

УДК 576:532.59

## РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ГЕНЕРАЦИИ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН В ВОДНОЙ СРЕДЕ

С. В. Титов<sup>1</sup>, В. С. Малинин<sup>1</sup>, А. С. Титов<sup>2</sup>, К. Д. Казаринов<sup>1</sup><sup>1</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова  
РАН, 141120, Московская область, г. Фрязино, пл. академика Введенского, 1<sup>2</sup>Московский физико-технический институт (ГУ),  
141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Статья поступила в редакцию 16 января 2019 г.

**Аннотация.** В работе представлены результаты теоретических исследований генерации капиллярных волн в водной среде электрострикционным методом. Метод основан на регистрации длины волны и затухания поверхностных акустических волн и позволяет определять поверхностное натяжение и поверхностную вязкость монослоя. Для генерации поверхностных волн используется переменное электрическое поле, что в комбинации с измерениями, проводимыми оптическим способом, делает данную технологию полностью бесконтактной.

**Ключевые слова:** генерация поверхностных акустических волн, поверхностно-активные вещества, липидные монослои, модели биологических мембран, длина волны и затухание поверхностных акустических волн.

**Abstract.** The results of theoretical studies of the generation of capillary waves in an aqueous medium by the electrostriction method are presented. The method is based on determination of the wavelength and damping of surface acoustic waves so allowing one to determine surface tension and surface viscosity of a monolayer. An alternating electric field is used to generate surface waves which when combined with optical measurement renders this technique absolutely contact free. It is shown that the presence of a lipid film on the surface of a liquid changes the wavelength of capillary waves and the attenuation coefficient for a fixed excitation frequency. One advantage of the method is that an ac electric field is used to generate surface waves which when combined with optical measurement renders this technique absolutely

contact free. The results so obtained can serve as a basis for subsequent experiments applying electrostriction generation of capillary waves to the study of the surface properties of lipid monolayers as affected by microwave radiation.

**Key words:** generation of surface acoustic waves, surfactants, lipid monolayers, models of biological membranes, wavelength and attenuation of surface acoustic waves.

## 1. Введение

Модельные мембранные системы (бимолекулярные модельные системы, липосомы и липидные монослои) позволяют изучать изменение как физиологических, так и структурных свойств биологических мембран под действием микроволнового излучения и трактовать механизм этого воздействия на клетки млекопитающих, оперируя более простыми моделями.

Данная работа посвящена развитию метода исследования монослоев липидов – моделей биологических мембран с целью изучения биологического действия микроволн. В частности представлены результаты исследования влияния микроволн на коэффициенты вязкости и поверхностного натяжения липидного монослоя, что позволяет оценить действие излучения на многие мембранные процессы (ионного транспорта через мембрану, образование мембранного потенциала, транспорта электронов в дыхательной цепи митохондрий, взаимодействие рецепторов со специфическими лигандами и т.д.).

Изучение свойств тонких пленок поверхностно-активных веществ на границе вода-воздух актуально для понимания целого ряда процессов в области физической химии, коллоидной химии, гидродинамики, биологии и т.д. Особое место в этом ряду занимает изучение липидных монослоев как моделей биологических мембран, а также легочных сурфактантов.

Метод липидных монослоев дает возможность определять как энергетические и механические параметры монослоя так и площадь единичных молекул, выстилающих монослой, что важно для понимания структуры и функции липидных бислоев в биологических объектах. Знание поверхностных

свойств легочных сурфактантов необходимо и для фундаментальных исследований и для диагностики нарушений сурфактантной системы человека. Основные параметры, определяющие поверхностные свойства поверхностно-активных пленок, - это коэффициент поверхностного натяжения и поверхностная сжимаемость (или вязкость). В настоящее время известны несколько способов измерения этих параметров.

Для измерения поверхностного натяжения широко используется ряд методов менисков: метод капиллярного поднятия, висящей капли, пластинки Вильгельми, максимального усилия отрыва, кольца дю Нуи, объема падающих капель, максимального давления в пузырьке [1,2]. Эти методы дают неплохие результаты при измерении натяжения чистых поверхностей при условии соблюдения чистоты поверхностей, контактирующих с мениском. Однако в случае наличия на поверхности поверхностно-активных веществ их применение затруднено необходимостью учитывать значение краевого угла смачивания, а также возможностью налипания пленок на измерительные поверхности, что в свою очередь неконтролируемо изменяет угол смачивания.

