

DOI <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.2.11>

УДК 621.396.96:621.26

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ БЫСТРЫХ И МЕДЛЕННЫХ МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫХ ПОМЕХ НА ИСКАЖЕНИЯ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ СИСТЕМЫ «РЕШЕТКА-ПРИЕМНИК»

В. М. Артюшенко¹, В. И. Воловач²

¹ Технологический университет,
141070, Московская область, г. Королев, ул. Гагарина, 42

² Поволжский государственный университет сервиса,
445017, Самарская область, г. Тольятти, ул. Гагарина, 4

Статья поступила в редакцию 16 февраля 2021 г.

Аннотация. Произведен анализ влияния быстрых и медленных мультипликативных помех на искажения диаграммы направленности системы «решетка-приемник» в условиях сглаживающего действия приемника и с учетом времени относительного запаздывания от элементов решетки. Получены выражения для мгновенных диаграмм направленности системы «решетка-приемник» при отсутствии и при наличии мультипликативных помех. Показано, что при воздействии мультипликативных помех диаграмма направленности системы «решетка-приемник» получается путем усреднения мгновенной диаграммы направленности решетки на интервале времени, равном длительности сигнала. Рассмотрено влияние периодических мультипликативных помех на искажения диаграммы направленности системы «решетка-приемник». Показано, что для всех сигналов, кроме частотно-модулированных, выражение диаграммы направленности максимизируется в момент времени $\tau_0 = 0$. Также показано, что искажения диаграммы направленности системы «решетка-приемник» при воздействии периодической мультипликативной помехи будут меньше, чем для отдельно рассматриваемой фазированной антенной решетки. Определена степень уменьшения искажений от сглаживающего действия согласованного фильтра приемника; причем искажения тем меньше, чем больше отношение ширины спектра функции

помеховой модуляции к ширине спектра сигнала. Осуществлен анализ влияния флуктуационных мультипликативных помех на искажения диаграммы направленности системы «решетка-приемник» для случая согласованного с сигналом фильтра приемника. Определена средняя диаграмма направленности системы «решетка-приемник» по мощности через энергетический спектр функции помеховой модуляции. Отмечается, что мультипликативные помехи при прочих равных условиях оказывают меньшее влияние на диаграмму направленности системы «решетка-приемник» при использовании широкополосных импульсных сигналов без внутриимпульсной модуляции и при одинаковой временной разрешающей способности по дальности. Отмечается, что при глубоких фазовых искажениях для решеток с фазовращателями искажения диаграммы направленности системы «решетка-приемник», вызываемые мультипликативными помехами, значительно больше тех искажений, которые связаны с конечностью ширины спектра сигнала. Одновременно сглаживающее действие приемника уменьшает расширение главного лепестка диаграммы направленности, вызываемое мультипликативными помехами. Получено выражение для средней мощности диаграммы направленности системы «решетка-приемник» при нормально распределенных фазовых искажениях сигнала. Осуществлена количественная оценка влияния длительности сигнала на искажения диаграммы направленности, вызываемые мультипликативными помехами.

Ключевые слова: фазированная антенная решетка, быстрая мультипликативная помеха, медленная мультипликативная помеха, диаграмма направленности, система «решетка-приемник», функция помеховой модуляции, фазовый сдвиг.

Abstract. The effect of fast and slow multiplicative noise on the distortion of the beam pattern of the «array-receiver» system in the conditions of the smoothing effect of the receiver and taking into account the time of relative lag from the grating elements was analyzed. Expressions are obtained for instantaneous beam patterns of the «array-receiver» system in the absence and presence of multiplicative noise. It is

shown that in the case of action of multiplicative noise the beam pattern of the «array-receiver» system is obtained by averaging the instantaneous pattern on the grating correctness at a time interval equal to the signal duration. Influence of periodic multiplicative noise on distortion of beam pattern of system «array-receiver» is investigated. It is shown that for all signals except frequency-modulated, the beam pattern expression is maximized at the time $\tau_0 = 0$. It is also shown that the beam pattern distortion of the «array-receiver» system when exposed to periodic multiplicative noise is less than for the separately considered phased antenna array. The degree of reduction of distortion from smoothing action of matched receiver filter is determined; and the distortion is less, the greater the ratio of the spectrum width of the noise modulation function to the signal spectrum width. Analysis of the influence of fluctuation multiplicative noise on the distortion of beam pattern of «array-receiver» system for the case of matching with signal of receiver filter is performed. The power-average beam pattern of the «array-receiver» system is determined through the energy spectrum of the noise modulation function. It is noted that multiplicative noise, all other things being equal, has less effect on the beam-receiver pattern of the system when using broadband pulse signals without intra-pulse modulation and at the same time resolution in range. It is noted that in case of deep phase distortions for gratings with reversible phases, the distortion of the beam pattern of the «array-receiver» system caused by multiplicative noise is significantly more than those distortions associated with the extremity of the signal spectrum width. The newly smoothing effect of the receiver reduces the expansion of the beam lobe caused by multiplicative noise. An expression is obtained for the average power of the beam pattern of the «array-receiver» system with normally distributed phase distortions of the signal. The effect of the signal duration on beam distortions caused by multiplicative noise was quantified.

Key words: phased antenna array, fast multiplicative noise, slow multiplicative noise, beam pattern, grating-receiver system, noise modulation function, phase shift.

Введение

В режиме приема сигналов эффекты, вызываемые мультипликативными (модулирующими) помехами (МП), нельзя оценить без учета характеристик приемника, в который поступает напряжение с сумматора фазированной антенной решетки (ФАР) [1-3]. Быстрые изменения напряжения, поступающего с сумматора, в той или иной степени сглаживаются линейными фильтрами приемника, что влияет на эффекты, вызываемые МП [4-10].

Для учета сглаживающего действия приемника при оценке влияния МП на работу ФАР рассмотрим систему «ФАР-линейная часть приемника» [11]. Нормированную зависимость напряжения, или мощности, на выходе этой системы от угла γ , характеризующего направление прихода сигнала, или от обобщенного угла ψ , будем называть диаграммой направленности (ДН) системы «решетка-приемник».

Определим ДН такой системы по напряжению при наличии МП для решетки с фазовращателями [12].

1. Диаграмма направленности системы «решетка-приемник» при воздействии мультипликативных помех

Пусть неискаженный сигнал определяется выражением

$$u(t) = \operatorname{Re} \left[\dot{U}(t) \exp \{ j(\omega_c t) \} \right],$$

где $\dot{U}(t)$ – комплексная огибающая; ω_c – частота сигнала.

При наличии МП сигнал, поступающий на сумматор со среднего излучателя решетки ($n = 0$), будет определяться выражением:

$$u_{m,0}(t) = a_0 \operatorname{Re} \left\{ \dot{U}(t) \dot{M}(t) \exp \{ j(\omega_c t) \} \right\},$$

а с n -го излучателя с учетом запаздывания и сдвига фазы, создаваемого фазовращателем:

$$u_{m,n}(t) = a_n \operatorname{Re} \left\{ \dot{U} \left(t - \frac{\sin \gamma}{c} l_n \right) \dot{M} \left(t - \frac{\sin \gamma}{c} l_n \right) \times \right. \\ \left. \times \exp \{ j(\omega_c t) \} \exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda} l_n (\sin \gamma_0 - \sin \gamma) \right] \right\},$$

где $\dot{M}(t)$ – функция помеховой модуляции (ФПМ), полностью характеризующая паразитную модуляцию сигнала; a_n – нормированный коэффициент усиления n -го элемента; γ_0 – направление фазирования решетки; γ – угол, отсчитываемый от нормали к решетке; c – скорость света; l_n – координаты n -го элемента (излучателя).

Комплексная огибающая напряжения на выходе сумматора

$$\dot{U}_{\Sigma}(\gamma, t) = \sum_{n=-0,5(N_p-1)}^{0,5(N_p-1)} a_n \dot{U} \left(t - \frac{\sin \gamma}{c} l_n \right) \dot{M} \left(t - \frac{\sin \gamma_0}{c} l_n \right) \exp \left\{ j \frac{l_n \omega_c}{c} (\sin \gamma_0 - \sin \gamma) \right\},$$

где N_p – общее количество элементов в линейке, одном ряде решетки.

При переходе к обобщенному углу ψ и замене суммы интегралом, что не связано со значительными погрешностями, получим

$$\dot{U}_{\Sigma}(\psi, t) = N_p \int_{-\infty}^{\infty} a(x) \dot{U}(t - \chi x) \dot{M}(t - \chi x) \exp \{ j(\psi x) \} dx,$$

где $\psi = \pi \frac{L}{\lambda} (\sin \gamma_0 - \sin \gamma)$; $\chi = L \sin \gamma / 2c$ – время относительного запаздывания для крайнего элемента решетки; L – длина линейки излучателя; γ_0 – угол, соответствующий главному максимуму диаграммы, а функция $a(x) = 0$ при $|x| > 1$. С сумматора напряжение поступает на приемник.

Если импульсная характеристика линейной части приемника описывается как $h(t) = \text{Re} \{ \dot{H}(t) \exp \{ j(\omega_c t) \} \}$, то при отсутствии расстройки по частоте комплексная огибающая напряжения на выходе линейной части приемника определяется выражением

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{вых}}(\psi, t) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{H}(t-s) \dot{U}_{\Sigma}(\psi, s) ds = \\ &= \frac{N_p}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{H}(t-s) a(x) \dot{U}(s - \chi x) \exp \{ j(\psi x) \} dx ds, \end{aligned} \quad (1)$$

где s – временная задержка.

