

DOI <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.1.5>

УДК 621.396.961

## ВЫЧИСЛЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ОСЛАБЛЕНИЯ РАДИОВОЛН НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ ЗЕМЛИ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

В. В. Ахияров<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Научно-исследовательский институт дальней радиосвязи,  
127083, Москва, ул. 8 Марта, 10-3

<sup>2</sup> Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
125009, Москва, ул. Моховая, 11-7

Статья поступила в редакцию 27 декабря 2020 г.

**Аннотация.** В работе представлено новое интегральное уравнение для расчета множителя ослабления вблизи земной поверхности. Получено выражение для вычисления функции ослабления на произвольной высоте и представлены дистанционные зависимости множителя ослабления. Показано, что решение модельных задач для плоской и сферической поверхности соответствует расчетам по известным аналитическим формулам. Приведены результаты вычислений для реальной трассы распространения радиоволн, свидетельствующие о том, что влияние рельефа на дифракционное ослабление уменьшается при увеличении длины волны и высоты над землей.

**Ключевые слова:** множитель ослабления, поверхностный импеданс, импедансное граничное условие, интегральное уравнение, функция Грина.

**Abstract:** This paper presents a new integral equation to calculate the attenuation factor near the Earth's surface. An expression for the attenuation function computation at arbitrary heights is derived and the distance dependences of the attenuation factor are presented. The correspondence of the numerical results with analytical calculations for the planar and spherical surface is shown. The results for the real terrain profile are given.

**Key words:** attenuation factor, surface impedance, impedance boundary condition, integral equation, Green function.

Как правило, инженерные методы расчета напряженности поля (или множителя ослабления) вблизи земной поверхности основаны на использовании рекомендаций Международного Союза Электросвязи (МСЭ), которые содержат дистанционные зависимости напряженности поля для различных частотных диапазонов [1]. Кривые напряженности поля вблизи земли, представленные в рекомендациях МСЭ, были получены в результате усреднения большого количества экспериментальных данных и поэтому они не учитывают особенностей конкретной трассы распространения радиоволн. Сопоставление кривых МСЭ с расчетами по дифракционной формуле В.А. Фока для сферической модели земли свидетельствует о том, что теоретические расчеты соответствуют кривым МСЭ в освещенной области и зоне полутени до дальности дифракционного горизонта [2, 3]. Влияние рельефа в рекомендациях МСЭ определяется углом закрытия, который измеряется между горизонталью и линией, проходящей над всеми препятствиями на дальности  $D < 15$  км от источника. Аналитическое вычисление множителя ослабления с учетом профиля рельефа возможно методом однократной или последовательной дифракции [4].

Точность прогноза дифракционного ослабления радиоволн можно существенно улучшить с использованием численных методов, наиболее общим подходом к решению задачи дифракции на неровностях рельефа является метод интегральных уравнений (ИУ). В УКВ диапазоне при малых высотах корреспондирующих пунктов (скользящее падение радиоволн на земную поверхность) коэффициент отражения при вертикальной и горизонтальной поляризации  $R_{v,h} \approx -1$  и в этом случае можно считать, что на рассеивающей поверхности вне зависимости от ее электрических свойств выполняется краевое условие Дирихле. Такое предположение позволяет использовать для расчетов дифракционного ослабления стандартное ИУ Фредгольма 1-го или 2-го рода [5], при этом ограничение на длину трассы накладываемое только вычислительными возможностями компьютера. Очень хорошей альтернативой интегральным уравнениям в УКВ диапазоне является метод параболического

уравнения (ПУ) [6]. Для граничной задачи с условием Дирихле метод ПУ допускает реализацию эффективного алгоритма, основанного на вычислении быстрого преобразования Фурье (БПФ) по вертикальной координате на каждом шаге численного решения [7,8,9].

Особенность дифракции коротких, средних и длинных волн вблизи земли заключается в том, что при прочих равных условиях результаты расчетов будут существенно зависеть от электрических свойств подстилающей поверхности. В этом случае решение методом параболического уравнения основано на вычислении комбинированного преобразования Фурье (англ. «Mixed Fourier Transform») [10], которое требует существенных вычислительных затрат. Поэтому для расчетов множителя ослабления с учетом рельефа и электрических свойств земли более предпочтительным может оказаться алгоритм, основанный на численном решении интегрального уравнения.

Будем считать, что на границе раздела земли и атмосферы выполняется импедансное краевое условие:

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = jk\Delta\psi, \quad (1)$$

где  $\psi$  и  $\partial\psi/\partial n$  – искомое волновое поле и его производная в направлении внешней нормали,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны,  $\Delta$  – комплексная постоянная:

$$\Delta = \begin{cases} \sqrt{\varepsilon - 1}/\varepsilon, & \text{вертикальная поляризация} \\ \sqrt{\varepsilon - 1}, & \text{горизонтальная поляризация,} \end{cases} \quad (2)$$

$\varepsilon = \varepsilon' - j60\lambda\sigma$  – относительная комплексная диэлектрическая проницаемость ( $\varepsilon'$  и  $\sigma$  – относительная диэлектрическая проницаемость и электропроводность земли), зависимость поля от времени выбрана в виде  $e^{j\omega t}$ .

