

DOI <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.2.1>

УДК 528.629.195

ОБОБЩЕННЫЙ АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТЫ ИСЗ НА ОСНОВЕ КВАДРАТИЧНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ

Д. Д. Габриэльян, А. Н. Горбачев, В. И. Демченко

Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи,
344038, Ростов-на-Дону, ул. Нансена, 130

Статья поступила в редакцию 29 января 2021 г.

Аннотация. Рассматриваются вопросы построения обобщенного алгоритма для определения (уточнения) параметров низкой круговой орбиты (НКО) искусственного спутника Земли (ИСЗ) на основе использования квадратичных функционалов. Функционалы формируются как квадрат разности между измеряемыми значениями углов визирования ИСЗ и частоты принимаемого сигнала со значениями указанных параметров, получаемыми для предполагаемых значений Кеплеровых элементов орбиты в соответствии с принятой моделью движения ИСЗ. Оценки параметров орбиты формируются из условия минимума предложенных функционалов качества. Предлагаемый алгоритм направлен на построение двух уравнений связи между измеряемыми значениями углов азимута и места, а также частоты принимаемого сигнала ИСЗ и параметрами орбиты ИСЗ. Использование указанных уравнений связи позволяет при построении алгоритма и выборе начальных приближений параметров орбиты перейти от шестимерного пространства Кеплеровых элементов орбиты к четырехмерному пространству. Такая редукция размерности пространства дает возможность значительно сократить объем вычислительных затрат, что обеспечивает устойчивость алгоритма и расширяет возможности его практического использования при ограниченных ресурсах (вычислительные мощности и ограничения на допустимое время обработки). В качестве четырех базовых параметров предлагаются следующие Кеплеровы элементы орбиты: эксцентриситет, долгота восходящего узла, угол наклона плоскости орбиты и аргумент перигея. Два других элемента - большая полуось

орбиты и средняя аномалия выражаются как функции четырех базовых параметров. Предложенный выбор базовых параметров определяется тем, что в случае НКО выбор начальных значений эксцентриситета и аргумента перигея является достаточно простым, что позволяет обеспечить сходимость к точным значениям параметров орбиты в широком значении начальных приближений. В рамках Кеплеровского приближения движения ИСЗ по орбите представлены математические соотношения, определяющие операции, выполняемые в рамках рассматриваемого алгоритма. Однако более полный учет факторов, влияющих на движение ИСЗ, приводит только к более громоздким соотношениям, но принципиально не затрагивает построения самого алгоритма.

Ключевые слова: квадратичные функционалы, многомерное пространство параметров орбиты, итерационный алгоритм оценивание параметров орбиты ИСЗ.

Abstract. The questions of development a generalized algorithm for determining the parameters of the low circular orbit (LCO) of an Earth satellite (ES) based on the use of quadratic functionals are in the focus of this paper. The functionals represent the square of the differences between the measured values of the ES sighting angles and the frequency of the received signal with the values of the same parameters obtained for the assumed values of the Keplerian orbital elements in accordance with the adopted model of the ES motion. Estimates of the orbit parameters are formed from the condition of the minimum of the proposed quality functionals. The proposed algorithm is aimed at the developing two equations for the relationship between the measured values of the azimuth and elevation angles, as well as the frequency of the received satellite signal and the parameters of the satellite orbit. The use of the indicated constraint equations makes it possible to pass from the six-dimensional space of the Keplerian orbital elements to the four-dimensional space of the Keplerian orbital elements when constructing the algorithm and choosing the initial approximations of the orbit parameters. Such a reduction in the dimension of space makes it possible to significantly reduce the amount of computational expenditure, which ensures the stability of the algorithm and expands the possibilities of its

practical use with limited resources (computing power and restrictions on the permissible processing time). The following Keplerian orbital elements are proposed as four basic parameters: eccentricity, ascending node longitude, orbital inclination, and perigee argument. The other two elements, the semi-major axis of the orbit and the mean anomaly, are expressed as functions of four basic parameters. This choice is determined by the fact that, in the case of LCO, the pivoting of the initial values of the eccentricity and the argument of perigee is quite simple, which makes it possible to ensure convergence to the exact values of the orbit parameters in a wide value of the initial approximations. Within the Keplerian approximation of the satellite's orbital motion, mathematical relations are presented that determine the operations performed within the framework of the considered algorithm. However, a more complete consideration of the factors influencing the motion of the satellite only leads to more volumetric relations, but does not fundamentally affect the construction of the algorithm itself.