Мгновенная ДН системы «решетка-приемник» представляет собой зависимость нормированного значения напряжения (1) от угла и от времени

[11]. Нормировку можно провести двумя способами: относя это напряжение к значению его в максимуме диаграммы при отсутствии МП или при их наличии. Целесообразно провести нормировку по значению напряжения в максимуме при отсутствии МП, так как при этом отличие максимального значения диаграммы от единицы отражает влияние МП на коэффициент направленного действия системы «решетка-приемник». При такой нормировке мгновенная ДН этой системы определяется соотношением

$$\dot{F}_{p.m}(\psi, t) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{H}(t-s)a(x)\dot{U}(s-\chi x)\dot{M}(s-\chi x)\exp\{j(\psi x)\} dx ds}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{H}(t-s)a(x)\dot{U}(s-\varphi x) dx ds}. \quad (2)$$

Во многих случаях (в радиолокации, в системах широкополосной связи и др.) [13, 14] линейная часть приемника представляет собой фильтр, согласованный с принимаемым сигналом. В этом случае $\dot{H}(t)$ определяется выражением:

$$\dot{H}(t) = CU^*(t_0 - t)\exp\{-j(\omega_c t_0)\},$$

где C – постоянный коэффициент, зависящий от коэффициента усиления фильтра; t_0 – время задержки сигнала в фильтре,

и выражение (1) принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{вых}}(\psi, t) = \exp\{-j(\omega_c t_0)\} \frac{CN_p}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(x)U^*(s-\tau)\dot{U}(s-\chi x) \times \\ \times \dot{M}(s-\chi x)\exp\{j(\psi x)\} dx ds, \end{aligned} \quad (3)$$

где отсчет времени $\tau = t - t_0$ ведется от момента, соответствующего максимуму напряжения на выходе фильтра при поступлении на него неискаженного сигнала из среднего элемента решетки ($n = 0$).

Заметим, что здесь и далее звездочка сверху будет означать комплексно сопряженную величину.

Напряжение на выходе линейной части приемника при отсутствии МП и при $\psi = 0$ в этом случае будет

$$\begin{aligned} & \exp\{-j(\omega_c t_0)\} \frac{CN_p}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U^*(s-\tau) \dot{U}(s-\chi x) a(x) ds dx = \\ & = ECN_p \exp\{-j(\omega_c t_0)\} \int_{-\infty}^{\infty} a(x) \dot{\rho}(\tau-\chi x) dx, \end{aligned}$$

где E – энергия сигнала; $\dot{\rho}(\tau, \Omega)$ – автокорреляционная функция сигнала.

Выражение (3) дает зависимость напряжения на выходе системы «решетка-приемник» от угла прихода сигналов и от времени. Для получения ДН необходимо зафиксировать момент времени, в который производится отсчет напряжения при каждом значении ψ . Естественно предположить, что определение направления ψ производится в момент, когда напряжение на выходе фильтра достигает максимума. При этом в (3) следует принять $\tau = \tau_0$, в котором τ_0 – значение τ , соответствующее максимуму огибающей на выходе фильтра при наличии МП [15]. Для большинства видов сигналов модуль автокорреляционной функции симметричен относительно осей τ и F при $\tau_0 = 0$. Исключение могут составлять частотно-модулированные сигналы. При отсутствии МП $\tau_0 = 0$ для всех видов сигналов.

Принимая в (3) $\tau = \tau_0$, получим следующее выражение для ДН системы «решетка-приемник» при МП в случае, когда в приемнике используется согласованный фильтр:

$$\dot{F}_M(\psi) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U^*(s-\tau_0) \dot{U}(s-\chi x) \dot{M}(s-\chi x) a(x) \exp\{j(\psi x)\} ds dx}{2E \int_{-\infty}^{\infty} a(x) \dot{\rho}(-\chi x, 0) dx}, \quad (4)$$

где χ и ψ в случае решетки с фазовращателями определены выше.

В случае решетки с линиями задержки путем аналогичных выкладок можно прийти к тому же выражению (4), но значение χ в нем определяется выражением

$$\chi' = \frac{L(\sin \gamma - \sin \gamma_0)}{2c} = \frac{\psi}{\omega_c}.$$

Исходя из (4), легко получить также выражение для ДН системы «решетка-приемник» при отсутствии МП:

$$\dot{F}(\psi) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \dot{\rho}(-\chi x, 0) a(x) \exp\{j(\psi x)\} dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \dot{\rho}(-\chi x, 0) a(x) dx}, \quad (5)$$

где учтено, что при отсутствии МП $\tau_0 \equiv 0$.

Выражения (4) и (5) могут быть упрощены, если временные сдвиги χx удовлетворяют условию

$$|\chi x|_{\max} = |\chi| \ll \Delta F_c^{-1}, \quad (6)$$

Где ΔF_c – ширина спектра искаженного сигнала.

При этом условии можно пренебречь временным сдвигом χx в автокорреляционной функции и в огибающей сигнала $\rho(-\chi x, 0) \approx \rho(0, 0) = 1$, и искомые выражения принимают вид

$$\dot{F}_M(\psi) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{U}(s) U^*(s - \tau_0) \dot{M}(s - \chi x) a(x) \exp\{j(\psi x)\} ds dx; \quad (7)$$

$$\dot{F}(\psi) = \int_{-\infty}^{\infty} a(x) \exp\{j(\psi x)\} dx = \dot{F}_p(\psi). \quad (8)$$

При $\tau_0 \equiv 0$, что справедливо, как отмечалось выше, для всех видов сигналов кроме частотно-модулированных:

$$\dot{F}_M(\psi) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U^2(s) \dot{M}(s - \chi x) a(x) \exp\{j(\psi x)\} ds dx. \quad (9)$$

Выполнение неравенства (6) является условием отсутствия существенного влияния ширины спектра сигнала на ДН решетки (см. (8)). При значениях χ , сравнимых с ΔF_c^{-1} , пренебрежение временным сдвигом χx в автокорреляционной функции и в огибающей сигнала несколько понижает точность результатов, но при этом позволяет представить их в наглядной форме.

Можно показать, что переход от (4) и (5) к (7) и (8) эквивалентен пренебрежению влиянием ширины спектра неискаженного сигнала на ДН. При таком переходе не учитываются искажения диаграммы, которые могут возникать вследствие отличия ширины спектра неискаженного сигнала от нуля, и рассматриваются только искажения, вызываемые МП.

Неравенство (6) одновременно является условием отсутствия существенного влияния ФАР на разрешающую способность по времени и по доплеровскому сдвигу частоты. Поэтому упрощение, связанное с пренебрежением временным сдвигом χx в автокорреляционной функции, вполне допустимо в тех случаях, когда апертурная обработка сигнала и временная обработка разделены. Будем полагать, что условие (6) выполняется.

Исходя из выражения (7) и

$$\dot{F}_{p.m}(\psi, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{M}(t - \chi x) a(x) \exp\{j\psi x\} dx, \quad (10)$$

где $a(x) = 0$ при $|x| > 1$, можно выразить ДН системы «решетка-приемник» при наличии МП через мгновенную диаграмму решетки $\dot{F}_{p.m}(\psi, t)$:

$$\dot{F}_m(\psi) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{U}(s) U^*(s - \tau_0) \dot{F}_{p.m}(\psi, s) ds. \quad (11)$$

В случае, когда $\tau_0 \equiv 0$, выражение (11) приводится к виду:

$$\dot{F}_m(\psi) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} U^2(s) \dot{F}_{p.m}(\psi, s) ds. \quad (12)$$

Интервал интегрирования в (11) и (12) определяется длительностью огибающей сигнала $U(t)$. Если огибающая сигнала прямоугольная:

$$U(t) = \begin{cases} U_0, & 0 < t < T; \\ 0, & t > T, \quad T < 0, \end{cases} \quad (13)$$

то выражение (11) принимает вид

$$\dot{F}_m(\psi) = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{F}_{p.m}(\psi, s) ds. \quad (14)$$

Выражения (11), (12) и (14) показывают, что при воздействии МП ДН системы «решетка-приемник» получается путем усреднения мгновенной ДН решетки на интервале времени, равном длительности сигнала.

Рассмотрим и проанализируем искажения ДН системы «решетка-приемник», вызываемые МП.

2. Искажения диаграммы направленности системы «решетка-приемник» при воздействии мультипликативных помех. Периодические мультипликативные помехи

Представим ФПМ в виде ряда Фурье

$$\dot{M}(t) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \dot{c}_s \exp\{js(\Omega_M t - \theta)\}, \quad (15)$$

где $\dot{c}_k = T_M^{-1} \int_0^{T_M} \dot{M}(t) \exp\{-jk\Omega_M t\} dt$; $T_M = 2\pi/\Omega_M$ – период ФПМ; Ω_M – частота ФПМ; $\theta = \Omega_M t_0$ – начальная фаза ФПМ по отношению к огибающей сигнала; t_0 – случайная величина, характеризующая временной сдвиг МПФ; s – число, определяющее количество слагаемых ряда Фурье.

