

УДК 621.391.81:621.396.96

**ПОЛИФАЗНЫЕ КОГЕРЕНТНЫЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СИГНАЛЫ**

Р.Н. Ипанов

**ФКУ Научно-производственное объединение «Специальная техника и связь» МВД  
России, 111024 Москва, ул. Пруд Ключики, 2**

Статья поступила в редакцию 16 января 2017 г., после доработки – 23 января 2017 г.

**Аннотация.** Рассмотрены полифазные ( $p$ -фазные, где  $p$ -простое число) радиолокационные сигналы, имеющие в окрестности центрального пика автокорреляционной функции область нулевых боковых лепестков. Данные сигналы, названные полифазными когерентными дополнительными сигналами, представляют собой пачку из  $p$  когерентных фазокодированных импульсов, кодированных  $p$ -фазными дополнительными последовательностями. Для синтеза этих сигналов представлено рекуррентное правило их формирования, а также алгоритм формирования всего множества  $p$ -фазных дополнительных последовательностей длины  $N = p^k$ ,  $k \in \mathbf{N}$ ,  $\mathbf{N}$  - множество натуральных чисел, используя понятие  $p$ -ичных  $D$ -кодов порядка  $k$ . Область нулевых боковых лепестков автокорреляционной функции полифазных когерентных дополнительных сигналов позволяет снизить порог обнаружения радиолокационных целей до уровня шумов, повышая тем самым вероятностные характеристики обнаружения. Также за счет относительно большой базы эти сигналы имеют высокие коэффициенты сжатия, что позволяет решать задачу разрешения близкорасположенных по дальности целей с близкими радиальными скоростями и измерять их координаты с высокими точностными характеристиками.

Полифазные когерентные дополнительные сигналы также позволяют в значительной степени повысить скрытность излучения РЛС. Они могут формироваться широким набором  $p$ -ичных  $D$ -кодов, отличаются малой спектральной плотностью и низким уровнем боковых лепестков автокорреляционной функции. При оптимальном подборе элементов для  $p$ -

ичных  $D$ -кодов можно получить более низкий уровень боковых лепестков автокорреляционной функции, чем для двоичных кодов близкой длительности.

**Ключевые слова:** полифазный сигнал, пачка импульсов, дополнительная последовательность, автокорреляционная функция, боковые лепестки, порог обнаружения, частота Доплера.

**Abstract.** Polyphase ( $p$ -phase, where  $p$  is a prime number) radiolocation signals that have an area of zero sidelobes in the vicinity of the central peak of the autocorrelation function have been considered. These signals, which are called polyphase coherent complemented signals, are a burst of  $p$  coherent phase-code-manipulated pulses coded by  $p$ -phase complementary sequences. To synthesize these signals, a recurrent rule of forming the  $p$ -phase complementary sequences has been presented, as well as an algorithm of forming the entire set of the  $p$ -phase complementary sequences  $N = p^k$  long,  $k \in \mathbf{N}$ ,  $\mathbf{N}$  is the set of the natural numbers, by using the notion of  $p$ -ary  $D$ -codes of the  $k$  order.

The zero sidelobe area of the autocorrelation function of the polyphase coherent complemented signals permits reducing the threshold of detection of radar targets to the noise level, thus increasing the detection probability. Also, by virtue of the relatively large base these signals have high compression coefficients, which makes it possible to solve the problem of discerning targets that are closely located in space to each other and have close radial velocities as well as measuring their coordinates with high precision.

Also, the polyphase coherent complemented signals permit significantly enhancing the secrecy of the radiolocation station's radiation. They can be formed by a wide range of  $p$ -ary  $D$ -codes, are notable for their little spectral density and the low-level sidelobes of the autocorrelation function. If the elements for the  $p$ -ary  $D$ -codes are selected optimally, a lower level of the autocorrelation function sidelobes can be obtained than for binary codes of a similar duration.

**Keywords:** polyphase signal, burst of pulses, complementary sequence, autocorrelation function, sidelobes, detection threshold, Doppler frequency.

## Введение

В работе [1] были рассмотрены бифазные когерентные дополнительные сигналы, имеющие в окрестности центрального пика аperiodической автокорреляционной функции (АКФ) область нулевых боковых лепестков. Данные сигналы позволяют обнаруживать радиолокационные цели с высокими вероятностными характеристиками обнаружения, а также за счет относительно большой базы имеют высокие коэффициенты сжатия, что позволяет решать задачу разрешения близкорасположенных по дальности целей с близкими радиальными скоростями и измерять их координаты с высокими точностными характеристиками.

В настоящее время большое внимание уделяется снижению возможности обнаружения радиолокационных станций (РЛС) средствами радиотехнической разведки и самонаводящимися противорадиолокационными ракетами. Рассматривается концепция, так называемых, РЛС с малой вероятностью обнаружения излучения, в которых предусмотрены специальные меры для повышения скрытности работы РЛС. Среди них: низкая спектральная плотность излучения, изменение параметров зондирующих сигналов по случайному закону, работа в широкой полосе частот, управление мощностью излучения.

Применяемые широкополосные зондирующие сигналы – сигналы с линейной частотной модуляцией или бифазной модуляцией – не обеспечивают скрытности работы РЛС. Так, сигналы с линейной частотной модуляцией могут быть легко распознаны средствами разведки по скорости изменения фазы; сигналы с бифазной модуляцией – с помощью схем квадратурного детектирования.

В значительной степени скрытность излучения можно повысить при использовании  $p$ -фазных (где  $p$ -простое число) фазоманипулированных сигналов. Полифазные импульсные сигналы могут формироваться широким набором полифазных кодов, отличаются малой спектральной плотностью и низким уровнем боковых лепестков автокорреляционной функции. При



В (3) весовые коэффициенты, на которые умножаются дополнительные последовательности, являются элементами матрицы дискретных экспоненциальных функций размера  $p \times p$ .

Рекуррентное правило (3) позволяет построить  $p$  дополнительных последовательностей  $k+1$ -го порядка из известных  $p$  дополнительных последовательностей предыдущего  $k$ -го порядка.

