

УДК 537.874; 537.624

ВЛИЯНИЕ ОБМЕННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ДИНАМИЧЕСКОГО РАЗМАГНИЧИВАНИЯ НА ДИСПЕРСИЮ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ ДЭЙМОНА-ЭШБАХА.

ЧАСТЬ 1. ПОПЕРЕЧНОЕ ВОЛНОВОЕ ЧИСЛО

В. И. Щеглов

Институт радиотехники и электроники им В.А.Котельникова РАН,
125009, Москва, ул. Моховая, 11-7

Статья поступила в редакцию 9 июля 2019 г.

Аннотация. Рассмотрено влияние поля размагничивания и неоднородного обменного взаимодействия на дисперсионные свойства поверхностной волны Дэймона-Эшбаха. На основе краткого обзора сегодняшнего состояния работ по исследованию магнитостатических волн выявлена необходимость исследования таких волн длиной порядка единиц нанометров и менее. Отмечено, что для рассмотрения столь коротких волн необходимо учитывать динамические поля размагничивания и обмена. Количественное описание поля размагничивания выполнено в виде гиперболического тангенса, аргумент которого представляет собой произведение волнового числа на толщину пластины. В линейном приближении решено уравнение движения для намагниченности с учетом полей размагничивания и обмена. Получен тензор магнитной восприимчивости, компоненты которого имеют резонансный характер. В геометрии задачи Дэймона-Эшбаха для потенциала поля распространяющейся волны получено уравнение Уокера, учитывающее влияние размагничивания и обмена. Главным отличием полученного уравнения от классического его варианта, является появление смешанной производной второго порядка по координатам, перпендикулярным направлению постоянного поля. Выполнено решение уравнения Уокера методом разделения переменных. Показано, что наличие в уравнении смешанной производной приводит к комплексному характеру компоненты волнового числа, перпендикулярной плоскости пластины. Выявлена двойственность поперечного волнового числа, обусловленная двумя

возможными решениями уравнения Уокера для компоненты волны, распространяющейся перпендикулярно плоскости пластины в ее глубину. Для случая отсутствия обмена выполнено представление поперечного волнового числа в виде суммы действительной и мнимой частей. Получены зависимости действительной и мнимой компонент поперечного волнового числа от продольного волнового числа при различных значениях параметра размагничивания. Рассмотрена возможность представления поперечного волнового числа в виде суммы действительной и мнимой частей при учете обменного взаимодействия. Выявлено, что в этом случае поперечное волновое число, имея комплексный характер, определяется решением полного алгебраического уравнения восьмой степени. Полное комплексное уравнение сведено к системе двух уравнений восьмой степени, корни которой имеют действительный характер. Предложен алгоритм решения системы уравнений, состоящий в пошаговом варьировании одной из переменных и нахождении на каждом шаге двух значений другой с последующей минимизацией разности между ними. С помощью предложенного алгоритма получены зависимости действительной и мнимой компонент поперечного волнового числа от значения продольного волнового числа. Показано, что обменное взаимодействие приводит к повышению зависимостей обеих компонент поперечного волнового числа от числа продольного, относительно подобных зависимостей в отсутствие обмена. Выявлены три основных положения, определяющие характер наблюдаемых явлений: 1) учет размагничивания приводит к формированию мнимой части поперечного волнового числа; 2) по мере увеличения размагничивания абсолютная величина мнимой части поперечного волнового числа увеличивается; 3) по мере увеличения обменного взаимодействия абсолютная величина мнимой части поперечного волнового числа также увеличивается. Для качественной интерпретации этих положений предложена модель, рассматривающая распространяющуюся волну как движущееся поступательно периодическое чередование плоских поверхностей максимального отклонения намагниченности. При выходе таких плоскостей на