В [11] были рассмотрены известные ИУ Фейнберга [12] и Хаффорда [13] для вычисления множителя ослабления на поверхности земли, а также представлено новое интегральное уравнение для источника поля в виде нити

тока. В данной работе полученные в [11] результаты обобщаются на случай произвольной высоты подъема точки наблюдения.

Пусть электрический диполь находится на высоте  $z_0$  над земной поверхностью. Требуется определить дистанционную зависимость множителя ослабления на высоте  $z_A$  над землей с учетом поляризации излучения, электрических свойств и геометрии трассы распространения радиоволн.

Для функции Грина

$$G(\rho) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jk\rho}}{\rho}, \quad (3)$$

которая соответствует полю точечного источника, и граничного условия (1) Хаффорд получил интегральное уравнение для вычисления множителя ослабления  $W(x)$  на земной поверхности [13]:

$$W(x) = 1 - e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{kx}{2\pi}} \int_0^x W(x') \frac{e^{-jk(r_1+r_2-r_0)}}{\sqrt{(x-x')x'}} \left[ \Delta(x') + \frac{\partial r_2}{\partial n} \right] dx', \quad (4)$$

где расстояния  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_0$  определяются в соответствии с рис.1.

Интегрирование в уравнении (4) выполняется по горизонтальной координате и это является основным ограничением, которое накладывается на длину волны и поляризацию излучения при его решении. Традиционно считается, что вычисление множителя ослабления методом ИУ Хаффорда с учетом электрических свойств земной поверхности возможно в случае, если модуль поверхностного импеданса земли намного меньше единицы. Это ограничивает максимальную частоту при вертикальной поляризации значениями 1...3 МГц и исключает из рассмотрения горизонтальную поляризацию. В [11] было показано, что ограничения по частоте и поляризации излучения связаны не с уравнением Хаффорда, а с постановкой задачи. Замена интегрирования по профилю рельефа интегрированием по горизонтальной координате  $x$  предполагает, что в масштабе длины волны неровности рельефа не слишком сильно отклоняются от плоской поверхности. В диапазоне длинных и средних волн при  $\lambda > 100$  м такое предположение вполне оправдано, однако в общем случае для определения множителя ослабления следует

вычислять криволинейный интеграл 1-го рода по профилю рельефа [11]:

$$W(x) = 1 - e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{kx}{2\pi}} \int_0^x W(x') \frac{e^{-jk(r_1+r_2-r_0)}}{\sqrt{(x-x')x'}} \left[ \Delta(x') + \frac{\partial r_2}{\partial n} \right] \sqrt{1 + \left( \frac{dz}{dx'} \right)^2} dx'. \quad (5)$$

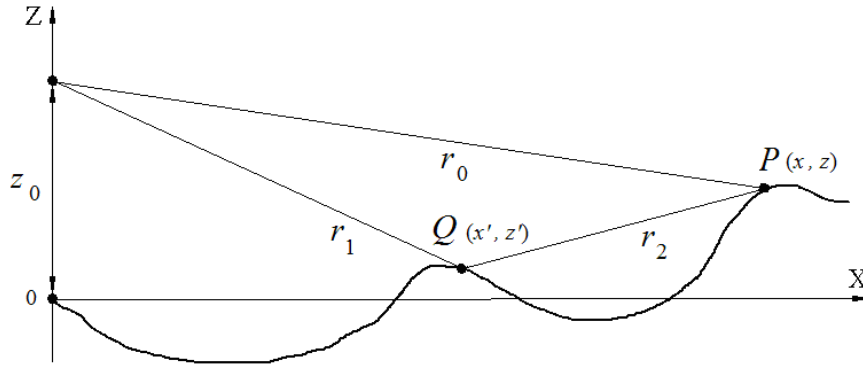


Рис.1. Определение расстояний  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_0$  (точка наблюдения  $P$  находится на земной поверхности).

Видно, что (5) отличается от (4) наличием дополнительного множителя  $\sqrt{1 + (dz/dx')^2}$  в ядре интегрального уравнения. Также отметим, что в работе Хаффорда [13] источник считался расположенным на земной поверхности, что вполне допустимо при  $\lambda > 100$  м. Однако с уменьшением длины волны высота источника  $z_0$  должна определяться положением фазового центра антенны. Рассмотренные факторы (интегрирование по профилю рельефа и подъем источника на высоту  $z_0$  над землей) позволяют существенно расширить область применения ИУ Хаффорда в сторону более высоких частот для вертикальной и горизонтальной поляризации излучения.