Весь ансамбль дополнительных последовательностей длины  $N$ , где  $N = p^k$ ,  $k \in \mathbf{N}$ ,  $\mathbf{N}$  - множество натуральных чисел, можно построить, используя понятие  $p$ -ичных  $D$ -кодов порядка  $k$ . Расширим правило построения  $D$ -кодов [3] для случая  $p \geq 2$ , где  $p$  - простое число.

$$A_N^j = \left( \underbrace{00\dots 0}_{p^{j-1}} \quad \underbrace{11\dots 1}_{p^{j-1}} \quad \dots \quad \underbrace{(p-1)(p-1)\dots(p-1)}_{p^{j-1}} \quad \dots \right),$$

$$j = 1, 2, \dots, k.$$

$$C_N = A_N^1 A_N^2 + A_N^2 A_N^3 + \dots + A_N^{j-1} A_N^j + \dots + A_N^{k-1} A_N^k.$$

$$X_k^i = (x_1^i \quad x_2^i \quad \dots \quad x_j^i \quad \dots \quad x_k^i),$$

$$i = 0, 1, \dots, N-1,$$

$$x_j^i = 0, 1, \dots, p-1,$$

$$(i)_{10} = (x_1^i \quad x_2^i \quad \dots \quad x_j^i \quad \dots \quad x_k^i)_p.$$

$$B_N^{i+1} = x_1^i A_N^1 + x_2^i A_N^2 + \dots + x_j^i A_N^j + \dots + x_k^i A_N^k.$$

$$D_N^{i+1} = B_N^{i+1} + C_N, \tag{4}$$

где  $(a)_p$  - представление числа  $a$  в  $p$ -ичной системе счисления.

В (4) все операции умножения и сложения векторов производятся поэлементно по модулю  $p$ .

Для примера построим троичный  $D$ -код порядка  $k = 2$ .

$$A_9^1 = (0 \quad 1 \quad 2 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 0 \quad 1 \quad 2),$$

$$A_9^2 = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 2).$$

$$C_9 = A_9^1 A_9^2 = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 2 \ 1).$$

$$X_2^0 = (0 \ 0), X_2^1 = (0 \ 1), X_2^2 = (0 \ 2),$$

$$X_2^3 = (1 \ 0), X_2^4 = (1 \ 1), X_2^5 = (1 \ 2),$$

$$X_2^6 = (2 \ 0), X_2^7 = (2 \ 1), X_2^8 = (2 \ 2).$$

$$B_9^1 = x_1^0 A_9^1 + x_2^0 A_9^2 = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0),$$

$$B_9^2 = x_1^1 A_9^1 + x_2^1 A_9^2 = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2),$$

$$B_9^3 = x_1^2 A_9^1 + x_2^2 A_9^2 = (0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1),$$

$$B_9^4 = x_1^3 A_9^1 + x_2^3 A_9^2 = (0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 1 \ 2),$$

$$B_9^5 = x_1^4 A_9^1 + x_2^4 A_9^2 = (0 \ 1 \ 2 \ 1 \ 2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 1),$$

$$B_9^6 = x_1^5 A_9^1 + x_2^5 A_9^2 = (0 \ 1 \ 2 \ 2 \ 0 \ 1 \ 1 \ 2 \ 0),$$

$$B_9^7 = x_1^6 A_9^1 + x_2^6 A_9^2 = (0 \ 2 \ 1 \ 0 \ 2 \ 1 \ 0 \ 2 \ 1),$$

$$B_9^8 = x_1^7 A_9^1 + x_2^7 A_9^2 = (0 \ 2 \ 1 \ 1 \ 0 \ 2 \ 2 \ 1 \ 0),$$

$$B_9^9 = x_1^8 A_9^1 + x_2^8 A_9^2 = (0 \ 2 \ 1 \ 2 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 2).$$

$$D_9^1 = B_9^1 + C_9 = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 2 \ 1),$$

$$D_9^2 = B_9^2 + C_9 = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 2 \ 1 \ 0),$$

$$D_9^3 = B_9^3 + C_9 = (0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 2),$$

$$D_9^4 = B_9^4 + C_9 = (0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 2 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0),$$

$$D_9^5 = B_9^5 + C_9 = (0 \ 1 \ 2 \ 1 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2), \tag{5}$$

$$D_9^6 = B_9^6 + C_9 = (0 \ 1 \ 2 \ 2 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1),$$

$$D_9^7 = B_9^7 + C_9 = (0 \ 2 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2),$$

$$D_9^8 = B_9^8 + C_9 = (0 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 0 \ 1),$$

$$D_9^9 = B_9^9 + C_9 = (0 \ 2 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 1 \ 2 \ 0).$$

Здесь тройки кодовых слов  $D_9^1 - D_9^2 - D_9^3$ ,  $D_9^4 - D_9^5 - D_9^6$  и  $D_9^7 - D_9^8 - D_9^9$  образуют тройки дополнительных последовательностей, сумма АКФ которых удовлетворяет (1).

Далее  $p$ -ичный  $D$ -код будем представлять в виде матрицы

$$\mathbf{D}_N = \begin{pmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & \dots & d_{1,j} & \dots & d_{1,N} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & \dots & d_{2,j} & \dots & d_{2,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{i,1} & d_{i,2} & \dots & d_{i,j} & \dots & d_{i,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{N,1} & d_{N,2} & \dots & d_{N,j} & \dots & d_{N,N} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$d_{i,j} = 0, 1, \dots, p-1; N = p^k, p - \text{простое число,}$$

в которой строки переставлены по закону  $p$ -ичной инверсии относительно его упорядочивания в (4).

Матрица  $p$ -фазных дополнительных последовательностей порядка  $k$  [4] будет иметь вид:

$$\tilde{\mathbf{D}}_N = \left\| \tilde{d}_{i,j} \right\|_1^N, \tilde{d}_{i,j} = e^{j \frac{2\pi}{p} d_{i,j}}. \quad (7)$$

Дополнительные последовательности (Д-последовательности), сумма АКФ которых удовлетворяет (1), а также соответствующие им кодовые слова  $D$ -кода, будем называть  **$p$ -парными**.

$p$ -парные Д-последовательности в матрице (7) расположены в строках с номерами  $s$  и  $t$  согласно выражения:

$$|s - t| = p^{k-1}, s, t = 1, 2, \dots, N, N = p^k. \quad (8)$$

Всего существует  $N/p = p^{k-1}$  различных ансамблей  $p$ -парных Д-последовательностей порядка  $k$ .

Последовательности из разных ансамблей  $p$ -парных Д-последовательностей и сами ансамбли, которым эти последовательности принадлежат, будем называть **смежными**.

Полифазный когерентный дополнительный сигнал (КДС) представляет собой последовательность  $p$  когерентных ФКМ импульсов, кодированных ансамблем  $p$ -парных  $D$ -кодов.