Подставив (15) в (7), получим выражение для ДН системы «решетка-приемник» при периодических МП:

$$\begin{aligned} \dot{F}_M(\psi) &= \frac{1}{2E} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{c}_k \exp\{-jk\theta\} U^*(s - \tau_0) \dot{U}(s) \exp\{jk\Omega_M s\} ds \int_{-\infty}^{\infty} a(x) \times \\ &\times \exp\{-jk(\psi - k\Omega_M \chi)x\} dx = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{c}_k \exp\{-jk\theta\} \dot{\rho}(\tau_0, kF_M) \dot{F}(\psi - \chi k\Omega_M), \end{aligned} \quad (16)$$

где τ_0 – значение τ , при котором производится отсчет напряжения на выходе приемника.

Если начальная фаза θ является случайной величиной, то фазовые соотношения между членами суммы (16) изменяются со временем, а, следовательно, изменяются и искажения ДН, вызываемые МП.

Усредненные значения искаженной ДН можно получить при рассмотрении модуля средней диаграммы по напряжению или средней диаграммы по мощности. Более удобным с точки зрения простоты соответствующих выражений является рассмотрение средней диаграммы по мощности.

ДН по мощности при МП

$$\begin{aligned} F_p^2(\psi) &= \dot{F}_M(\psi) F_M^*(\psi) = \sum_k \sum_i \dot{c}_k c_i^* \exp\{j(i-k)\theta\} \times \\ &\times \dot{\rho}(\tau_0, k\Omega_M) \rho^*(\tau_0, i\Omega_M) \dot{F}(\psi - \chi k\Omega_M) F^*(\psi - \chi i\Omega_M). \end{aligned} \quad (17)$$

Среднюю диаграмму по мощности получим путем усреднения (17) по ансамблю реализаций случайной фазы θ , которую полагаем распределенной равномерно в интервале $(0, 2\pi)$. После усреднения получим

$$\begin{aligned} \overline{F_{p.m}^2(\psi)} &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k^2 \rho^2(\tau_0, k\Omega_M) F^2(\psi - \chi k\Omega_M) = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k^2 \rho^2(\tau_0, k\Omega_M) F^2(\psi), \end{aligned} \quad (18)$$

где $F_k(\psi) = F(\psi - \chi k\Omega_M)$.

Для большинства видов сигналов, кроме частотно-модулированных (ЧМ), $\rho(\tau, \Omega)$ имеет максимум при $\tau = 0$ независимо от значения Ω . Для таких сигналов все слагаемые в (16) и (18) имеют максимум в один и тот же момент времени $\tau_0 = 0$ и выражения принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{F}_M(\psi) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{c}_k \exp\{-jk\theta\} \dot{\rho}(0, k\Omega_M) \dot{F}(\psi - \chi k\Omega_M), \\ \overline{F_{p.m}^2(\psi)} &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k^2 \rho^2(0, k\Omega_M) F^2(\psi - \chi k\Omega_M). \end{aligned}$$

Для ЧМ сигналов значение τ , при котором $\rho(\tau, \Omega)$ имеет максимум, зависит от Ω . Поэтому, для различных членов суммы в (1) и (2) максимум будет иметь место при различных значениях τ_0 . Чем больше k , тем больше значение $\tau_0 = \tau_{0,k}$, при котором имеет максимум k -ый член. При изменении момента отсчета τ_0 относительные величины отдельных членов в (16) и (18) меняются. Для решеток с фазовращателями

$$F_k(\psi) = F_p \left[\psi \left(1 + \frac{k\Omega_M}{\omega_c} \right) - k\Omega_M \chi_0 \right] = F_p \left[\psi \left(1 + \frac{k\Omega_M}{\omega_c} \right) - \Delta\psi_k \right].$$

Так как различным значениям k соответствуют различные угловые смещения $\Delta\psi_k$ частичных диаграмм $F_k(\psi)$, то средняя ДН $\overline{F_M^2(\psi)}$ будет различной при разных значениях момента отсчета τ_0 . Так, например, для прямоугольных ЧМ импульсов длительностью T с девиацией частоты $\Delta\omega_d$ максимум k -го члена будет иметь место при значении $\tau_{0,k} = k\Omega_M T / \Delta\omega_d$. Для таких сигналов при $\Omega_M < 4\pi/T$ отдельные члены суммы (16) и (18) на выходе

приемника по времени не разделяются, образуя отклик увеличенной длительности.

В зависимости от того, в какой точке этого отклика производится отсчет напряжения на выходе приемника, будут различными положение максимума средней ДН (18), уровни боковых лепестков и т.д.

При $\Omega_M > 4\pi/T$ для таких сигналов отклики, соответствующие различным составляющим $F_k(\psi)$ на выходе приемника, разделяются по времени – образуются отклики, по форме подобные отклику неискаженного сигнала, но несущие ложную информацию о временном положении сигнала (ошибка $\tau_{0,k} = k\Omega_M T / \Delta\omega_d$) и об угле его прихода (ошибка $\Delta\psi_k = \chi k\Omega_M$).

При решетках с линиями задержки $F_k(\psi) = F_p \left[\psi \left(1 - \frac{k\Omega_M}{\omega_c} \right) \right]$, и все составляющие F_k имеют максимумы, совпадающие с максимумом неискаженной ДН. Поэтому при ЧМ сигналах изменение τ_0 не влечет за собой изменения положения максимума ДН $\overline{F_M^2(\psi)}$. Возможная величина искажений диаграммы значительно меньше, чем для решеток с фазовращателями – в большинстве случаев искажениями практически можно пренебречь.

Сравним выражение (18), определяющее среднюю диаграмму по мощности системы «решетка-приемник», с выражением, определяющим среднюю диаграмму по мощности решетки при периодических МП:

$$\overline{F_{p.m}^2(\psi)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k^2 (\psi - \chi k\Omega_M) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k^2 F_{p.k}^2(\psi), \quad (19)$$

где $F_{p.k}(\psi) = F_p(\psi - \chi k\Omega_M)$, $c_k^2 = |\dot{c}_k|^2$.

Если пренебречь временным сдвигом χx в автокорреляционной функции сигнала, то $F(\psi) = F_p(\psi)$

$$\dot{F}(\psi) = \int_{-\infty}^{\infty} a(x) \exp\{j\psi x\} dx = \dot{F}_p(\psi),$$

и $F_k(\psi) = F_{p.k}(\psi)$, при этом различие между (18) и (19) сводится лишь к

различию в коэффициентах при $F_p(\psi)$. Поэтому качественный анализ искажений ДН решетки, вызываемых периодическими МП [3, 10], остается в силе и для ДН системы «решетка-приемник». Однако в количественной оценке искажений имеются существенные различия, связанные со сглаживающим действием фильтра приемника. Так как при $k \neq 0$ $\rho(\tau_{0,k}, k\Omega_M) < 1$, то коэффициенты при $F_k(\psi)$ в выражении для ДН системы «решетка-приемник» (18) будут меньшими, чем в выражении для диаграммы решетки (19). Поэтому при прочих равных условиях искажения ДН, вызываемые периодической МП, для системы «решетка-приемник» меньше, чем для отдельно рассматриваемой ФАР. Степень уменьшения искажений, связанного со сглаживающим действием согласованного фильтра приемника, зависит от соотношения между шириной спектра ФПМ и шириной полосы частот, в которой автокорреляционная функция сигнала $\rho(\tau_0, \Omega)$ существенно отлична от нуля.

Для автокорреляционной функции сигналов справедливо соотношение

$$\rho(\tau, \Omega) \approx 0 \text{ при } |\Omega| > \Delta\Omega_c,$$

где $\Delta\Omega_c$ – ширина спектра сигнала.

Для импульсных сигналов, кроме ЧМ, действует и более жесткое ограничение:

$$\rho(\tau, \Omega) \approx 0 \text{ при } |\Omega| > \Delta\Omega_{ог},$$

где $\Delta\Omega_{ог} \approx 2\pi/T_{и}$ – ширина спектра огибающей импульса; $T_{и}$ – длительность импульса.

Поэтому для тех гармоник $\dot{M}(t)$, частота которых больше ширины спектра сигнала ($k\Omega_M > \Delta\Omega_c$), коэффициенты при $F_k(\psi)$ в (18) будут близки к нулю и эти составляющие ФПМ не будут вызывать искажений диаграммы.

Таким образом, уменьшение искажений ДН, связанное со сглаживающим действием согласованного фильтра приемника, тем значительнее, чем больше отношение ширины спектра ФПМ к ширине спектра сигнала. Для импульсных

сигналов, кроме ЧМ, вышесказанное относится к ширине спектра огибающей импульса $\Delta F_{ог} \approx 1/T_{и}$.

В общем случае, если фильтр приемника не является согласованным с сигналом, степень его сглаживающего действия зависит от соотношения между шириной спектра $\dot{M}(t)$ и полосой пропускания фильтра.

