

DOI 10.30898/1684-1719.2020.1.8

УДК 621.396.969

МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОЧАСТОТНОГО РАДИОЛОКАЦИОННОГО ПОЛЯ ПРИ РАБОТЕ ПО РАЗЛИЧНЫМ ТИПАМ ЦЕЛЕЙ

В. А. Третьяков^{1,2}, Г. В. Куликов², Ю. Ф. Лукьянец¹, И. А. Галустов¹, А. В. Парфёнов¹

¹ПАО «МАК «Вымпел», 125480, г. Москва, ул. Героев Панфиловцев, д.10, корп.1

²МИРЭА – Российский технологический университет,
119454, г. Москва, просп. Вернадского, д.78

Статья поступила в редакцию 19 декабря 2019 г., после доработки – 20 января 2020 г.

Аннотация. Цель работы – разработка модели оценки характеристик многочастотного радиолокационного поля при обнаружении и сопровождении аэродинамических, баллистических и космических целей. В статье приведен перечень основных характеристик радиолокационного поля при работе по различным типам воздушных объектов, основные исходные данные по координатам местоположения и характеристикам РЛС различного типа в радиолокационном поле и исходные данные по налёту эталонных трасс целей. Разработана блок-схема алгоритма (модели) оценки характеристик, содержащая три этапа. На этапе первичной обработки информации используются основные аналитические соотношения для расчёта мощности сигнала и шума на выходе усилителя промежуточной частоты РЛС при воздействии собственных шумов, активных шумовых помех и пассивных естественных и искусственных помех. Для заданных значений вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги определяется порог обнаружения цели. Затем, в зависимости от накопленной энергии импульсов в приёмном устройстве станции, либо осуществляется прямое измерение дальности до цели (ПАП), либо дальность рассчитывается в результате решения триангуляционной задачи на основе предварительно полученных пеленгов от РЛС, или дальность определяется корреляционно-базовым комплексом. На этапе вторичной обработки информации отметки от целей, получаемые в различные моменты времени,

объединяются в траектории и таким образом участвуют в формировании треков в каналах дальности, азимута, угла места и радиальной скорости. Третьичная обработка информации на опорном командном пункте большой территориально распределённой системы или опорной РЛС состоит в проверке отождествления каждой опорной трассы с каждой трассой, приходящей от источника. Вычисление информационных характеристик многочастотного радиолокационного поля системы осуществляется в процессе обработки информации и запоминания массивов трасс на всех этапах функционирования модели.

Ключевые слова: многочастотное радиолокационное поле, цель, алгоритм, модель, блок-схема, обнаружение, сопровождение, трасса движения, координаты, среднеквадратическая ошибка, отношение сигнал/шум.

Abstract. The article purpose is to create of a model for estimation of the characteristics of multi-frequency radar field in the detection and maintenance of aerodynamic, ballistic and space targets. The main characteristics of the radar field while working on various types of aircraft objects, the basic source data for the coordinates of the location and characteristics of radars of various types in the radar field and source data about flight tracks of reference objects are presented in this article. A block diagram of the algorithm (model) of characteristics estimation is developed. The model included three stages. At the stage of primary information processing the basic analytical relations are used to calculate the signal power and noise at the output of the intermediate-frequency amplifier of the radar when exposed to intrinsic noise, active noise interference, and passive natural and artificial interference. For the known probabilities of correct detection and false alarm, the threshold of target detection is defined. If the calculated signal-to-noise ratio is more than the threshold value, then the fact of detection of a radar mark from the target is determined. Then either direct measurement of the active noise target range is carried out, or the range is calculated as a result of solving the triangulation problem based on previously received bearings from the radar, or the range is determined by the correlation-base complex. At the stage of secondary processing of information the

target marks getting on different time moments are joined into trajectories and thus participate in the formation of tracks in the channels of range, azimuth, angle of place and radial velocity. For obtaining estimates of unknown parameters of polynomial models of mathematical expectations of range, azimuth, angle of place and radial velocity, the maximum likelihood method is used on four samplings of their values at different times. Calculation of smoothing and extrapolated estimations of root-mean-square errors of determining the components of range, azimuth, angle of place and radial velocity at each survey is based on proposed statistical method. The main idea of this method is based on getting of representative samplings of random values of estimations of root-mean-square errors of spherical target (active noise interferences target) coordinates with a program of normally distributed random numbers which is forming of random spherical target (active noise interferences target) coordinates at each survey. Further, according to acquired at present survey, values of estimations of root-mean-square errors with the help of maximum likelihood method are smoothing (at previous surveys) and extrapolating (at following surveys). These estimations are needed for parameter calculation of spherical target (active noise interferences target) coordinates and maintenance gates dimensions of target (active noise interferences target) trajectories. Tertiary information processing at command post of big territorial spread system or its reference radar consists in checking-up of superimposing and connection to reference track the track coming from each source. Superimposing and connection are made at all coordinates and qualification signs for all time points being in a definite interval. This comparison of tracks is carried out in a space errors ellipsoid of space rectangular coordinate system of command post or its reference radar. The dimensions of the errors ellipsoid of space rectangular coordinate system are defined with interval values of the estimations of root-mean-square errors of these coordinates. If the coordinates of the target do not exceed the boundaries of the space ellipsoid of superimposing of the command post or its reference radar and the qualification signs of the reference track and estimated track are equal, then the estimated track is tied to this reference track. Superimposing is absent in alternative case. Calculation of information characteristics of the multi-frequency radar field is made during of time information

processing and memorizing of tracks at all stages of model work.

Keywords: multi-frequency radar field, target, algorithm, model, block diagram, detection, tracking, route, coordinates, root-mean-square error, signal-to-noise ratio.

Введение

Радиолокационное поле – пространство, в пределах которого РЛС обеспечивает обнаружение, сопровождение, обобщение трасс движения, распознавание, определение государственной принадлежности аэродинамических воздушных объектов и других характеристик целей (постановщиков активных шумовых помех – ПАП) противника и своих объектов с заданной вероятностью. К основным характеристикам радиолокационного поля при работе по различным типам воздушных объектов относятся следующие [1]: \bar{R} – средний рубеж завязки трасс цели (ПАП), км; \bar{t} – среднее время сопровождения трассы цели (ПАП), с (или число обзоров РЛС); $\bar{\tau}$ – среднее время разрывов трассы цели (ПАП), с (или число обзоров РЛС); $k = \bar{t} / (\bar{t} + \bar{\tau})$ – коэффициент проводки; $\bar{\mu}$ – средняя длительность ложной трассы, с (или число обзоров РЛС); $K = \bar{\mu} / (\bar{\mu} + \bar{t})$ – коэффициент ложных трасс; σ – среднеквадратическая ошибка определения координаты движения цели (ПАП) по трассе цели к заданному рубежу, соответственно, по дальности (м), азимуту (угл. мин. или угл. с), углу места (угл. мин. или угл. с), а также по радиальной скорости (м/с); θ – среднеквадратическая ошибка определения составляющей скорости движения цели (ПАП) по трассе к заданному рубежу, м/с (или °/с); ϑ – среднеквадратическая ошибка определения составляющей ускорения движения цели (ПАП) по трассе к заданному рубежу, м/с² (или °/с²); $R_{\text{выд.ос}}$ – рубеж выдачи целеуказания огневым средствам, км.

Моделированию характеристик отдельны РЛС, радиолокационных и радиотехнических комплексов и систем военного и гражданского назначения посвящено большое количество трудов отечественных и зарубежных авторов [2–7], [9–10], [11–13], [15], [17,18] и др. С учётом накопленного отечественного и зарубежного опыта моделирования характеристик радиолокационных

средств и комплексов авторами статьи предложена блок-схема алгоритма (модели) оценки характеристик многочастотного радиолокационного поля (РЛП) большой территориально распределённой системы, осуществляющей обнаружение и сопровождение различных типов аэродинамических, баллистических и космических целей.

1. Блок-схема алгоритма (модели) оценки характеристик многочастотного радиолокационного поля . Основные исходные данные модели

Блок-схема алгоритма оценки характеристик многочастотного радиолокационного поля (РЛП) представлена на рис. 1.

Отметим, что в блок-схеме вычисление отношения сигнал/шум по мощности на входе приёмного устройства i -ой РЛС при работе по i -ой цели или j -ому помехопостановщику осуществляется в каждой f -ой реализации процесса моделирования за счёт случайного изменения по нормальным законам параметров движения целей и помехопостановщиков, а также характеристик пассивных помех. Расчёт текущих информационных характеристик системы проводится после завершения каждой реализации. Получение выходных информационных характеристик выполняется путём усреднения текущих информационных характеристик после завершения цикла по реализациям.

К основным исходным данным по координатам местоположения и характеристикам РЛС различного типа в радиолокационном поле относятся:

1. Координаты местоположения станций на поверхности Земли, представляемой в виде геоида Красовского (применительно к моделированию полёта вокруг неё любых типов целей) или сферы (в случае движения аэродинамических целей на малой высоте над Землей).

2. Либо сферическая, либо пространственная прямоугольная система координат с началом системы (точкой o), совпадающим с точкой стояния каждой РЛС.

Ориентация осей в пространственной прямоугольной системе координат следующая: оси ou и ox лежат в плоскости, касательной к поверхности Земли в точке стояния РЛС, причём ось ou направлена на север, а ось ox – на восток.