Комплексная огибающая полифазного КДС в векторной форме согласно (3) будет иметь следующий вид [1]:

$$\mathbf{S}_{N((p-1)Q+1)} = \left( \mathbf{D}_N^1 \quad \mathbf{O}_{N(Q-1)}^s \quad \mathbf{D}_N^2 \quad \mathbf{O}_{N(Q-1)}^s \quad \dots \quad \mathbf{D}_N^i \quad \mathbf{O}_{N(Q-1)}^s \quad \dots \quad \mathbf{D}_N^p \right), \quad (9)$$

где  $\mathbf{O}_{N(Q-1)}^s = (0_1 \quad 0_2 \quad \dots \quad 0_j \quad \dots \quad 0_{N(Q-1)})$  - нулевой вектор-строка длиной  $N(Q-1)$ ;

$Q \geq 2$  – скважность полифазного КДС;

$N = p^k$  - число элементарных дискрет в импульсе КДС.

Аналитическое выражение полифазного КДС и его комплексной огибающей имеют вид соответственно:

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^N s_0(t - (k + (l-1)NQ - 1)T_0) \cos \left( 2\pi f_0(t - (k + (l-1)NQ - 1)T_0) + \frac{2\pi}{p} d_{l,k} \right), \\ \dot{S}(t) &= \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^N s_0(t - (k + (l-1)NQ - 1)T_0) e^{j\frac{2\pi}{p} d_{l,k}} = \\ &= \sum_{k=1}^N s_0(t - (k-1)T_0) e^{j\frac{2\pi}{p} d_{1,k}} + \sum_{k=1}^N s_0(t - (k + NQ - 1)T_0) e^{j\frac{2\pi}{p} d_{2,k}} + \\ &+ \dots + \sum_{k=1}^N s_0(t - (k + (p-1)NQ - 1)T_0) e^{j\frac{2\pi}{p} d_{p,k}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $s_0(t - (k-1)T_0) = \begin{cases} 1, & (k-1)T_0 \leq t \leq kT_0 \\ 0, & \text{при других } t \end{cases}$  - элементарный дискрет КДС;

$T_0$  – длительность элементарного дискрета;

$d_{i,j} \in \mathbf{D}_N$  -  $j$ -й элемент  $i$ -го  $p$ -парного кодового слова  $D$ -кода.

В дискретном виде при  $t = nT_0$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ,  $T_0 = 1$  комплексная огибающая полифазного КДС будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \dot{S}(n) &= s_0(n-k+1) e^{j\frac{2\pi}{p} d_{1,k}} + s_0(n-k-NQ+1) e^{j\frac{2\pi}{p} d_{2,k}} + \\ &+ \dots + s_0(n-k-(p-1)NQ+1) e^{j\frac{2\pi}{p} d_{p,k}}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $k = 1, 2, \dots, N$ ;



$$s_0(n - (k + (i - 1)NQ - 1)) = \begin{cases} 1, & n = k + (i - 1)NQ - 1 \\ 0, & \text{при других } n \end{cases}, \quad i - \text{ номер импульса в}$$

КДС.

Или согласно (7):

$$\dot{S}(n) = s_0(n - k + 1)\tilde{d}_{1,k} + s_0(n - k - NQ + 1)\tilde{d}_{2,k} + \dots + s_0(n - k - (p - 1)NQ + 1)\tilde{d}_{p,k}. \quad (12)$$

Рассмотрим комплексную огибающую бифазного КДС с параметрами: число дискрет в импульсе  $N = 2^4 = 16$ , скважность  $Q = 2$ . Один из смежных ансамблей  $p$ -парных  $D$ -кодов для данного сигнала имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(первая и восьмая строки матрицы (6)).

Комплексная огибающая КДС согласно (11) будет иметь вид:

$$\dot{S}(n) = s_0(n - k + 1)e^{j\pi d_{1,k}} + s_0(n - k - NQ + 1)e^{j\pi d_{2,k}}.$$

На рис.1 представлена комплексная огибающая рассматриваемого бифазного КДС, являющаяся действительной функцией номера отсчета КДС.

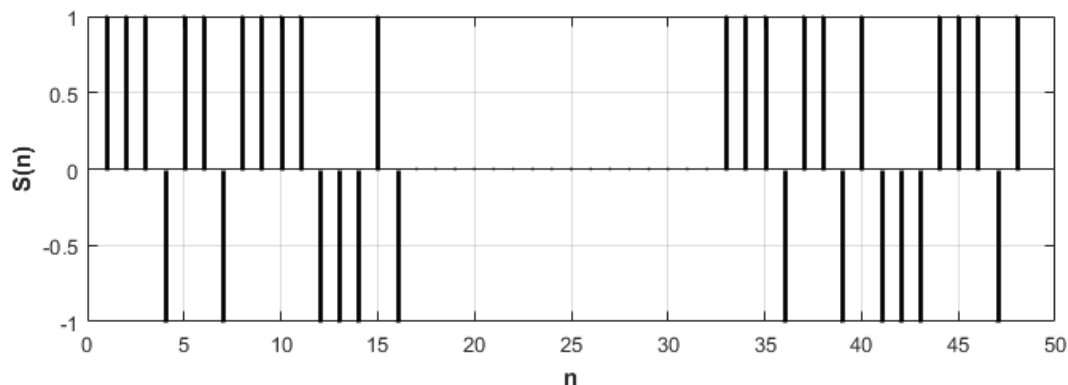


Рис.1. Комплексная огибающая КДС с параметрами  $N = 2^4$  и  $Q = 2$

Из рис.1 видно, что комплексная огибающая бифазного КДС представляет собой последовательность прямоугольных импульсов с одинаковой амплитудой, т.е. является постоянной.