Keywords: quadratic functionals, multidimensional space of orbit parameters, iterative algorithm for estimating the parameters of the satellite orbit.

Введение

Вопросы, связанные с повышением точности определения параметров орбиты ИСЗ, приобретают все большую актуальность с учетом возрастания требований к качеству решения задач космическими системами (КС) и комплексами (КК), функционирующими в околоземном космическом пространстве (ОКП). Решение данной задачи, в первую очередь, проводится наземными комплексами управления, имеющими в своем составе высокоточные измерительные средства. Однако наземные приемные терминалы с учетом их большого количества, например, в системах спутниковой связи (ССС) и дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), могут обеспечить дополнительные результаты измерений на различных участках орбиты и тем самым повышение точности определения их параметров.

Результатами измерений, выполняемых наземными приемными терминалами при приеме информации с ИСЗ в течение сеанса наблюдения, являются угловое положение ИСЗ в топоцентрической системе координат и частота несущей принимаемого сигнала. Определение параметров орбиты по результатам наблюдений положения ИСЗ наземными приемными пунктами может быть выполнено на основе поиска минимума некоторого квадратичного функционала, обобщенное представление которого может быть представлено в виде [1-6]

$$\Phi(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^N (\mathbf{p}_i^o - \mathbf{p}_i^c(t, \mathbf{q}))^2, \quad (1)$$

где \mathbf{p}_i^o - результаты наблюдений ИСЗ, включающие в общем случае измерение угловых координат ИСЗ и частоты принимаемого сигнала;

$\mathbf{p}_i^c(t, \mathbf{q})$ - движение ИСЗ, описываемое принятой кеплеровской моделью движения.

В работах [7-9] предложены квадратичные функционалы, полученные для совместной обработки результатов угломерных измерений и измерений частоты принимаемого сигнала, выполненных в течение сеанса наблюдения ИСЗ с использованием однопозиционной пассивной радиотехнической системы (ОПРТС). Определение параметров орбиты проводится на основе поиска минимумов указанных функционалов.

Представленный в (1) и приведенные в [7-9] функционалы являются нелинейными, что обуславливает использование следующих итерационных методов и алгоритмов для нахождения их экстремумов:

- составного метода [2, 3];
- метода наискорейшего градиентного спуска [4];
- метода Гаусса-Ньютона [1];
- демпфированного метода Гаусса-Ньютона [1];
- модифицированного метода Левенберга-Марквардта [1];
- метода Хойны [1].

Указанные методы являются той или иной разновидностью итерационного метода Ньютона и связаны с минимизацией некоторой целевой функции, в частности, значения самого функционала, характеризующей близость в Евклидовом пространстве результатов измерений и их модельных представлений. В соответствии с этим, перечисленные методы являются итерационными и при хорошем приближении начальных значений параметров достаточно быстро сходятся к истинным значениям. При достаточно грубом приближении начальных значений Кеплеровых элементов и существенно нелинейном относительно них поведении целевой функции, эффективность указанных итерационных алгоритмов может быть низкой, а итерационный процесс может становиться расходящимся [1-4].

Сложность использования итерационных алгоритмов при отсутствии априорной информации о параметрах орбиты определяется двумя основными факторами:

1. Выбор начального приближения параметров орбиты должен проводиться в шестимерном пространстве, соответствующем числу Кеплеровых элементов орбиты, при априорно неопределенных границах области, включающей только глобальный минимум функционала.

2. Итерационная процедура выполняется в шестимерном пространстве, что связано с достаточно большим объемом вычислений, выполнение которых может быть невозможным при ограниченных вычислительных ресурсах (вычислительные мощности, допустимое время определения параметров орбиты) наземного терминала.

Расширение возможностей, связанных с практическим применением функционалов из [7-9], может быть получено при уменьшении размерности пространства, в котором производится выбор начального приближения параметров орбиты ИСЗ и реализация самого алгоритма поиска глобального минимума функционала. Это может быть достигнуто с учетом уравнений связи, формируемых на основе измерений углов места, азимута и частоты принимаемого сигнала ИСЗ.