Ось oz перпендикулярна плоскости $хоу$ и дополняет тройку перечисленных осей до «правой».

Ориентация осей в сферической системе координат следующая: дальность (D) до любого рассматриваемого объекта отсчитывается от точки стояния РЛС, азимут (β) на объект определяется как угол, отсчитываемый в плоскости, касательной к поверхности Земли в точке стояния РЛС, от направления на север, лежащего в касательной плоскости, до проекции D на эту же плоскость. Угол места (ε) объекта располагается в плоскости, перпендикулярной касательной плоскости, и рассчитывается как угол между D и проекцией D на касательную плоскость. Выше касательной плоскости угол места объекта положителен, ниже – отрицателен.

3. Расстояния между станциями, выбираемые таким образом, чтобы в РЛП максимально перекрывались «мёртвые» воронки одних РЛС кругового обзора за счёт зон видимости других РЛС кругового обзора. По возможности неконтролируемые участки вне рабочих секторов РЛС программного обзора могут перекрываться зонами видимости других РЛС программного обзора за счёт избыточного потенциала последних (если таковой имеется).

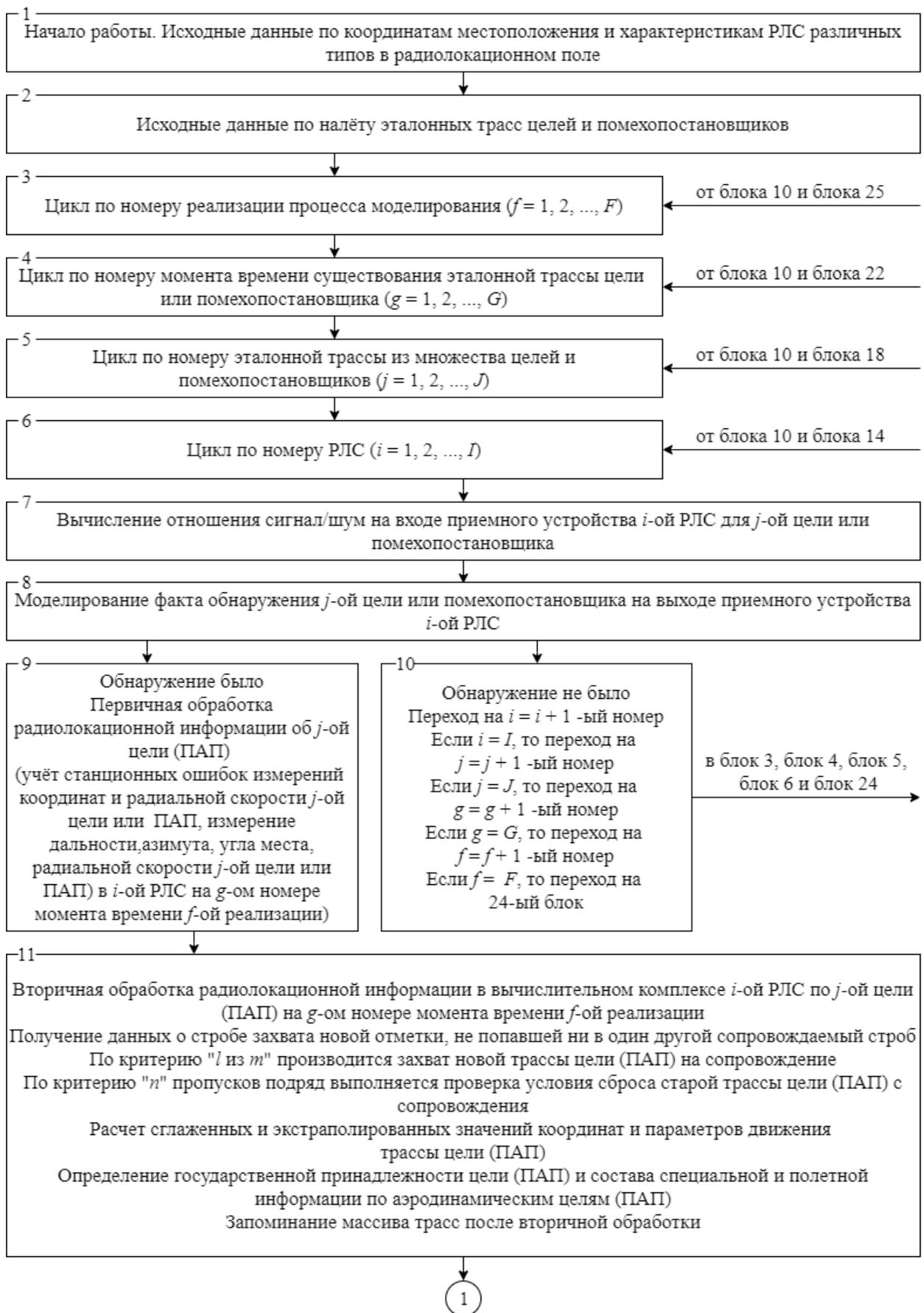
4. Размеры зоны видимости (барьерной зоны) каждой станции по дальности, азимуту и углу места в различных режимах работы по заданной эффективной поверхности рассеивания (ЭПР) цели для фиксированных значений вероятностей правильного обнаружения ($P_{обн}$) и ложной тревоги ($F_{лт}$).

5. Характеристики луча (лучей) диаграмм направленности на передачу и приём каждой РЛС кругового и программного обзора по азимуту и углу места в различных режимах работы.

6. Закон осмотра зоны видимости лучом (лучами) диаграммы направленности на передачу и на приём в каждой РЛС кругового и программного обзора.

7. Скорость (скорости) вращения антенной системы каждой РЛС кругового обзора.

8. Рабочие частоты различных режимов работы каждой РЛС.



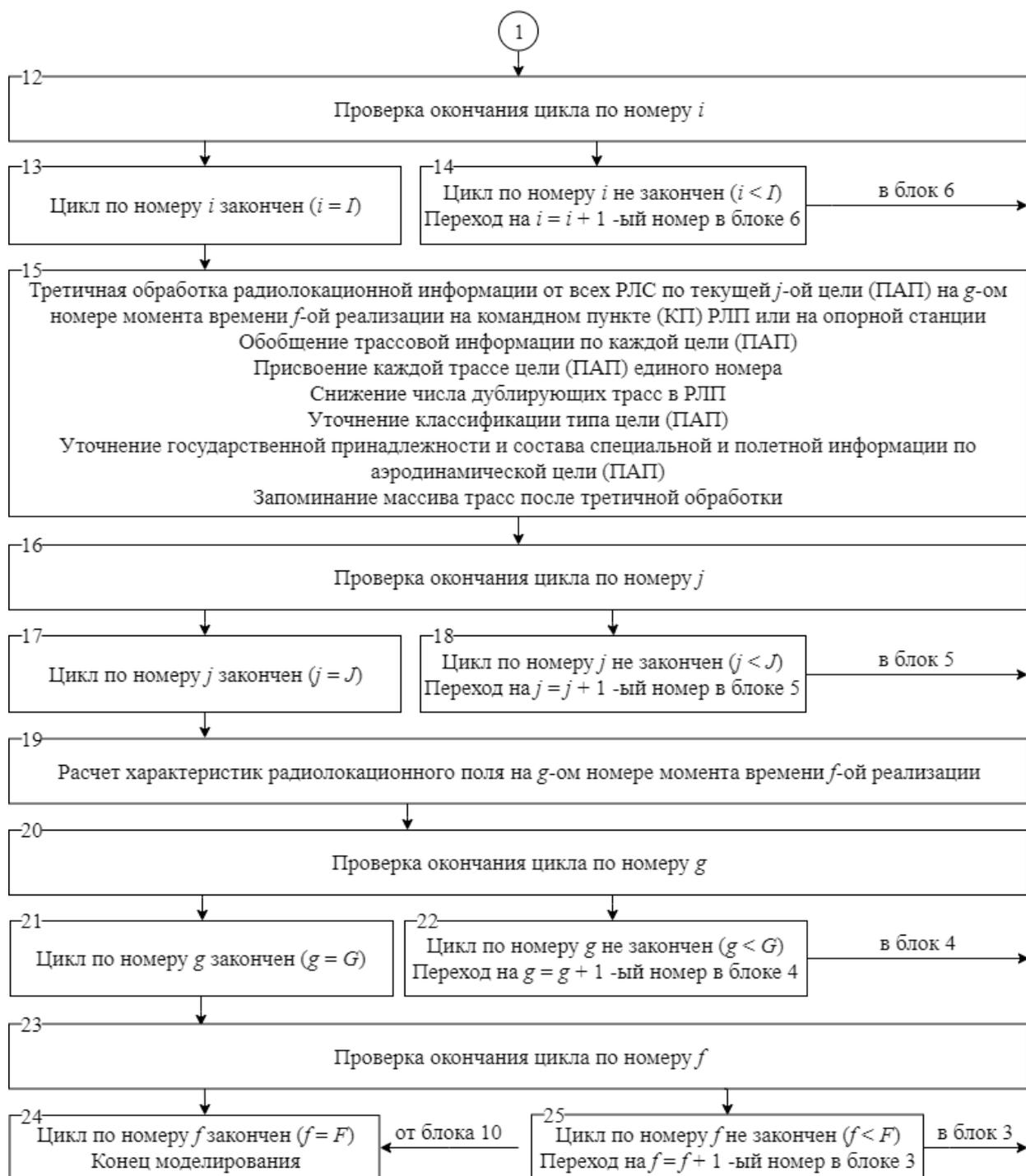


Рис. 1. Блок-схема алгоритма (модели) оценки характеристик радиолокационного поля.