Если считать, что источником поля является нить тока, функцию Грина следует выбрать в виде:

$$G(r_2) = -\frac{j}{4} H_0^{(2)}(k r_2), \quad (6)$$

где  $H_0^{(2)}(x)$  – функция Ханкеля второго рода нулевого порядка. Для функции Грина (6) с учетом граничного условия (1) было получено новое интегральное уравнение для множителя ослабления  $W(x)$  на земной поверхности [11]:

$$W(x) = 1 - \frac{k}{2H_0^{(2)}(kr_0)} \int_0^x W(x') H_0^{(2)}(kr_1) \left\{ \Delta(x') H_0^{(2)}(kr_2) - j H_1^{(2)}(kr_2) \frac{\partial r_2}{\partial n} \right\} \sqrt{1 + \left( \frac{dz}{dx'} \right)^2} dx', \quad (7)$$

где расстояния  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_0$  – те же, что и в уравнении (5),  $H_1^{(2)}(x)$  – функция Ханкеля второго рода первого порядка.

По сравнению с (5), уравнение (7) является более строгим, поскольку оно было получено без использования каких-либо аппроксимаций. Результаты решения модельной задачи дифракции на цилиндрическом сегменте показали, что численное решение ИУ (7) полностью соответствует расчетам по дифракционной формуле В.А. Фока при  $\lambda = 10$  м для вертикальной и горизонтальной поляризации [11].

Для того, чтобы определить множитель ослабления на произвольной высоте  $z_A$  над землей, воспользуемся выражением:

$$\psi(P) = \psi_0(P) - \frac{k}{2} \int_L W(Q) H_0^{(2)}(kr_1) \left\{ \Delta(l) H_0^{(2)}(kR_2) - j H_1^{(2)}(kR_2) \frac{\partial R_2}{\partial n} \right\} dl, \quad (8)$$

где  $L$  – профиль рельефа, расстояния  $r_1$ ,  $R_2$  и  $R_0$  показаны на рис.2,  $W(Q)$  – множитель ослабления в точке интегрирования  $Q$  на профиле рельефа,  $\psi_0(P)$  и  $\psi(P)$  – поле в точке наблюдения  $P$  при отсутствии границы раздела и с учетом влияния земли:

$$\psi_0(P) = H_0^{(2)}(kR_0), \quad (9.a)$$

$$\psi(P) = V(P) H_0^{(2)}(kR_0). \quad (9.б)$$

Видно, что (9.б) отличается от (9.a) наличием функции  $V(P)$ , которая определяет множитель ослабления на высоте  $z_A$  над землей. После подстановки (9.a) и (9.б) в (8) и перехода к интегрированию по горизонтальной координате получим итоговое выражение для вычисления множителя ослабления:

$$V(x) = 1 - \frac{k}{2H_0^{(2)}(kR_0)} \int_0^x W(x') H_0^{(2)}(kr_1) \left\{ \Delta(x') H_0^{(2)}(kR_2) - j H_1^{(2)}(kR_2) \frac{\partial R_2}{\partial n} \right\} \sqrt{1 + \left( \frac{dz}{dx'} \right)^2} dx', \quad (10)$$

где множитель ослабления  $W(x')$  на земной поверхности определяется в результате решения ИУ (7).

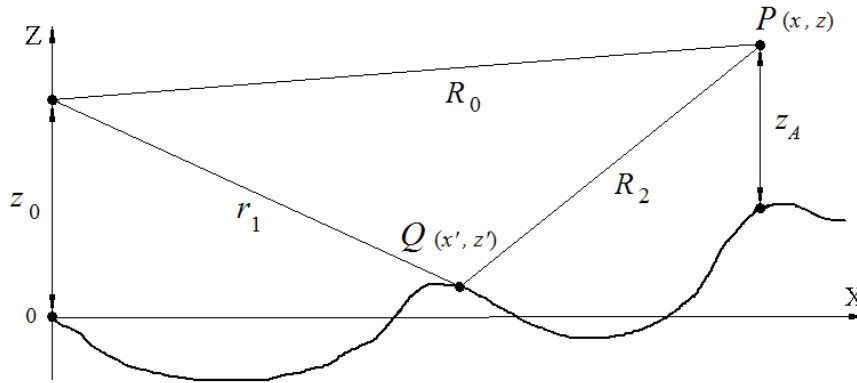


Рис.2. Определение расстояний  $r_1$ ,  $R_2$  и  $R_0$   
(точка наблюдения поднята на высоту  $z_A$  над поверхностью земли)