Целью работы является разработка и анализ алгоритма определения параметров орбиты низкоорбитальных ИСЗ по результатам измерений углового положения и частоты принимаемого сигнала ИСЗ в ОПРТС, реализуемого в рамках итерационной процедуры.

Решаемые задачи:

1. Постановка задачи определения параметров низкой круговой орбиты (НКО) ИСЗ.
2. Разработка алгоритма определения параметров орбиты низкоорбитального ИСЗ на основе измерений ОПРТС углового положения и частоты принимаемого радиосигнала ИСЗ.
3. Анализ практической применимости алгоритма.

Постановка задачи

Измеряемыми радионавигационными параметрами, доступными при приеме ОПРТС сигналов низкоорбитальных ИСЗ, являются углы места и азимута в топоцентрической системе координат, а также частота несущей принимаемого сигнала.

При приеме радиосигнала ИСЗ в ОПРТС на интервале измерений в моменты времени t_n ($n = 1, \dots, N$) формируется совокупность отсчетов угловых координат $\theta(t_n, \mathbf{q}_{ucm})$, $\varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm})$ и частоты несущей принимаемого сигнала, соответствующих угловому положению ИСЗ в топоцентрической системе координат $\hat{\theta}_n$, $\hat{\varphi}_n$ [1-6]:

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(t_n) &= \theta(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) + h_\theta(t_n), \\ \hat{\varphi}(t_n) &= \varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) + h_\varphi(t_n), \\ \hat{f}(t_n) &= f(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) + h_f(t_n),\end{aligned}\tag{2}$$

где $\mathbf{q}_{ucm} = \{\varepsilon_{ucm}, a_{ucm}, \lambda_{ucm}, i_{ucm}, \omega_{ucm}, M_{ucm}\}$ - вектор, элементами которого являются значения Кеплеровых параметров орбиты, по которой движется ИСЗ на интервале измерений;

$h_\theta(t_n)$, $h_\varphi(t_n)$, $h_f(t_n)$ - значения случайного процесса, соответствующего отсчетам белого гауссовского шума (БГШ) измерений углов в ОПРТС в дискретные моменты времени t_n .

Положение ОПРТС является заданным в геоцентрической системе координат, движение ИСЗ подчиняется законам Кеплера, что на коротких интервалах наблюдения (10'-15') выполняется с достаточной для практического приложения точностью [5].

Требуется по результатам измерений (2) определить вектор параметров орбиты ИСЗ $\mathbf{q}_0 = \{\varepsilon_0, a_0, \lambda_0, i_0, \omega_0, M_0\}$, оценки элементов которого наименьшим образом отличаются от истинных значений

$$\sum_{i=1}^6 \left(\xi_{ucm}^{(i)} - \xi_0^{(i)} \right)^2 \xrightarrow{\xi_0^{(i)}} \min, \quad (3)$$

где $\xi_0^{(1)} = \varepsilon_0$, $\xi_0^{(2)} = a_0$, $\xi_0^{(3)} = \lambda_0$, $\xi_0^{(4)} = i_0$, $\xi_0^{(5)} = \omega_0$, $\xi_0^{(6)} = M_0$.

Разработка алгоритма определения параметров орбиты низкоорбитального ИСЗ

Измеряемые в ОПРТС углы азимута $\varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm})$ могут быть связаны с Кеплеровыми элементами орбиты соотношением

$$\begin{aligned} & \cos(\omega_{ucm} + \xi(t_n)) \times \\ & \times \left\{ \sin \alpha \cos \beta \cos \lambda_{ucm} - \sin \beta \cos \lambda_{ucm} \cdot \varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) + \right. \\ & \left. + \cos \beta \sin \lambda_{ucm} \cdot \varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) + \sin \alpha \cos \beta \sin \lambda_{ucm} \right\} = \\ & = \sin(\omega + \xi(t_n)) \times \\ & \times \left\{ \sin \alpha \cos \beta \sin \lambda_{ucm} \cos i_{ucm} - \sin \beta \sin \lambda_{ucm} \cos i_{ucm} \cdot \varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) + \right. \\ & \left. + \sin \alpha \cos \beta \cos \lambda_{ucm} \cos i_{ucm} \cdot \varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) + \cos \alpha \sin i_{ucm} + \right. \\ & \left. + \cos \beta \cos \lambda_{ucm} \cos i_{ucm} \cdot \varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где α и β - соответственно геоцентрическая широта и долгота ОПРТС;

$\xi(t_n)$ - истинная аномалия ИСЗ на НКО.

