случае препятствует его отклонению от равновесного положения. То есть на этот вектор, кроме постоянного поля, стремящегося установить его в равновесное положение, действует дополнительная сила, также препятствующая отклонению вектора от положения равновесия, так что в результате действия этой дополнительной силы установление вектора намагниченности в равновесном положении становится более жестким, что и приводит к повышению частоты его прецессии, то есть к повышению частоты распространяющейся волны.

22. Дисперсионная кривая при изменении параметра размагничивания

Рассмотрим характер деформации дисперсионной кривой при изменении параметра размагничивания более подробно.

На рис.7 представлены зависимости параметра размагничивания (а) и дисперсионных кривых (б) от волнового числа при различных значениях нормирующего коэффициента параметра размагничивания α_p .

В обеих частях рисунка кривые 1 соответствуют отсутствию размагничивания, то есть $\beta = 0$. На рис.7а эта кривая совпадает с горизонтальной осью рисунка, а на рис.7б являет собою классическую дисперсионную кривую Дэймона-Эшбаха. Кривые 2-5 на рис.7а представляют зависимость параметра размагничивания β от волнового числа при постепенном увеличении нормирующего коэффициента. Можно видеть, что во всех случаях эти кривые имеют вид гиперболического тангенса, размах по вертикали которого равен нормирующему коэффициенту. Заметное отклонение

от горизонтальной оси, соответствующее величине β порядка 0,01 (то есть 1%), имеет место при волновом числе порядка 2000 см^{-1} .

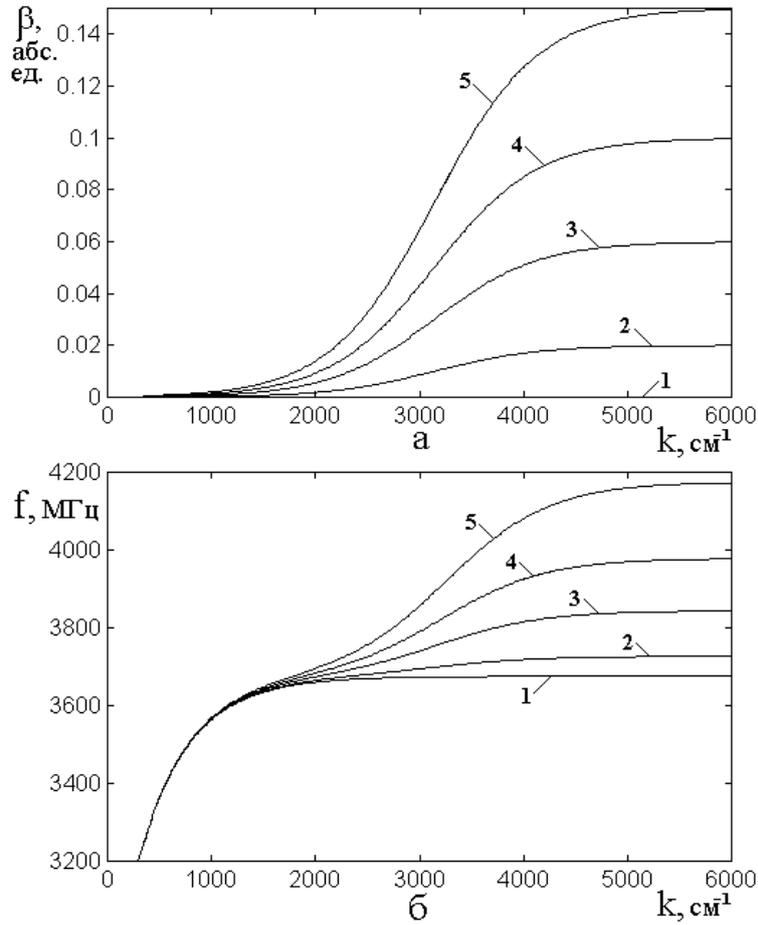


Рис.7. Зависимости параметра размагничивания (а) и дисперсионных кривых (б) от волнового числа при различных значениях нормирующего коэффициента параметра размагничивания α_p : 1 – 0,00; 2 – 0,02; 3 – 0,06; 4 – 0,10; 5 – 0,15.

Параметры: $H_0 = 437,5 \text{ Э}$; $4\pi M_0 = 1750 \text{ Гс}$; $d = 10 \text{ мкм}$.

Кривые 2-5 на рис.7б характеризуют закон дисперсии при различных значениях параметра размагничивания.

Можно видеть, что деформация дисперсионных кривых 2-5 в сравнении с классической кривой 1 наблюдается только при превышении волновым числом значения порядка 2000 см^{-1} , то есть как раз в тот момент, когда параметр размагничивания β становится достаточно заметным (как это наглядно видно из сравнения с рис.7а). Кривая 2 еще остается довольно близкой к классической кривой Дэймона-Эшбаха 1, отличаясь лишь некоторым повышением частоты

при волновом числе больше 2000 см^{-1} . Остальные же кривые 3-5 в этой области, после некоторого замедления своего роста, испытывают вторичный подъем, тем больший, чем больше значение нормирующего коэффициента параметра размагничивания. Этот подъем как раз соответствует росту параметра размагничивания β на рис.7а. Вторичный подъем для всех кривых при увеличении волнового числа выше 5000 см^{-1} заканчивается выходом на горизонтальный участок, тем более высоким, чем больше значение нормирующего коэффициента α_p . Такой выход как раз соответствует насыщению зависимостей параметра размагничивания β от волнового числа, наблюдаемому на рис. 7а.

То есть все кривые имеют как бы «двухступенчатый» характер, повторяющий рост параметра размагничивания по мере увеличения волнового числа.