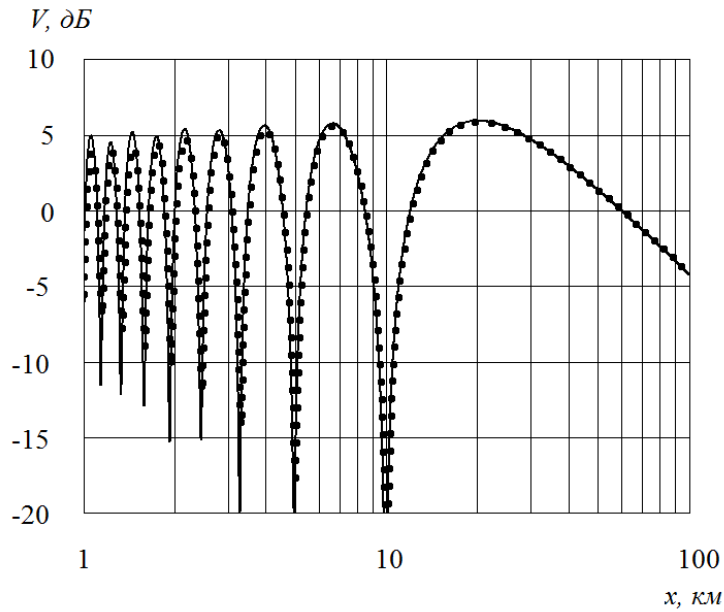
С использованием (10) область применения рассмотренного в [11] метода можно расширить на случай произвольных высот точки наблюдения. В качестве примера на рис.3 представлены результаты расчетов множителя ослабления над плоской импедансной поверхностью с электрическими свойствами  $\varepsilon' = 4$ ,  $\sigma = 0,001$  См/м при  $\lambda = 10$  м, высота источника и приемника –  $z_0 = 100$  м и  $z_A = 500$  м. Отметим, что модель плоской земли соответствует распространению радиоволн вблизи сферической поверхности при критической рефракции, когда радиус кривизны луча равен радиусу Земли. Для сравнения на рис.3 представлены результаты расчетов по хорошо известной интерференционной формуле (см., например, [14]) с коэффициентами отражения  $R_h$  и  $R_v$  для горизонтальной и вертикальной поляризации:

$$R_h = \frac{\sin(\theta) - \sqrt{\varepsilon - (\cos(\theta))^2}}{\sin(\theta) + \sqrt{\varepsilon - (\cos(\theta))^2}}, \quad (11.a)$$

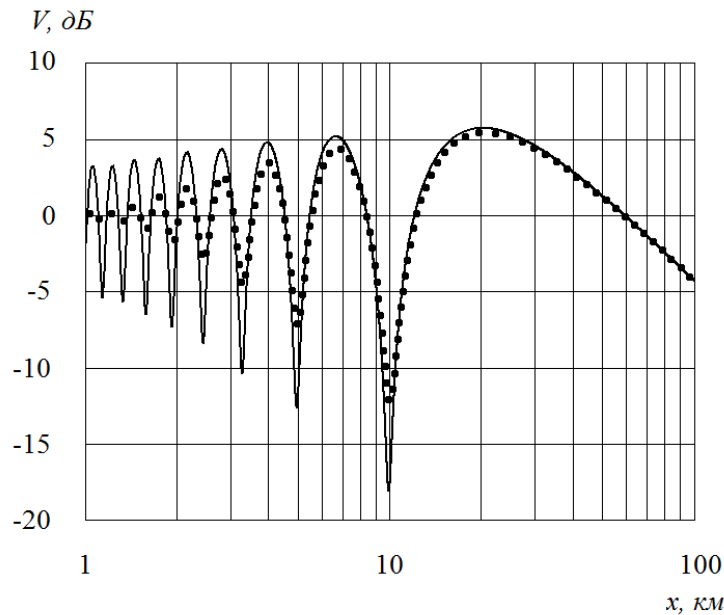
$$R_v = \frac{\sin(\theta)\varepsilon - \sqrt{\varepsilon - (\cos(\theta))^2}}{\sin(\theta)\varepsilon + \sqrt{\varepsilon - (\cos(\theta))^2}}, \quad (11.б)$$

где  $\theta$  – угол падения на земную поверхность.

Видно, что при горизонтальной поляризации результаты численных и аналитических расчетов полностью совпадают, а в случае вертикальной поляризации соответствие наблюдается, начиная с расстояний 3...5 км.



а)



б)

Рис.3. Графики множителя ослабления над плоской землей. Сплошная линия – решение ИУ, пунктир – расчеты по интерференционной формуле.  
а) горизонтальная поляризация, б) вертикальная поляризация.