Из последнего соотношения непосредственно следует формула

$$\xi(t_n) = \arctg \left\{ \frac{C(i_{ucm}, \lambda_{ucm}, tg\varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm}))}{S(i_{ucm}, \lambda_{ucm}, tg\varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm}))} \right\} - \omega_{ucm}, \quad (5)$$

определяющая истинную аномалию с параметрами орбиты λ_{ucm} , i_{ucm} , ω_{ucm} и измеренными значениями угла азимута.

В соотношении (5) использованы следующие обозначения:

$$C(i_{ucm}, \lambda_{ucm}, tg\varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm})) = \sin \alpha \cos \beta \cos \lambda_{ucm} - \sin \beta \cos \lambda_{ucm} \cdot tg\varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) + \\ + \cos \beta \sin \lambda_{ucm} \cdot tg\varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) + \sin \alpha \cos \beta \sin \lambda_{ucm}$$

$$S(i_{ucm}, \lambda_{ucm}, tg\varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm})) = \sin \alpha \cos \beta \sin \lambda_{ucm} \cos i_{ucm} - \\ - \sin \beta \sin \lambda_{ucm} \cos i_{ucm} \cdot tg\varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) + \\ + \sin \alpha \cos \beta \cos \lambda_{ucm} \cos i_{ucm} \cdot tg\varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) + \cos \alpha \sin i_{ucm} + \\ + \cos \beta \cos \lambda_{ucm} \cos i_{ucm} \cdot tg\varphi(t_n, \mathbf{q}_{ucm})$$

Аналогично на основе результатов измерений угла места можно записать еще одно уравнение связи, непосредственно из которого следует формула

$$tg\theta(t_n, \mathbf{q}_{ucm}) = \\ = \left\{ r(t_n) \left[\cos(\omega_{ucm} + \xi(t_n)) (a_{31} \cos \lambda_{ucm} + a_{32} \sin \lambda_{ucm}) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sin(\omega_{ucm} + \xi(t_n)) (a_{31} \sin \lambda_{ucm} \sin i_{ucm} - a_{32} \cos \lambda_{ucm} \cos i_{ucm}) \right] + \right. \\ \left. + a_{33} r(t_n) \sin(\omega_{ucm} + \xi(t_n)) \sin i_{ucm} - R_3 \right\} \times \\ \times \left\{ \left[r(t_n) \left[\cos(\omega_{ucm} + \xi(t_n)) (a_{11} \cos \lambda_{ucm} + a_{12} \sin \lambda_{ucm}) - \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \sin(\omega_{ucm} + \xi(t_n)) (a_{11} \sin \lambda_{ucm} \sin i_{ucm} - a_{12} \cos \lambda_{ucm} \cos i_{ucm}) \right] + \right. \\ \left. + a_{13} r(t_n) \sin(\omega_{ucm} + \xi(t_n)) \sin i_{ucm} - R_3 \right]^2 + \\ \left. + \left[r(t_n) \left[\cos(\omega_{ucm} + \xi(t_n)) (a_{21} \cos \lambda_{ucm} + a_{22} \sin \lambda_{ucm}) - \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \sin(\omega_{ucm} + \xi(t_n)) (a_{21} \sin \lambda_{ucm} \sin i_{ucm} - a_{22} \cos \lambda_{ucm} \cos i_{ucm}) \right] + \right. \\ \left. + a_{23} r(t_n) \sin(\omega_{ucm} + \xi(t_n)) \sin i_{ucm} - R_3 \right]^2 \right\}^{-1/2}, \quad (6)$$