23. Структура распределения намагниченности внутри пластины

В классической поверхностной волне Дэймона-Эшбаха переменная намагниченность спадает по толщине пластины (то есть по оси Ox внутрь от поверхности) по экспоненциальному закону. При этом показатель экспоненты является чисто действительным. В рассматриваемой здесь задаче распределение x -компоненты намагниченности также определяется экспонентой, но теперь имеющей комплексный характер. При этом x -компонента решения уравнения Уокера (219) имеет вид:

$$X = A e^{k_x^{(+)} x} + B e^{k_x^{(-)} x}. \quad (332)$$

где, согласно (152), (153):

$$k_x^{(+)} = k_d - i k_m; \quad (333)$$

$$k_x^{(-)} = -k_d + i k_m, \quad (334)$$

где k_d и k_m – действительны и определяются формулами (150), (151):

$$k_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\Omega_0^2 - \Omega_H} \right)^2}} k_y; \quad (335)$$

$$k_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\Omega_0^2 - \Omega_H} \right)^2}} k_y, \quad (336)$$

где используется обозначение (114):

$$\Omega_0^2 = \Omega^2 - \Omega_H (\Omega_H + \beta). \quad (337)$$

Рассмотрим теперь распределение динамической намагниченности по толщине пластины более подробно. Для удобства терминологии будем называть волновое число по оси Oy , то есть вдоль направления распространения волны «продольным» волновым числом, а волновое число по оси Ox , то есть перпендикулярно направлению распространения волны – «поперечным» волновым числом.

Обратимся к рис.8, где показаны зависимости действительной (а) и мнимой (б) частей поперечного волнового числа от значения продольного волнового числа (индекс «у» в обозначении последнего для простоты рисунка опущен). Там же в качестве опорного параметра приведены зависимости параметра размагничивания (в), от того же продольного волнового числа.

Из рис.8а видно, что действительная часть поперечного волнового числа k_d зависит от продольного волнового числа полностью линейно с угловым коэффициентом порядка единицы, причем наклон соответствующей прямой линии от величины параметра размагничивания практически не зависит. Такая линейная зависимость легко просматривается из структуры формулы (335), где в пределах принятого интервала изменения параметра β (от нуля до 0,02) второе слагаемое внутреннего подкоренного выражения значительно меньше первого, так что весь внешний корень стремится к величине $\sqrt{2}$, что делает в результате коэффициент при k_y близким к единице.

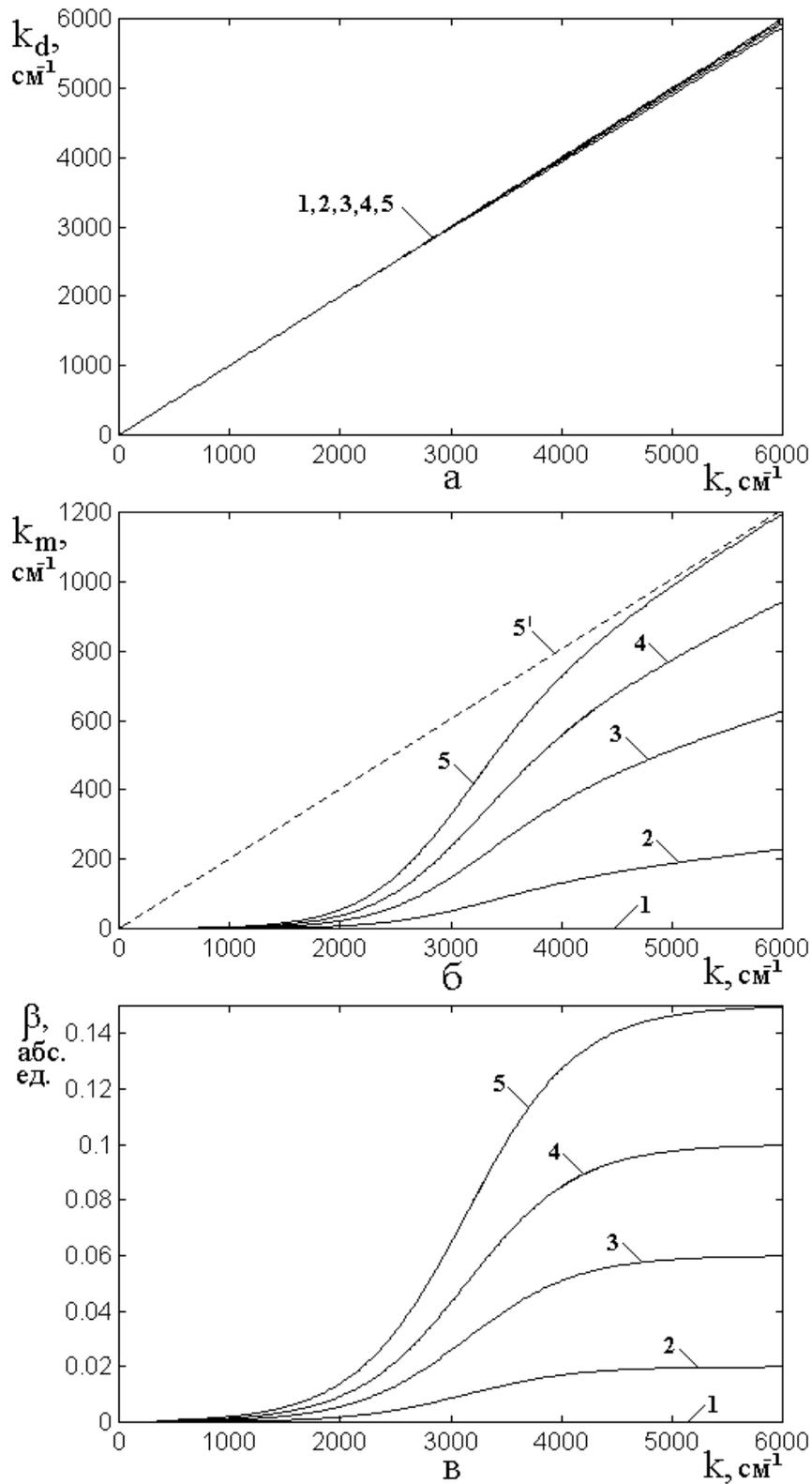


Рис.8. Зависимости действительной (а) и мнимой (б) частей поперечного волнового числа, а также параметра размагничивания (в), от значения продольного волнового числа при различных значениях нормирующего коэффициента параметра размагничивания α_p : 1 – 0,00; 2 – 0,02; 3 – 0,06; 4 – 0,10; 5 – 0,15.
 Параметры – те же, что на рис.7.