9. Периоды повторения и длительности импульсов в различных режимах работы РЛС РЛП.

10. Параметры аппаратных (аппаратно-программных) устройств и адаптивных алгоритмов в вычислительном комплексе РЛС, предназначенных для подавления активных шумовых, пассивных и комбинированных помех.

11. Тип и кратность работы системы селекции движущихся целей (ПАП) в станциях, форма амплитудно-частотной характеристики режекторных фильтров на промежуточной частоте в РЛС, параметры канала измерения радиальной скорости цели в РЛС, коэффициенты обратного рассеянного отражения от поверхности земли (моря) и дипольных помех в функции частотного диапазона каждой РЛС в РЛП, которые позволяют моделировать обнаружение различных объектов в зоне видимости РЛС с учётом компенсации действия естественных и искусственных пассивных помех.

12. Процедуры накопления и число накапливаемых импульсов в каждой процедуре в приёмном устройстве РЛС программного обзора. Работа приёмного устройства может осуществляться в каждом элементе разрешения станции.

13. Среднеквадратические ошибки измерения в РЛС дальности, азимута, угла места и радиальной скорости движения цели (ПАП).

14. Разрешающие способности по дальности, азимуту, углу места и радиальной скорости движения цели в различных режимах работы каждой РЛС РЛП.

К исходным данным по налёту эталонных трасс целей и помехопостановщиков относятся:

1. Координаты движения эталонной трассы каждой цели и помехопостановщика, зависящие от времени, на отдельных участках кривых линий, последовательно сопрягаемых друг с другом. Координаты движения целей и ПАП задаются в системе координат каждой РЛС поля.

2. Координаты зон полёта барражирующих помехопостановщиков. Зоны барражирования ПАП представляют собой окружности, эллипсы, «восьмёрки» и иные замкнутые линии.

3. Алгоритм работы и основные характеристики аппаратуры создания помех на специализированных барражирующих самолётах радиоэлектронной борьбы (РЭБ) и на аэродинамических целях, непосредственно участвующих в прорыве средств обороны, которая позволяет в зависимости от тактической

обстановки применять постановку помех в различных частотных диапазонах. Логика работы и параметры комплекта средств преодоления, включающего станции постановки активных шумовых помех и контейнеры, создающие пассивные помехи, которые входят в состав головных частей баллистических ракет и космических объектов.

2. Первичная обработка информации. Обнаружение цели

Отношение сигнал/шум по мощности на входе приёмного устройства РЛС определяется следующим соотношением

$$q = P_c / P_{ш}, \quad (1)$$

где P_c – мощность сигнала на входе приёмного устройства, Вт; $P_{ш}$ – суммарная мощность собственных шумов приемного устройства РЛС, внешних активных шумовых помех, создаваемых целями и всеми типами помехопостановщиков, и некомпенсированных остатков естественных и искусственных пассивных помех, Вт.

Для согласованного приёмного устройства в РЛС произведение полосы пропускания на выходе УПЧ на длительность импульса равно единице. Поэтому для одиночного импульса отношение энергии импульса к суммарной плотности мощности активных и пассивных помех в полосе пропускания УПЧ равно q , определённого выше соотношением (1).

Расчёт мощности сигнала на выходе усилителя промежуточной частоты (УПЧ) приёмного устройства i -ой РЛС РЛП, полученной от j -ой цели (ПАП), осуществляется по формуле

$$P_{cij} = \frac{P_{cpi} T_{pi} G_{перi} G_{приi} \kappa_i (\lambda_i)^2 \xi_{перi} \xi_{приi} \xi_{атмij} \xi_{атмji} Q(k_{ij})}{(4\pi)^3 \tau_i (D_{ij})^4} \quad (2)$$

где P_{cpi} – средняя мощность излучения i -ой РЛС, Вт; T_{pi} – период повторения импульсов в i -ой РЛС, с; $G_{перi}$ – коэффициент усиления антенны i -ой РЛС на передачу; $G_{приi}$ – коэффициент усиления антенны i -ой РЛС на приём; κ_i – эффективная поверхность рассеяния (ЭПР) j -ой цели, м²; λ_i – длина волны i -ой РЛС, м; $\xi_{перi}$ – потери в i -ой РЛС на передачу; $\xi_{приi}$ – потери в i -ой РЛС на приём;

$\xi_{атмij}$ – потери в атмосфере при распространении энергии от i -ой РЛС до j -ой цели (ПАП); $\xi_{атмji}$ – потери в атмосфере при распространении энергии от j -ой цели (ПАП) до i -ой РЛС; $Q(k_{ij})$ – выигрыш за счет накопления энергии k импульсов в приемном устройстве i -ой РЛС при работе по j -ой цели (ПАП); τ_i – длительность импульса в i -ой РЛС, с; D_{ij} – дальность обнаружения j -ой цели (ПАП) i -ой РЛС, м.

Определение мощности шума на выходе усилителя промежуточной частоты приёмного устройства i -ой РЛС РЛП при воздействии собственных (внутренних) шумов, активных шумовых помех и пассивных естественных и искусственных помех осуществляется по формуле

$$P_{ши} = P_{вн\ шi} + P_{апi} + P_{пшi}, \quad (3)$$

где мощность собственных (внутренних) шумов рассчитывается из соотношения

$$P_{вн\ шi} = N_i k T \Delta f_i, \quad (4)$$

в котором N_i – шум-фактор i -ой РЛС РЛП; $k = 1,38 \times 10^{-23}$ Дж / °К; T – температура по шкале Кельвина, °К; Δf_i – полоса пропускания на выходе УПЧ i -ой РЛС РЛП, Гц;

Мощность активных шумовых помех на выходе УПЧ вычисляется по формуле

$$P_{апi} = \sum_{j=1}^J \frac{Q_j G_{перj} \theta_{перj}(\beta_{пi}, \varepsilon_{пi}) G_{при} \theta_{при}(\beta, \varepsilon) \Delta f_i \xi_{перj} \xi_{при} \xi_{атмji} \xi_{полij} Q_i}{(4\pi)^2 (D_{ij})^2}, \quad (5)$$

где Q_j – спектральная плотность активных шумовых помех j -ого ПАП, Вт/Гц; $G_{перj}$ – коэффициент усиления антенны j -ого ПАП на передачу; $\theta_{перj}(\beta_{пi}, \varepsilon_{пi})$ – нормированная диаграмма направленности j -ого ПАП в направлении i -ой РЛС на азимуте $\beta_{пi}$ и угле места $\varepsilon_{пi}$ в сферической системе координат j -ого ПАП; $\theta_{при}(\beta, \varepsilon)$ – нормированная диаграмма направленности i -ой РЛС на приём в функции азимута β и угла места ε ; $\xi_{перj}$ – потери в j -ом ПАП на передачу; $\xi_{полij}$ – потери за счет различия поляризаций активной шумовой помехи j -ого

ПАП и i -ой РЛС; ϱ_i – коэффициент снижения мощности активных шумовых помех за счёт работы схем компенсации в i -ой РЛС РЛП.

Мощность естественных и искусственных пассивных помех определяется по формуле

$$P_{\text{пп}i} = \frac{P_{\text{ср}i} T_{\text{п}i} G_{\text{пер}i} G_{\text{пр}i} \lambda_i^2 \zeta_{\text{пер}i} \zeta_{\text{пр}i} \zeta_{\text{атм}i} \zeta_{\text{атм}i} C \Delta_{\beta_{0,5i}} \Delta_{\varepsilon_{0,5i}} \bar{g} M_i L_i}{128\pi^3 (D_{ij})^2}, \quad (6)$$

в которой $\zeta_{\text{атм}i}$ – потери энергии в атмосфере при её распространении от i -ой РЛС в сторону облака пассивных помех; $\zeta_{\text{атм}i}$ – потери энергии в атмосфере при её распространении от облака пассивных помех в сторону i -ой РЛС; $C = 3 \times 10^8$ м/с – скорость электромагнитных волн в атмосфере; $\Delta_{\beta_{0,5i}}$ – ширина диаграммы направленности антенны по уровню половинной мощности в азимутальной плоскости, рад; $\Delta_{\varepsilon_{0,5i}}$ – ширина диаграммы направленности антенны по уровню половинной мощности в угломестной плоскости, рад; \bar{g} – средняя эффективная поверхность рассеяния одной частицы (аэрозоля, осадков, тумана, дождя, облака металлизированных отражателей) в единице объёма, 1/м; M_i – среднее число частиц в поперечном сечении объёма луча i -ой РЛС; L_i – коэффициент снижения мощности пассивных помех компенсаторами i -ой РЛС.

Моделирование факта обнаружения в i -ой РЛС отметки от j -ой цели состоит в следующем. Из материалов [16] следует, что

$$P_{\text{обн}ji} = F^{\frac{1}{1+q}} \quad (7)$$

где j – номер цели или помехопостановщика, i – номер РЛС в радиолокационном поле системы, $P_{\text{обн}ij}$ – вероятность правильного обнаружения j -ой цели или j -ого помехопостановщика i -ой РЛС радиолокационного поля, F – вероятность ложной тревоги, q – отношение сигнал/шум по мощности, определяемое выражением (1).