поверхность магнитной пластины, вблизи этой поверхности образуются поля, «вылезаящие» за пределы пластины. Высказано предположение о том, что в процессе распространения волны за счет таких «вылезаящих» полей поверхности максимального отклонения намагниченности приобретают наклонные участки, отстающие от основной части движущейся поверхности. Такие наклонные участки обеспечивают формирование поперечной составляющей волнового числа. При увеличении размагничивания отклонение наклонных участков от нормали к плоскости пластины увеличивается, так что длина волны в этих участках по нормали к плоскости пластины уменьшается. Обменное взаимодействие приводит к затруднению искривления поверхностей максимального отклонения намагниченности, так что длина волны в наклонных участках также уменьшается. На основе аналогии с механикой высказано предположение о том, что увеличение как размагничивания, так и обмена увеличивает жесткость системы, что приводит к увеличению длины волны. Предложен вывод о том, что изменение поперечного волнового числа при изменении размагничивания и обмена подвержено влиянию двух факторов, а именно: изменению конфигурации поверхности максимального отклонения намагниченности и изменению жесткости системы, действующих в противоположных направлениях. То есть результирующее изменение волнового числа должно определяться компромиссом между этими факторами. Отмечено, что более подробное рассмотрение вопроса о взаимном соотношении обоих факторов, в том числе на модельном уровне, может явиться предметом для отдельной задачи.

Ключевые слова: магнитостатическая волна, размагничивающее поле, обменное взаимодействие, дисперсия волн, наноразмеры.

Abstract. The influence of demagnetizing field and nonuniform exchange interaction on dispersion properties of Damon-Eshbach surface wave is investigated. On the basis of short review of to-day works level by investigation of magnetostatic waves it is found the necessity of the investigation waves which long is about some nanometers and less. It is established that for investigation of so short waves it is

necessary to take into account the dynamic demagnetizing and exchange fields. The quantity description of demagnetizing field is made in the form of hyperbolic tangent which argument is the multiplication of wave number on plate thickness. In the linear approximation it is decided the equation of motion for magnetization with the consideration of demagnetizing and exchange fields. It is found the magnetic sensibility tensor which components have resonance character. In the geometry of Damon-Eshbach task for potential of propagating wave field it is found the Walker equation which considers the influence of demagnetization and exchange. The most difference of this equation from its classic variant is the existence of mixed second order derivative by coordinates which are normal to constant field direction. It is found the Walker equation solution by division of variable quantity method. It is shown that the mixed second order derivative lead to complex character of wave number component which is perpendicular to the plane of magnetic plate. It is found the double character of transverse wave number which is caused by two possible decisions of Walker equation for the wave component which propagates perpendicular to plane of magnetic plate to its depth. For the case of exchange absence the transverse wave number is presented as a sum of real and imaginary parts. It is found the dependencies of real and imaginary transverse wave number components from longitudinal wave number by different values of demagnetization parameter. It is investigated the possibility of presentation of transverse wave number as a sum of real and imaginary parts in the case of exchange interaction presence. It is found that in this case the transverse wave number having complex character is defined by the decision of algebraic equation having eight degree. The whole complex equation is reduced to the system of two eight degree equations which roots are real. It is proposed the algorithm of this system the step by step decision which consist of variation of first variable value and founding on the each step two meaning of other value and with the following minimization of difference between its. With the assistance of this algorithm it is found the dependencies of real and imaginary transverse wave number components from the value of longitudinal wave number. It is shown that the exchange interaction leads to raising of both components transverse

wave number dependencies from longitudinal wave number value relatively to same dependencies when exchange is absent. It is established three fundamental affirmations which determine the character of observed phenomena: 1) the influence of demagnetization causes the formation of imaginary part of transverse wave number; 2) when the demagnetization is increased the absolute value of imaginary part of transverse wave number is increased; 3) when the exchange interaction is increased the absolute value of imaginary part of transverse wave number is increased. For the quality interpretation of these affirmations it is proposed the model which considers the propagating wave as progressive moving of periodic flat planes having maximum deflection of magnetization. When these planes crops out of magnetic plate surface near this surface are forms the fields which are “get out” of the plate boundaries. It is voiced the supposition that in the process of wave propagation owing to these “getting out” fields the plates of maximum deflection acquires the inclined areas which falls behind the main part of moving surface. These inclined areas ensure the formation of transverse component of whole wave number. When the demagnetization is increased the deflection of inclined areas from the normal to the plane of magnetic plate the length of wave in these areas directed along the normal to plane of plate is decreased. The exchange interaction causes to difficulty of distortion of maximum deflections and so the wave length in inclined areas also is decreased. On the basis of mechanics it is voiced supposition that the increasing as demagnetization so exchange increases the hardness of system and this increasing causes the increasing of wave length. It is proposed the conclusion that the variation of transverse wave number by the variation of demagnetization and exchange is subjected to influence of two factors: the variation of maximum deflections plate form and variation of system hardness which both acts in opposite directions. So the resulted alteration of wave number may be determined by the compromises between these two factors. It is established that the more detailed investigation of question about mutual alignment both factors also on the model level may be established as a object for new separate task.