Таким образом, в пределах принятого интервала размагничивания (то есть в пределах линейности задачи в целом), действительная часть поперечного волнового числа близка к таковой в классической задаче Дэймона-Эшбаха и равняется продольной части волнового числа.

Не так однако обстоит дело с мнимой частью того же волнового числа. Обратимся к рис.8б, где приведены зависимости мнимой части поперечного волнового числа k_m от того же продольного волнового числа при различных значениях параметра размагничивания. Здесь кривая 1 соответствует отсутствию размагничивания, так что совпадает с горизонтальной осью рисунка, на которой $k_m = 0$. Остальные кривые 2-5, соответствующие отличным от нуля значениям параметра β , испытывают подъем вверх, сначала медленный до значения продольного волнового числа порядка 2000 см^{-1} , затем более быстрый до продольного волнового числа порядка 5000 см^{-1} , после чего замедляющийся и стремящийся далее к линейному. Подъем кривых происходит тем сильнее, чем величина параметра размагничивания больше. Из сравнения с приведенным ниже рис.8в можно видеть, что наиболее быстрый подъем кривых k_m происходит в интервале наибольшей крутизны зависимости параметра размагничивания от продольного волнового числа, то есть между 2000 см^{-1} и 5000 см^{-1} . Далее, то есть после 5000 см^{-1} зависимости k_m стремятся к проходящим через начало координат прямым линиям с угловыми коэффициентами тем большими, чем параметр размагничивания больше. Такая прямая линия для кривой 5, соответствующей $\beta = 0,15$, показана пунктиром и обозначена 5'. Угловым коэффициентом этой прямой равен 0,202. Угловым коэффициентом для кривых 4, 3 и 2 равны соответственно 0,158, 0,105, 0,037.

Отмеченный ход зависимостей мнимой части поперечного волнового числа хорошо просматривается из структуры формулы (336). Так, в принятом интервале изменения β второе слагаемое под внутренним корнем получается значительно меньше первого, в результате чего внутренний корень становится близким к единице. При этом выражение под внешним корнем становится

заметно меньшим единицы, что и обеспечивает для k_m сравнительно небольшой в сравнении с единицей коэффициент при волновом числе k_y , то есть меньший единицы угловой коэффициент аппроксимирующей прямой.

24. Динамический потенциал внутри пластины

В предыдущем разделе выявлено существование довольно значительной мнимой составляющей поперечного волнового числа. Рассмотрим теперь, как эта составляющая проявляется в распределении динамической намагниченности внутри пластины. Согласно общему виду решения для X - сомножителя потенциала (332), показатели экспонент должны содержать действительную и мнимую составляющую. При этом действительная часть обеспечивает плавный спад амплитуды потенциала внутрь пластины, а мнимая составляющая – периодическое изменение потенциала по синусоидальному закону с постоянной амплитудой. Произведение двух таких сомножителей дает синусоиду, амплитуда которой по направлению внутрь пластины плавно спадает. Раскрывая в (332) экспоненту с мнимым показателем по формуле Эйлера, оставляя только действительную часть и полагая A и B равными единице, получаем:

$$X = e^{k_d x} \cos(k_m x) + e^{-k_d x} \cos(k_m x). \quad (338)$$

Возможный пример такого распределения показан на рис.9. С целью наглядности, параметры построения выбраны несколько отличными от рассматривавшихся выше. Так толщина пластины взята равной 20 мкм, действительная составляющая поперечного волнового числа принята равной 10000 см^{-1} , а мнимая – равной 5000 см^{-1} . Величина мнимой составляющей по сравнению со значением, соответствующим линейному режиму (рис.8б), несколько завышена (в два-три раза) для лучшего выявления синусоидального вклада в поперечное волновое число, обусловленного его мнимой частью.

На рисунке кривая 1 соответствует распределению потенциала без учета размагничивания, то есть в соответствии с классической задачей Дэймона-Эшбаха. Эта кривая построена по формуле (338), где положено $k_m = 0$. Кривая

2 построена по полной формуле (338) при $k_m = 5000 \text{ см}^{-1}$.