3. Флуктуационные МП

Рассмотрим среднюю ДН системы «решетка-приемник» по мощности в случае, когда ФПМ $\dot{M}(t)$ представляет собой флуктуационный случайный процесс [16], а фильтр приемника согласован с сигналом. Исходя из (9), можно получить следующее выражение для средней диаграммы по мощности:

$$\overline{F_M^2(\psi)} = m_1 \left\{ \dot{F}_M(\psi) F_M^*(\psi) \right\} = \frac{1}{4E^2} \iiint \int_{-\infty}^{\infty} U^*(s - \tau_0) \dot{U}(q - \tau_0) \dot{U}(s) U^*(q) \times \quad (20)$$

$$\times m_1 \left\{ \dot{M}(t)(s - \chi x_1) \right\} M^*(q - \phi x_2) a(x_1) a(x_2) \exp\{j\psi(x_1 - x_2)\} dx_1 dx_2 ds dq.$$

Используя (20) и (10), нетрудно получить соотношение между средней диаграммой системы «решетка-приемник» по мощности $\overline{F_M^2(\psi)}$ и мгновенной диаграммой решетки по напряжению $F_{р.м}(\psi, \tau)$:

$$\overline{F_M^2(\psi)} = \frac{1}{4E^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U^*(s - \tau_0) \dot{U}(s) \dot{U}(q - \tau_0) U^*(q) \times \quad (21)$$

$$\times m_1 \left\{ \dot{F}_{р.м}(\psi, s) F_{р.м}^*(\psi, q) \right\} ds dq.$$

Выражение (21) иллюстрирует усредняющее действие фильтра приемника на ДН при флуктуационных МП.

Если $\dot{M}(t)$ – стационарный случайный процесс, то (20) может быть представлена в виде

$$\overline{F_M^2(\psi)} = \frac{1}{4E^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U^*(s - \tau_0) \dot{U}(q - \tau_0) \dot{U}(s) U^*(q) ds dq \times \quad (22)$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(x_1) a(x_2) \dot{B}_M(s - q - \chi x_1 + \chi x_2) \exp\{j\psi(x_1 - x_2)\} dx_1 dx_2,$$

где $\dot{B}_M(\tau)$ – корреляционная функция ФПМ.

Выразим среднюю ДН системы «решетка-приемник» по мощности через энергетический спектр ФПМ.

Произведем замену переменных $x_2 - x_1 = y$ и введем обозначение

$$Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} a(x_1)a(x_1 + y)dx_1.$$

Тогда внутренний интеграл в (22) может быть записан в виде преобразования Фурье произведением функций $Y(y)$ и $\dot{B}_M(s - q + \chi y)$:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(x_1)a(x_2)\dot{B}_M(s - q - \varphi x_1 + \chi x_2)\exp\{j\psi(x_1 - x_2)\}dx_1dx_2 = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{B}_M(s - q + \chi y)Y(y)\exp\{-j\psi y\}dy. \end{aligned} \quad (23)$$

Антенные решетки с фазовращателями. При таких антеннах $\psi = \omega_c(\chi_0 - \chi)$ и интеграл (23) имеет вид

$$\frac{1}{(\chi_0 - \chi)} \int_{-\infty}^{\infty} Y\left(\frac{z}{\chi_0 - \chi}\right)\dot{B}_M\left(s - q + \frac{z}{\chi_0 - \chi}\right)\exp\{j\omega_c z\}dz.$$

Выполнив преобразование Фурье, получим

$$S_Y(\omega_c) = (\chi_0 - \chi)F_p^2[\omega_c(\chi_0 - \chi)],$$

где $F_p^2(\psi) = F^2(\psi)$ представляет собой неискаженную ДН по мощности, которая, согласно (8) при принятых условиях, одинакова для решетки и для системы «решетка-приемник».

Преобразование Фурье второй функции $\dot{B}_M(s - q - \chi y)$ равно

$$\begin{aligned} S_B(\omega_c) &= \int_{-\infty}^{\infty} \dot{B}_M\left(s - q + \frac{z}{\chi_0 - \chi}\right)\exp\{-j\omega_c z\}dz = \\ &= \frac{z}{\chi_0 - \chi} \exp\left\{j\frac{\chi_0 - \chi}{\chi}(s - q)\omega_c\right\} G_M\left[\frac{\omega_c(\chi_0 - \chi)}{\chi}\right], \end{aligned}$$

где $G_M(\Omega)$ – энергетический спектр ФПМ.

Представляя рассматриваемый интеграл в виде свертки $S_B(\omega_c)$ и $S_Y(\omega_c)$, получим:

$$\frac{\chi_0 - \chi}{2\pi\chi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{j \frac{\chi_0 - \chi}{\chi} (s - q)u\right\} G_M \left[\frac{(\chi_0 - \chi)}{\chi} u \right] F_p^2 [(\omega_c - u)(\chi_0 - \chi)] du.$$

Произведя в этом выражении замену переменных $\frac{(\chi_0 - \chi)}{\chi} u = \Omega$ и

учитывая, что $\omega_c (\chi_0 - \chi) = \psi$, получим

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{j\Omega(s - q)\} G_M(\Omega) F_p^2 \left[\psi \left(1 + \frac{\Omega}{\omega_c} \right) - \chi_0 \Omega \right] d\Omega,$$

после чего (22) принимает вид

$$\begin{aligned} \overline{F_M^2(\psi)} &= \frac{1}{8\pi E^2} \int_{-\infty}^{\infty} G_M(\Omega) F_p^2 \left[\psi \left(1 - \frac{\Omega}{\omega_c} \right) - \chi_0 \Omega \right] d\Omega \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U^*(s - \tau_0) \dot{U}(q - \tau_0) \dot{U}(s) U^*(q) \exp\{j\Omega(s - q)\} ds dq. \end{aligned}$$

Внутренний интеграл в этой формуле выражается через автокорреляционную функцию сигнала

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U^*(s - \tau_0) \dot{U}(q - \tau_0) \dot{U}(s) U^*(q) \exp\{j\Omega(s - q)\} ds dq = 4E^2 \rho^2(\tau_0, \Omega),$$

где $\rho^2(\tau_0, \Omega) = |\dot{\rho}(\tau_0, \Omega)|^2$ – автокорреляционная функция сигнала.

С учетом этого получим следующую формулу для средней ДН системы «решетка-приемник» по мощности при флуктуационных МП для решетки с фазовращателями:

$$\overline{F_M^2(\psi)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_M(\Omega) \rho^2(\tau_0, \Omega) F_p^2 \left[\psi \left(1 + \frac{\Omega}{\omega_c} \right) - \chi_0 \Omega \right] d\Omega. \quad (24)$$

Сравнивая (24) с выражением [3]

$$\overline{F_M^2(\psi)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_M(\Omega) \rho^2(\tau_0, \Omega) F_p^2 \left[\psi \left(1 + \frac{\Omega}{\omega_c} \right) - \chi_0 \Omega \right] d\Omega,$$

определяющим среднюю диаграмму по мощности антенной решетки с фазовращателями при флуктуационных МП, убеждаемся, что сглаживающее действие согласованного фильтра приемника выражается в замене энергетического спектра $G_M(\Omega)$ в функции $G_p = G_M(\Omega) \rho^2(\tau_0, \Omega)$. Вследствие

этого искажения ДН системы «решетка-приемник» вызывают лишь те спектральные составляющие ФПМ, которые заключены в полосе частот, где функция $\rho^2(\tau_0, \Omega)$ существенно отлична от нуля.

Если полоса частот функции $\rho(\tau_0, \Omega)$ много меньше несущей частоты сигнала, то (24) может быть заменено приближенным соотношением

$$\overline{F_M^2(\psi)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_M(\Omega) \rho^2(\tau_0, \Omega) F^2[\psi - \chi_0 \Omega] d\Omega. \quad (25)$$

Как уже было указано, полоса частот, в которой функция $\rho(\tau_0, \Omega)$ имеет существенные значения, не превышает $2\Delta\Omega_c$, а для импульсных сигналов, кроме ЧМ, – величины $2\Delta\Omega_{ог} \approx 4\pi/T_{и}$. Поэтому составляющие энергетического спектра ФПМ, имеющие частоты, превышающие $\Delta\Omega_{ог} \approx 2\pi/T_{и}$, не вызывают искажений ДН системы «решетка-приемник», так как фильтр приемника сглаживает вызываемые ими изменения.

В связи с этим МП при прочих равных условиях оказывают меньшее влияние на ДН системы «решетка-приемник» при использовании широкополосных импульсных сигналов без внутриимпульсной модуляции и при одинаковой временной разрешающей способности по дальности. Это определяется тем, что при одинаковой разрешающей способности широкополосные импульсы будут иметь длительность $T_{и}$, в Q_y раз большую, чем немодулированные импульсы, где Q_y – коэффициент сглаживания (база сигнала) [17]. Поэтому ширина полосы частот, равная $4\pi/T_{и}$, в которой функция $\rho(\tau_0, \Omega)$ существенно отлична от нуля, для широкополосных импульсов в Q_y раз уже, чем для немодулированных, и усредняющее действие приемника для первых больше.

Зависимость сглаживающего действия приемника от вида сигнала представлена на рис. 1, где показаны средние ДН по мощности системы «решетка-приемник» при двух видах сигналов: при импульсных с колоколообразной огибающей без внутриимпульсной модуляции и при

импульсах с ЧМ ($Q_y = 100$) и такой же огибающей при условии, что временная разрешающая способность одинакова, а $\tau_0 = 0$.