Из формулы (7) следует, что при заданных значениях вероятности правильного обнаружения цели или помехопостановщика и вероятности

ложной тревоги может быть определено пороговое отношение $q_{\text{пор}}$, которому, в свою очередь, соответствует пороговое значение вероятности правильного обнаружения $P_{\text{пор}}$.

При сравнении рассчитанного отношения сигнал/шум по мощности с $q_{\text{пор}}$ может быть определён факт обнаружения конкретной РЛС отметки от цели (ПАП) в фиксированный момент времени: ПАП (малоразмерная цель) вскрывается либо путём накопления энергии импульсов в приёмном устройстве станции ($q \leq q_{\text{пор}}$), и тогда возможно прямое измерение дальности до него (неё), либо ($q > q_{\text{пор}}$) дальность до помехопостановщика рассчитывается путём решения триангуляционной задачи по данным нескольких РЛС, предварительно определившим направления на ПАП в своих пеленгационных каналах, или определение дальности до ПАП возможно с помощью корреляционно-базового комплекса.

В эхо-канале при превышении уровнем шума установленного порога обнаружения, определяемого при применении критерия Неймана-Пирсона фиксированным значением вероятности ложной тревоги, возникают ложные отметки первого ввода. Как правило они редко подтверждаются ложными отметками на втором обзоре, т.к. их возникновение не связано с движением истинных целей, но, тем не менее, при их подтверждении отметками от истинных целей возникают ложные трассы при вторичной обработке информации. Число ложных отметок за обзор определяется произведением вероятности ложной тревоги на один элемент разрешения на количество элементов разрешения в зоне видимости источника по дальности, азимуту, углу места и радиальной скорости. В связи с тем, что общее количество элементов разрешения достаточно велико, то в целях минимизации числа ложных отметок вероятность ложной тревоги выбирают достаточно малой, например, $10^{-10} \dots 10^{-12}$.

3. Вторичная обработка информации. Образование траекторий

Полученные при обнаружении в разные моменты времени отметки участвуют в образовании траекторий движения целей (ПАП) на этапе вторичной обработки информации (ВОИ). При этом предполагается, что

результатирующая смесь на входе каждого канала измерения соответствующей координаты в устройстве ВОИ представляет из себя сумму полезного сигнала по каждой измеренной координате и помехи и может быть представлена в виде:

- в канале измерения координаты дальности в момент времени t

$$R(\vec{\vartheta}, t) = r(\vec{\vartheta}, t) + \kappa_r(t) \quad (8)$$

где $R(\vec{\vartheta}, t)$ – случайная функция на входе канала измерения дальности в устройстве вторичной обработки, зависящая от вектора неизвестных параметров полиномиальной модели математического ожидания дальности до цели $\vec{\vartheta}$ и от времени t , $\kappa_r(t)$ – помеха, состоящая из случайного колебания цели около данной отметки по дальности и ошибки измерения дальности в источнике, имеющей нормальное распределение с заданной корреляционной функцией и нулевым математическим ожиданием;

$$r(\vec{\vartheta}, t) = \sum_{s=0}^S \frac{1}{s!} \vartheta_s t^s \quad (8.1)$$

– полиномиальная модель математического ожидания дальности до цели, в которой: $\vec{\vartheta} = \vartheta_0, \vartheta_1, \dots, \vartheta_S$ – неизвестные параметры полиномиальной модели математического ожидания дальности до цели, $s = 0, 1, \dots, S$ – текущий номер коэффициента в полиномиальной модели, t^s – s -ая степень времени t ;

- в канале измерения координаты азимута в момент времени t

$$B(\vec{\delta}, t) = \beta(\vec{\delta}, t) + \kappa_\beta(t) \quad (9)$$

где $B(\vec{\delta}, t)$ – случайная функция на входе канала измерения азимута в устройстве вторичной обработки, зависящая от вектора неизвестных параметров полиномиальной модели математического ожидания азимута на цель $\vec{\delta}$ и от времени t , $\kappa_\beta(t)$ – помеха, состоящая из случайного колебания цели около данной траектории по азимуту и ошибки измерения азимута в источнике, имеющей нормальное распределение с заданной корреляционной функцией и нулевым математическим ожиданием;

$$\beta(\vec{\delta}, t) = \sum_{s=0}^S \frac{1}{s!} \delta_s t^s \quad (9.1)$$

– полиномиальная модель математического ожидания азимута на цель, в которой: $\vec{\delta} = \delta_0, \delta_1, \dots, \delta_S$ – неизвестные параметры полиномиальной модели математического ожидания азимута на цель, $s = 0, 1, \dots, S$ – текущий номер коэффициента в полиномиальной модели, t^s – s -ая степень времени t ;

- в канале измерения координаты угла места в момент времени t

$$E(\vec{\gamma}, t) = \varepsilon(\vec{\gamma}, t) + \kappa_\varepsilon(t), \quad (10)$$

где $E(\vec{\gamma}, t)$ – случайная функция на входе канала измерения угла места в устройстве вторичной обработки, зависящая от вектора неизвестных параметров полиномиальной модели математического ожидания угла места на цель $\vec{\gamma}$ и от времени t , $\kappa_\varepsilon(t)$ – помеха, состоящая из случайного колебания цели около данной траектории по углу места и ошибки измерения угла места в источнике, имеющей нормальное распределение с заданной корреляционной функцией и нулевым математическим ожиданием;

$$\varepsilon(\vec{\gamma}, t) = \sum_{s=0}^S \frac{1}{s!} \gamma_s t^s \quad (10.1)$$

– полиномиальная модель математического ожидания угла места на цель, в которой: $\vec{\gamma} = \gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_S$ – неизвестные параметры полиномиальной модели математического ожидания угла места на цель, $s = 0, 1, \dots, S$ – текущий номер коэффициента в полиномиальной модели, t^s – s -ая степень времени t ;

- в канале измерения радиальной скорости в момент времени t

$$V_r(\vec{\rho}, t) = v_r(\vec{\rho}, t) + \kappa_{v_r}(t) \quad (11)$$

где $V_r(\vec{\rho}, t)$ – случайная функция на входе канала измерения радиальной скорости в устройстве вторичной обработки, зависящая от вектора неизвестных параметров полиномиальной модели математического ожидания радиальной скорости цели $\vec{\rho}$ и от времени t , $\kappa_{v_r}(t)$ – помеха, состоящая из случайного колебания цели около данной траектории по радиальной скорости и ошибки измерения радиальной скорости в источнике, имеющей нормальное распределение с заданной корреляционной функцией и нулевым математическим ожиданием;

$$\mathcal{G}_r(\vec{\rho}, t) = \sum_{s=0}^S \frac{1}{s!} \rho_s t^s \quad (11.1)$$

– полиномиальная модель математического ожидания радиальной скорости цели, в которой: $\vec{\rho} = \rho_0, \rho_1, \dots, \rho_S$ – неизвестные параметры полиномиальной модели математического ожидания радиальной скорости цели $s = 0, 1, \dots, S$ – текущий номер коэффициента в полиномиальной модели, t^s – s -ая степень времени t .

Воспользуемся для получения оценок неизвестных параметров полиномиальных моделей математических ожиданий дальности (8.1), азимута (9.1), угла места (10.1) и радиальной скорости (11.1) методом максимального правдоподобия на соответственно четырёх выборках их значений в различных моментах времени. По существу полиномиальная модель математического ожидания координаты представляет собой разложение этой координаты в ряд Маклорена при условии существования в окрестности нулевого времени производной до n -го порядка включительно и стремлении остаточного члена ряда к нулю при неограниченном возрастании n . Положим, что функции правдоподобия случайных выборочных значений $R(\vec{\rho}, t)$, (аналогично для $B(\vec{\delta}, t), E(\vec{\gamma}, t), V_r(\vec{\rho}, t)$) для моментов времени $t_1, t_2, \dots; t_i$ или $t_j, \dots; t_I$ или t_J , соответственно, описывается многомерной нормальной плотностью распределения этих случайных значений:

$$L_R \left[R_1(t_1), R_1(t_1), \dots, R_s(t_i), \dots, R_{S^*}(t_I) / \vec{\rho} \right] = \frac{1}{\prod_{i=1}^I \sigma_{r_i} \sqrt{(2\pi)^I A}} \exp \left\{ -\frac{1}{2A} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J D_{ij} \frac{(n_{r_i} - a_{r_i})(n_{r_j} - a_{r_j})}{\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} \right\}, \quad (12)$$

$$n_{r_i} = R_s(t_i),$$

$$n_{r_j} = R_s(t_j),$$

$$a_{r_i} = \sum_{s=0}^{S^*} \frac{1}{s!} \rho_s t_i^s,$$

$$a_{r_j} = \sum_{s=0}^{S^*} \frac{1}{s!} \rho_s t_j^s,$$

$$\sigma_{r_i}^2 = M_2 \{ [n_{r_i}(t_i) - a_{r_i}]^2 \} = M_2 \{ [Q_i]^2 \},$$

где $M_2 \{ [Q_i]^2 \}$ – центральный момент распределения второго порядка случайной величины $Q_i = n_{r_i}(t_i) - a_{r_i}$;

$$\sigma_{r_j}^2 = M_2 \{ [n_{r_j}(t_j) - a_{r_j}]^2 \} = M_2 \{ [Q_j]^2 \},$$

где $M_2 \{ [Q_j]^2 \}$ – центральный момент распределения второго порядка случайной величины $Q_j = n_{r_j}(t_j) - a_{r_j}$;