Причину этого легко понять, если рассмотреть представленные на рис.4 дистанционные зависимости коэффициентов отражения (11.а, б), полученные при тех же самых исходных данных:  $\epsilon' = 4$ ,  $\sigma = 0,001 \text{ См/м}$ ,  $\lambda = 10 \text{ м}$ ,  $z_0 = 100 \text{ м}$  и  $z_A = 500 \text{ м}$ . Видно, что на дальности  $\sim 1 \text{ км}$  значения  $|R_v|$  близки к



нулю, что соответствует падению плоских волн на плоскую границу раздела под углом Брюстера  $\theta = \arctg(1/\sqrt{\varepsilon'}) \approx 27^\circ$ , в этом случае расстояние между источником и приемником  $x \approx 1,2 \text{ км}$ . Расчеты по интерференционной формуле (точки на рис.3.б) свидетельствуют о том, что при падении плоских волн на плоскую границу раздела под углом Брюстера отраженная волна практически отсутствует. Однако, в действительности волновые фронты в области, существенной для отражения радиоволн, являются сферическими, что накладывает ограничения на интерференционную формулу [14]. Т.е. отражательная трактовка, как и любая приближенная теория, имеет свои границы применимости, в то время как численное решение методом ИУ позволяет получить правильный результат для любых условий задачи: интеграл по плоской поверхности (рассеянное поле) в сумме с прямой волной дает ожидаемую интерференционную картину (сплошная линия на рис.3.б). С увеличением расстояния между источником и приемником наблюдается очень хорошее соответствие результатов, полученных методом ИУ и с использованием интерференционной формулы.

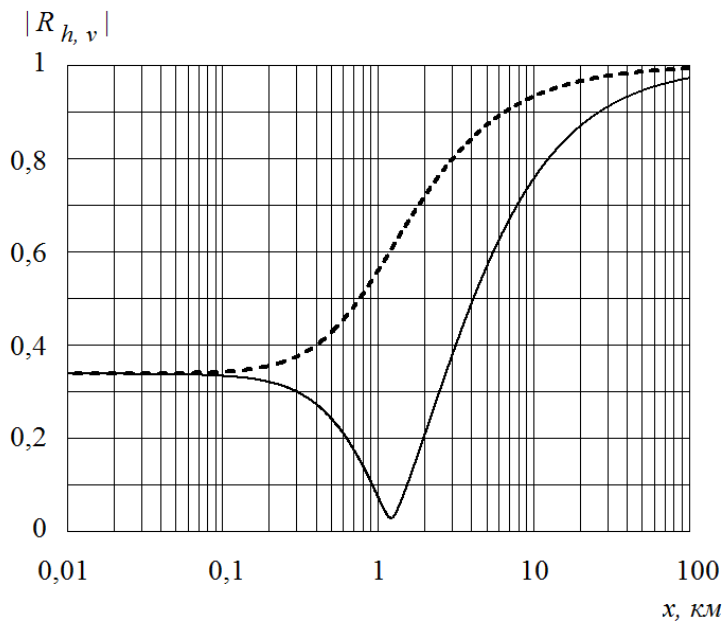
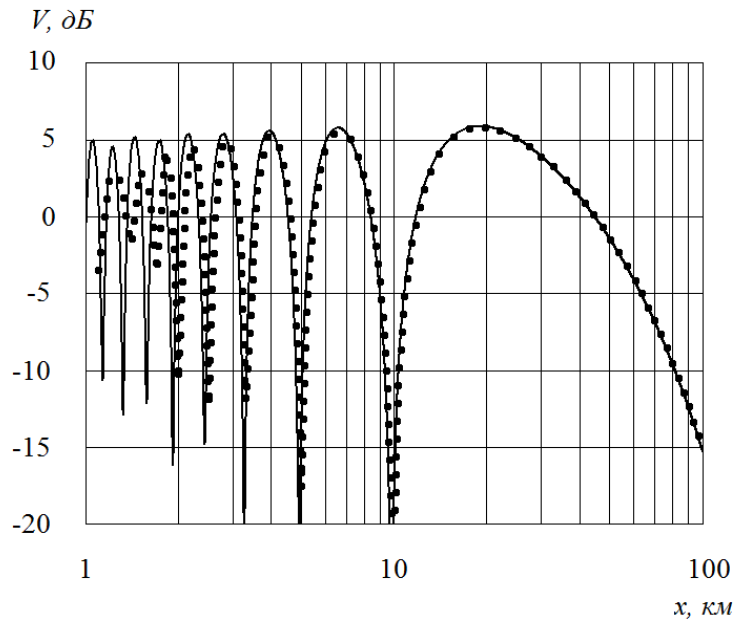
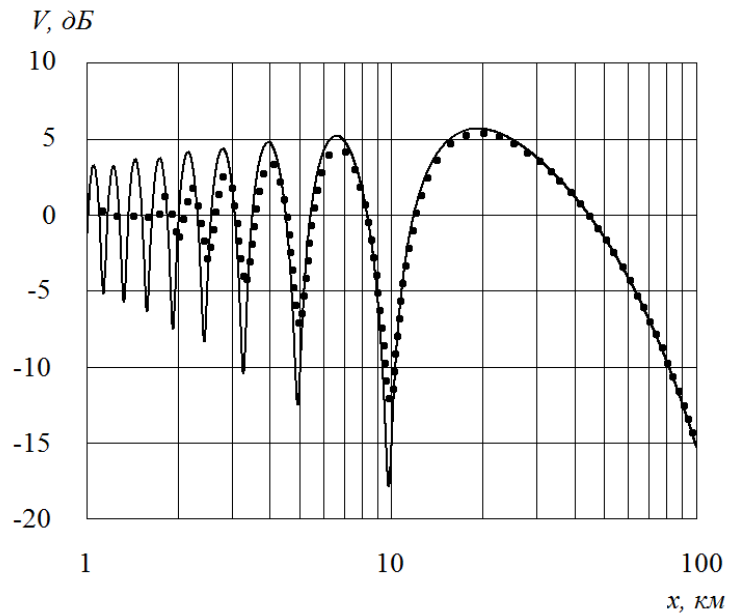