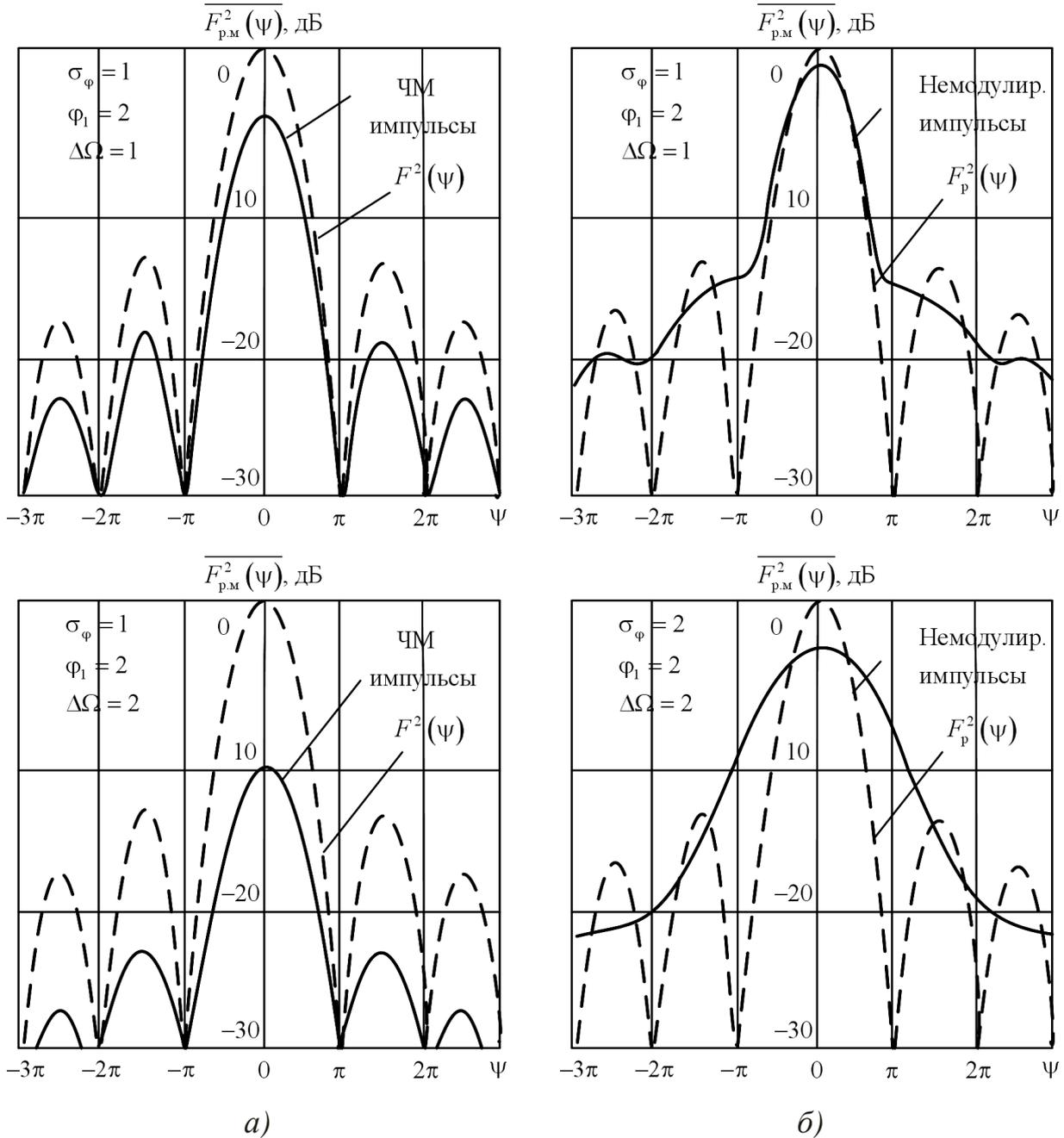


Рис. 1. Зависимость сглаживающего действия приемника от вида сигнала, где: а – частотно-модулированные импульсы; б – немодулированные импульсы.

Кривые рис. 1 построены для случая фазовых искажений при энергетическом спектре $G_M(\Omega)$, определяемом выражением

$$G_M(\Omega) \approx 2\pi \exp\{-\sigma_\varphi^2\} \delta(\Omega) + \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma_\varphi \Omega_{1\varphi}} \exp\left\{-\frac{\Omega^2}{2\sigma_\varphi^2 \Omega_{1\varphi}^2}\right\} \left(1 - \exp\{-\sigma_\varphi^2\}\right), \quad (26)$$

где $\Omega_{1\varphi}^2 = \sigma_\omega^2 / \sigma_\varphi^2$; σ_φ^2 – дисперсия фазовых искажений $\varphi(t)$; σ_ω^2 – дисперсия производной фазовых искажений $\dot{\varphi}(t)$.

Для сравнения пунктиром на рис. 1 показана неискаженная ДН. Для наглядности рассмотрен случай относительно широких спектров сигналов $\Delta F_c = 0,8/\chi_0$ и глубоких фазовых искажений.

Из рис. 1 видно, что при одинаковой ширине спектра сигнала и прочих равных условиях искажения ДН системы «решетка-приемник» в случае применения немодулированных импульсных сигналов значительно больше, чем в случае применения сигналов с внутриимпульсной модуляцией.

В выражении (25), по которому были рассчитаны кривые рис. 1, мы пренебрегли искажениями, связанными с конечной шириной спектров сигналов. Для оценки влияния такого пренебрежения на рис. 2 для случая, когда сигнал представляет собой немодулированные импульсы с колоколообразной огибающей, приведены ДН по мощности системы «решетка-приемник» при отсутствии МП, вычисленные по (5) (пунктирные кривые), и ДН для той же системы при наличии МП с энергетическим спектром, определяемым (26) (сплошные кривые). Все ДН нормированы к максимальному значению неискаженной диаграммы, для чего в (5) знаменатель принят равным единице. Ширина спектра ФПМ выбрана равной ширине сигнала.

Из рис. 2 видно, что при глубоких фазовых искажениях ($\sigma_\varphi = 2$) для решеток с фазовращателями искажения ДН системы «решетка-приемник», вызываемые МП, значительно больше тех искажений, которые связаны с конечностью ширины спектра сигнала. Это справедливо даже при неблагоприятных соотношениях между временем относительного запаздывания и шириной спектра сигнала, не удовлетворяющих условию (6), например, при

$\chi_0 \Delta F_c = 0,8$. При $\delta_0 \Delta F_c = 0,2$ искажения, связанные с широким спектром сигнала, незначительны по сравнению с искажениями, вызываемыми МП.

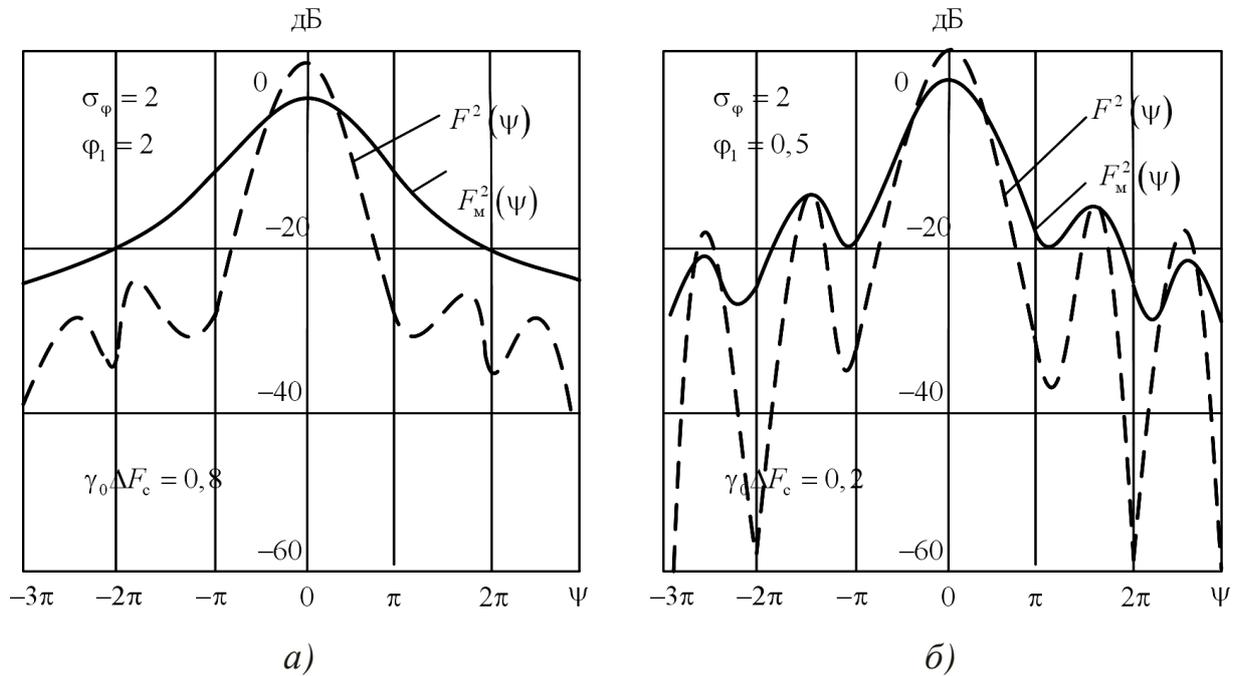


Рис. 2. Нормированная диаграмма направленности по мощности системы «решетка-приемник» для немодулированных импульсов с колоколообразной огибающей, где *a* – $\chi_0 \Delta F_c = 0,8$; *б* – $\chi_0 \Delta F_c = 0,2$.