Методы, основанные на регистрации волн на поверхности жидкости лишены многих недостатков методов менисков и в то же время позволяют измерять не только поверхностное натяжение, но и поверхностную вязкость монослоев. Среди них можно выделить метод спектроскопии поверхностных флуктуаций [3] и метод капиллярных волн [4]. В методе спектроскопии поверхностных флуктуаций анализируют спектр света рассеянного на тепловых колебаниях поверхности жидкости. Амплитуда таких колебаний очень мала и для их регистрации необходима высокая степень изоляции измерительной установки от внешних факторов.

Более простой метод капиллярных волн лишен этого недостатка, но требует искусственной генерации капиллярных волн. Капиллярные волны представляют собой поверхностные волны в жидкостях с длиной волны в миллиметровом диапазоне. Определение вязкости в зависимости от затухания капиллярных волн имеет большое практическое значение, поскольку дает

возможность измерять вязкость жидкостей неинвазивно [4,5]. В качестве генератора в различных работах использовали вибрирующие пластины, иглы, струны и т.д. Во всех этих способах был неизбежен контакт вибрирующего элемента генератора с поверхностью жидкости. Наиболее эффективным методом для бесконтактной генерации капиллярных волн является использование электрического поля. В данной работе развивается подход генерации капиллярных волн переменным электрическим полем с целью изучения поверхностных свойств липидных монослоев на поверхности воды в условиях микроволнового облучения.

## 2. Расчет параметров генерации капиллярных волн в водной среде

Электрическое поле, взаимодействуя с жидкостью, приводит к деформации ее свободной поверхности вследствие явления электрострикции. Теория движения жидкости в области неоднородного электрического поля в общем виде изложена, например, в монографии [6]. Практическое применение этого метода ограничивается лишь несколькими известными примерами, среди которых можно выделить работу [7]. В этой работе в качестве электрострикционного генератора поверхностных волн использовалось лезвие бритвы, размещенное на очень близком расстоянии (около 0.1 мм) от поверхности жидкости и перпендикулярное к ней. Для возбуждения волн применялось переменное гармоническое поле. Авторы работы исследовали свойства поверхности жидкого кристалла с *высокой вязкостью*, что позволило им проводить измерения в таких специфических условиях, как малый зазор между электродом и жидкостью, и непрерывная генерация волны. Очевидно, что в случае водных растворов с *низкой вязкостью* это было бы затруднено, в частности, из-за отражения волн на стенках резервуара и высокой вероятности спонтанного прилипания жидкости к электроду. Кроме того, сама форма использованного авторами электрода не позволяла получить точного решения для электрострикционного притяжения жидкости и оценить вклад различных гармоник в генерирование капиллярных волн.

В работе [8] для возбуждения капиллярных волн методом электрострикционной генерации предложено использовать длинный тонкий цилиндр, ось которого параллельна поверхности жидкости. Электрический потенциал прикладывается к цилиндру, потенциал жидкости принимается нулевым. Между цилиндром и поверхностью жидкости в малом объеме создается сильное неоднородное электрическое поле. Жидкость как диэлектрик с диэлектрической проницаемостью существенно большей, чем у воздуха втягивается в область сильного поля, где энергия системы поле - жидкость уменьшается, т.е. жидкость притягивается к цилиндру. Этому противодействуют силы поверхностного натяжения и тяжести. В результате создаются условия для генерации капиллярных волн на поверхности жидкости. Исследование особенностей распространения капиллярных волн по поверхности жидкости позволяет определить важные характеристики поверхностных пленок, такие как поверхностное натяжение, сжимаемость, и поверхностная вязкость. Метод теоретической оценки данных характеристик представлен в работе [9].

Полная электрическая энергия системы заряженный электрод-жидкость представляется интегралом по объему:

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{D}\mathbf{E}) dV, \quad (1)$$

где  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{E}$  – электрическое смещение и напряженность в элементе объема  $dV$ .