Рассмотрим теперь комплексную огибающую трехфазного КДС с параметрами: число дискрет в импульсе  $N = 3^2 = 9$ , скважность  $Q = 2$ . Один из смежных ансамблей  $p$ -парных  $D$ -кодов для данного сигнала имеет вид:

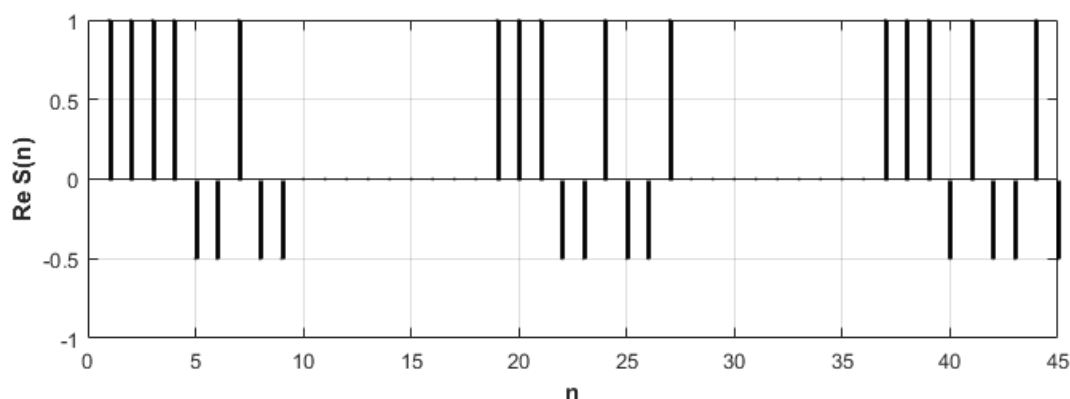
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(первая, четвертая и седьмая строки матрицы (6)).

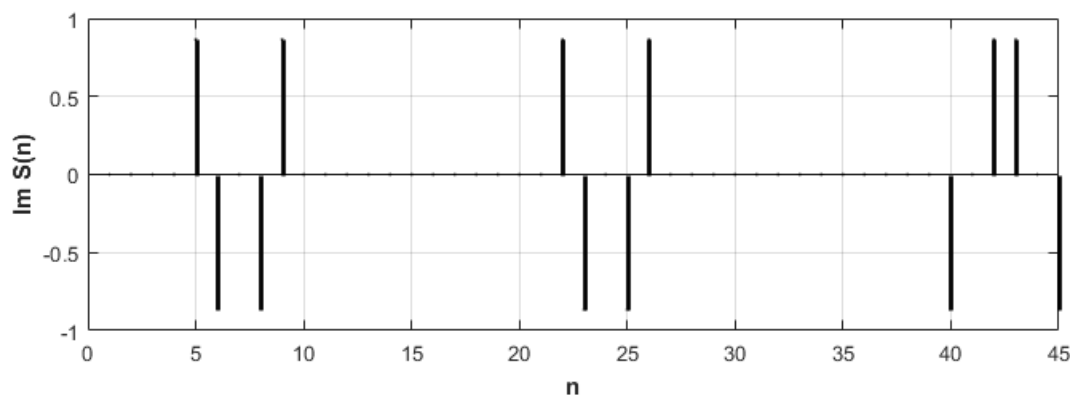
Комплексная огибающая КДС согласно (11) будет иметь вид:

$$\dot{S}(n) = s_0(n-k+1)e^{j\frac{2\pi}{3}d_{1,k}} + s_0(n-k-NQ+1)e^{j\frac{2\pi}{3}d_{2,k}} + s_0(n-k-2NQ+1)e^{j\frac{2\pi}{3}d_{p,k}}$$

На рис.2а) и 2б) представлены соответственно реальная и мнимая части комплексной огибающей рассматриваемого трехфазного КДС.



а) Реальная часть комплексной огибающей



б) Мнимая часть комплексной огибающей

Рис.2. Комплексная огибающая КДС с параметрами  $N = 3^2$  и  $Q = 2$

Из рис.2 видно, что комплексная огибающая трехфазного КДС не является постоянной. Мнимая часть комплексной амплитуды принимает три значения:  $0$ ,  $\sqrt{3}/2$  и  $-\sqrt{3}/2$ .

Пик-фактор полифазного КДС определяется выражением:

$$pf = N \frac{\tilde{d}_{i,k}^2_{\max}}{\sum_{k=1}^N \tilde{d}_{i,k}^2}, \quad i - \text{номер импульса в КДС.} \quad (13)$$

Для рассматриваемого примера пик-фактор определяется мнимой частью комплексной огибающей и равен:

$$pf = 9 \frac{3/4}{0.5 + 4 \cdot 3/4} = 2,25.$$

Максимальное же значение пик-фактора для трехфазного КДС с числом дискрет в импульсе  $N = 3^2$  определяется другим смежным ансамблем Д-последовательностей и равен 2,4.

Как известно, увеличение пик-фактора негативно сказывается на эффективности работы радиопередатчиков и усилителей, ведет к снижению КПД высокочастотного оборудования, к увеличению нелинейных искажений, повышает требования к оборудованию по динамическому диапазону мощности излучения.

В таблице 1 приведены максимальные значения пик-факторов полифазных КДС с различным числом фаз  $p$  и числом дискрет в импульсе  $p^k$ .

Таблица 1.

$p^k$	$3^2$	$3^3$	$3^4$	$3^5$	$3^6$	$5^2$	$5^3$	$5^4$	$5^5$	$7^2$	$7^3$	$7^4$
$pf_{\max}$	2,4	2,4	2,1	2,1	2,0	2,4	2,4	2,1	2,1	2,3	2,3	2,0

Из таблицы 1 видно, что с увеличением числа дискрет в импульсе полифазного КДС есть тенденция к уменьшению максимального значения его пик-фактора. Однако наличие у КДС при  $p > 2$  непостоянной огибающей является существенным недостатком рассматриваемого класса сигналов.

**Анализ корреляционных характеристик полифазных когерентных дополнительных сигналов**

Обозначим АКФ полифазного КДС следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{r}_l^s &= \sum_{k=l+1}^{N((p-1)Q+1)} \dot{S}_k \dot{S}_{k-l}^*, \\ &- N((p-1)Q+1)+1 \leq l \leq N((p-1)Q+1)-1. \end{aligned} \quad (14)$$