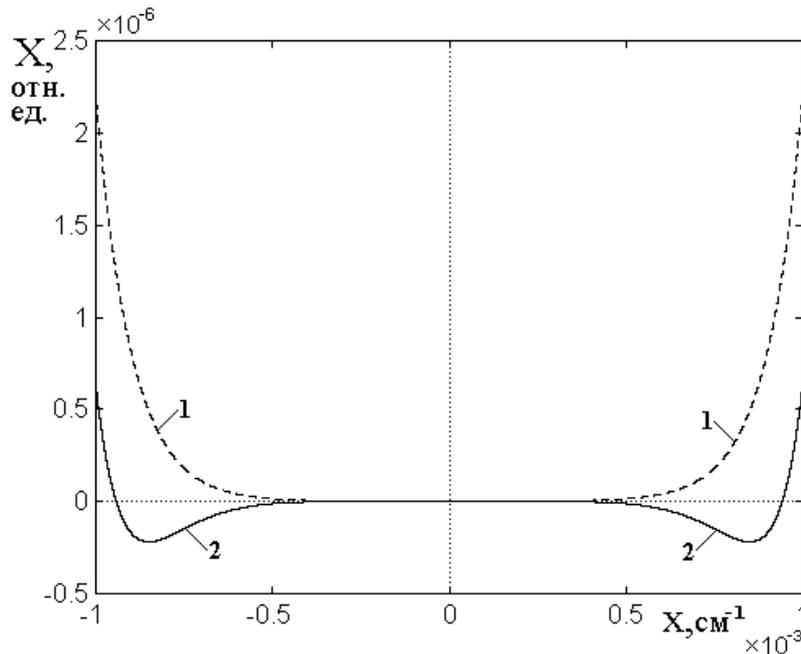


Рис.9. Распределение потенциала динамической намагниченности внутри пластины вдоль оси Ox . 1 – без учета размагничивания; 2 – с учетом размагничивания. Параметры: толщина пластины – 20 мкм, составляющие поперечного волнового числа: $k_d = 10000 \text{ см}^{-1}$, $k_m = 5000 \text{ см}^{-1}$.

Можно видеть, что синусоидальная составляющая вызывает провалы значений поперечного волнового числа вблизи каждой из поверхностей пластины. При заданных здесь параметрах по толщине пластины укладывается чуть менее трех периодов синусоиды, в результате чего провалы имеют аperiodический характер. Если бы по толщине пластины укладывалось большее число периодов, можно было бы наблюдать полную синусоиду со спадающей амплитудой. Заметим однако, что число периодов не может быть большим двух-трех, так как действительная k_d и мнимая k_m части поперечного волнового числа связаны соотношениями (336) и (335), так что при любых допустимых значениях параметра размагничивания β составляющая k_m всегда меньше k_d , то есть по координате x амплитуда успевает упасть почти до нуля раньше, чем синусоида совершит несколько полных колебаний.

Следует особо отметить, что приведенные на рис.9 кривые имеют вид, полностью симметричный относительно вертикальной оси (то есть $x = 0$) или середины пластины. Однако классическая волна Дэймона-Эшбаха является невзаимной в том смысле, что при распространении в положительном или отрицательном направлении оси Oy динамическая намагниченность локализуется вдоль одной поверхности пластины, тогда как вдоль другой ее поверхности амплитуда волны резко падает. Это можно видеть, например, из рассмотрения решения задачи для потенциалов, приведенного в [37-стр.68-70]. Характеристикой такой невзаимности является параметр g , определяемый приведенными там же формулами (2.324) или (2.342). При этом решение, локализуемое вблизи одной из поверхностей, имеет вид просто спадающей экспоненты, а вблизи другой еще умножается на этот параметр и экспоненту с отрицательным показателем, пропорциональным толщине пластины (формулы (2.332), (2.345)). В рассматриваемой здесь задаче также может быть введен соответствующий параметр g и такая же экспонента, отражающие невзаимность распространяющейся волны. Однако вопрос о невзаимности выходит за рамки настоящей работы, так что выполнение подобного математического упражнения предоставляем любознательному читателю.

Замечание. Все сказанное выше относится к задаче с параллельно-перпендикулярной геометрией в изотропной среде. Можно полагать, что в случаях другой геометрии, другой ориентации поля или направления распространения волны, другой волноведущей структуры соотношение между действительной и мнимой частями поперечного волнового числа будет другим и по толщине пластины уложится большее количество периодов синусоиды, то есть синусоидальный спад потенциала выявится в большей степени. То же может иметь место в среде с анизотропией и магнитоупругим взаимодействием. Можно полагать, что более подробное рассмотрение этого вопроса могло бы составить интерес для отдельных исследований.

25. Степень влияния поля размагничивания на дисперсию волн при различной толщине пластины

В предыдущих разделах на примере пленок толщиной 10 мкм было выявлено существенное влияние поля размагничивания волны на характер дисперсии поверхностной волны Дэймона-Эшбаха. При этом было отмечено, что поле размагничивания волны в пластинах различной толщины проявляется по-разному. Представляет интерес выяснить, насколько влияние поля размагничивания важно в реализуемых на сегодняшний день экспериментах, в том числе проводимых на образцах нанометровых размеров. С этой целью обратимся к рис.10, где на двумерной карте показано распределение областей реализуемых в эксперименте волновых чисел при различной толщине образцов.