Изменение  $\Delta W$  электрической энергии системы из-за поднятия жидкости при постоянном потенциале электрода выражается как

$$\Delta W = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{D}_1\mathbf{E}_1 - \mathbf{D}_2\mathbf{E}_2) dV, \quad (2)$$

где индексы 1 и 2 относятся к уровню жидкости до и после поднятия, соответственно. Поскольку поднятие жидкости очень мало, мы можем пренебречь изменением электрического поля всюду, кроме дополнительного объема жидкости  $V$ , который до поднятия не был ею занят. Изменение энергии

на единицу длины цилиндрического электрода (направление  $y$ ) преобразуется к виду:

$$\Delta W = \frac{1}{2} \int_S (\mathbf{D}_1 \mathbf{E}_1 - \mathbf{D}_2 \mathbf{E}_2) dx dz, \quad (3)$$

где  $S$  - площадь поперечного сечения объема  $V$ . Поскольку диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  жидкости велика по сравнению с проницаемостью воздуха (которую можно с высокой степенью точности считать равной 1), принимаем, что поле  $\mathbf{E}$  перпендикулярно поверхности ( $E_x \ll E_z$ ). Тогда граничное условие непрерывности  $D_z$  при переходе через поверхность означает, что  $\mathbf{D}_2 = \mathbf{D}_1$ , т.е.  $\mathbf{E}_2 \approx \mathbf{D}_1 / (\varepsilon_0 \varepsilon)$  в области  $S$ , где  $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  ф/м - диэлектрическая постоянная. Таким образом, уравнение (3) приводится к виду:

$$\Delta W = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1)}{2\varepsilon} \int_S |\mathbf{E}_1|^2 dx dz. \quad (4)$$

Если рассматривать только малые деформации поверхности жидкости, когда поднятие  $h(x)$  много меньше характерного размера электрода, тогда можно использовать в качестве приближения следующие допущения: поле  $\mathbf{E}_1$  не зависит от деформации  $h$  (т.е.  $\mathbf{E}_1 = \varphi g(x, z) = \varphi g(x, 0)$ , где  $\varphi$  - потенциал электрода,  $g$  - геометрический коэффициент), и постоянно в пределах тонкого слоя смещенной жидкости. В таком случае уравнение (4) преобразуется к виду:

$$\Delta W = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1)}{2\varepsilon} \varphi^2 \int h(x) |g(x, 0)|^2 dx. \quad (5)$$

Плотность силы, действующей на единицу поверхности жидкости, определяется как

$$f(x) = \frac{d^2 \Delta W}{dx dh} = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1)}{2\varepsilon} \varphi^2 |g(x, 0)|^2. \quad (6)$$

Как видно, плотность сил пропорциональна квадрату потенциала электрода. Профиль плотности  $f(x)$  определяется геометрическим фактором  $g(x, 0)$ , зависящим от формы электрода, расстоянием его до поверхности жидкости и диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  жидкости. Строгий

аналитический расчет плотности сил возможен лишь в некоторых простейших случаях и представляет нетривиальную задачу.

В то же время, учитывая, что основной класс задач по измерению поверхностных эффектов связан с изучением прежде всего водных растворов с достаточно высокой удельной электропроводностью, расчеты можно значительно упростить, используя модель, в которой жидкость отождествляется с идеальным проводником.

Рассмотрим электрическое поле длинного цилиндра, расположенного над полуплоскостью проводящей жидкости (рис. 1).

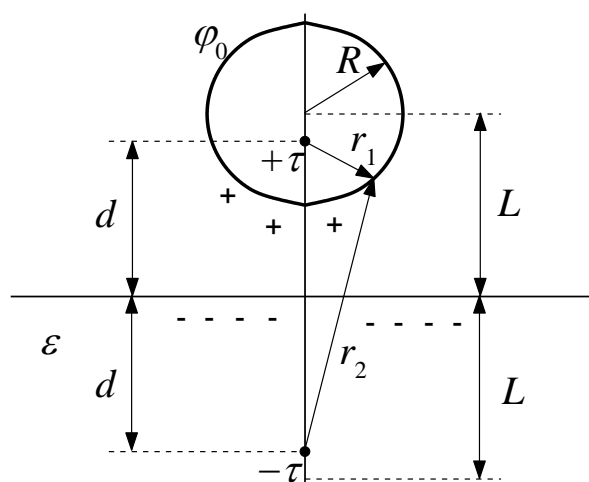


Рис. 1 Схема наведения зарядов на поверхности проводящей жидкости в методе «изображений»:  $R$  - радиус цилиндра,  $L$  - расстояние от оси цилиндра до плоскости границы раздела фаз жидкость-воздух,  $\varphi$  - потенциал цилиндра,  $\pm\tau$  - линейная плотность заряда цилиндра и его изображения, соответственно,  $\varepsilon$  - диэлектрическая постоянная жидкости. Дополнительные пояснения приведены в тексте.