Если выполнять произведение отсчетов КДС только в пределах импульсов пачки (между импульсами произведение отсчетов равно нулю), то согласно (12) выражение (14) для АКФ КДС будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \dot{r}_l^s &= \sum_{k=l+1}^N \dot{S}_k \dot{S}_{k-l}^* = \\ &= \sum_{k=l+1}^N \left( \dot{d}_{1,k} + \dot{d}_{2,k} + \dots + \dot{d}_{i,k} + \dots + \dot{d}_{p,k} \right) \times \\ &\times \left( \dot{d}_{1,k-l}^* + \dot{d}_{2,k-l}^* + \dots + \dot{d}_{i,k-l}^* + \dots + \dot{d}_{p,k-l}^* \right) = \\ &= \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{1,k} \dot{d}_{1,k-l}^* + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{1,k} \dot{d}_{2,k-l}^* + \dots + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{1,k} \dot{d}_{i,k-l}^* + \dots + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{1,k} \dot{d}_{p,k-l}^* + \\ &+ \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{2,k} \dot{d}_{1,k-l}^* + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{2,k} \dot{d}_{2,k-l}^* + \dots + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{2,k} \dot{d}_{i,k-l}^* + \dots + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{2,k} \dot{d}_{p,k-l}^* + \\ &+ \dots + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{i,k} \dot{d}_{1,k-l}^* + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{i,k} \dot{d}_{2,k-l}^* + \dots + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{i,k} \dot{d}_{i,k-l}^* + \dots + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{i,k} \dot{d}_{p,k-l}^* + \\ &+ \dots + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{p,k} \dot{d}_{1,k-l}^* + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{p,k} \dot{d}_{2,k-l}^* + \dots + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{p,k} \dot{d}_{i,k-l}^* + \dots + \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_{p,k} \dot{d}_{p,k-l}^*, \quad (15) \\ &- N+1 \leq l \leq N-1. \end{aligned}$$

Представим все слагаемые, входящие в выражение для вычисления АКФ КДС (15), в виде элементов матрицы следующим образом:

$$\mathbf{r}_p = \begin{pmatrix} \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{1,k} \tilde{d}_{1,k-l}^* & \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{1,k} \tilde{d}_{2,k-l}^* & \dots & \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{1,k} \tilde{d}_{i,k-l}^* & \dots & \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{1,k} \tilde{d}_{p,k-l}^* \\ \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{2,k} \tilde{d}_{1,k-l}^* & \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{2,k} \tilde{d}_{2,k-l}^* & \dots & \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{2,k} \tilde{d}_{i,k-l}^* & \dots & \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{2,k} \tilde{d}_{p,k-l}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{i,k} \tilde{d}_{1,k-l}^* & \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{i,k} \tilde{d}_{2,k-l}^* & \dots & \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{i,k} \tilde{d}_{i,k-l}^* & \dots & \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{i,k} \tilde{d}_{p,k-l}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{p,k} \tilde{d}_{1,k-l}^* & \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{p,k} \tilde{d}_{2,k-l}^* & \dots & \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{p,k} \tilde{d}_{i,k-l}^* & \dots & \sum_{k=l+1}^N \tilde{d}_{p,k} \tilde{d}_{p,k-l}^* \end{pmatrix} \quad (16)$$

На главной диагонали матрицы (16) располагаются АКФ (2) всех дополнительных последовательностей, входящих в состав КДС. Сумма всех элементов главной диагонали определяет основной и боковые лепестки АКФ КДС  $\dot{r}_l^s$  при  $l = \pm 1, \dots, \pm (N - 1)$  согласно (1).

На побочных диагоналях матрицы (16) располагаются взаимокорреляционные функции (ВКФ) дополнительных последовательностей:

$$\dot{r}_l^{i,j} = \sum_{k=l+1}^N \dot{d}_k^i \dot{d}_{k-l}^{j*}, \text{ где } i \neq j; -(N - 1) \leq l \leq N - 1 \quad (17)$$

Т.к. дополнительные последовательности являются ортогональными, то:

$$\dot{r}_0^{i,j} = 0. \quad (18)$$

Боковые лепестки АКФ КДС  $\dot{r}_l^s$  при  $l > N$  определяются суммой всех элементов каждой из побочных диагоналей, расположенных выше главной диагонали, а при  $l < -N$  - ниже главной диагонали.

Для АКФ полифазного КДС будет выполняться равенство [2]:

$$\dot{r}_{-l}^s = \dot{r}_l^{s*} \quad (19)$$

В векторном виде АКФ полифазного КДС согласно (2), (16) и (17) будет иметь вид [1]:

$$\mathbf{R}_{2N((p-1)Q+1)-1}^s = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{p-(p-1)} \mathbf{R}_{2N-1}^{i+p-1,i} & \dots \\ \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^p \mathbf{R}_{2N-1}^i & \mathbf{O}_{N(Q-2)}^r & 0 & \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{R}_{2N-1}^{i,i+1} & \mathbf{O}_{N(Q-2)}^r & 0 & \sum_{i=1}^{p-2} \mathbf{R}_{2N-1}^{i,i+2} & \dots \\ \dots & \sum_{i=1}^{p-j} \mathbf{R}_{2N-1}^{i,i+j} & \mathbf{O}_{N(Q-2)}^r & 0 & \dots & \sum_{i=1}^{p-(p-1)} \mathbf{R}_{2N-1}^{i,i+p-1} \end{pmatrix} \quad (20)$$

где  $\mathbf{O}_{N(Q-2)}^r = (0_1 \ 0_2 \ \dots \ 0_j \ \dots \ 0_{N(Q-2)})$  - нулевой вектор-строка длиной  $N(Q-2)$ ;

$$\mathbf{R}_{2N-1}^{i,j} = (\dot{r}_{-N+1}^{i,j} \ \dot{r}_{-N+2}^{i,j} \ \dots \ \dot{r}_{-1}^{i,j} \ \dot{r}_0^{i,j} \ \dot{r}_1^{i,j} \ \dots \ \dot{r}_l^{i,j} \ \dots \ \dot{r}_{N-2}^{i,j} \ \dot{r}_{N-1}^{i,j}). \quad (21)$$

При  $i = j$   $\mathbf{R}_{2N-1}^{i,j} = \mathbf{R}_{2N-1}^i$  и согласно (1):

$$\sum_{i=1}^p \mathbf{R}_{2N-1}^i = (0_{-N+1} \ 0_{-N+2} \ \dots \ pN \ \dots \ 0_{N-2} \ 0_{N-1}), \quad (22)$$

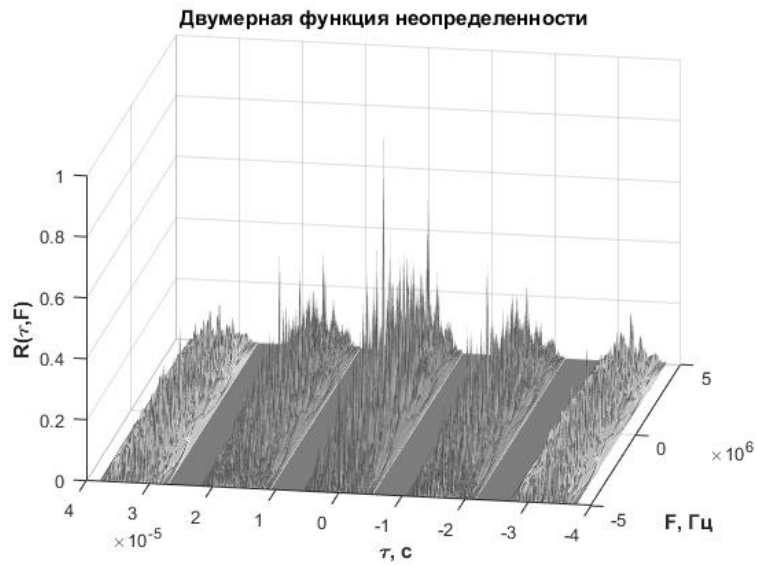
а при  $i \neq j$   $\dot{r}_0^{i,j} = 0$ .