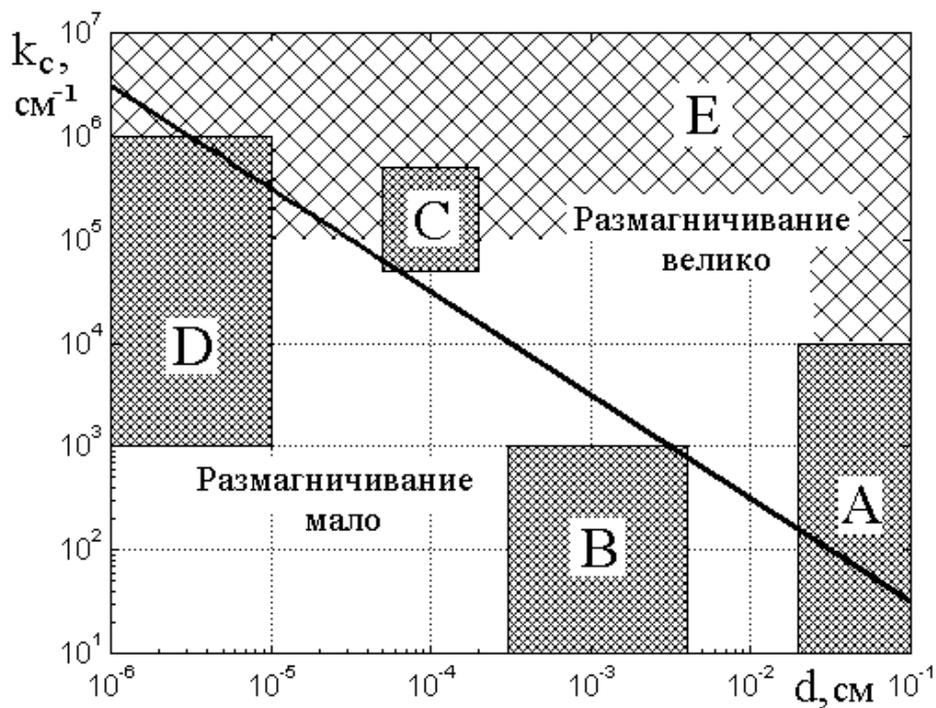


Рис.10. Распределение областей реализуемых в эксперименте волновых чисел при различной толщине образцов.

Рисунок построен в двойном логарифмическом масштабе. Наклонная линия соответствует точке перегиба гиперболического тангенса (20), в которой выполняется условие $k_c = \pi/d$. Ниже этой линии поле размагничивания волны мало и в расчетах дисперсии волн его можно не

учитывать (как это и было сделано в пионерской работе Дэймона-Эшбаха [20]). Выше этой линии поле размагничивания волны достаточно велико и заметно сказывается на дисперсионных свойствах волн. Штриховкой и буквами обозначены области типичных соотношений между толщиной пластины и волновым числом волны, реализуемых в большинстве экспериментов.

Буквенные обозначения областей следующие.

А – дипольные магнитостатические волны в пластинах и стержнях железиттриевого граната толщиной в единицы и доли миллиметра [20-30, 35]. Возбуждение осуществляется проволочной антенной диаметром порядка долей миллиметра. При этом возбуждаются сравнительно длинные волны (в сотни и тысячи мкм) с волновым числом порядка 10^2 см^{-1} . Далее такие волны распространяются в условиях плавно возрастающего (или убывающего) внутреннего поля образца, за счет чего длина волны уменьшается и волновое число может достигать величины порядка 10^4 см^{-1} .

В – дипольные магнитостатические волны в пленках железиттриевого граната толщиной от 2 до 40 мкм [35-40]. Возбуждение, как правило, осуществляется проволочными антеннами, диаметр проводника которых составляет более 10 мкм. Столь малая толщина проводника используется для того, чтобы возбудить как можно более короткие волны. При этом наименьшая достижимая длина волны составляет порядка 100 мкм, что соответствует волновым числам не более 10^3 см^{-1} . Благодаря малой толщине пленок внутреннее поле в них довольно однородно, так что рост волнового числа за счет неоднородности поля не реализуется.

С – обменные магнитостатические волны в металлических пленках толщиной от 0.5 до 2 мкм [35]. Возбуждение осуществляется однородным СВЧ полем (как правило, в резонаторе), причем возбуждаются стоячие волны по толщине пленки. Обычно по толщине пленки укладывается от одной до нескольких десятков полуволн, что соответствует длинам волн в единицы и доли мкм, а волновым числам – от 10^4 до 10^6 см^{-1} .

D – дипольные магнитостатические волны в особо тонких металлических, ферритовых, галфеноловых и других пленках толщиной в десятки и сотни нанометров (десятые и сотые доли мкм) [7-15]. Возбуждение осуществляется ударным образом за счет воздействия мощного импульса света от фемтосекундного лазера. Требуемый для возбуждения магнитостатической волны перепад намагниченности происходит за счет магнитоупругого взаимодействия при термическом расширении пленки под действием мощного импульса света или непосредственно за счет света через обратный эффект Фарадея. Реализуемые на сегодня длины волн составляют сотни и десятки нанометров, причем стремятся к единицам нанометров, что соответствует волновым числам от 10^3 до 10^6 см⁻¹.

E – обменные магнитостатические волны в ферритовых пленках и объемных образцах, возбуждаемые параметрическим путем на частоте, равной половине (или целой величине) частоты накачки [35, 36]. Эти волны возбуждаются однородным СВЧ полем, необходимым условием их возбуждения является лишь достаточная величина амплитуды прецессии намагниченности, при которой раскрытие конуса прецессии составляет единицы градусов. Эти волны имеют длину, как правило, менее сотен и десятков нанометров, их волновое число составляет от 10^4 до 10^7 см⁻¹.

Из расположения областей реализуемых в эксперименте волн можно видеть, что учет размагничивания поля волны необходим в случае волн в толстых образцах (область А), и весьма полезен в случае тонких металлических пленок (область С). В случае тонких пленок железиттриевого граната (область В) такой учет полезен при достаточно коротких волнах. В случае особо тонких металлических и ферритовых пленок (область D) на уровне сегодняшней экспериментальной техники размагничивание волны можно не принимать во внимание, однако учитывая, что техника стремится к освоению как можно более коротких волн, в недалеком будущем можно ожидать уверенного достижения волновых чисел порядка 10^6 см⁻¹ и более, когда роль размагничивания станет достаточно важной.

Что же касается обменных волн, возбуждаемых параметрическим путем (область E), то здесь учет поля размагничивания становится принципиально необходимым. Следует заметить, что, хотя на сегодня такие волны возбуждаются лишь через посредство параметрики, что не позволяет использовать их для обработки информации из-за стохастичности процесса возбуждения, можно ожидать, что в недалеком будущем работы по особо тонким пленкам (область D), ориентированным на когерентное возбуждение, продвинуется в область волновых чисел более 10^6 см^{-1} , когда учет поля размагничивания волны приобретет достаточно большое значение.