Рис.4. Дистанционные зависимости  $|R_{h,v}|$  при  $z_0 = 100 \text{ м}$  и  $z_A = 500 \text{ м}$ .

Сплошная линия - вертикальная поляризация,  
штриховая линия - горизонтальная поляризация.



а)



б)

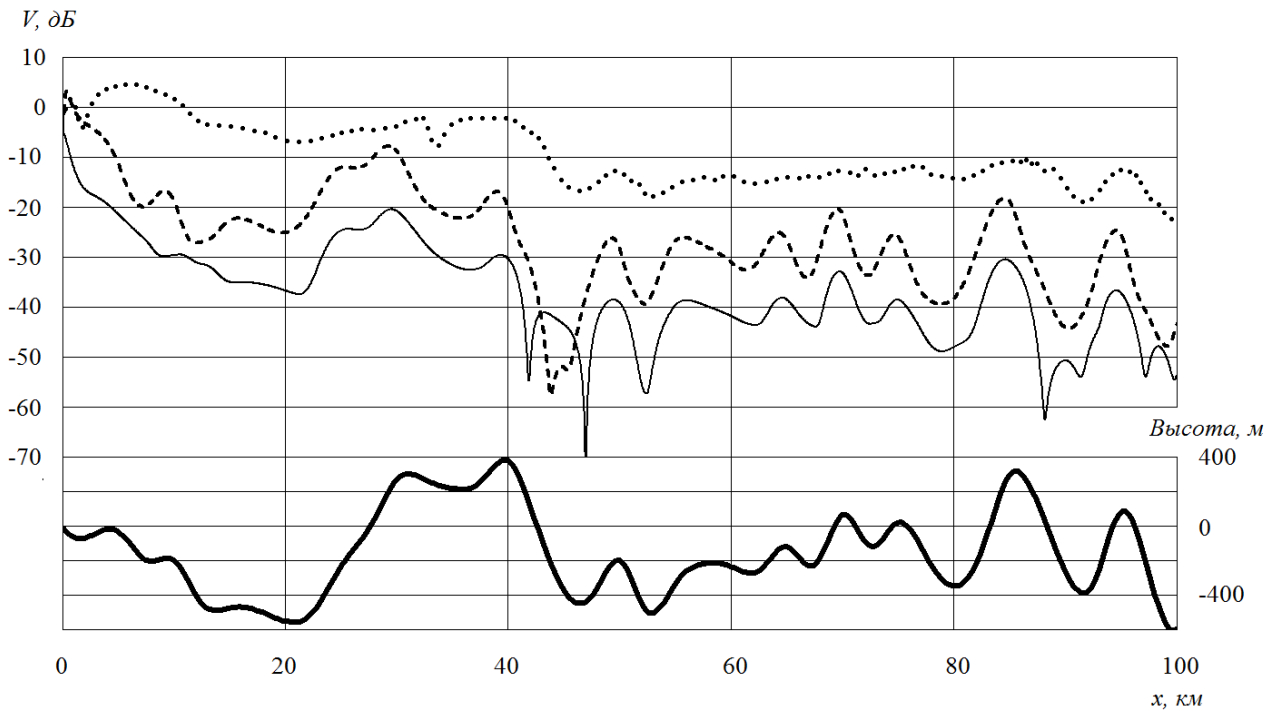
Рис.5. Графики множителя ослабления над поверхностью цилиндрического сегмента. Сплошная линия – решение ИУ, пунктир – расчеты по дифракционной формуле В.А. Фока для сферической модели земли. а) горизонтальная поляризация, б) вертикальная поляризация.