Размер нулевой области (окрестности  $O_0$ ), в которой значения боковых лепестков АКФ полифазного КДС равны нулю, согласно (20) и (22) определяется [1]:

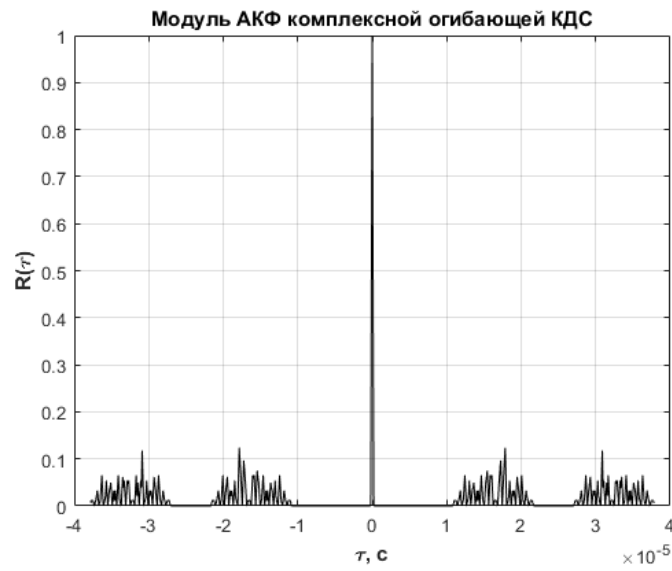
$$\begin{aligned} O_0 &= 2NT_0(Q-1), \\ N &= p^k. \end{aligned} \quad (23)$$

Далее во всех приведенных примерах будем считать длительность элементарного дискрета  $T_0$  равной 0,2 мкс.

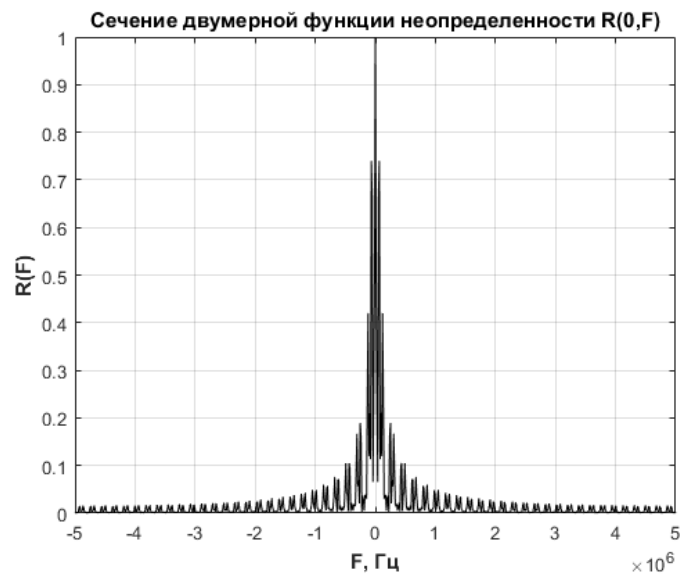
На рис.3а), 3б) и 3с) представлены соответственно нормированная двумерная функция неопределенности, его сечение плоскостью  $F = 0$  (АКФ комплексной огибающей КДС при полном согласовании фильтра с эхосигналом по частоте) и сечение плоскостью  $\tau = 0$  (амплитудно-частотный спектр квадрата комплексной огибающей КДС). Здесь используется трехфазный КДС с параметрами: число дискрет в импульсе  $N = 3^3 = 27$ , скважность  $Q = 3$ .



a)



b)



с)

Рис.3. Корреляционные характеристики КДС с параметрами  $N = 3^3$  и  $Q = 3$

Нулевая окрестность для сигнала с данными параметрами будет равна:

$$O_0 = 2 \cdot 27 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} \cdot (3 - 1) = 21,6 \text{ мкс.}$$

Из рис.3а) видно, что тело неопределенности имеет четыре  $(2(p-1))$  прямоугольные области с нулевыми лепестками корреляции вдоль всей оси частот  $F$ . Это обусловлено наличием скважности  $Q=3$ , т.е. пачечной структурой КДС. Чем больше скважность, тем шире будут эти прямоугольные области, что подтверждается наличием векторов  $\mathbf{O}_{N(Q-2)}^r$  в выражении для АКФ КДС (20).

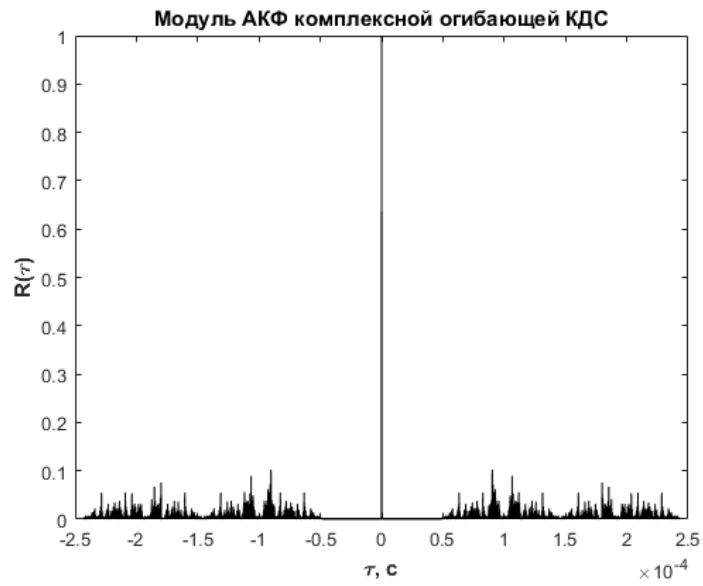
Нулевая окрестность в непосредственной близости от центрального пика корреляционной функции, обусловленная свойством дополнительных последовательностей (1), будет иметь место только при полном согласовании фильтра с эхо-сигналом по частоте (рис.3б)).