где входящие в формулу (6) коэффициенты матрицы a_{ij} имеют вид

$$a_{11} = \cos \omega_{ucm} \cdot \cos i_{ucm} \cdot \sin(\Omega_{ucm} - \beta) - \sin \omega_{ucm} \cdot \cos(\beta + \Omega_{ucm}),$$

$$\begin{aligned}
 a_{12} &= \sin \alpha \cdot \left[\sin \omega_{ucm} \cdot \sin(\beta - \Omega_{ucm}) - \cos \omega_{ucm} \cdot \cos i_{ucm} \cdot \cos(\beta - \Omega_{ucm}) \right] + \\
 &+ \cos \alpha \cdot \cos \omega_{ucm} \cdot \sin i_{ucm} , \\
 a_{13} &= \cos \alpha \cdot \left[\cos \omega_{ucm} \cdot \cos i_{ucm} \cdot \cos(\beta - \Omega_{ucm}) - \sin \omega_{ucm} \cdot \sin(\beta - \Omega_{ucm}) \right] + \\
 &+ \sin \alpha \cdot \cos \omega_{ucm} \cdot \sin i_{ucm} , \\
 a_{21} &= \cos \omega_{ucm} \cdot \cos(\beta - \Omega_{ucm}) - \sin \omega_{ucm} \cdot \cos i_{ucm} \cdot \sin(\beta - \Omega_{ucm}) , \\
 a_{22} &= \sin \alpha \cdot \left[\cos \omega_{ucm} \cdot \cos(\Omega_{ucm} - \beta) - \sin \omega_{ucm} \cdot \cos i_{ucm} \cdot \cos(\beta - \Omega_{ucm}) \right] + \\
 &+ \cos \alpha \cdot \sin \omega_{ucm} \cdot \sin i_{ucm} , \\
 a_{23} &= \cos \alpha \cdot \left[\cos \omega_{ucm} \cdot \sin(\beta - \Omega_{ucm}) + \sin \omega_{ucm} \cdot \cos i_{ucm} \cdot \cos(\beta - \Omega_{ucm}) \right] + \\
 &+ \sin \alpha \cdot \sin \omega_{ucm} \cdot \sin i_{ucm} .
 \end{aligned}$$

Формула (6) позволяет выразить модуль геоцентрического вектора положения ИСЗ как функцию параметров λ_{ucm} , i_{ucm} и измеренных значений углов азимута и места

$$r_{ucm}(t_n) = a_{ucm} (1 - \varepsilon_{ucm} \cos E_{ucmn}), \quad (7)$$

где эксцентрическая аномалия описывается соотношением [5]

$$E_{ucmn} = 2 \arctg \left(\sqrt{\frac{1 - \varepsilon_{ucm}}{1 + \varepsilon_{ucm}}} \operatorname{tg} \frac{\xi_n}{2} \right). \quad (8)$$

Соотношения (7), (8) определяют большую полуось орбиты ИСЗ a_{ucm} и эксцентрическую аномалию E_{ucmn} как функцию параметров ε_{ucm} , λ_{ucm} , i_{ucm} , ω_{ucm} и измеренных значений углов азимута и места. В свою очередь, средняя аномалия на произвольный момент времени, который может быть принят за начало отсчета, может быть записана в виде [5]

$$M_0 = E_0 - \sin E_0. \quad (9)$$

Таким образом, использование приведенных соотношений позволяет использовать два уравнения связи, определяемые зависимостями измеряемых углов места и азимута и выразить два параметра орбиты, например, a_{ucm} и M_0 через четыре других ε_{ucm} , λ_{ucm} , i_{ucm} , ω_{ucm} . Это обеспечивает переход от исходного шестимерного ε_{ucm} , a_{ucm} , λ_{ucm} , i_{ucm} , ω_{ucm} и M_0 пространства

Кеплеровых к четырехмерному пространству $\varepsilon_{уст}$, $\lambda_{уст}$, $i_{уст}$, $\omega_{уст}$, в котором происходит как выбор начального приближения, так и поиск глобального минимума квадратичных функционалов, что позволяет сократить объем вычислительных затрат.

Анализ практического применения алгоритма для определения параметров НКО ИСЗ

Структурная схема алгоритма определения Кеплеровых элементов орбиты представлена на рисунке 1.

Предлагаемый алгоритм предусматривает выполнение следующих операций:

0. Формирование начального приближения параметров орбиты ИСЗ.