Поверхность проводящей жидкости в условиях равновесного распределения зарядов (отсутствия токов) имеет постоянный потенциал. Предположим для определенности, что потенциал жидкости равен нулю. Покажем, что поле вне цилиндра в верхнем полупространстве совпадает с полем, создаваемым тонким проводом с линейной плотностью заряда  $\tau$ , расположенным параллельно оси цилиндра на расстоянии  $d$  от поверхности

жидкости (см. рис. 1). Решение будем искать *методом «изображений»*. Предположим, что поле зеркально симметрично относительно поверхности жидкости и в нижнем полупространстве расположен тонкий провод с линейной плотностью заряда  $\tau$ , затем мысленно устраним проводящую жидкость. Тогда плоскость, совпадающая с поверхностью жидкости, будет иметь потенциал нуль. Потенциал двух заряженных проводников в верхнем полупространстве определяется выражением

$$\varphi = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right), \quad (7)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  - расстояние от произвольной точки верхнего полупространства до верхнего и нижнего проводов соответственно. Введем ортогональную систему координат с началом на пересечении поверхности жидкости и плоскости, проходящей через оба провода, причем ось  $x$  направлена вправо, перпендикулярно плоскости, проходящей через оба провода, ось  $z$  направлена вверх, перпендикулярно поверхности жидкости, ось  $y$  направлена вдоль оси цилиндра. Тогда расстояния  $r_1$  и  $r_2$  определяются как

$$r_1 = \sqrt{x^2 + (z-d)^2}, \quad r_2 = \sqrt{x^2 + (z+d)^2}. \quad (8)$$

Выражение (7) для потенциала  $\varphi$  переписывается как

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{x^2 + (z+d)^2}{x^2 + (z-d)^2}\right). \quad (9)$$

Кроме того, необходимо выполнить условие изопотенциальности ( $\varphi = \varphi_0$ ) на поверхности цилиндра, где  $x^2 + (z-L)^2 = R^2$ . Для этого должно быть выполнено условие:

$$\frac{x^2 + (z+d)^2}{x^2 + (z-d)^2} = \frac{R^2 + d^2 - L^2 + 2(L+d)z}{R^2 + d^2 - L^2 + 2(L-d)z} = const \quad (10)$$

при любых значениях переменной  $z$ . Это соотношение будет выполняться, если свободный член в числителе и знаменателе дроби равен нулю, т.е.  $R^2 + d^2 - L^2 = 0$ . Отсюда для  $d$  имеем

$$d = \sqrt{L^2 - R^2}. \quad (11)$$



Подставляя выражение для  $d$  в уравнение (9), получим:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{x^2 + (z + \sqrt{L^2 - R^2})^2}{x^2 + (z - \sqrt{L^2 - R^2})^2} \right), \quad (12)$$

В частности, потенциал цилиндрического электрода равен:

$$\varphi_0 = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{L + \sqrt{L^2 - R^2}}{L - \sqrt{L^2 - R^2}} \right), \quad (13)$$

а линейная емкость определяется как

$$C = \frac{\tau}{\varphi_0} = 4\pi\epsilon_0 \left[ \ln \left( \frac{L + \sqrt{L^2 - R^2}}{L - \sqrt{L^2 - R^2}} \right) \right]^{-1}. \quad (14)$$

На рис. 2 показаны эквипотенциальные линии  $\varphi = const$ , построенные в соответствии с уравнением (12).