Рассмотрим далее, как влияет рассогласование согласованного фильтра с отраженным от цели полифазным КДС по частоте на АКФ в сравнении с эхо-сигналом, кодированным  $p$ -ичной  $M$ -последовательностью.

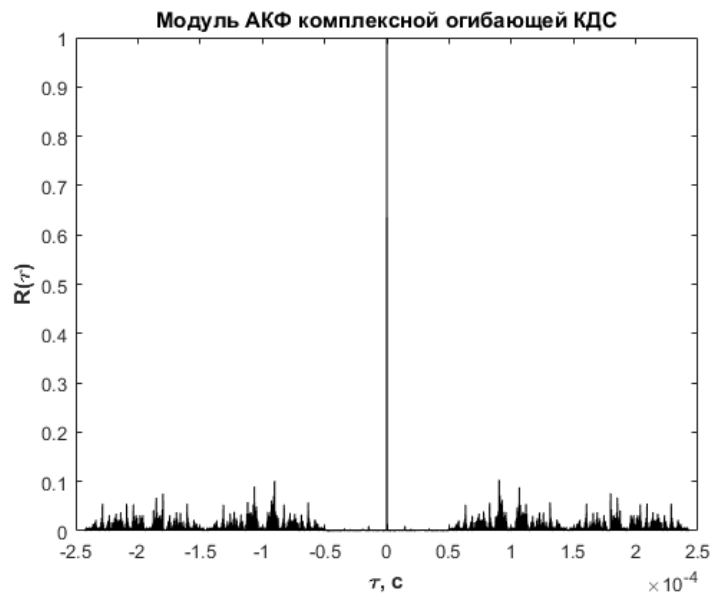
На рис.4 показана нормированная АКФ КДС с параметрами  $N=3^5$  и  $Q=2$  при рассогласовании фильтра с эхо-сигналом в пределах разрешающей способности по частоте  $\Delta F = 1/T_s$ , где  $T_s = B \cdot T_0$  - длительность сигнала ( $B = N((p-1)Q+1)$  - база сигнала), на частоту  $F = k\Delta F$ , где  $k=0$  (рис.4а)),  $k=0,02$  (рис.4б)),  $k=0,05$  (рис.4с)),  $k=0,1$  (рис.4д)),  $k=0,2$  (рис.4е)),  $k=0,3$  (рис.4ф)).

В таблице 2 представлены значения центрального пика  $|\dot{r}_0^s|$  и максимального бокового лепестка  $|\dot{r}_{i \max}^s|$  модуля АКФ трехфазного КДС, а также их отношение в децибелах при различных рассогласованиях по частоте в сравнении с корреляционными характеристиками ФКМ сигнала, кодированного троичной усеченной  $M$ -последовательностью, имеющей порождающий полином  $g(x) = x^6 + 2x + 2$ , к периоду которой добавлен один элемент.