Выбор указанных значений может проводиться из следующих условий:

$$- 0 < \varepsilon_{np}^{(1)} < 0,5;$$

- $\beta - \pi/2 < \lambda_{np}^{(1)} < \beta + \pi/2$ при наблюдении ИСЗ на восходящем витке и $\beta + \pi/2 < \lambda_{np}^{(1)} < \beta + 3\pi/2$ при наблюдении ИСЗ на нисходящем витке;

$$- 0 < i_{np}^{(1)} < \pi/2;$$

$$- 0 < \omega_{np}^{(1)} < 2\pi.$$

1. Группа операций 1 при выполнении первой итерации ($j=1$) предусматривает ввод начальных значений Кеплеровых элементов орбиты $\lambda_{np}^{(1)}$, $i_{np}^{(1)}$, $\omega_{np}^{(1)}$ и $\varepsilon_{np}^{(1)}$.

При выполнении последующих итераций ($j > 1$) вычисление указанных параметров:

$$\varepsilon_{np}^{(j+1)} = \varepsilon_{np}^{(j)} + \left. \frac{\partial \Phi_i(\varepsilon, a_{np}^{(j)}, i_{np}^{(j)}, \lambda_{np}^{(j)}, \omega_{np}^{(j)}, M_{np}^{(j)})}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon = \varepsilon_{np}^{(j)}} \delta \varepsilon^{(j)},$$

$$\lambda_{np}^{(j+1)} = \lambda_{np}^{(j)} + \left. \frac{\partial \Phi_i(\varepsilon_{np}^{(j)}, a_{np}^{(j)}, i_{np}^{(j)}, \lambda, \omega_{np}^{(j)}, M_{np}^{(j)})}{\partial \lambda} \right|_{\lambda = \lambda_{np}^{(j)}} \delta \lambda^{(j)},$$

$$i_{np}^{(j+1)} = i_{np}^{(j)} + \left. \frac{\partial \Phi_i(\varepsilon_{np}^{(j)}, a_{np}^{(j)}, i, \lambda_{np}^{(j)}, \omega_{np}^{(j)}, M_{np}^{(j)})}{\partial i} \right|_{i=i_{np}^{(j)}} \delta i^{(j)},$$

$$\omega_{np}^{(j+1)} = \omega_{np}^{(j)} + \left. \frac{\partial \Phi_i(\varepsilon_{np}^{(j)}, a_{np}^{(j)}, i_{np}^{(j)}, \lambda_{np}^{(j)}, \omega, M_{np}^{(j)})}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_{np}^{(j)}} \delta \omega^{(j)}$$