Key words: magnetostatic wave, demagnetizing field, exchange interaction, wave dispersion, nanoscale.

Введение

Важнейшей тенденцией сегодняшнего дня является стремление к нанометровому масштабу размеров устройств обработки информации. В диапазоне СВЧ широкие перспективы открываются при использовании магнетонных кристаллов [1,2], спинтроники [4-6] и сверхбыстрых процессов в магнетиках при воздействии мощных импульсов света [7-15]. Весьма перспективным является использование спиновых волн в тонких магнитных пленках и спиновых волноводах на их основе [1, 2, 16-19]. Первые работы по таким устройствам были выполнены еще в 60-х годах 20 века [20-30]. Тогдашние устройства использовали длинные дипольные спиновые волны (порядка 10-100 мкм), что обуславливало их низкую функциональность и значительные размеры.

Сегодняшние нанотехнологии позволяют возбуждать спиновые волны длиной в единицы нанометров, физика которых существенно отличается от физики длинных дипольных волн. Важнейшими здесь являются дополнительные дипольные силы, свойственные широкому фронту распространяющихся волн, а также мощные силы неоднородного обменного взаимодействия, существенно проявляющиеся для волн короче 1 мкм.

Однако следует отметить, что, несмотря на значительные успехи в освоении коротких спиновых волн [18, 19, 31, 32], теоретическое обоснование наблюдаемых явлений развито недостаточно, что, по-видимому, связано с высокой сложностью требуемого здесь математического аппарата. Так, в подавляющем большинстве работ обменное взаимодействие учитывается лишь в виде квадратичной по волновому числу добавки к эффективному магнитному полю, а дипольное поле размагничивания вообще не учитывается.

Для некоторых видов геометрии распространение обменных волн рассматривалось с помощью аппарата функций Грина [33, 34], однако

используемый там аппарат крайне громоздок и для воспроизведения весьма труден. Одновременный учет обменного взаимодействия и размагничивания был выполнен только для безграничной среды [35-стр.198-202], в первую очередь применительно к нелинейным процессам параметрического возбуждения спиновых волн [35-гл.10, 36]. Некоторые вопросы распространения дипольных волн, в том числе в неоднородных полях и сложных структурах, а также в условиях ориентационных переходов, рассмотрены в монографиях [37-40]. Однако учет обменного взаимодействия там выполнен весьма поверхностно, а размагничивание вообще не учитывалось.

В работе [41] для случая поверхностной волны Дэймона-Эшбаха выполнен подробный учет поля динамического размагничивания, для описания которого предложен параметр размагничивания, зависящий от волнового числа. Получен тензор магнитной восприимчивости и уравнение Уокера, за счет размагничивания содержащее смешанную производную второго порядка. В результате решения граничной задачи получено дисперсионное соотношение для поверхностной волны. Выявлено повышение частоты и двухступенчатый характер дисперсионной кривой в области высоких значений волнового числа. Исследована структура динамического потенциала внутри пластины и показано, что в результате размагничивания вблизи каждой из поверхностей пластины потенциал содержит провалы, имеющие аperiодический характер.

Однако в этой работе влияние обменного взаимодействия не рассмотрено, что обеспечивает корректность полученных результатов только для волн длиннее 0,1 мкм.

Настоящая работа является продолжением работы [41], в первую очередь отличающимся введением в рассмотрение неоднородного обменного взаимодействия. Главное внимание уделено волнам, имеющим волновое число более 10^4 см^{-1} , то есть длину волны короче 6 мкм, для которых обменное взаимодействие уже должно сказываться заметным образом.