$s = 0, 1, \dots, S^*$, S^* – выбранная заранее степень полиномиальной модели;

$$\text{определитель } A = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \dots & A_{1j} & \dots & A_{1J} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \dots & A_{2j} & \dots & A_{2J} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{I1} & A_{I2} & A_{I3} & \dots & A_{Ij} & \dots & A_{IJ} \end{vmatrix}, \quad (13)$$

где $A \neq 0$, $A_{ii} = 1$; $A_{ij} = A_{ji} = \frac{M_2 \{ [n_{r_i} - a_{r_i}] [n_{r_j} - a_{r_j}] \}}{\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}}$ – коэффициент корреляции

случайных величин Q_i и Q_j , $M_2 \{ (Q_i)(Q_j) \}$ – второй смешанный центральный момент распределения случайных величин Q_i и Q_j ; D_{ij} – алгебраическое дополнение элемента A_{ij} в определителе A , представляющее собой определитель матрицы, формируемой из исходной матрицы, имеющей определитель вида (13), путём вычёркивания из неё i -ой строки и j -ого столбца, который умножается на $(-1)^{i+j}$.

В соответствии с методом максимального правдоподобия последовательно найдём натуральный логарифм левой и правой частей равенства (12), после чего полученный результат однократно продифференцируем по каждому из неизвестных параметров \mathcal{Q}_s , входящих в состав сложной функции $n_{r_i}(t_i)$ полиномиальной временной модели, и полученные после дифференцирования соотношения приравняем каждое к нулю.

Итак, следуя указанному методу максимального правдоподобия, получаем:

$$\ln L_R = \ln \prod_{i=1}^I \sigma_{r_i} \sqrt{(2\pi)^I A} - \frac{1}{2A} \left\{ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J D_{ij} \frac{n_{r_i} n_{r_j}}{\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} \right\} \quad (14)$$

Из выражения (14) следует, что

$$\frac{dL_R}{d\vartheta_s} = \left\{ \frac{\ln \prod_{i=1}^I \sigma_{r_i} \sqrt{(2\pi)^I A}}{d\vartheta_s} = 0, \text{ т. к. } \frac{d\sigma_{r_i}}{d\vartheta_s} = 0 \right\} + \left(-\frac{1}{s!} \right) \left\{ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} \left[R_j(t_j) - \sum_{s=0}^S \frac{1}{s!} \vartheta_s t_j^s \right] t_i^s \right\} = 0 \quad (15)$$

где $s = 0, 1, \dots, S$.

На основании выражения (15) получаем систему из линейных уравнений относительно неизвестных параметров временной полиномиальной модели общим числом $S + 1$, которая имеет вид:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[R_j(t_j) - \sum_{s=0}^S \frac{1}{s!} \vartheta_s t_j^s \right] t_i^s = 0 \quad (16)$$

в которой $s = 0, 1, \dots, S$.

На этапе завязки трассы система линейных уравнений относительно неизвестных компонентов вектора $\vec{\vartheta}_s (s = 0, 1, 2, \dots, S = I = J)$ представима в виде

$$\sum_{i=1}^{I=1} \sum_{j=1}^{J=1} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} R_0(t_j) (t_i^0 = 1) - \sum_{i=1}^{I=1} \sum_{j=1}^{J=1} \frac{D_{ij}}{\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} \frac{1}{0!} \vartheta_0 (t_i^0 = 1) = 0 \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{I=2} \sum_{j=1}^{J=2} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} R_j(t_j) (t_i) - \sum_{i=1}^{I=2} \sum_{j=1}^{J=2} \left[\left(\frac{D_{ij}}{\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} \right) (\vartheta_0 + \vartheta_1 t_j) \right] t_i = 0 \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^{I=3} \sum_{j=1}^{J=3} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} R_j(t_j) (t_i^2) - \sum_{i=1}^{I=3} \sum_{j=1}^{J=3} \left[\left(\frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} \right) (\vartheta_0 + \vartheta_1 t_j) + \frac{1}{2} \vartheta_2 t_j^2 \right] t_i^2 = 0 \quad (19)$$

.....

$$\sum_{i=1}^{I=S^*} \sum_{j=1}^{J=S^*} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} R_j(t_j) t_i^{S^*-1} - \sum_{i=1}^{I=S^*} \sum_{j=1}^{J=S^*} \left[\left(\frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} \right) \sum_{s=0}^{S^*-1} \frac{1}{s!} \vartheta_s t_j^s \right] t_i^{S^*-1} = 0 \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^{I=S^*+1} \sum_{j=1}^{J=S^*+1} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} R_j(t_j) t_i^{S^*} - \sum_{i=1}^{I=S^*+1} \sum_{j=1}^{J=S^*+1} \left[\left(\frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} \right) \sum_{s=0}^{S^*} \frac{1}{s!} \vartheta_s t_j^s \right] t_i^{S^*} = 0, \quad (21)$$

в котором первое уравнение (17) соответствует значению $s = 0$, второе уравнение (18) соответствует значениям $s = 0, 1; \dots; S + 1$ – ое уравнение соответствует значениям $s = 0, 1, \dots, S$.

Решая эту систему уравнений относительно линейных неизвестных \mathcal{G}_s , получаем:

$$\mathcal{G}_0^* = \frac{\sum_{i=1}^{I=1} \sum_{j=1}^{J=1} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} R_j(t_j)}{\sum_{i=1}^{I=1} \sum_{j=1}^{J=1} 1} = R_0(t_1) \quad (22)$$

$$\mathcal{G}_1^* = \frac{\sum_{i=1}^{I=2} \sum_{j=1}^{J=2} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} [R_j(t_j) - \mathcal{G}_0] t_i}{\sum_{i=1}^{I=2} \sum_{j=1}^{J=2} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_j t_i} \quad (23)$$

$$\mathcal{G}_2^* = \frac{2 \sum_{i=1}^{I=3} \sum_{j=1}^{J=3} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} [R_j(t_j) - \mathcal{G}_0 - \mathcal{G}_1 t_j] t_i^2}{\sum_{i=1}^{I=3} \sum_{j=1}^{J=3} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_j^2 t_i^2} \quad (24)$$

.....

$$\mathcal{G}_{S-1}^* = \frac{(S-1)! \sum_{i=1}^{I=S} \sum_{j=1}^{J=S} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} \left[R_j(t_j) - \sum_{s=0}^{S-1} \frac{1}{s!} \mathcal{G}_s t_j^s \right] t_i^{S-1}}{\sum_{i=1}^{I=S} \sum_{j=1}^{J=S} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_j^{S-1} t_i^{S-1}} \quad (25)$$

$$\mathcal{G}_S^* = \frac{S! \sum_{i=1}^{I=S+1} \sum_{j=1}^{J=S+1} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} \left[R_j(t_j) - \sum_{s=0}^S \frac{1}{s!} \mathcal{G}_s t_j^s \right] t_i^S}{\sum_{i=1}^{I=S+1} \sum_{j=1}^{J=S+1} \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_j^S t_i^S} \quad (26)$$

При эксплуатации радиолокационных систем величина $S+1$ не превосходит пяти, что значительно меньше числа обзоров I или J , в течение которых осуществляется сопровождение трасс в зоне ответственности источника. Поэтому вторичную обработку информации на источнике осуществляют, как правило, методом «скользящего окна» фиксированного размера $S+1$. Суть этого метода состоит в том, что во вторичную обработку на источнике в пределах всего времени существования трассы цели в зоне видимости источника отбираются полученные данные о цели (в нашем примере измеренные дальности на интервале времени в смежных обзорах в РЛС), т.е. запоминаются значения координаты дальности на интервалах времени $t_1 - t_{S+1}; t_2 - t_{S+2}$ и т.д. Иными

словами, пусть измерение дальности в РЛС произошло на некотором обзоре с номером $i = S + 2$. При этом считается, что в новом положении «скользящего окна» номер $i = 1$ есть номер $i = 2$ в предыдущем положении "скользящего окна". Соответственно номер $i = 2$ в новом положении «скользящего окна» есть номер $i = 3$ в предыдущем положении "скользящего окна" и т.д. Затем проводятся вычисления неизвестных параметров по формулам (22) – (26). С учётом сказанного о «скользящем окне» при условии $S + 1 < I = J$ система (16) линейных уравнений относительно неизвестных компонентов вектора $\vec{g}_s (s = 0, 1, 2, \dots, S)$ общим числом $S + 1$ может быть на этапе сопровождения представлена следующим образом:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A \sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A \sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} \left(g_0 + g_1 t_j + \dots + \frac{1}{S!} g_S t_j^S \right) \quad (27)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A \sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A \sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} \left(g_0 + g_1 t_j + \dots + \frac{1}{S!} g_S t_j^S \right) t_i \quad (28)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A \sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A \sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} \left(g_0 + g_1 t_j + \dots + \frac{1}{S!} g_S t_j^S \right) t_i^2 \quad (29)$$

.....