Сглаживающее действие приемника уменьшает расширение главного лепестка ДН $\Delta\gamma$, вызываемое МП. Для системы «решетка-приемник», будут иметь место следующие соотношения:

– для решеток с фазовращателями при $\gamma_0 \neq 0$

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma_{0,5}} \approx \frac{\Delta\Psi}{\Psi_{0,5}} < 8 \cdot 10^{-3} L \sin \gamma_0 \Delta F_c; \Delta F_c = \Delta\Omega_c / 2\pi,$$

где $\Delta\gamma$, $\Delta\Psi$ – приращение ширины главного лепестка за счет воздействия МП; $\gamma_{0,5}$, $\Psi_{0,5}$ – ширина главного лепестка по уровню 0,5; $\Delta\Omega_c$ – ширина спектра сигнала; L – в метрах; ΔF_c – в МГц;

– для решеток с фазовращателями при $\gamma_0 = 0$ и для решеток с линиями задержки при любых значениях γ_0

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma_{0,5}} < \frac{\Delta\Omega_c}{1,4\omega_c}.$$

В случаях, когда применяются импульсные сигналы с длительностью импульса $T_{\text{и}}$, кроме ЧМ, эти ограничения принимают вид

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma_{0,5}} < 8 \cdot 10^{-3} L \sin \gamma_0 \frac{1}{T_{\text{и}}}; \quad \frac{\Delta\gamma}{\gamma_{0,5}} < \frac{1}{0,45\omega_c T_{\text{и}}}.$$

Смещение средней по мощности ДН системы «решетка-приемник» можно оценить по смещению «центра тяжести», первого начального момента, этой диаграммы:

$$\Psi_{\text{ц}} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi \overline{F_M^2(\psi)} d\psi / \int_{-\infty}^{\infty} \overline{F_M^2(\psi)} d\psi.$$

Для смещения «центра тяжести» ДН можно получить следующую формулу:

$$\Psi_{\text{ц}} = \chi_0 \Omega_{\text{ц}},$$

где

$$\Omega_{\text{ц}} = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega \frac{G_M(\Omega) \rho^2(\tau_0, \Omega)}{(1 + \Omega/\omega_c)^2} d\Omega / \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_M(\Omega) \rho^2(\tau_0, \Omega)}{(1 + \Omega/\omega_c)^2} d\Omega.$$

Если ширина полосы функции $G_{\rho}(\Omega) = G_M(\Omega) \rho^2(\tau_0, \Omega)$ весьма мала по сравнению с несущей частотой сигнала, то $\Omega_{\text{ц}}$ представляет координату «центра тяжести» функции $G_{\rho}(\Omega)$:

$$\Omega_{\rho} \approx \int_{-\infty}^{\infty} \Omega G_{\rho}(\Omega) d\Omega / \int_{-\infty}^{\infty} G_{\rho}(\Omega) d\Omega.$$

В [3] показано, что для средней мощности ДН системы «решетка-приемник» при флуктуационных помехах может быть применен аналогичный анализ, что и для средней по мощности ДН антенной решетки, если вместо энергетического спектра ФПМ $G_M(\Omega)$ использовать функцию $G_{\rho}(\Omega)$.

4. Диаграмма направленности системы «решетка-приемник» при медленных флуктуационных мультипликативных помехах

В [3] было показано, что при медленных МП искажения ДН невелики. В этом случае, если корреляционная функция $\dot{B}_M(\tau)$ дифференцируема, можно

получить простые расчетные выражения для ДН системы «решетка-приемник», исходя из (22) путем разложения корреляционной функции в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned} \dot{B}_M(s - q - \chi x_1 - \chi x_2) \approx \dot{B}_M(s - q) + \chi(x_2 - x_1)\dot{B}'_M(s - q) + \\ + \frac{1}{2}\chi^2(x_2 - x_1)\dot{B}''_M(s - q). \end{aligned} \quad (27)$$

В (27) можно ограничиться тремя первыми членами ряда, учитывая, что $\chi \ll \tau_k$, а $|x_{1,2}| \leq 1$, где τ_k – время корреляции помехи.

Подставляя (27) в (22), получим

$$\overline{F_M^2(\psi)} = K_0(\tau_0)F_p^2(\psi)K_1(\tau_0)\chi F_1(\psi) + K_2(\tau_0)\chi^2 F_2(\psi), \quad (28)$$

где функции $F_p^2(\psi)$, $F_1(\psi)$ и $F_2(\psi)$ определяются соответственно формулами

$$F_p^2(\psi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(x_1)a(x_2)\exp\{j\psi(x_1 - x_2)\} dx_1 dx_2;$$

$$F_1(\psi) = j \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x_2 - x_1)a(x_1)a(x_2)\exp\{j\psi(x_1 - x_2)\} dx_1 dx_2 = -\frac{d}{d\psi} F_p^2(\psi);$$

$$F_2(\psi) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x_2 - x_1)^2 a(x_1)a(x_2)\exp\{j\psi(x_1 - x_2)\} dx_1 dx_2 = -\frac{1}{2} \frac{d}{d\psi} F_1(\psi),$$

а коэффициенты K_0 , K_1 и K_2 равны

$$K_0(\tau_0) = \frac{1}{4E^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U^*(s - \tau_0)\dot{U}(q - \tau_0)\dot{U}(s)U^*(q)\dot{B}_M(s - q) ds dq; \quad (29)$$

$$K_1(\tau_0) = \frac{1}{4E^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U^*(s - \tau_0)\dot{U}(q - \tau_0)\dot{U}(s)U^*(q)\dot{B}'_M(s - q) ds dq; \quad (30)$$

$$K_2(\tau_0) = \frac{1}{4E^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U^*(s - \tau_0)\dot{U}(q - \tau_0)\dot{U}(s)U^*(q)\dot{B}''_M(s - q) ds dq. \quad (31)$$

Таким образом, выражение (28) дает ДН системы «решетка-приемник» в виде суммы функций, определяемых только параметрами антенной решетки, с коэффициентами, определяемыми параметрами сигнала и МП.

Определим коэффициенты K_0 , K_1 и K_2 для случая, когда $\tau_0 = 0$, а огибающая сигнала – прямоугольная (13). В этом случае выражения (29)–(31) приводят к виду

$$K_0 = \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{B}_M(s-q) dsdq; \quad (32)$$

$$K_1 = \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{B}'_M(s-q) dsdq; \quad (33)$$

$$K_2 = \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{B}''_M(s-q) dsdq. \quad (34)$$

Преобразуем выражения (32)–(34); произведем замену переменных $s - q = \tau$. Область интегрирования в координатах τ, q показана на рис. 3.

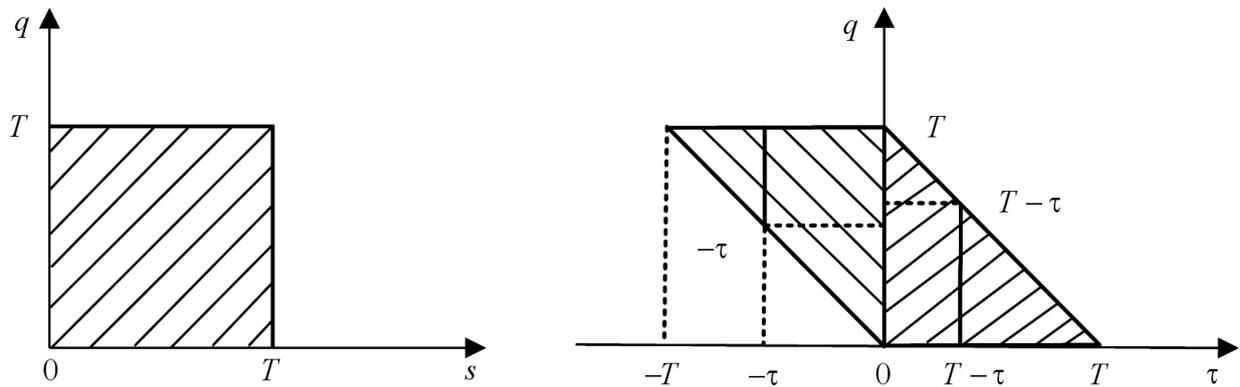


Рис. 3. Область интегрирования в координатах τ, q .