Как и в работе [41], предлагаемый математический аппарат развит на

основе классического аппарата Дэймона-Эшбаха [20], в достаточных подробностях рассмотренного в работах [37-стр.50-76, 38-стр.29-36]. В основу описания обменного взаимодействия положена трактовка, приведенная в работе [40-стр.144-166].

1. Геометрия задачи

Геометрия задачи, аналогичная рассматривавшейся в классической задаче Дэймона-Эшбаха [20, 37, 38], приведена на рис.1.

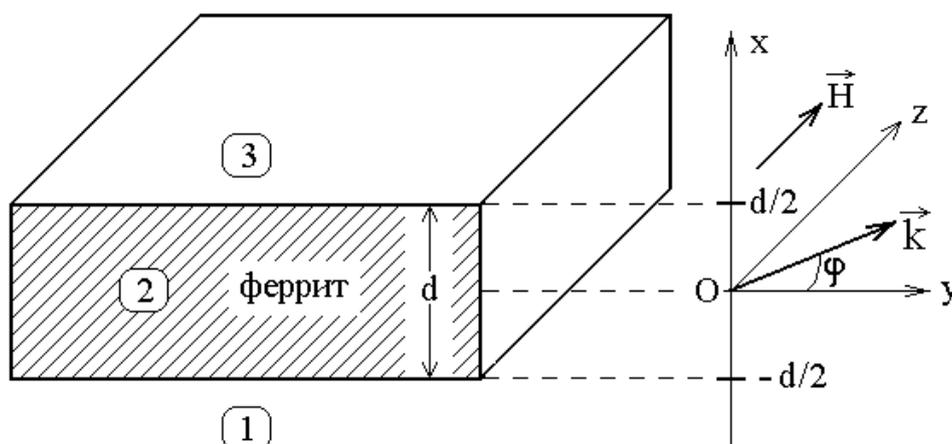


Рис.1. Геометрия задачи.

Структура представляет собой безграничную ферритовую пластину 2 толщиной d , по обе стороны от которой находятся свободные полупространства 1 и 3. Система координат $Oxyz$ выбрана таким образом, что ее плоскость Oyz параллельна плоскостям ферритовой пластины, а ось Ox – перпендикулярна. При этом ось Oz ориентирована вдоль направления внешнего поля. Начало координат O находится посередине между поверхностными плоскостями пластины, координаты которых равны $\pm d/2$. При численных расчетах будем, в основном, использовать параметры железиттриевого граната (ЖИГ), приведенные в подписях к рисункам.

2. Эффективные поля магнитостатической волны

Распространение магнитостатической волны в среде, обладающей обменным взаимодействием, сопровождается полями двух видов.

Первое – магнитное поле, создаваемое локализованным в точке пространства вектором намагниченности в другой точке того же пространства. Это поле имеет дипольное происхождение, то есть описывает взаимодействие двух магнитных диполей друг с другом и спадает в пространстве подобно полю магнитного диполя. Это поле называется «дипольным полем магнитостатической волны».

Второе – «эффективное» поле стремящееся ориентировать локализованный в пространстве вектор намагниченности параллельно вектору, локализованному в другой близлежащей точке пространства. Это поле имеет обменную природу и спадает в пространстве подобно полю обменного взаимодействия, то есть значительно более резко, чем дипольное поле. Это поле называется «обменным полем магнитостатической волны».

Прежде всего обратимся к получению тензора магнитной восприимчивости на основе классического уравнения Ландау-Лифшица с учетом обоих упомянутых выше эффективных полей.

3. Уравнения движения для намагниченности

Уравнение движения для вектора намагниченности (Ландау-Лифшица) позволяет, наряду со свободными, найти также вынужденные колебания намагниченности, возбуждаемые внешним полем.