Заключение

Рассмотрено влияние поля размагничивания на дисперсионные свойства поверхностной волны Дэймона-Эшбаха. Выполнен краткий обзор сегодняшнего состояния работ по исследованию магнитостатических волн применительно к устройствам обработки информации. Отмечено недостаточное внимание к учету поля размагничивания распространяющейся волны, особенно заметно проявляющегося для коротких волн длиной в единицы нанометров.

В геометрии задачи Дэймона-Эшбаха предложена модель формирования поля размагничивания волны, распространяющейся в тонкой пластине, образованного сгущениями магнитных зарядов в областях гребней волны. Отмечено, что в случае, когда длина волны значительно превышает толщину пластины, поле размагничивания стремится к нулю. В случае, когда длина волны становится значительно меньше толщины пластины, поле размагничивания, будучи нормированным на намагниченность, стремится к единице. Для количественного описания поля размагничивания предложено представление амплитуды такого поля в виде гиперболического тангенса, аргумент которого в точке перегиба обращается в нуль. Критическое значение волнового числа в этой точке равняется частному от деления числа π на толщину пластины. Отмечено, что нормирующей величиной для гиперболического тангенса является величина динамической намагниченности.

В случае поверхностной волны Дэймона-Эшбаха такая намагниченность перпендикулярна направлению постоянного поля и в линейном режиме составляет не более 0,1 от полного значения намагниченности материала пластины. Для отражения такой ситуации введен нормирующий коэффициент поля размагничивания, составляющий от нуля (в отсутствие размагничивания) до 0,1 (при максимуме поля в линейном режиме).

Рассмотрена зависимость поля размагничивания от волнового числа. Показано, что с уменьшением толщины пластины значение волнового числа, начиная с которого учет размагничивания поля волны становится необходимым, постепенно увеличивается. Отмечено, что при волновых числах порядка 10^6 см⁻¹ и более, чему посвящено значительное количество современных работ по магнитоэлектронике, учет размагничивающего поля волны является принципиально необходимым.

Получен тензор магнитной восприимчивости с учетом периодического характера поля размагничивания распространяющейся волны. В геометрии поверхностной волны Дэймона-Эшбаха получены компоненты динамической намагниченности, выраженные через компоненты действующего эффективного поля. Для потенциала поля распространяющейся волны получено уравнение Уокера, учитывающее влияние размагничивания. Главным отличием полученного уравнения от классического его варианта в задаче Дэймона-Эшбаха, является различие коэффициентов при вторых производных по координатам, перпендикулярным постоянному полю, а также появление смешанной производной второго порядка по этим координатам.

Выполнено решение уравнения Уокера методом разделения переменных. Показано, что наличие в уравнении смешанной производной приводит к комплексному виду компоненты волнового числа перпендикулярной плоскости пластины. В случае поверхностной волны полное решение для компоненты потенциала по этой координате представляет собой произведение экспоненциально спадающего коэффициента на периодический множитель синусоидального характера. Показано, что полное распределение компоненты

потенциала по координате, нормальной к плоскости пластины, описывается двумя комплексными волновыми числами, имеющими разные знаки, но одинаковые по абсолютной величине действительные и мнимые части. Из требования действительности той и другой частей получена критическая частота волны, определяющая нижнюю границу области возможного существования распространяющейся поверхностной волны.

Получена зависимость критической частоты от ненормированного параметра размагничивания, имеющая вид плавно возрастающей кривой с легким выгибом вверх. Нижний край этой кривой приходится на нижнюю границу спектра поверхностной волны Дэймона-Эшбаха в свободной пластине, а верхний на верхнюю границу спектра поверхностной волны в структуре феррит-металл. Отмечено, что в области параметра размагничивания, соответствующей линейному режиму, критическая частота, то есть нижняя граница реализуемого спектра поверхностной волны плавно возрастает. При значении параметра размагничивания около 0,2 критическая частота достигает верхней границы спектра поверхностной волны Дэймона-Эшбаха.

Приведена полная формулировка задачи о распространении поверхностной волны типа Дэймона-Эшбаха в принятой геометрии с учетом поля размагничивания волны. При этом вне пластины потенциал динамической намагниченности подчиняется уравнению Пуассона, а внутри пластины – уравнению Уокера со смешанной производной. Граничные условия представляют собой равенство касательных составляющих магнитной индукции и нормальных составляющих поля.

В результате решения граничной задачи получено дисперсионное соотношение, по форме с точностью до обозначений подобное дисперсионному соотношению в классической задаче Дэймона-Эшбаха. Ввиду высокой сложности внутренней структуры входящих в дисперсионное соотношение составляющих, выполнен анализ его правой и левой частей по отдельности, в результате которого в каждой из частей выделены действительная и мнимая части. Приведена пошаговая схема машинного алгоритма численного расчета

той и другой частей. Сформированы полные выражения действительной и мнимой частей дисперсионного соотношения в целом. Из равенства нулю действительной и мнимой частей по отдельности получены два уравнения, связывающие волновое число и частоту. Показано, что уравнение для действительной части в отсутствие размагничивания переходит в классическое дисперсионное соотношение Дэймона-Эшбаха. Отмечено, что уравнение для мнимой части в отсутствие размагничивания обращается в нуль, а при учете размагничивания составляет весьма малую величину, стремящуюся к нулю.