После замены переменных (32) дает

$$\begin{aligned} K_0 &= \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{B}_M(\tau) d\tau \int_0^{T-\tau} dq + \frac{1}{T^2} \int_{-T}^0 \dot{B}_M(\tau) d\tau \int_{-\tau}^T dq = \\ &= \frac{1}{T} \int_{-T}^T \dot{B}_M(\tau) d\tau - \frac{1}{T^2} \int_0^T \tau \dot{B}_M(\tau) d\tau + \frac{1}{T^2} \int_{-T}^0 \tau \dot{B}_M(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Учитывая свойство корреляционной функции

$$\dot{B}_M(-\tau) = B_M^*(\tau); \quad \dot{B}_M(\tau) + \dot{B}_M(-\tau) = 2 \operatorname{Re}\{\dot{B}_M(\tau)\}. \quad (35)$$

выражение (35) можно привести к виду

$$K_0 = \frac{2}{T} \int_0^T \operatorname{Re}\{\dot{B}_M(\tau)\} d\tau - \frac{2}{T^2} \int_0^T \tau \operatorname{Re}\{\dot{B}_M(\tau)\} d\tau. \quad (36)$$

После замены переменных (33) дает

$$K_1 = \frac{j}{T} \int_{-T}^T \dot{B}'_M(\tau) d\tau - \frac{j}{T^2} \int_0^T \tau \dot{B}'_M(\tau) d\tau + \frac{j}{T^2} \int_{-T}^0 \tau \dot{B}'_M(\tau) d\tau. \quad (37)$$

Учитывая свойство производной корреляционной функции

$$\dot{B}'_M(-\tau) = -B_M^{*'}(\tau); \dot{B}'_M(\tau) + \dot{B}'_M(-\tau) = 2j\text{Im}\{\dot{B}'_M(\tau)\},$$

выражение (37) приводится к виду

$$K_1 = -\frac{2}{T} \int_0^T \text{Im}\{\dot{B}'_M(\tau)\} d\tau + \frac{2}{T^2} \int_0^T \tau \text{Im}\{\dot{B}'_M(\tau)\} d\tau. \quad (38)$$

Преобразуя (38) с учетом свойства комплексной корреляционной функции, получим

$$K_1 = -\frac{2}{T^2} \int_0^T \text{Im}\{\dot{B}'_M(\tau)\} d\tau. \quad (39)$$

Рассмотрим выражение (34). После замены переменных оно принимает вид

$$K_2 = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \dot{B}''_M(\tau) d\tau - \frac{1}{T^2} \int_0^T \tau \dot{B}''_M(\tau) d\tau + \frac{1}{T^2} \int_{-T}^0 \tau \dot{B}''_M(\tau) d\tau.$$

С учетом свойства второй производной корреляционной функции

$$\dot{B}''_M(-\tau) = B_M^{*''}(\tau); \dot{B}''_M(\tau) + \dot{B}''_M(-\tau) = 2\text{Re}\{\dot{B}''_M(\tau)\},$$

имеем

$$K_2 = \frac{2}{T} \int_0^T \text{Re}\{\dot{B}''_M(\tau)\} d\tau - \frac{2}{T^2} \int_0^T \tau \text{Re}\{\dot{B}''_M(\tau)\} d\tau. \quad (40)$$

Проведя преобразования в правой части (40), получим

$$K_2 = -\frac{2}{T^2} \dot{B}_M(0) + \frac{2}{T^2} \text{Re}\{\dot{B}_M(T)\}. \quad (41)$$

Выражения (36), (39) и (41) позволяют вычислить коэффициенты K_0 , K_1 и K_2 , если известна корреляционная функция $\dot{B}_M(\tau)$ ФПМ. Выражения $\dot{B}_M(\tau)$ при нормальном законе распределения фазовых и амплитудных искажений приведены в [3].

Согласно [3] при нормальном законе распределения амплитудных и фазовых искажений и при $\tau \ll \tau_k$ корреляционная функция $\dot{B}_M(\tau)$ определяется приближенным выражением

$$\dot{B}_M(\tau) = \eta_0^2 \left\{ 1 + \sigma_\xi^2 + 2j\tau\sigma_\xi\sigma_\omega r_{\xi\omega}(0) - \frac{1}{2} \left[\sigma_\xi^2 + \sigma_\xi\sigma_\omega r_{\xi\omega}(0) \right] r^2 \right\} \exp\{-0,5\sigma_\omega^2\tau^2\}, \quad (42)$$

где η_0 – математическое ожидание безразмерного множителя $\eta(t) = \eta_0 [1 + \xi(t)] \geq 0$, характеризующего амплитудные искажения, вызванные МП; $\xi(t)$ – стационарный случайный процесс с нулевым средним, $[1 + \xi(t)] \geq 0$, характеризующий изменение амплитуды; σ_ξ^2 и $\sigma_{\xi'}^2$ – соответственно, дисперсия изменений амплитуды и ее производной; σ_ω^2 – дисперсия производной изменения фазы; $r_{\xi\omega}(\tau)$ – коэффициент взаимной корреляции изменений амплитуды и производной изменений фазы.

Учитывая (42) и выполняя в (36), (39) и (41) интегрирование, получим

$$K_0 = \frac{\eta_0^2 \sqrt{2\pi}}{\sigma_\omega T} \Phi\left(\frac{\sigma_\omega T}{\sqrt{2}}\right) \left[1 + \sigma_\xi^2 - \frac{\sigma_{\xi'}^2 + 2B_{\xi\omega}^2(0)}{2\sigma_\omega^2}\right] - \frac{2\eta_0^2}{\sigma_\omega^2 T^2} (1 - \exp\{-0,5\sigma_\omega^2 T^2\}) \times$$

$$\times \left[1 + \sigma_\xi^2 - \frac{\sigma_{\xi'}^2 + 2B_{\xi\omega}^2(0)}{\sigma_\omega^2}\right], \quad (43)$$

где

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp\{-z^2\} dz;$$

$$K_1 = \eta_0^2 \frac{4B_{\xi\omega}^2(0)}{\sigma_\omega^2 T^2} (1 - \exp\{-0,5\sigma_\omega^2 T^2\}); \quad (44)$$

$$K_2 = -\frac{2\eta_0^2}{T^2} (1 + \sigma_\xi^2) (1 - \exp\{-0,5\sigma_\omega^2 T^2\}) - [\sigma_{\xi'}^2 + 2B_{\xi\omega}^2(0)] \exp\{-0,5\sigma_\omega^2 T^2\}. \quad (45)$$

При только фазовых искажениях выражения (43)–(45) дают

$$K_0 = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma_\omega T} \Phi\left(\frac{\sigma_\omega T}{\sqrt{2}}\right) - \frac{2}{\sigma_\omega^2 T^2} (1 - \exp\{-0,5\sigma_\omega^2 T^2\});$$

$$K_1 = 0; \quad (46)$$

$$K_2 = -\frac{2}{T^2} (1 - \exp\{-0,5\sigma_\omega^2 T^2\}).$$

Подставляя эти значения коэффициентов в (28) и учитывая значения функций $F_p^2(\psi)$, $F_1(\psi)$ и $F_2(\psi)$, определяемые выражениями

$$F_p^2(\psi) = \begin{cases} \frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \exp\{j\psi(x_1 - x_2)\} dx_1 dx_2 = \frac{\sin^2 \psi}{\psi}, & \psi \neq 0, \\ 1, & \psi = 0; \end{cases}$$

$$F_1(\psi) = \begin{cases} 2 \frac{\sin^2 \psi}{\psi^3} - \frac{\sin 2\psi}{\psi^2} & \psi \neq 0, \\ 0, & \psi = 0; \end{cases}$$

$$F_2(\psi) = \begin{cases} -\frac{\cos 2\psi}{\psi^2} + 2 \frac{\sin 2\psi}{\psi^3} - 3 \frac{\sin^2 \psi}{\psi^4}, & \psi \neq 0, \\ \frac{1}{3}, & \psi = 0, \end{cases}$$

и значение χ , определяемое выражением

$$\varphi = \frac{L \sin \gamma}{2c} = \chi_0 - \frac{\psi}{\omega_c},$$

можно получить следующее выражение для средней мощности ДН системы «решетка-приемник» при нормально распределенных фазовых искажениях сигнала:

$$\overline{F_{p.m}^2(\psi)} = \left[K_0 - Y(\sigma_\omega T) (\varphi_1^2 - 3\varphi_2^2) \right] \frac{\sin^2 \psi}{\psi} + Y(\sigma_\omega T) \left[\varphi_1^2 \left(\frac{\cos^2 \psi}{\psi} - 2 \frac{\sin 2\psi}{\psi^3} + \frac{\sin^2 \psi}{\psi^4} \right) - 2\varphi_1\varphi_2 \left(\frac{\cos 2\psi}{\psi} - 2 \frac{\sin 2\psi}{\psi^2} + 3 \frac{\sin^2 \psi}{\psi^3} \right) + \varphi_2^2 \left(\cos 2\psi - 2 \frac{\sin 2\psi}{\psi} \right) \right], \quad \psi \neq 0; \quad (47)$$

$$\overline{F_{p.m}^2(0)} = K_0 - \frac{1}{3} Y(\sigma_\omega T),$$

где K_0 определяется выражением (46), $\varphi_1 = \chi_0 \sigma_\omega$, $\varphi_2 = \frac{\sigma_\omega}{\omega_c}$, а

$$Y(\sigma_\omega T) = \frac{2}{\sigma_\omega^2 T^2} \left(1 - \exp\{-0,5\sigma_\omega^2 T^2\} \right).$$

В (47) первое слагаемое представляет собой составляющую по форме подобную неискаженной ДН в уменьшенном масштабе, а второе – искажения диаграммы, вносимые МП.