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A \sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i^{S-1} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A \sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} \left(g_0 + g_1 t_j + \dots + \frac{1}{S!} g_S t_j^S \right) t_i^{S-1} \quad (30)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A \sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i^S = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A \sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} \left(g_0 + g_1 + \dots + \frac{1}{S!} g_S t_j^S \right) t_i^S \quad (31)$$

В системе линейных относительно неизвестных параметров вектора \vec{g}_S^* уравнений определитель $A \neq 0$.

Система уравнений (27)–(31) является канонической системой $S + 1$ линейных уравнений относительно неизвестных компонентов вектора \vec{g}_s . Корни этой системы выражаются формулами Крамера:

$$g_0^* = \frac{H_{0ij}}{H_{ij}}; g_1^* = \frac{H_{1ij}}{H_{ij}}; \dots; g_S^* = \frac{H_{Sij}}{H_{ij}} \quad (32)$$

в которых $H_{ij} \neq 0$, а формулы для вычисления числителей и знаменателей имеют вид

$$H_{ij} = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j^S \\ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j t_i & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j^S t_i \\ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i^2 & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j t_i^2 & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j^S t_i^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i^S & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j t_i^S & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j^S t_i^S \end{vmatrix} \quad (33)$$

– определитель канонической системы линейных уравнений, не равный нулю

$$H_{0ij} = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j^S \\ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j t_i & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j^S t_i \\ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i^2 & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j t_i^2 & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j^S t_i^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i^S & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j t_i^S & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j^S t_i^S \end{vmatrix} \quad (34)$$

– определитель для вычисления числителя компоненты \mathcal{Q}_0 ,

$$H_{1ij} = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j^S \\ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j t_i & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j^S t_i \\ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i^2 & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j t_i^2 & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j^S t_i^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_i^S & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij} R_j(t_j)}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j t_i^S & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i} \sigma_{r_j}} t_j^S t_i^S \end{vmatrix} \quad (35)$$

– определитель для вычисления числителя компоненты \mathcal{Q}_1 ,

.....

$$H_{Sij} = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_j & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}R_j(t_j)}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_j^S \\ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_i & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_j t_i & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}R_j(t_j)}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_j^S t_i \\ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_i^2 & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_j t_i^2 & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}R_j(t_j)}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_j^S t_i^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_i^S & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_j t_i^S & \dots & \frac{1}{S!} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{ij}R_j(t_j)}{A\sigma_{r_i}\sigma_{r_j}} t_j^S t_i^S \end{vmatrix} \quad (36)$$

– определитель для вычисления числителя компоненты \mathcal{G}_S .

В случае, если в системе уравнений (17)–(21) определитель $A=0$ или в системе уравнений (27)...(31) определитель $A = H_{ij}$ (см. выражение (33))=0, то для устранения некорректности при отыскании корней указанных систем линейных алгебраических уравнений необходимо использовать приближённые методы, например, метод регуляризации [19].

В виду большой сложности получения аналитических выражений для среднеквадратических ошибок оценки компонент неизвестного вектора $\vec{\mathcal{G}}$ (дальности, скорости, ускорения и т.д.) с использованием изложенного математического аппарата (см. выражения (14)–(36)) в модели используется статистический способ вычисления оценок среднеквадратических ошибок определения компонент неизвестного вектора. Иными словами на каждом обзоре многократно разыгрывается факт обнаружения компоненты (в нашем случае дальности до цели) с использованием программы нормально распределённых случайных чисел. Далее вычисление оценки среднеквадратической ошибки определения компоненты (в нашем случае дальности) осуществляется по формуле:

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^L (R_l - m_l)^2}{L-1}} \quad (37)$$

где $l=1,2,\dots,L$ – номер реализации случайной дальности R_l до цели; L – максимальный размер выборки случайных дальностей;

$$m_1 = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L R_l$$

– математическое ожидание случайной дальности R_l до цели.

В общем случае σ_R , определяемая соотношением (37), является при конечном размере выборки L случайной оценкой СКО по дальности, представляемой в виде суммы полиномиальной временной модели математического ожидания оценки среднеквадратической ошибки по дальности, зависящей от неизвестных параметров вектора $\vec{\epsilon}_l$ и времени, а также случайной составляющей, определяемой действием помех и колебаниями дальности. Иными словами, имеем следующее представление σ_R в виде:

$$\sigma_R(\vec{\epsilon}, t) = \sigma_r(\vec{\epsilon}, t) + n_{\sigma_r}(t),$$

где $\sigma_r(\vec{\epsilon}, t)$ – случайная оценка среднеквадратической ошибки измерения дальности до цели на входе соответствующего канала устройства вторичной обработки, зависящая от вектора неизвестных параметров $\vec{\epsilon}$ полиномиальной модели математического ожидания случайной оценки СКО по дальности и от времени t , $\sigma_r(\vec{\epsilon}, t) = \sum_{k=0}^K \frac{1}{k!} \epsilon_k t^k$ – полиномиальная модель математического ожидания случайной оценки СКО по дальности до цели, в которой $\vec{\epsilon} = \epsilon_0, \epsilon_1, \dots, \epsilon_K$ – неизвестные параметры временной полиномиальной модели математического ожидания случайной оценки СКО по дальности до цели, $k=0,1,\dots,K$ – текущий номер коэффициента в полиномиальной модели, а t^k – k -ая степень времени t , $n_{\sigma_r}(\vec{\epsilon}, t)$ – помеха, состоящая из случайного колебания оценки СКО по дальности и ошибки измерения дальности в источнике.

Далее, используя метод максимального правдоподобия аналогично описанной выше процедуре нахождения значений коэффициентов $\mathcal{G}_0^*, \mathcal{G}_1^*, \dots, \mathcal{G}_S^*$ с использованием формул (8), (8.1), (12), ..., (36). В соответствии с перечисленными соотношениями могут быть найдены значения компонент $\epsilon_0^*, \epsilon_1^*, \dots, \epsilon_K^*$,

доставляющие максимум функции правдоподобия выборки случайных значений оценки СКО по дальности $\sigma_R(\bar{\epsilon}, t)$ в различные моменты времени.

Аналогично могут быть рассчитаны среднеквадратичные ошибки определения азимута, угла места, радиальной скорости.

4. Третичная обработка информации. Отождествление трасс

Существо третичной обработки информации на обобщающем КП или опорной РЛС по трассам, выдаваемым подчинёнными источниками, состоит в наложении каждой сопровождаемой на КП или опорной станции трассы во времени на поступающую от каждого источника трассу по всем координатам и параметрам движения для всех (или некоторых соседних) моментов времени их измерения. Сравнение трасс производится на одном и том же интервале времени в единой (обычно в пространственной прямоугольной) системе координат КП или опорной РЛС. Наложение осуществляется в многомерном эллипсоиде по дальности, азимуту, углу места, в системе координат КП или опорной РЛС. На рис. 2 в соответствии с приведенным выше определением пространственной прямоугольной и сферической систем координат с центром в точке O , в которой располагается КП или опорная РЛС группировки.

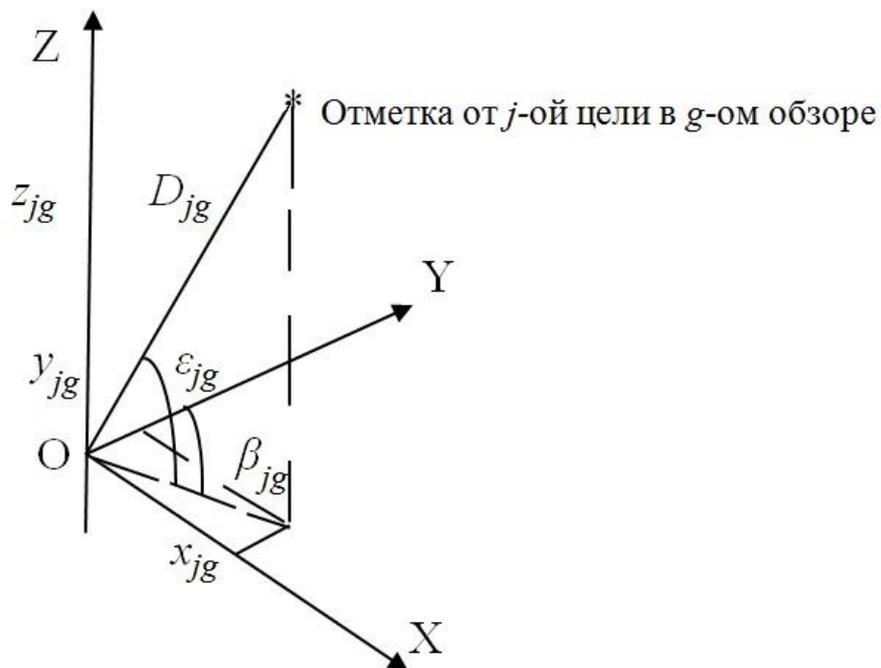


Рис. 2. Пространственное положение отметки от j -ой цели в g -ом обзоре в пространственной прямоугольной и сферической системах координат.