На основе полученного дисперсионного соотношения для пленки с толщиной в 10 мкм исследована дисперсия поверхностной волны с учетом размагничивания. Показано, что учет размагничивания приводит к повышению частоты дисперсионной кривой в области высоких значений волнового числа. Такое повышение становится заметным, начиная с волнового числа, соответствующего перегибу гиперболического тангенса параметра размагничивания. После перегиба повышение стремится к постоянной величине, соответствующей максимальному значению параметра размагничивания. Зависимость степени деформации или роста частоты дисперсионной кривой от нормирующего коэффициента параметра размагничивания представляет собой плавно возрастающую кривую, близкую к прямой линии. В виде качественной причины увеличения частоты волны высказано предположение об увеличении эффективной жесткости системы, обусловленной дополнительным воздействием на вектор намагниченности кроме внешнего поля также еще и поля размагничивания, стремящегося не допустить отклонения вектора от равновесного положения.

Выполнено исследование характера деформации дисперсионной кривой при изменении параметра размагничивания. Показано, что с увеличением параметра размагничивания рост дисперсионной кривой увеличивается, причем при величине параметра размагничивания более 0,02 возрастание приобретает двухступенчатый характер. При этом первая ступень, соответствует значениям волнового числа меньшим перегиба гиперболического тангенса и отражает

дисперсию поверхностной волны, обусловленную размагничивающим фактором пластины в целом (аналогично ступени возрастания классической волны Дэймона-Эшбаха). Вторая ступень имеет место при значениях волнового числа, больших перегиба гиперболического тангенса и отражает влияние поля размагничивания самой волны. При увеличении параметра размагничивания первая ступень меняется мало, тогда как вторая растет примерно пропорционально величине этого параметра.

Исследована структура распределения динамической намагниченности внутри пластины, определяемая комплексным характером поперечного волнового числа. Показано, что действительная часть поперечного волнового числа зависит от продольного волнового числа полностью линейно с угловым коэффициентом порядка единицы, причем наклон соответствующей прямой линии от величины параметра размагничивания практически не зависит. Мнимая часть того же волнового числа при увеличении параметра размагничивания испытывает подъем вверх, сначала медленный до значения продольного волнового числа, соответствующего перегибу гиперболического тангенса, затем более быстрый, но постепенно замедляющийся и стремящийся далее к линейному. При увеличении параметра размагничивания наклон линейной асимптоты такой зависимости увеличивается. Отмеченный ход зависимостей мнимой части поперечного волнового числа полностью интерпретирован на основе структуры аналитического выражения зависимости такого числа от продольного волнового числа и параметра размагничивания.

Исследована структура динамического потенциала внутри пластины. Показано, что в результате произведения экспоненциальной и синусоидальной составляющих поперечного волнового числа результирующая структура потенциала приобретает спад более быстрый, чем простой экспоненциальный, так что вблизи каждой из поверхностей пластины потенциал образует провалы, имеющие аperiодический характер. Кратко отмечены особенности полученного распределения, налагаемые невзаимностью распространения волны.

Применительно к использованию магнитостатических волн в устройствах обработки информации, рассмотрена степень влияния поля размагничивания на дисперсию волн при различной толщине пластины. На плоскости в координатах толщина пластины – волновое число в двойном логарифмическом масштабе приведена зависимость критического значения волнового числа, соответствующего перегибу гиперболического тангенса параметра размагничивания, от толщины пластины. Показано, что эта зависимость имеет вид прямой линии, ниже которой размагничивание волны сказывается мало, а выше – меняет дисперсию существенным образом. Рассмотрены различные длины волн, применяемых в устройствах. В свете наиболее актуального на сегодня диапазона длин волн порядка единиц нанометров, отмечена необходимость учета размагничивания, начиная с волновых чисел порядка 10^5 см^{-1} , причем такой учет становится особенно актуальным для волновых чисел порядка 10^6 см^{-1} и более.

Благодарность

Автор признателен В.И.Зубкову за помощь на начальных этапах работы, В.С.Власову за предоставление ряда литературных ссылок и В.Г.Шаврову за активное стимулирующее внимание и обсуждение работы.

Литература

1. Serga A.A., Chumak A.V., Hillebrands B. YIG magnonics. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V.43. P.264002(16).
2. Kruglyak V.V., Demokritov S.O., Grundler D. Magnonics. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V.43. №26. P.264001(14).
3. Slonczewski J.C. Current-driven excitation of magnetic multilayers. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1996. V.159. №1. P.L1-L7.
4. Berger L. Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current. // Phys. Rev. B. 1996. V.54. №13. P.9353-9358.

5. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Крикунов А.И., Панас А.И., Эпштейн Э.М. Создаваемая током инверсная заселенность спиновых подзон в магнитных переходах. // ПЖЭТФ. 2007. Т.85. №3. С.192-196.
6. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Маликов И.В., Михайлов Г.М., Панас А.И., Чигарёв С.Г., Эпштейн Э.М. Спин-инжекционное терагерцовое излучение в магнитных переходах. // ПЖЭТФ. 2011. Т.93. №5. С.289-292.
7. Beaurepaire E., Merle J.C., Daunois A., Bigot J.Y. Ultrafast spin dynamics in ferromagnetic nickel. // Phys. Rev. Lett. 1996. V.76. №22. P.4250-4253.
8. Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order. // Rev. Mod. Phys. 2010. V.82. №3. P.2731-2784.
9. Walowski J., Münzenberg M. Perspective: Ultrafast magnetism and THz spintronics. // Journ. Appl. Phys. 2016. V.120. №14. P.140901(16).
10. Bigot J.V., Vomir M. Ultrafast magnetization dynamics of nanostructures. // Ann. Phys. (Berlin). 2013. V.525. №1-2. P.2-30.
11. Ka Shen, Bauer G.E.W. Laser-induced spatiotemporal dynamics of magnetic films. // Phys. Rev. Lett. 2015. V.115. №19. P.197201(5).
12. Чернов А.И., Кожаев М.А., Ветошко П.М., Додонов Д.В., Прокопов А.Р., Шумилов А.Г., Шапошников А.Н., Бержанский В.Н., Звездин А.К., Белотелов В.И. Локальное зондирование магнитных пленок с помощью оптического возбуждения магнитостатических волн. // ФТТ. 2016. Т.58. №6. С.1093.
13. Dreher L., Weiler M., Pernpeintner M., Huebl H., Gross R., Brandt M.S., Goennenwein S.T.B. Surface acoustic wave driven ferromagnetic resonance in nickel thin films: theory and experiment. // Phys. Rev. B. 2012. V.86. №13. P.134415(13).
14. Thevenard L., Gourdon C., Prieur J.Y., Von Bardeleben H.J., Vincent S., Becerra L., Largeau L., Duquesne J.Y. Surface-acoustic-wave-driven ferromagnetic resonance in (Ga,Mn)(As,P) epilayers. // Phys. Rev. B. 2014. V.90. №9. P.094401(8).
15. Chang C.L., Tamming R.R., Broomhall T.J., Janusonis J., Fry P.W., Tobey R.I., Hayward T.J. Selective excitation of localized spin-wave modes by optically pumped surface acoustic waves. // Phys. Rev. Applied. 2018. V.10. №3. P.034068(8).