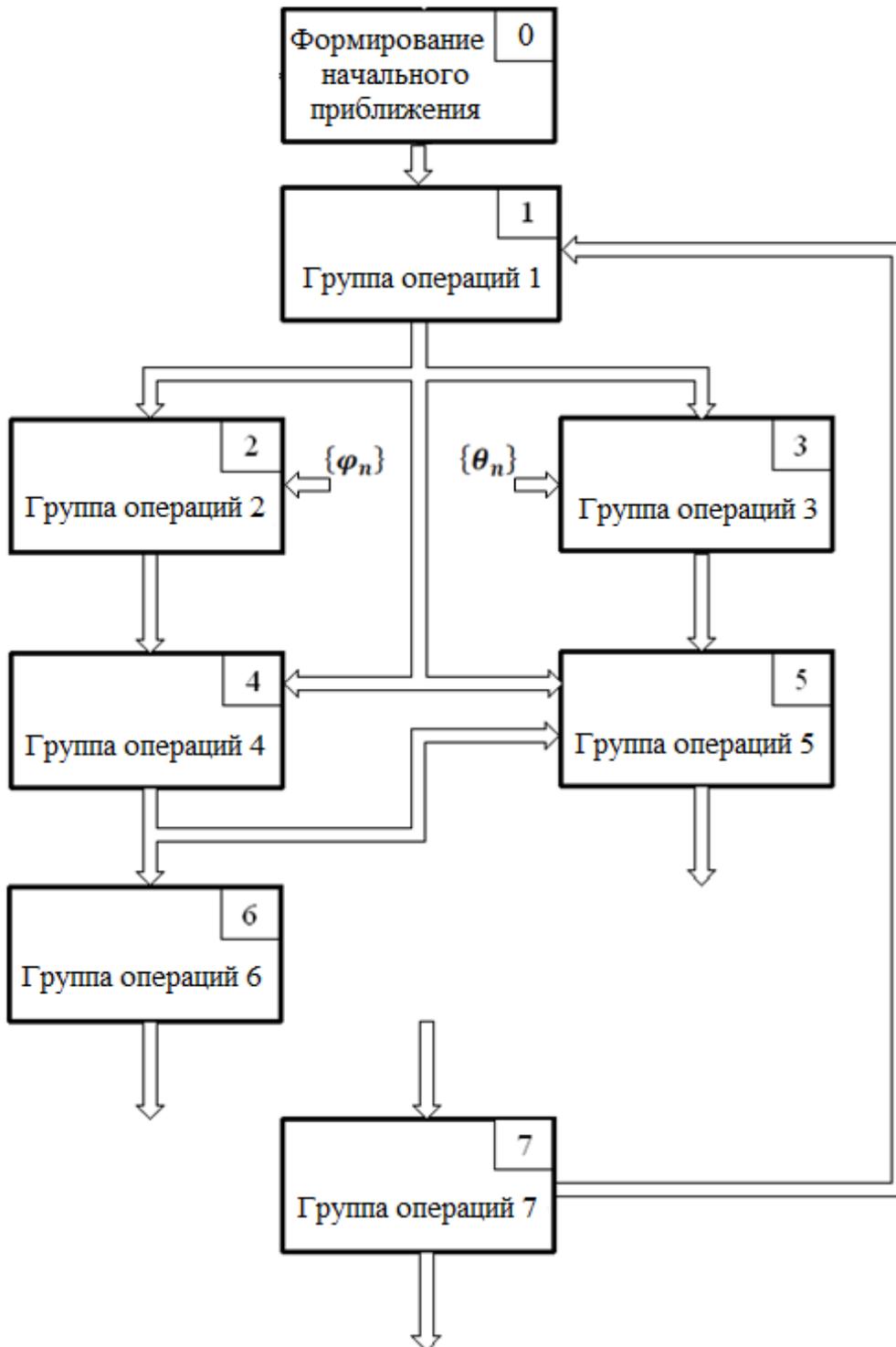


Рис. 1. Структура алгоритма определения параметров НКО и частоты излучаемого сигнала ИСЗ с использованием квадратичных функционалов.

2. Группа операций 2 заключается в вычислении совокупности значений истинной аномалии $\{\xi_n^{(j)}\}$ в соответствии с соотношением (5).

3. Группа операций 3 состоит в вычислении совокупности значений геоцентрического радиус-вектора $\{r_n^{(j)}\}$ в соответствии с соотношением (7).

4. Группа операций 4 определяет вычисление совокупности значений эксцентрической аномалии $\{\Xi_n^{(j)}\}$ в соответствии с соотношением (8).

5. Группа операций 5 предусматривает вычисление большой полуоси орбиты $a^{(j)}$ в соответствии с соотношением (7).

6. Группа операций 6 определяет вычисление совокупности значений средней аномалии $\{M_n^{(j)}\}$ в соответствии с соотношением (9) и ее начального значения при $n = 0$.

7. После определения на j -й итерации предполагаемых значений всех элементов орбиты с использованием группы операций 7 вычисляются предполагаемые координаты и составляющие скорости ИСЗ и соответствующие им значения функционалов $\Phi_1(a_{np}^{(j)}, \varepsilon_{np}^{(j)}, \lambda_{np}^{(j)}, i_{np}^{(j)}, \omega_{np}^{(j)}, M_{np}^{(j)})$,

$\Phi_2(a_{np}^{(j)}, \varepsilon_{np}^{(j)}, \lambda_{np}^{(j)}, i_{np}^{(j)}, \omega_{np}^{(j)}, M_{np}^{(j)})$ и $\Phi_3(a_{np}^{(j)}, \varepsilon_{np}^{(j)}, \lambda_{np}^{(j)}, i_{np}^{(j)}, \omega_{np}^{(j)}, M_{np}^{(j)})$ ($i = 1, 2, 3$). Если

для $\Phi_i(a_{np}^{(j)}, \varepsilon_{np}^{(j)}, \lambda_{np}^{(j)}, i_{np}^{(j)}, \omega_{np}^{(j)}, M_{np}^{(j)})$ ($i = 1, 2, 3$) выполняется условие

$$|\Phi_i(a_{np}^{(j+1)}, \varepsilon_{np}^{(j+1)}, \lambda_{np}^{(j+1)}, i_{np}^{(j+1)}, \omega_{np}^{(j+1)}, M_{np}^{(j+1)}) - \Phi_i(a_{np}^{(j)}, \varepsilon_{np}^{(j)}, \lambda_{np}^{(j)}, i_{np}^{(j)}, \omega_{np}^{(j)}, M_{np}^{(j)})| < \Delta,$$