Будем искать решение этого уравнения в виде магнитостатической волны, переменная намагниченность \vec{m} которой имеет пространственно-временную зависимость вида

$$\vec{m}(\vec{r}, t) = \vec{m}_0 \exp [i(\omega t - \vec{k} \vec{r})]. \quad (1)$$

Предположим, что действующее в магнитной среде поле имеет вид:

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h} + \vec{H}_M + \vec{H}_E. \quad (2)$$

Слагаемые этого поля представляют собой:

постоянное подмагничивающее поле:

$$\vec{H}_0 = const; \quad (3)$$

переменное магнитное поле:

$$\vec{h} = \vec{h}_0 \exp [i(\omega t - \vec{k} \vec{r})]; \quad (4)$$

поле, создаваемое динамической намагниченностью при распространении в среде дипольной магнитостатической волны («размагничивающее» поле дипольной магнитостатической волны [35-стр.200, форм.(7.11), 40-стр.144-147, форм.(7.17)]):

$$\vec{H}_M = -\frac{4\pi\beta}{k^2} \vec{k}(\vec{m} \vec{k}) = -\frac{4\pi\beta}{k^2} \vec{k}(\vec{m}_0 \vec{k}) \exp [i(\omega t - \vec{k} \vec{r})], \quad (5)$$

где β – параметр размагничивания, введенный в работе [41, форм.(21)];

эффективное поле, создаваемое динамической намагниченностью при распространении в среде обменной магнитостатической волны («обменное» поле обменной магнитостатической волны [35-стр.199, форм.(7.6); 40-стр.147-151, форм.(7.49)]):

$$\vec{H}_E = -q k^2 \vec{m} = -q k^2 \vec{m}_0 \exp [i(\omega t - \vec{k} \vec{r})]. \quad (6)$$

Таким образом, полное поле имеет вид:

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h} - \frac{4\pi\beta}{k^2} \vec{k}(\vec{m} \vec{k}) - q k^2 \vec{m}, \quad (7)$$

где последние три слагаемые содержат множитель вида $\exp [i(\omega t - \vec{k} \vec{r})]$, который далее для краткости записи опускаем.

Выберем систему координат, ось Oz которой параллельна направлению постоянного поля \vec{H}_0 . При этом (7) принимает вид:

$$\begin{aligned} \vec{H} = & \vec{i} \left[h_x - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_x (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) - q k^2 m_x \right] + \\ & + \vec{j} \left[h_y - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_y (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) - q k^2 m_y \right] + \\ & + \vec{k} \left[H_0 + h_z - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_z (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) - q k^2 m_z \right]. \quad (8) \end{aligned}$$

Положим далее, что намагниченность имеет вид:

$$\vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{m} = \vec{i} m_x + \vec{j} m_y + \vec{k} (M_0 + m_z), \quad (9)$$

где M_0 – постоянная намагниченность (намагниченность насыщения среды), вектор которой в равновесном состоянии ориентирован вдоль постоянного поля \vec{H}_0 (то есть вдоль оси Oz).

Уравнение движения для намагниченности (уравнение Ландау-Лифшица) в отсутствие затухания имеет вид [35-стр.17, форм.(1.34)]:

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = -\gamma [\vec{M} \times \vec{H}]. \quad (10)$$

Записывая (10) по компонентам, получаем:

$$\frac{\partial M_x}{\partial t} = -\gamma (M_y H_z - M_z H_y); \quad (11)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial t} = -\gamma (M_z H_x - M_x H_z); \quad (12)$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial t} = -\gamma (M_x H_y - M_y H_x). \quad (13)$$

Подставляя (8) и (9) в (11)-(13), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_x}{\partial t} = & -\gamma \left\{ m_y \left[H_0 + h_z - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_z (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) - qk^2 m_z \right] - \right. \\ & \left. - (M_0 + m_z) \left[h_y - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_y (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) - qk^2 m_y \right] \right\}; \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_y}{\partial t} = & -\gamma \left\{ (M_0 + m_z) \left[h_x - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_x (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) - qk^2 m_x \right] - \right. \\ & \left. - m_x \left[H_0 + h_z - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_z (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) - qk^2 m_z \right] \right\}; \quad (15) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial t} = -\gamma \left\{ m_x \left[-\frac{4\pi\beta}{k^2} k_y (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) - qk^2 m_y \right] - m_y \left[-\frac{4\pi\beta}{k^2} k_x (m_x k_x + m_y k_y + m_z k_z) - qk^2 m_x \right] \right\}. \quad (16)$$