16. Kim S.-K. Micromagnetic computer simulations of spin waves in nanometer-scale patterned magnetic elements. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V.43. P.264004(25).
17. Khitun A., Bao M., Wang K.L. Magnonic logic circuits. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V.43. P.264005(10).
18. Au Y., Ahmad E., Dmytriiev O., Dvornik M., Davison T., Kruglyak V.V. Resonant microwave-to-spin-wave transducer. // Appl. Phys. Lett. 2012. V.100. №18. P.182404(5).
19. Au Y., Davison T., Ahmad E., Keatley P.S., Hicken R.J., Kruglyak V.V. Excitation of propagating spin waves with global uniform microwave fields. // Appl. Phys. Lett. 2011. V.98. №12. P.122506(3).
20. Damon R.W., Eshbach J.R. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab. // J. Phys. Chem. Solids. 1961. V.19. №3/4. P.308.
21. Joseph R.I., Schlömann E. Theory of magnetostatic modes in long, axially magnetized cylinders. // JAP. 1961. V.32. №6. P.1001.
22. Schlömann E. Generation of spin waves in nonuniform magnetic fields. I. Conversion of electromagnetic power into spin-wave power and vice versa. // JAP. 1964. V.35. №1. P.159.
23. Schlömann E., Joseph R.I. Generation of spin waves in nonuniform dc magnetic fields. II. Calculation of the coupling length. // JAP. 1964. V.35. №1. P.167.
24. Schlömann E., Joseph R.I. Generation of spin waves in nonuniform magnetic fields. III. Magneto-elastic interaction. // JAP. 1964. V.35. №8. P.2382.
25. Schlömann E., Joseph R.I., Kohane T. Generation of spin waves in nonuniform magnetic fields, with application to magnetic delay line. // Proc. IEEE. 1965. V.53. №10. P.1495.
26. Schlömann E. Amplification of magnetostatic surface waves by interaction with drifting charge carriers in crossed electric and magnetic fields. // JAP. 1969. V.40. №3. P.1422.

27. Адам Дж.Д. Аналоговая обработка сигналов с помощью СВЧ-ферритов. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.73.
28. Исхак В.С. Применение магнитостатических волн: обзор. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.86.
29. Schlömann E.F. Circulators for microwave millimeter wave integrated circuits. // Proc. IEEE. 1988. V.76. №2. P.188.
30. Adam J.D., Collins J.H. Microwave magnetostatic delay devices based on epitaxial yttrium iron garnet. // Proc. IEEE. 1976. V.64. №4. P.794.
31. Smith K.R., Kabatek M.J., Krivosik P., Wu M. Spin wave propagation in spatially nonuniform magnetic fields. // J. Appl. Phys. 2008. V.104. №4. P.0439116(10).
32. Gruszecki P., Krawczyk M. Spin-wave beam propagation in ferromagnetic thin films with graded refractive index: mirage effect and prospective applications. // Phys. Rev. B. 2018. V.97. №9. P.094424(9).
33. Kalinikos B.A., Slavin A.N. Theory of dipole-exchange spin wave spectrum for ferromagnetic films with mixed exchange boundary conditions. // J. Phys. C. 1986. V.19. P.7013-7033.
34. Григорьева Н.Ю., Попов Д.А., Калиникос Б.А. Спектр дипольно-обменных спиновых волн в анизотропном ферромагнитном волноводе прямоугольного сечения. // ФТТ. 2014. Т.56. №9. С.1746-1755.
35. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит. 1994.
36. Моносов Я.А. Нелинейный ферромагнитный резонанс. М.: Наука. 1971.
37. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. М.: Физматлит. 2016.
38. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. М.: Физматлит. 2017.
39. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. М.: Физматлит. 2018.

40. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамика намагниченности в условиях изменения её ориентации. М.: Физматлит. 2019.

41. Антонец И.В., Котов Л.Н., Кирпичёва О.А., Голубев Е.А., Калинин Ю.Е., Ситников А.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Механизм динамической проводимости аморфных наногранулированных плёнок «металл-диэлектрик» в диапазоне сверхвысоких частот. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал], 2014, №4. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/apr14/12/text.pdf>.

42. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука. 1973.

Для цитирования:

В.И. Щеглов. Влияние поля размагничивания на дисперсию поверхностной волны Дэймона-Эшбаха. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. № 2. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/feb19/3/text.pdf>
DOI 10.30898/1684-1719.2019.2.3