процесс завершается. В противном случае происходит вычисление частных производных используемого функционала, определение новых значений $\lambda_{np}^{(j+1)}$, $i_{np}^{(j+1)}$, $\omega_{np}^{(j+1)}$, $\varepsilon_{np}^{(j+1)}$ и выполнение следующей итерации. Найденные по окончании итерационного процесса предполагаемые значения Кеплеровых элементов принимаются в качестве оценок истинных значений параметров орбиты.

В частных случаях при наличии априорной информации о параметрах орбиты ИСЗ данный алгоритм упрощается за счет исключения ряда операций.

Заключение

1. Решение задачи в предлагаемой постановке предполагает наряду с формулировкой квадратичных функционалов, из условия минимизации которых определяются параметры орбиты ИСЗ, также и разработку алгоритма выбора начального приближения и последующего поиска значений в пространстве Кеплеровых элементов параметров орбиты, обеспечивающих минимум указанного функционала.

2. Использование двух уравнений связи, формируемых на основе взаимосвязи Кеплеровых элементов орбиты и соответствующих результатов наблюдений углов азимута и места в топоцентрической системе координат, позволяет разработать алгоритм, который обеспечивает уменьшение пространства, в котором определяются значения независимых Кеплеровых элементов. Представленный алгоритм является совокупностью операций, полученных на основе использования Кеплеровского движения ИСЗ по орбите. Более полный учет факторов, влияющих на движение ИСЗ, приводит не к принципиальному изменению алгоритма, а только к усложнению вида используемых соотношений.

3. С учетом двух уравнений взаимосвязи пространство, в котором определяются параметры орбиты, может быть уменьшено до четырехмерного. В статье предложено использовать в качестве независимо определяемых параметров орбиты $\lambda_{np}^{(1)}$, $i_{np}^{(1)}$, $\omega_{np}^{(1)}$ и $\varepsilon_{np}^{(1)}$. Два других параметра $a_{уст}$ и $M_{уст0}$ выражаются через указанные независимо определяемые параметры.

Литература

1. Цыремпилова Н.С., Авдюшев В.А., Баныщикова М.А. Итерационные методы определения орбит в обратных задачах спутниковой динамики. *Известия высших учебных заведений. Физика*. 2011. Т.54. №6/2. С.55-62.
2. Авдюшев В.А. *Численное моделирование орбит*. Томск, НТЛ, 2010. 282 с.

3. Авдюшев В.А., Баньщикова М.А. Определение орбит близких спутников Юпитера. *Астрономический Вестник*. 2008. Т.42. Вып.4. С.317-340.
4. Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. *Методы оптимизации*. Москва, изд-во МГТУ. 2001. 439 с.
5. Урмаев М.С. *Орбитальные методы космической геодезии*. Москва, Недра. 1981. 256 с.
6. Суханов С.А., Хуторовский З.Н. *Методы и алгоритмы построения траекторий низкоорбитальных объектов*. Изд-во LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. 160 с.
7. Габриэльян Д.Д., Горбачев А.Н., Демченко В.И. Определение параметров орбиты геостационарных и геосинхронных ИСЗ в однопозиционных пассивных РЛС. *Радиотехника*. 2014. №8. С.16-23.
8. Габриэльян Д.Д., Горбачев А.Н., Демченко В.И. Использование квадратичных функционалов для определения параметров орбиты космического аппарата в пассивной радиолокационной системе. *Материалы докладов X Всероссийской научно-технической конференции «Радиолокация и радиосвязь»*. 21-23 ноября 2016 г., г. Москва, ИРЭ им В.А. Котельникова РАН, 2016.
9. Габриэльян Д.Д., Горбачев А.Н., Демченко В.И. Оценка влияния состава измерений в однопозиционной пассивной радиотехнической системе на погрешность определения орбиты искусственного спутника Земли. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2020. №6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.6.1>

Для цитирования:

Габриэльян Д.Д., Горбачев А.Н., Демченко В.И. Обобщенный алгоритм определения параметров орбиты ИСЗ на основе квадратичных функционалов. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2021. №2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.2.1>