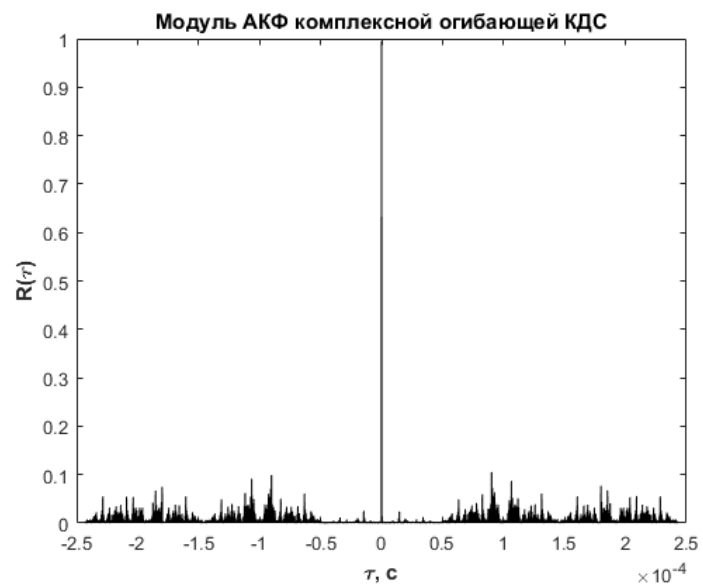




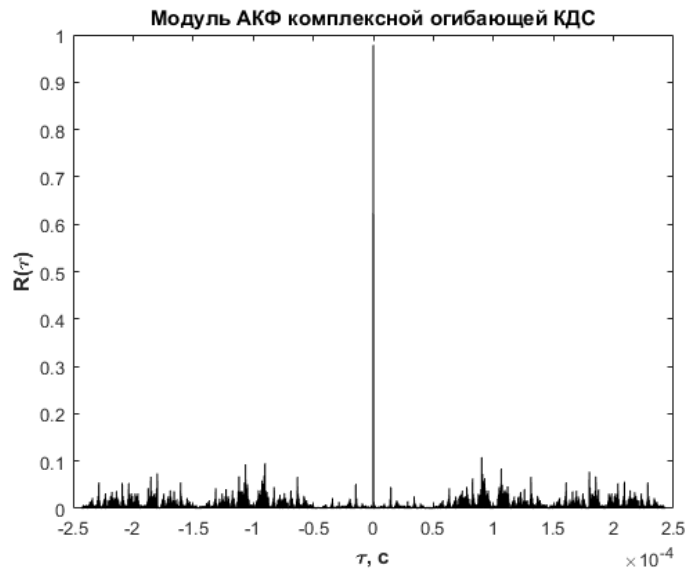
a)  $F = 0$



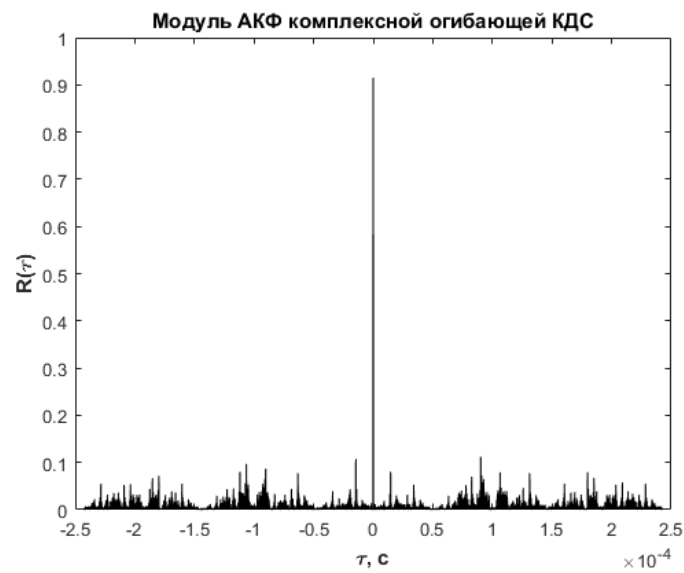
b)  $F = 0,02\Delta F$



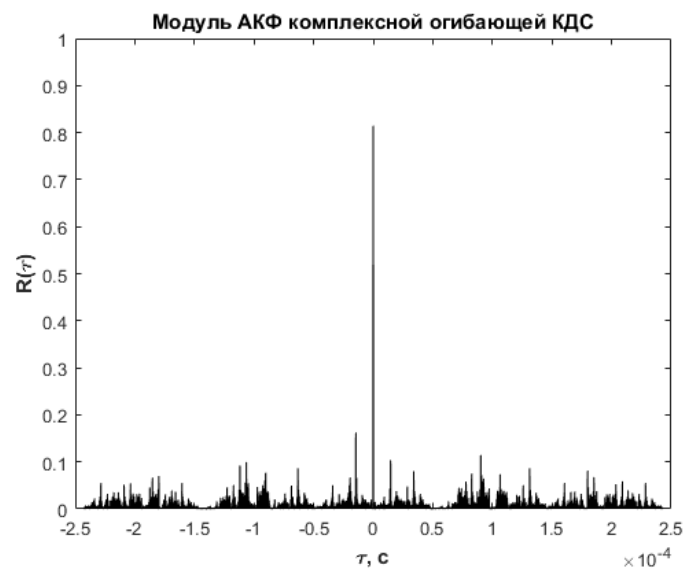
c)  $F = 0,05\Delta F$



d)  $F = 0,1\Delta F$



e)  $F = 0,2\Delta F$



f)  $F = 0,3\Delta F$

Рис.3. АКФ КДС при рассогласовании с согласованным фильтром по частоте

Таблица 2.

$k$	КДС			М-последовательность		
	$ \dot{i}_0^s $	$ \dot{i}_{\max}^s $	$ \dot{i}_{\max}^s / \dot{i}_0^s $ , дБ	$ \dot{i}_0^s $	$ \dot{i}_{\max}^s $	$ \dot{i}_{\max}^s / \dot{i}_0^s $ , дБ
0	729	0	$-\infty$	729	22,9	-15,0
0,02	728,4	7,2	-20,0	728,5	22,9	-15,0
0,05	725,1	18,4	-15,9	726,0	22,9	-15,0
0,1	713,3	37,8	-12,8	717,1	22,9	-14,9
0,2	667,1	78,1	-9,3	681,9	23,9	-14,6
0,3	593,6	118,2	-7,0	625,6	24,9	-14,0

Из таблицы 2 и рис.4 следует, что нулевую окрестность  $O_0$  АКФ трехфазного КДС имеет только при полном согласовании сигнала с фильтром по частоте. При рассогласовании в нулевой окрестности появляются боковые лепестки корреляции, уровень которых меньше, чем у АКФ сигнала, кодированного троичной усеченной М-последовательностью, при рассогласовании по частоте  $F = 0,01\Delta F \div 0,05\Delta F$ , и приемлем, т.е. сопоставим с уровнем боковых лепестков АКФ сигнала, кодированного троичной усеченной М-последовательностью, при рассогласовании по частоте  $F = 0,06\Delta F \div 0,1\Delta F$ .

Из рис.4 также видно, что при рассогласовании  $F = 0,01\Delta F \div 0,1\Delta F$  уровень лепестков корреляции нулевой окрестности АКФ КДС еще меньше уровня максимального бокового лепестка всей АКФ КДС, но при рассогласовании  $F > 0,1\Delta F$  нулевая окрестность полностью исчезает. Если сравнивать уровень боковых лепестков нулевой окрестности АКФ полифазного КДС с бинарным КДС [1], то можно сделать вывод, что у бинарной КДС нулевая окрестность полностью исчезает только при  $F > 0,3\Delta F$ , т.е. полифазный КДС более чувствителен к рассогласованию с фильтром по частоте.

Анализ корреляционных характеристик КДС при  $p = 2, 3, 5, 7$  показал также, что при близких коэффициентах сжатия сигналы с большим числом фаз имеют более низкий уровень боковых лепестков АКФ.

## Выводы

Рассмотрены полифазные когерентные дополнительные сигналы, представляющие собой последовательность  $p$  когерентных ФКМ импульсов, кодированных  $p$ -парными дополнительными последовательностями. Для синтеза этих сигналов представлено рекуррентное правило их формирования, а также алгоритм формирования всего множества  $p$ -фазных дополнительных последовательностей длины  $N = p^k$ ,  $k \in \mathbf{N}$ ,  $\mathbf{N}$  - множество натуральных чисел, используя понятие  $p$ -ичных  $D$ -кодов порядка  $k$ .

Область нулевых боковых лепестков автокорреляционной функции полифазных КДС при полном согласовании сигнала с фильтром по частоте позволяет снизить порог обнаружения радиолокационных целей до уровня шумов, повышая тем самым вероятностные характеристики обнаружения. При небольшом рассогласовании по частоте  $F = 0,01\Delta F \div 0,1\Delta F$ , где  $\Delta F$  - разрешающая способность по частоте Доплера, в нулевой окрестности появляются боковые лепестки корреляции, уровень которых меньше или сопоставим с уровнем боковых лепестков АКФ сигнала, кодированного  $p$ -ичной усеченной  $M$ -последовательностью.

Полифазные когерентные дополнительные сигналы также позволяют в значительной степени повысить скрытность излучения РЛС.

## Литература

1. Р.Н. Ипанов. Когерентные дополнительные сигналы и их применение в радиолокации. // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2015, №2. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/feb15/8/text.pdf>.
2. Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов. М.: Сов. радио, 1970. 376 с.
3. Велти. Четверичные коды для импульсного радиолокатора. // Зарубежная радиотехника. 1961, №4, с. 3-19.

4. Р.Н. Ипанов. Алгоритм сжатия когерентных дополнительных сигналов. // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2016, №9. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/sep16/9/text.pdf>.

**Ссылка на статью:**

Полифазные когерентные дополнительные сигналы. Р.Н.Ипанов. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. №1. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jan17/14/text.pdf>