Выполним линеаризацию, для чего предположим, что: $m_{x,y} \ll M_0 \sim H_0$,

$h_{x,y,z} \ll H_0$, а также $m_z \approx 0$. В результате получаем:

$$\frac{\partial m_x}{\partial t} = -\gamma \left\{ m_y H_0 - M_0 \left[h_y - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_y (m_x k_x + m_y k_y) - qk^2 m_y \right] \right\}; \quad (17)$$

$$\frac{\partial m_y}{\partial t} = -\gamma \left\{ M_0 \left[h_x - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_x (m_x k_x + m_y k_y) - qk^2 m_x \right] - m_x H_0 \right\}. \quad (18)$$

Обе стороны этих выражений имеют координатно-временную зависимость вида $\exp(i\omega t - \vec{k} \vec{r})$. Выполняя дифференцирование по времени, разделяя обе части на этот множитель и опуская индекс «0» у амплитуд компонент намагниченности и переменного поля, получаем:

$$i\omega m_x = -\gamma \left\{ m_y H_0 - M_0 \left[h_y - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_y (m_x k_x + m_y k_y) - qk^2 m_y \right] \right\}; \quad (19)$$

$$i\omega m_y = -\gamma \left\{ M_0 \left[h_x - \frac{4\pi\beta}{k^2} k_x (m_x k_x + m_y k_y) - qk^2 m_x \right] - m_x H_0 \right\}. \quad (20)$$

Эти уравнения с точностью до параметра β совпадают с приведенными в [40-стр.158, форм.(7.102)-(7.103)].

4. Тензор восприимчивости с размагничиванием и обменом

Будем исходить из уравнений (19) и (20), в которых временно положим $\beta = 1$, раскроем скобки, приведем подобные члены и запишем слагаемые в

порядке следования индексов:

$$\left(i\omega + \frac{4\pi\gamma M_0}{k^2} k_x k_y \right) m_x + \left(\gamma H_0 + \gamma M_0 q k^2 + \frac{4\pi\gamma M_0}{k^2} k_y^2 \right) m_y = \gamma M_0 h_y \quad (21)$$

$$\left(\gamma H_0 + \gamma M_0 q k^2 + \frac{4\pi\gamma M_0}{k^2} k_x^2 \right) m_x - \left(i\omega - \frac{4\pi\gamma M_0}{k^2} k_x k_y \right) m_y = \gamma M_0 h_x \quad (22)$$

Введем обозначения:

$$\Omega = \frac{\omega}{4\pi\gamma M_0}; \quad (23)$$

$$\Omega_H = \frac{H_0}{4\pi M_0}; \quad (24)$$

$$Q = \frac{q}{4\pi}. \quad (25)$$

Разделяя (21), (22) на $4\pi\gamma M_0$ и используя обозначения (23)-(25), получаем:

$$\left(i\Omega + k_x k_y \right) m_x + \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_y^2}{k^2} \right) m_y = \frac{1}{4\pi} h_y; \quad (26)$$

$$\left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2}{k^2} \right) m_x - \left(i\Omega - k_x k_y \right) m_y = \frac{1}{4\pi} h_x. \quad (27)$$

Уравнения (26)-(27) представляют собой систему, связывающую компоненты динамической намагниченности m_x и m_y с параметрами среды, распространяющейся волны и компонентами переменного поля.

Определитель этой системы равен:

$$D_0 = \left| \begin{array}{c|c} \left(i\Omega + \frac{k_x k_y}{k^2} \right) & \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_y^2}{k^2} \right) \\ \hline \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2}{k^2} \right) & - \left(i\Omega - \frac{k_x k_y}{k^2} \right) \end{array} \right| =$$

$$= \Omega^2 - (\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right). \quad (28)$$

Решая систему (26)-(27), находим амплитуды компонент намагниченности:

$$m_x = - \frac{1}{4\pi D_0} \left\{ \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_y^2}{k^2} \right) h_x + \left(i\Omega - \frac{k_x k_y}{k^2} \right) h_y \right\}; \quad (29)$$

$$m_y = \frac{1}{4\pi D_0} \left\{ \left(i\Omega + \frac{k_x k_y}{k^2} \right) h_x - \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2}{k^2} \right) h_y \right\}, \quad (30)$$

где D_0 определяется выражением (28), а обе части полученных равенств имеют пространственно-временную зависимость вида $\exp [i(\omega t - \vec{k} \vec{r})]$.