Связь прямоугольных и сферических координат задаётся выражениями

$$\begin{aligned}x_{jg} &= D_{jg} \cos \varepsilon_{jg} \sin \beta_{jg}, \\y_{jg} &= D_{jg} \cos \varepsilon_{jg} \cos \beta_{jg}, \\z_{jg} &= D_{jg} \sin \varepsilon_{jg},\end{aligned}\tag{38}$$

в которых координаты $D_{jg}, \beta_{jg}, \varepsilon_{jg}$ статистически некоррелированы.

В пространственной прямоугольной системе координат размеры (полуоси) пространственного эллипсоида отождествления $(a_{x_{jg}}, b_{y_{jg}}, c_{z_{jg}})$ вокруг каждой отметки от j -ой цели на опорной трассе определяются среднеквадратическими ошибками определения каждой пространственной прямоугольной координаты с коэффициентом плюс/минус три относительно экстраполированных значений координат опорной трассы на g -ом, $(g+1)$ -ом, $(g+2)$ -ом и т.д. периоде обзора в пределах выделенного интервала времени по формулам

$$\begin{aligned}a_{x_{jg}} &= 3\sigma_{x_{jg}}, \quad a_{x_{j(g+1)}} = 3\sigma_{x_{j(g+1)}}, \quad a_{x_{j(g+2)}} = 3\sigma_{x_{j(g+2)}}, \dots \\b_{y_{jg}} &= 3\sigma_{y_{jg}}, \quad b_{y_{j(g+1)}} = 3\sigma_{y_{j(g+1)}}, \quad b_{y_{j(g+2)}} = 3\sigma_{y_{j(g+2)}}, \dots \\c_{z_{jg}} &= 3\sigma_{z_{jg}}, \quad c_{z_{j(g+1)}} = 3\sigma_{z_{j(g+1)}}, \quad c_{z_{j(g+2)}} = 3\sigma_{z_{j(g+2)}}, \dots\end{aligned}\tag{39}$$

В соответствии с методом линеаризации [20] при преобразовании из одной системы координат в другую случайных некоррелированных величин в малой области их существования вблизи отметки от j -ой ой цели на g -ом периоде обзора опорной РЛС среднеквадратические ошибки определения каждой пространственной прямоугольной координаты могут быть вычислены по формулам

$$\begin{aligned}\sigma_{x_{jg}} &= \sqrt{\left(\frac{dx_{jg}}{dD_{jg}}\right)^2 \sigma_{D_{jg}}^2 + \left(\frac{dx_{jg}}{d\beta_{jg}}\right)^2 \sigma_{\beta_{jg}}^2 + \left(\frac{dx_{jg}}{d\varepsilon_{jg}}\right)^2 \sigma_{\varepsilon_{jg}}^2} \\ \sigma_{y_{jg}} &= \sqrt{\left(\frac{dy_{jg}}{dD_{jg}}\right)^2 \sigma_{D_{jg}}^2 + \left(\frac{dy_{jg}}{d\beta_{jg}}\right)^2 \sigma_{\beta_{jg}}^2 + \left(\frac{dy_{jg}}{d\varepsilon_{jg}}\right)^2 \sigma_{\varepsilon_{jg}}^2} \\ \sigma_{z_{jg}} &= \sqrt{\left(\frac{dz_{jg}}{dD_{jg}}\right)^2 \sigma_{D_{jg}}^2 + \left(\frac{dz_{jg}}{d\varepsilon_{jg}}\right)^2 \sigma_{\varepsilon_{jg}}^2},\end{aligned}\tag{40}$$

где $\sigma_{D_{jg}}$, $\sigma_{\beta_{jg}}$, $\sigma_{\varepsilon_{jg}}$ – среднеквадратические ошибки определения в РЛС дальности, азимута, угла места, соответственно.

В соотношениях (39) первые производные прямоугольных координат по полярным координатам имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dx_{jg}}{dD_{jg}} &= \cos \varepsilon_{jg} \sin \beta_{jg}; & \frac{dx_{jg}}{d\beta_{jg}} &= D_{jg} \cos \varepsilon_{jg} \cos \beta_{jg}; & \frac{dx_{jg}}{d\varepsilon_{jg}} &= -D_{jg} \sin \varepsilon_{jg} \sin \beta_{jg}; \\ \frac{dy_{jg}}{dD_{jg}} &= \cos \varepsilon_{jg} \cos \beta_{jg}; & \frac{dy_{jg}}{d\beta_{jg}} &= -D_{jg} \cos \varepsilon_{jg} \sin \beta_{jg}; & \frac{dy_{jg}}{d\varepsilon_{jg}} &= -D_{jg} \sin \varepsilon_{jg} \cos \beta_{jg}; \\ \frac{dz_{jg}}{dD_{jg}} &= \sin \varepsilon_{jg}; & \frac{dz_{jg}}{d\beta_{jg}} &= 0; & \frac{dz_{jg}}{d\varepsilon_{jg}} &= D_{jg} \cos \varepsilon_{jg}. \end{aligned} \quad (41)$$

В ПВО отождествление осуществляется с учётом признака определения государственной принадлежности, который при третичной обработке информации имеет наивысшим приоритет. Если признак определения государственной принадлежности устойчиво не совпадает для трассы на КП или опорной РЛС с аналогичным признаком трассы от подчинённого источника, то эти трассы не отождествляются при третичной обработке. В системе ракетно-космической обороны признак определения государственной принадлежности не формируется и, следовательно, не обрабатывается. Размеры эллипсоида определяются значениями интервалов ошибок по дальности, азимуту, углу места, полученных при обработке информации на КП или опорной РЛС для моментов времени обработки информации рассматриваемой трассы. Если признаки государственной принадлежности обобщаемых трасс совпадают и координаты цели по трассе от подчинённого источника не выходят в соответствующие моменты времени за границы пространственного эллипсоида отождествления на отметках эталонной трассы на КП или опорной РЛС, то трасса от источника привязывается к эталонной (опорной) трассе КП или опорной РЛС, а обобщённой трассе присваивается единый номер, с которым в дальнейшем на КП или опорной РЛС ведётся сопровождение одной трассы. В противном случае отождествления трасс не происходит, и на КП или опорной РЛС ведётся раздельное сопровождение этих трасс. Сказанное в части отождествления по координатам опорной трассы и трассы цели от источника

информации поясняет рис. 3. На этом рисунке в качестве примера для случая проверки возможности отождествления на трёх смежных обзорах приведены вариант отождествления опорной трассы с трассой цели от источника (верхний чертёж) и вариант неотождествления опорной трассы с трассой цели от источника (нижний чертёж).

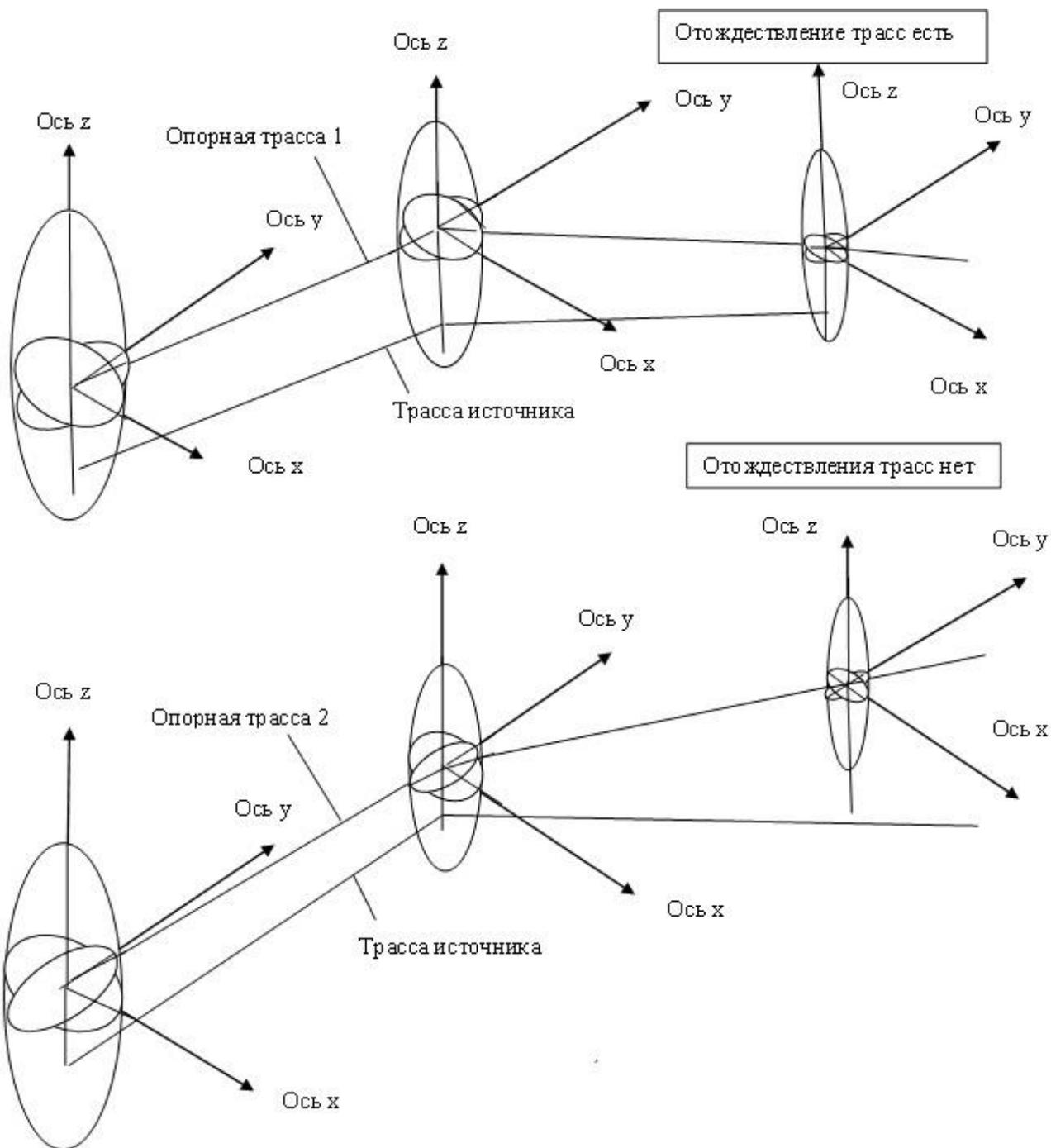


Рис. 3. Пример отождествления (верхний чертёж) и неотождествления (нижний чертёж) сопровождаемых в пространственной прямоугольной системе координат на КП группировки или опорной РЛС трасс целей при принятии решения об отождествлении на трёх смежных обзорах.