На рис.5 представлены дистанционные зависимости множителя ослабления над цилиндрическим сегментом без учета атмосферной рефракции, что соответствует эквивалентному радиусу земли  $a_{\text{Э}} = 6370 \text{ км}$ , при тех же исходных данных ( $\varepsilon' = 4$ ,  $\sigma = 0,001 \text{ См/м}$ ,  $\lambda = 10 \text{ м}$ ,  $z_0 = 100 \text{ м}$  и  $z_A = 500 \text{ м}$ ). Для сравнения на том же рисунке приведены результаты расчетов по

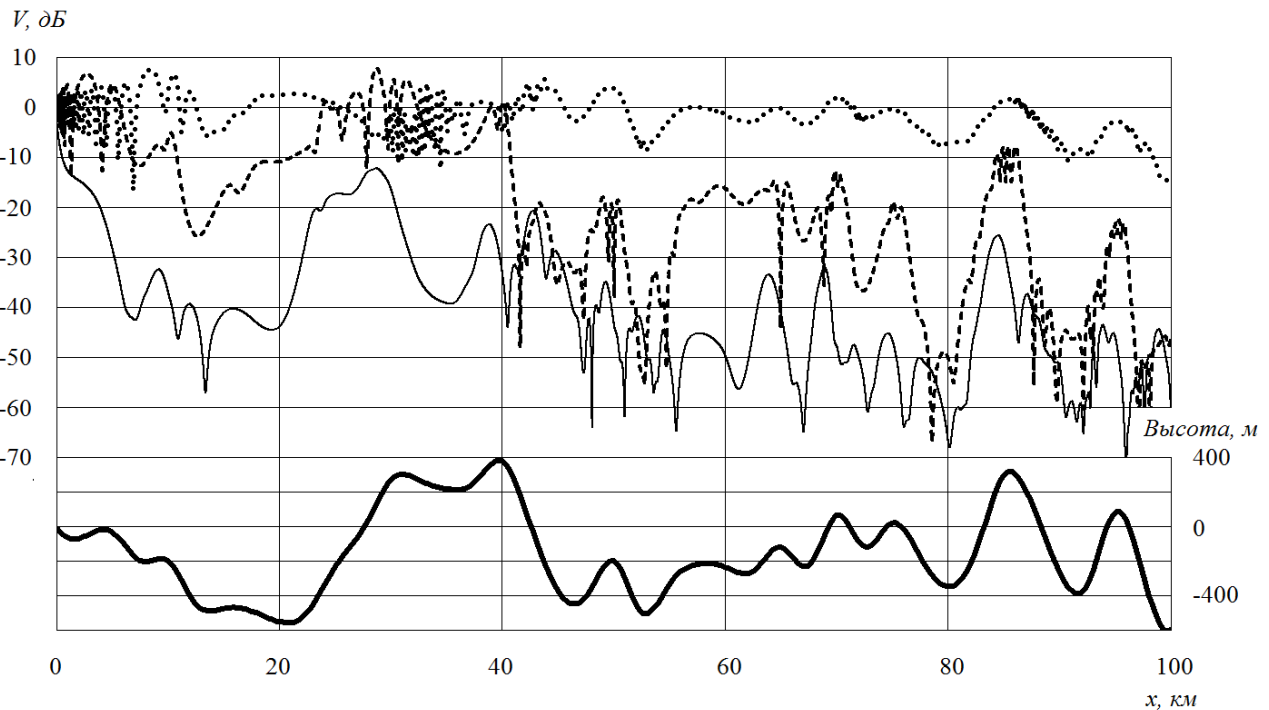
дифракционной формуле В.А. Фока, на малом удалении от источника использовалась отражательная формула В.А. Фока [15]. Сравнение с результатами, полученными для модели плоской земли, показывает, что при выбранных значениях  $z_0$  и  $z_A$  на дальности 100 км выпуклость земного шара приводит к дополнительному ослаблению на 10 дБ. Искривление лучевой траектории за счет рефракции радиоволн в атмосфере земли при решении ИУ учитывается заменой истинного радиуса земли его эквивалентным значением. Например, для нормальных условий рефракции эквивалентный радиус Земли следует считать равным  $a_{\text{э}} = 8500 \text{ км}$ . Зависимость от поляризации излучения аналогична предыдущему случаю, однако при горизонтальной поляризации соответствие численных и аналитических расчетов наблюдается, начиная с расстояния  $\sim 2 \text{ км}$ . Худшее соответствие по сравнению с моделью плоской земли при горизонтальной поляризации на малых дальностях объясняется тем, что формально мы сравниваем решение двух разных задач дифракции на цилиндрическом и сферическом сегменте. Поэтому следует считать, что наблюдаемое на рис.5.а различие вызвано кривизной рассеивающей поверхности в поперечном направлении для сферической модели земли, при увеличении расстояния аналитическое и численное решение совпадают с графической точностью.