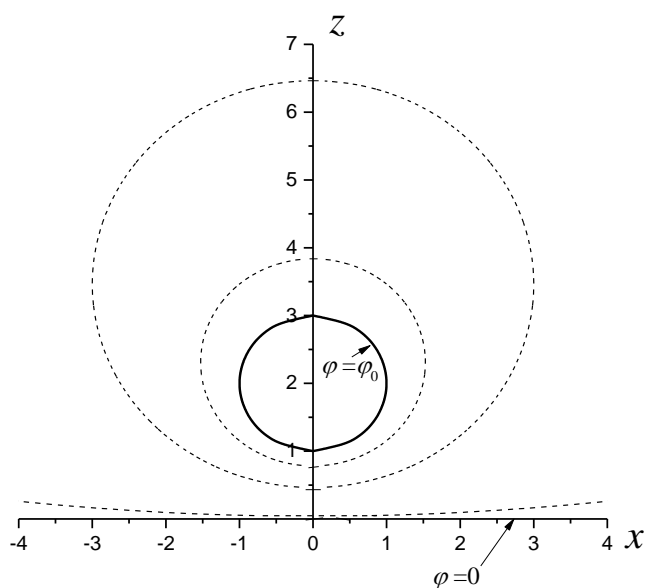


Рис. 2. Эквипотенциальные линии  $\varphi = const$  согласно уравнению (12). Рисунок соответствует цилиндрическому электроду радиуса 1 мм, центр которого находится на расстоянии 2 мм от поверхности жидкости.

Таким образом, мы нашли выражение для потенциала в верхнем полупространстве, удовлетворяющее граничным условиям на поверхности жидкости и цилиндрического электрода. На основании принципа единственности решения получаем, что это поле тождественно с искомым

полем электрода и зарядов, индуцированных им на поверхности бесконечной жидкости.

Найдем теперь поверхностную плотность зарядов и электрическое поле вблизи поверхности жидкости. Электрическое поле в верхнем полупространстве  $E = \text{grad}\varphi$ . Так как вектор поля вблизи поверхности проводящей жидкости направлен нормально к поверхности, то при вычислении градиента достаточно ограничиться дифференцированием по оси  $z$ . Используя потенциал, задаваемый выражением (12), получим:

$$E|_{z=0} = \left. \frac{d\varphi}{dz} \right|_{z=0} = \frac{\tau}{\pi\varepsilon_0} \frac{\sqrt{L^2 - R^2}}{x^2 + L^2 - R^2}, \quad (15)$$

Линейную плотность заряда электрода  $\tau$  выразим через потенциал из уравнения (13), тогда для электрического поля получим:

$$E|_{z=0} = 4\varphi_0 \left[ \ln \left( \frac{L + \sqrt{L^2 - R^2}}{L - \sqrt{L^2 - R^2}} \right) \right]^{-1} \frac{\sqrt{L^2 - R^2}}{x^2 + L^2 - R^2}, \quad (16)$$

Поверхностная плотность зарядов на поверхности жидкости определяется выражением  $\sigma = \varepsilon_0 E$ . С учетом этого выражения сила, действующая на поверхность жидкости единичной площади (давление электрического поля), выражается как:

$$P_e = \sigma E = \varepsilon_0 E^2 = A \frac{\varphi_0^2}{x^2 + L^2 - R^2}, \quad (17)$$

где

$$A = 16\varepsilon_0 (L^2 - R^2) \left[ \ln \left( \frac{L + \sqrt{L^2 - R^2}}{L - \sqrt{L^2 - R^2}} \right) \right]^{-2}. \quad (18)$$

Например, если  $L = 2$  мм,  $R = 1$  мм,  $\varphi_0 = 1$  кВ, то параметр  $A = 6.1 \cdot 10^{-17}$  Ф м. Емкость такого электрода на единицу длины равна 42 пФ/м.

На рис. 3 представлены профили давления электрического поля, действующего на поверхность жидкости при трех значениях  $L$  расстояния от электрода до поверхности жидкости, а именно 2, 2.5 и 3 мм. Видно, что

максимальное давление соответствует точке  $x = 0$ , а ширина эффективной зоны притяжения (когда давление уменьшается в  $e$  раз) существенно зависит от расстояния между электродом и жидкостью.