На рис. 3 указаны сечения в трёх взаимно перпендикулярных плоскостях zox , zoy и zox эллипсоидов опорных трасс целей на КП или опорной РЛС группировки. Центры эллипсоидов (неотмеченные буквами на рис. 3 точки O) соответствуют положениям отметок опорных трасс в различные моменты времени. Оси систем прямоугольных координат (отмечены линиями со стрелками), начала которых совпадают с центрами эллипсоидов на различных периодах обзора опорной РЛС, коллинеарны соответствующим осям представленной на рис. 2 прямоугольной системы координат. Размеры (полуоси) эллипсоидов вычисляются по формулам (39) с учётом соотношений (40) и (41). Ниже каждой из опорных трасс ломанной линией показана трасса источника информации, проверяемая на возможность отождествления с соответствующей опорной трассой.

Расчёт текущих значений характеристик радиолокационного поля производится постоянно в процессе развития налёта. Окончательное вычисление характеристик поля осуществляется по завершении налёта средств вероятного противника на рассматриваемую обороняющуюся группировку.

Заключение

В статье представлена блок-схема алгоритма (модели) обработки информации в радиолокационном поле большой территориально распределённой системы при её работе по различным типам целей и дано описание основных блоков этого алгоритма. Оценка характеристик радиолокационного поля производится в процессе функционирования алгоритма при воздействии имитируемого налёта средств нападения противника. На этапе первичной обработки информации приведены основные аналитические соотношения для расчёта мощности сигнала и шума на выходе усилителя промежуточной частоты РЛС при воздействии собственных шумов, активных шумовых помех и пассивных естественных и искусственных помех. Факт обнаружения цели конкретной РЛС в фиксированный момент времени определяется в результате сравнения рассчитанного отношения сигнал/шум с пороговым значением. Затем осуществляется либо прямое измерение дальности

до цели (помехопостановщика) путём накопления энергии импульсов в приёмном устройстве станции, либо дальность до ПАП рассчитывается в результате решения триангуляционной задачи с предварительным определением пеленгов от ряда станций поля, или дальность до ПАП определяется с помощью корреляционно-базового комплекса. Полученные в разные моменты времени отметки участвуют в образовании траекторий движения целей на этапе вторичной обработки информации в каналах измерения дальности, азимута, угла места и радиальной скорости. Для получения оценок неизвестных параметров полиномиальных моделей математических ожиданий дальности, азимута, угла места и радиальной скорости предложено использовать метод максимального правдоподобия на четырёх выборках их значений в различные моменты времени. Для вычисления оценок среднеквадратических ошибок определения координат цели: дальности, азимута, угла места, радиальной скорости применен статистический способ, при котором на каждом обзоре в пределах «окна сопровождения» многократно разыгрывается факт получения СКО каждой координаты цели с использованием программы нормально распределённых случайных чисел. В ходе вторичной обработки информации осуществляется определение неизвестных параметров полиномиальной модели математического ожидания случайной оценки СКО соответственно по дальности, азимуту, углу места, радиальной скорости на основе использования метода максимального правдоподобия для выборок случайных значений оценок СКО определения дальности, азимута, угла места, радиальной скорости цели, а также рассчитываются размеры стробов сопровождения каждой цели (ПАП).

Третичная обработка информации на командном пункте или опорной станции в гупшировке средств состоит в наложении каждой сопровождаемой опорной трассы на трассу, поступающую от каждого источника, по всем координатам для всех моментов времени. Сравнение трасс производится на одном и том же интервале времени в единой системе координат. Наложение осуществляется в пространственном эллипсоиде по дальности, азимуту, углу

места. Размеры эллипсоида определяются значениями интервалов ошибок по этим параметрам в пространственной прямоугольной системе координат командного пункта или опорной РЛС группировки средств. Если координаты отождествляемых целей не выходят за границы пространственного эллипсоида отождествления и имеет место совпадение признаков государственной принадлежности эталонной трассе на КП или опорной РЛС и участвующей в отождествлении трассы источника, то трасса источника привязывается к этой эталонной трассе. В противном случае отождествления трасс не происходит. Формирование выходных характеристик радиолокационного поля осуществляется на всех этапах работы модели.

Литература

1. Володин С.В., Макаров А.Н., Умрихин Ю.Д., Фараджев В.А. Общесистемное моделирование АСУ реального времени/ Под ред. Шабалина В.А. – М.: Радио и связь, 1984г. – 232 с., ил.
2. Пфедфер Ави. Вероятностное программирование на практике/Пер. с англ. Слинкина А.А. – М.: ДМК Пресс. 2017г. – 412 с.: ил.
3. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. – М.: Сов. радио, 1971г. – 328 с.
4. Головков А.А., Пивоваров И.Ю., Кузнецов И.Р. Компьютерное моделирование и проектирование радиоэлектронных средств. – СПб.: Питер, 2015г. – 208 с.
5. Королев А.Л. Компьютерное моделирование. Лабораторный практикум. – М.: Бином, 2013г. – 300 с.
6. Коткин Г.Я., Попов Л.К., Черкасский В.С. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием MATLAB. – М.: Юрайт, 2019г. – 202 с.
7. Кристаль В.С. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент в радиолокации. – М.: Новое время, 2015г. – 284 с.
8. Кузьмин С.З. Цифровая обработка радиолокационной информации. – М.: Сов. радио, 1967г. – 400 с., ил.
9. Леонов А.И., Васенев В.Н., Гайдуков Ю.И., Даниленко А.А., Дворников Ф.А., Кононенко Г.В., Нагулинко Ф.В., Полляк Ю.Г., Саврасов Ю.С. Моделирование в радиолокации/ Под ред. Леонова А.И. – М.: Сов. радио, 1979г. – 264 с., ил.

10. Монаков А.А. Математическое моделирование радиотехнических систем. – СПб.: ГУАП СПб, 2016г. – 100 с.
11. Овечкин А.В., Овечкин П.В. Компьютерное моделирование. – М.: Академия, 2017г. – 379 с.
12. Важенин В.Г., Дядьков Н.А., Боков А.С., Сорокин А.К., Марков Ю.В., Лесная Л.Л. Полунатурное моделирование бортовых радиолокационных систем, работающих по земной поверхности: учебное пособие. – Екатеринбург: изд. «Уральский федеральный университет», 2017г. – 283 с.
13. Саврасов Ю.С. Определение орбит по измерениям дальности, радиальной скорости и угловой координате//Космические исследования, т. 12, 1974, вып 3.
14. Справочник по радиолокации/ Под ред. М.И. Сколника. Пер. с англ. под общ. ред. В.С. Вербы. В 2 книгах. – М: Техносфера, 2015г.
15. Сулейманов Р.Р. Компьютерное моделирование математических задач: учебное пособие. – М.: Бином, 2012г. – 381 с.
16. Ширман Я.Д., Голиков В.Н., Бусыгин И.Н., Костин Г.А., Манжос В.Н., Минервин Н.Н., Найдёнов Б.В., Поляков В.И., Челпанов А.С. Теоретические основы радиолокации: учебное пособие для вузов/ Под ред. Ширмана Я.Д. – М.: Сов. радио, 1970г. – 560 с.
17. Трухин М.П. Основы компьютерного проектирования и моделирования радиоэлектронных средств. – М.: Бином, 2015г. – 386 с.
18. Шелухин О.И. Моделирование информационных систем. – М.: Горячая линия - Телеком, 2016г. – 516 с.
19. Воскобойников Ю.Е., Мицель А.А. Некорректные задачи математической физики. Часть 1. Лекционный курс: Учебное пособие. Министерство образования и науки Российской Федерации/Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники(ТУСУР) - Томск, 2018г. – 130 с., ил.
20. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. - М., Наука, 1969г. – 576 с., ил.

Для цитирования:

Третьяков В.А., Куликов Г.В., Лукьянец Ю.Ф., Галустов И.А., Парфёнов А.В. Модель оценки характеристик многочастотного радиолокационного поля при работе по различным типам целей. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2020. № 1. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jan20/8/text.pdf>. DOI 10.30898/1684-1719.2020.1.8