На рис.6 представлен реальный профиль рельефа с максимальным перепадом высот  $\sim 1000 \text{ м}$  и результаты расчетов множителя ослабления на различных высотах. Расчеты выполнялись для тех же самых электрических свойств земли ( $\varepsilon' = 4$ ,  $\sigma = 0,001 \text{ См/м}$ ) при вертикальной поляризации и высоте источника  $z_0 = 100 \text{ м}$  для длин волн  $\lambda = 100 \text{ м}$  (рис.6.а) и  $\lambda = 10 \text{ м}$  (рис.6.б). Видно, что в обоих случаях профиль трассы распространения оказывает существенное влияние на дистанционную зависимость множителя ослабления, при этом увеличение высоты точки наблюдения до 1000 м приводит к заметному уменьшению влияния неровностей рельефа. Сравнение результатов, полученных при  $\lambda = 100 \text{ м}$  и  $\lambda = 10 \text{ м}$ , свидетельствует о том, что при меньшей

длине волны наблюдается большая зависимость множителя ослабления от профиля трассы. Очевидно, что с уменьшением перепада высот рельефа при прочих равных условиях эта зависимость будет меньше.



а)



б)

Рис.6. Профиль рельефа (толстая сплошная линия) и графики множителя ослабления. Тонкая сплошная линия – ослабление на земной поверхности ( $z_A = 0$  м), штриховая линия – на высоте  $z_A = 100$  м, пунктир –  $z_A = 1000$  м при различной длине волны. а)  $\lambda = 100$  м, б)  $\lambda = 10$  м

Представленные результаты, полученные в результате решения модельных задач для плоской земли и цилиндрического сегмента, показывают, что метод интегральных уравнений позволяет получить дистанционную зависимость множителя ослабления как для вертикальной, так и для горизонтальной поляризации излучения на различных высотах. Новое интегральное уравнение (7) для вычисления множителя ослабления на земной поверхности было получено в [11] без использования аппроксимаций, сделанных при выводе известного уравнения Хаффорда [13]. Поэтому результаты решения ИУ (7) с последующим вычислением множителя ослабления на произвольной высоте по формуле (10) должны обеспечивать гарантированную точность расчетов для любых длин волн и профилей рельефа.

### Литература

1. ITU Recommendation P.1546-3 «Method for point-to-area predictions for terrestrial services in the frequency range 30 MHz to 3 000 MHz». 2007.
2. Ахияров В.В. Распространение и рассеяние радиоволн. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2008. №12. С.3-25.
3. Ахияров В.В. Дифракция метровых и дециметровых радиоволн над земной поверхностью. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2006. Т.11. №9. С.28-33.
4. Ахияров В.В. Асимптотическое решение задачи однократной и последовательной дифракции. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2013. Т.18. №7. С.4-11.
5. Ахияров В.В. Методы численного решения задачи дифракции радиоволн над земной поверхностью. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2010. Т.15. №3. С.39-46.
6. Levy M.F. *Parabolic equation method for electromagnetic wave propagation*. London, IEE, 2000, 336 p.

7. Ахияров В.В. Вычисление множителя ослабления над земной поверхностью методом параболического уравнения. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2012. №1. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jan12/16/text.pdf>.
8. Ахияров В.В., Чернавский С.В. Использование численных методов для изучения условий распространения радиоволн. *Радиотехника*. 2011. №10. С.100-110.
9. Ахияров В.В. Решение интегрального и параболического уравнений для прогноза напряженности поля над земной поверхностью. 22-я *Международная Крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо'2012)*. Севастополь, 10-14 сентября 2012 г. Материалы конференции. Т.2. С.1045–1046.
10. Araydin G., Sevgi L. A novel split-step parabolic-equation package for surface-wave propagation prediction along multiple mixed irregular-terrain pat. *IEEE AP Magazine*. 2010. Vol.52. No.4. P.90-97.  
<https://doi.org/10.1109/MAP.2010.5638238>
11. Ахияров В.В. Численный метод вычисления множителя ослабления с учетом электрических свойств земной поверхности. *Радиотехника*. 2020. Т.84. №5(9), С.47-57.
12. Фейнберг Е.Л. *Распространение радиоволн вдоль земной поверхности*. Изд. 2-е. Москва, Наука. Физматлит. 1999. 496 с.
13. Hufford G.A. An integral equation approach to the problem of wave propagation over an irregular surface. *Quarterly of applied mathematics*. 1952. No.9. P.391-404.
14. Черный Ф.Б. *Распространение радиоволн*. Москва, Сов. Радио. 1972. 464 с.
15. Фок В.А. *Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн*. Москва, Сов. Радио. 1970. 520 с.

**Для цитирования:**

Ахияров В.В. Вычисление множителя ослабления радиоволн над поверхностью земли методом интегрального уравнения. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2021. №1. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.1.5>