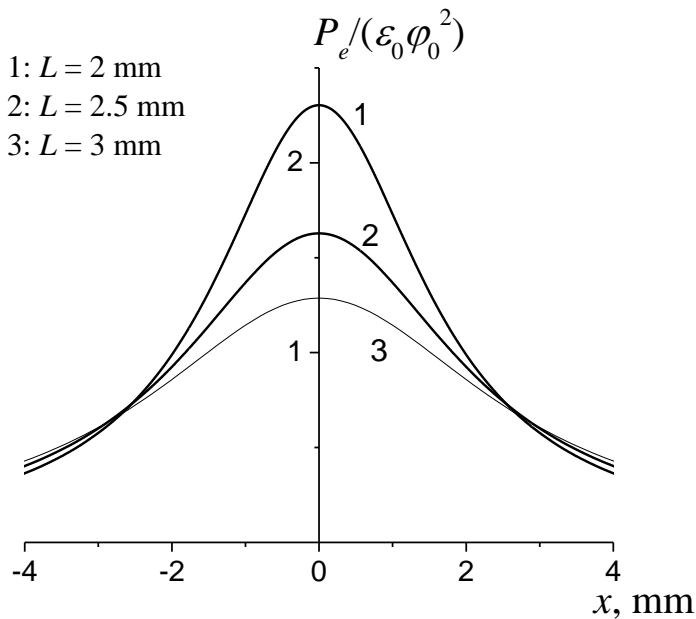


Рис. 3. Профиль давления электрического поля на поверхность проводящей жидкости при различных расстояниях от электрода до поверхности жидкости  $L$ . Рисунок соответствует цилиндрическому электроду радиуса 1 мм.

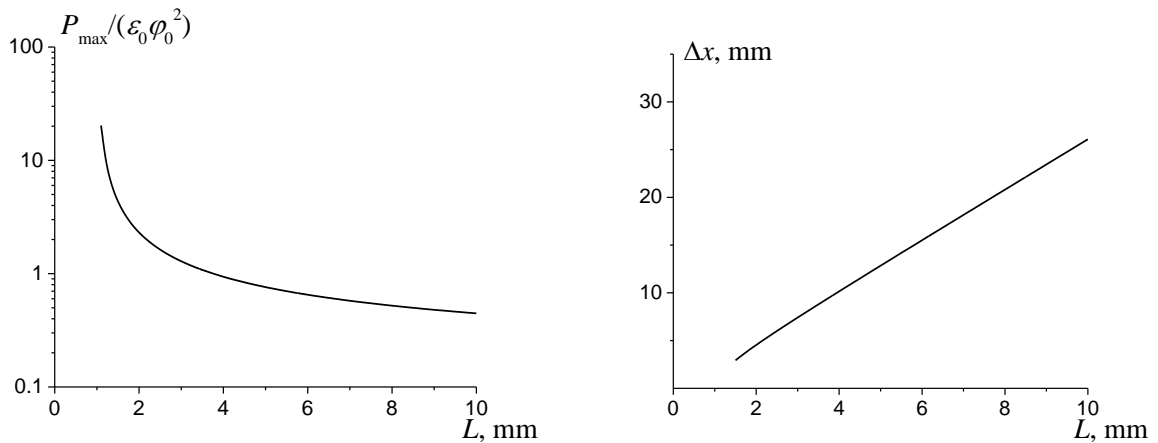


Рис. 4. Максимальная плотность сил  $P_{\text{макс}}$  и эффективная ширина зоны воздействия  $\Delta x$  в зависимости от расстояния электрода до поверхности жидкости  $L$ .

На рис. 4 представлены рассчитанные данные максимального давления и ширины зоны воздействия в зависимости от расстояния электрода до поверхности жидкости. Ширина  $\Delta x$  почти линейно растет с ростом  $L$ , в то

время как  $P_{\text{макс}}$  уменьшается как  $(L^2 - R^2)^{-1}$ . Формально наибольшая эффективность достигается при  $L \rightarrow R$ . Однако, очень маленькие зазоры между электродом и жидкостью использовать нельзя из-за возможности контакта электрода с жидкостью и эффекта прилипания.

Практически, оптимальное расстояние составляет около 2 мм, когда зазор между нижним краем электрода и жидкостью равен 1 мм. В этом случае эффективная полуширина зоны воздействия составляет 2.2 мм.

### 3. Заключение

Полученные результаты могут служить исходными данными для последующего эксперимента по применению электрострикционной генерации капиллярных волн в изучении поверхностных свойств липидных монослоев в условиях микроволнового облучения.