Сравним ДН системы «решетка-приемник» (28) с ДН антенной решетки в случае только фазовых искажений

$$\overline{F_{p.m}^2(\psi)} = \begin{cases} \frac{\sin^2 \psi}{\psi^2} + \chi^2 \sigma_{\omega}^2 \left(3 \frac{\sin^2 \psi}{\psi^4} - 2 \frac{\sin 2\psi}{\psi^3} + \frac{\cos 2\psi}{\psi^2} \right), & \psi \neq 0, \\ 1 - \frac{\chi^2}{3} \sigma_{\omega}^2, & \psi = 0. \end{cases}$$

В оба выражения входят функции $F_p^2(\psi)$, $F_1(\psi)$ и $F_2(\psi)$. Различие между диаграммами определяется только коэффициентами при этих функциях. Анализируя (32)–(34), можно показать, что когда время накопления T фильтра приемника, равное длительности сигнала, стремится к нулю и коэффициенты в (28) приближаются к соответствующим коэффициентам в выражении

$$\overline{F_{p.m}^2(\psi)} = \dot{B}_M(0) F_p^2(\psi) - j\chi \dot{B}'_M(0) F_1(\psi) + \chi^2 \dot{B}''_M(0) F_2(\psi),$$

то есть

$$\lim_{T \rightarrow 0} K_0 = \dot{B}_M(0); \quad \lim_{T \rightarrow 0} K_1 = j\dot{B}'_M(0); \quad \lim_{T \rightarrow 0} K_2 = \dot{B}''_M(0).$$

Поэтому, когда длительность сигнала T стремится к нулю, ДН системы «решетка-приемник» приближается к ДН ФАР.

При конечной длительности сигнала искажения ДН системы «решетка-приемник», вызываемые МП, меньше, чем искажения ДН решетки.

Для количественной оценки влияния длительности сигнала на искажения ДН, вызываемые МП, рассмотрим случай с только фазовыми искажениями при нормальном законе их распределения. В этом случае средняя ДН решетки определяется выражением

$$\overline{F_{p.m}^2(\psi)} = \begin{cases} \left((1 - \varphi_1^2 + 3\varphi_2^2) \frac{\sin^2 \psi}{\psi^2} + \varphi_1^2 \left(3 \frac{\sin^2 \psi}{\psi^4} - 2 \frac{\sin 2\psi}{\psi^3} + \frac{\cos^2 \psi}{\psi^2} \right) - 2\varphi_1\varphi_2 \left(3 \frac{\sin^2 \psi}{\psi^3} - 2 \frac{\sin 2\psi}{\psi^2} + \frac{\cos 2\psi}{\psi} \right) + \right. \\ \left. + \varphi_2^2 \left(\cos 2\psi - 2 \frac{\sin 2\psi}{\psi} \right), \right. & \psi \neq 0, \\ \left. 1 - \frac{1}{3} \varphi_1^2, \right. & \psi = 0. \end{cases} \quad (48)$$

а системы «решетка-приемник» – (47).

Сравнение показывает, что в выражении для ДН системы «решетка-приемник» искажающий член в $(Y(\sigma_\omega T))^{-1}$ раз меньше, чем в выражении для решетки, причем $Y(\sigma_\omega T) < 1$.

Искажающий член тем меньше, чем больше величин $\sigma_\omega T$. Одновременно с увеличением $\sigma_\omega T$ несколько возрастает значение первого члена в (47). Это иллюстрирует рис. 4, на котором показаны зависимости b_1 и b_2 от $\sigma_\omega T$, где b_1 – отношение первого, неискаженного, члена в выражении для системы «решетка-приемник» (47) к соответствующему члену в выражении для решетки (48), а b_2 – отношение искажающих членов в этих формулах.

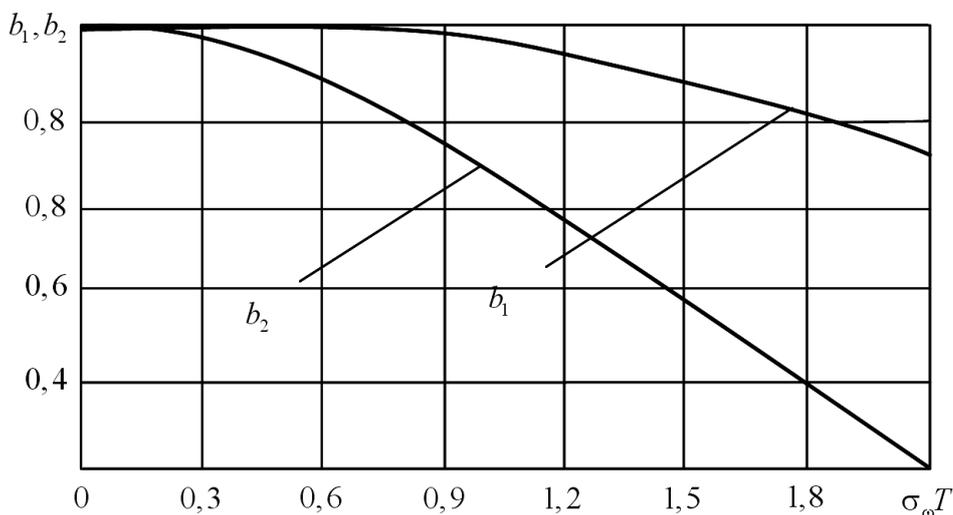


Рис. 4. Зависимость b_1 и b_2 от $\sigma_\omega T$.

При увеличении $\sigma_\omega T$ b_2 уменьшается быстрее, чем b_1 , и, следовательно, искажения диаграммы уменьшаются.

Выводы

Таким образом, были рассмотрены и проанализированы искажения диаграммы направленности системы «решетка-приемник», вызываемые как периодическими, так и флуктуационными мультипликативными помехами. Показано, что при одинаковой ширине спектра сигнала и прочих равных условиях искажения диаграммы направленности системы «решетка-приемник»

в случае применения немодулированных импульсных сигналов значительно больше, чем в случае применения сигналов с внутриимпульсной модуляцией.

Было показано, что степень уменьшения искажений, связанная со сглаживающим действием согласованного фильтра приемника, зависит от соотношения между шириной спектра функции помеховой модуляции и шириной полосы частот, в которой автокорреляционная функция сигнала существенно отлична от нуля.

Осуществлен анализ искажений диаграммы направленности системы «решетка-приемник» при медленных флуктуационных мультипликативных помехах.

Проведена количественная оценка влияния длительности сигнала на искажения диаграммы направленности, вызываемые мультипликативными помехами. Рассмотрен случай с только фазовыми искажениями при нормальном законе их распределения.

Литература

1. Бененсон Л.С., редактор. *Антенные решетки. Обзор зарубежных работ.* Москва, Сов. Радио. 1966. 368 с.
2. Brown W.M., Palermo C.J. Effect of Phase Errors on Resolution. *IEEE Trans. on Military Electronics.* 1965. Vol.9. No.1. P.4-9.
<https://doi.org/10.1109/TME.1965.4323169>
3. Кремер И.Я., Владимиров В.И., Карпухин В.И. *Модулирующие (мультипликативные) помехи и прием радиосигналов.* Москва. Сов. Радио. 1972. 480 с.
4. Левин Б.Р. *Теоретические основы статистической радиотехники;* 3-е изд., перераб. и доп. Москва, Радио и связь. 1989. 656 с.
5. Миддлтон Д. *Введение в статистическую теорию связи. Т. 1, 2.* Пер. с англ. Под ред. Левина Б.Р. Москва, Сов. Радио. 1961, 1962. 782 с., 831 с.
6. Тихонов В. И. *Статистическая радиотехника.* 2-е изд., перераб. и доп. Москва, Радио и связь. 1982. 624 с.

7. Richards M.A. *Fundamentals of Radar Signal Processing*. 2nd ed. McGraw-Hill Education. 2005. 539 p.
8. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Анализ влияния флуктуационных модулирующих помех на статистические характеристики распределения выходного сигнала линейного фильтра. *Журнал радиоэлектроники*. [электронный журнал]. 2020. №7. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.7.12>
9. Artyushenko V. M., Volovach V. I. Statistical Characteristics of the Signal Distribution at the output of the Linear Filter in the Presence of Fluctuating Modulating Noise. *2020 Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies (MWENT). Proceedings*. National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia, March 11–13, 2020. <https://doi.org/10.1109/MWENT47943.2020.9067454>
10. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Анализ характеристик фазированных и синтезированных антенных решеток при воздействии мультипликативных помех. *VII Всероссийская Микроволновая конференция. Сборник трудов*. Москва, ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. 25-27 ноября 2020 г. С. 149-153.
11. Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн. М.: Сов. радио, 1970. 384 с.
12. Artyushenko V. M., Volovach V. I. Distortion of the Radiation Pattern of the «Array-Receiver» System Exposed to Fast and Slow Multiplicative Noise. *2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC). Proceedings*. Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Moscow, Russia. November 25–27, 2020. <https://doi.org/10.1109/RMC50626.2020.9312345>
13. Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А. и др. *Теория обнаружения сигналов*. Москва, Радио и связь.1984. 440 с.
14. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. *Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех*. Москва, Радио и связью. 1981. 416 с.
15. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Обнаружение сигналов при воздействии мультипликативных помех на фоне аддитивного шума. *Журнал*

радиоэлектроники. [электронный журнал]. 2020. №7

<https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.7.13>

16. Фалькович С. Е. *Прием радиолокационных сигналов на фоне флюктуационных помех*. Москва, Сов. Радио. 1961. 311 с.
17. Хелстром К. *Статистическая теория обнаружения сигналов*. Москва, Иностранная литература. 1963. 432 с.

Для цитирования:

Артюшенко В.М., Воловач В.И. Анализ влияния быстрых и медленных мультипликативных помех на искажения диаграммы направленности системы "решетка-приемник". *Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]*. 2021. №2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.2.11>