В последующем предполагается представить результаты анализа экспериментальных данных по изучению поверхностных липидных монослоев, полученных с помощью метода электрострикционной генерации капиллярных волн в водной среде. В экспериментальной работе [8] использовались монослои L- $\alpha$ -лецитина и легочного сурфактанта человека [10-12]. Учитывая интенсивное поглощение микроволнового излучения на поверхности водных сред [13], следует ожидать модификации свойств липидных пленок даже при низкой интенсивности микроволнового облучения. Изложенный подход позволит в дальнейшем более детально исследовать воздействие микроволнового излучения на биологические мембраны [14].

### Литература

1. J.T. Davies, E.K. Redial. Interfacial phenomena. London. Academic Press. 1963. 480 p. URL: <https://trove.nla.gov.au/work/18699052?selectedversion=NBD2936621>
2. М. Джейкок, Дж. Парфит. Химия поверхностей раздела фаз. М.: Мир. 1984. 269 с. DOI: [10.1080/01932698208943653](https://doi.org/10.1080/01932698208943653)

3. L.B. Shih. Surface fluctuation spectroscopy: a novel technique for characterizing liquid interfaces. // Rev. Sci. Instrum. 1984. Vol. 55. P. 716-726. DOI [10.1063/1.1137825](https://doi.org/10.1063/1.1137825)
4. K.J. Maloy, J. Feder, T. Jossang. An experimental technique for measurements of capillary waves. // Rev. Sci. Instrum. 1998. Vol. 60. P. 481-486. DOI: [10.1063/1.1140403](https://doi.org/10.1063/1.1140403)
5. F. Behroozi, B. Lambert, B. Buhrow. Noninvasive measurement of viscosity from damping of capillary waves. // ISA Trans. 2003. Vol. 42. P. 3-8. URL: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/12546463>
6. J.D. Jackson. Classical Electrodynamics. N.Y. John Wiley & Sons. 1962. 641 p. DOI: [10.1063/1.3057859](https://doi.org/10.1063/1.3057859)
7. C.H. Sohl, K. Miyano, J.B. Ketterson. Novel technique for dynamic surface tension and viscosity measurements at liquid-gas interfaces. // Rev. Sci. Instrum. 2008. Vol. 49. P. 1464-1469. DOI: [10.1063/1.1135288](https://doi.org/10.1063/1.1135288)
8. В.С. Малинин, И.Г. Полников, К.Д. Казаринов. Метод электрострикционной генерации капиллярных волн в изучении поверхностных свойств липидных монослоев. // Научные труды VI Международного конгресса «Слабые и сверхслабые поля и излучения в биологии и медицине», ISBN 5-86456-007-3, СПб, 2012, – С. 122. URL: [www.biophys.ru/archive/congress2012/proc-p122.htm](http://www.biophys.ru/archive/congress2012/proc-p122.htm)
9. С.В. Титов, В.С. Малинин, А.С. Титов, К.Д. Казаринов. Исследования поверхностных свойств липидных монослоев – моделей биологических мембран. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018, №10. С. 1-15. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/oct18/13/text.pdf>
10. S.H. Yu, F. Possmayer, Adsorption, Compression and Stability of Surface Films from Natural, Lipid Extract and Reconstituted Pulmonary Surfactants. // Biochim. Biophys. Acta. 1993. Vol. 1167. P. 264-271. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/8481387>
11. В.А. Березовский, В.Ю. Горчаков. Поверхностно-активные вещества легкого. Киев: Наукова Думка. 1982. 168 с.

12. О.А. Розенберг. Легочный сурфактант и его применение при заболеваниях легких. // Общая реаниматология. 2007. Т. 3, № 1. С. 66-77. DOI: [10.15360/1813-9779-2007-1-66-77](https://doi.org/10.15360/1813-9779-2007-1-66-77)
13. Казаринов К.Д., Полников И.Г. Опыт использования волноводно-диэлектрической камеры для измерения концентрации воды в органических средах и облучения биологических объектов. // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ - техника. 2018. Вып. 3 (538). С. 92-102.
14. Казаринов К.Д. Исследование мембранотропной активности ЭМИ в широком диапазоне длин волн. // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ - техника. 2018. Вып. 2 (537). С. 62-75. URL: <http://www.istokmw.ru/uploads/files/static/101/UHF2018-2.pdf>

**Для цитирования:**

С. В. Титов, В. С. Малинин, А. С. Титов, К. Д. Казаринов. Расчет параметров генерации капиллярных волн в водной среде. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. №1. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jan19/6/text.pdf>  
DOI 10.30898/1684-1719.2019.1.6