Формально можно ввести динамическую восприимчивость $\vec{\chi}_e$, такую, что выражения (29)-(30) допускают запись в виде:

$$\vec{m} = \vec{\chi}_e \vec{h}, \quad (31)$$

или:

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{e11} & \chi_{e12} \\ \chi_{e21} & \chi_{e22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix}, \quad (32)$$

где тензор восприимчивости имеет вид:

$$\vec{\chi}_e = - \frac{1}{4\pi D_0} \left(\begin{array}{c|c} \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_y^2}{k^2} \right) & \left(i\Omega - \frac{k_x k_y}{k^2} \right) \\ \hline - \left(i\Omega + \frac{k_x k_y}{k^2} \right) & \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2}{k^2} \right) \end{array} \right), \quad (33)$$

причем D_0 определяется выражением (28).

Меняя порядок следования слагаемых внутри D_0 , с соответствующим изменением знака перед дробью, получаем компоненты этого тензора в виде:

$$\chi_{e11} = \frac{1}{4\pi} \frac{\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_y^2}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (34)$$

$$\chi_{e12} = \frac{1}{4\pi} \frac{i\Omega - \frac{k_x k_y}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (35)$$

$$\chi_{e21} = -\frac{1}{4\pi} \frac{i\Omega + \frac{k_x k_y}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (36)$$

$$\chi_{e22} = \frac{1}{4\pi} \frac{\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}. \quad (37)$$

Можно видеть, что с точностью до обозначений эти формулы совпадают с полученными ранее в [40-стр.160, форм.(7.117)-(7.120)]. При заданных компонентах волнового вектора компоненты тензора имеют резонансную расходимость на частоте [40-стр.160, форм.(7.121)]:

$$\Omega = \sqrt{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right)}. \quad (38)$$

Справедливо и обратное положение, то есть задание частоты накладывает ограничения на резонансные компоненты волнового вектора.

Введем обозначения:

$$\kappa_1 = \frac{\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_y^2}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (39)$$

$$\kappa_2 = \frac{\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (40)$$

$$\nu_1 = \frac{i\Omega - \frac{k_x k_y}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (41)$$

$$\nu_2 = \frac{i\Omega + \frac{k_x k_y}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}. \quad (42)$$

С этими обозначениями уравнения (29)-(30) после умножения на 4π принимают вид:

$$4\pi m_x = \kappa_1 h_x + \nu_1 h_y; \quad (43)$$

$$4\pi m_y = -\nu_2 h_x + \kappa_2 h_y. \quad (44)$$

Аналогично подобным выражениям (75)-(77) в работе [41], здесь можно ввести в рассмотрение нормированный параметр размагничивания β , определяемый в той же работе формулой (21):

$$\beta = \frac{\alpha_p}{2} \left\{ th \left[d \left(k - \frac{\pi}{d} \right) \right] + 1 \right\}, \quad (45)$$

где α_p – нормировочный коэффициент, учитывающий малость отклонения вектора намагниченности от своего равновесного положения, удовлетворяющий условию:

$$0 \leq \alpha_p \leq 0,1. \quad (46)$$

С учетом параметра размагничивания β выражения (39)-(42) принимают вид:

$$\kappa_1 = \frac{\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_y^2}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (47)$$

$$\kappa_2 = \frac{\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (48)$$

$$\nu_1 = \frac{i\Omega - \beta \frac{k_x k_y}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (49)$$

$$\nu_2 = \frac{i\Omega + \beta \frac{k_x k_y}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}. \quad (50)$$

Таким образом, тензор восприимчивости (33) принимает вид:

$$\vec{\chi}_e = \frac{1}{4\pi} \begin{pmatrix} \kappa_1 & \nu_1 \\ -\nu_2 & \kappa_2 \end{pmatrix}, \quad (51)$$

где компоненты $\kappa_1, \kappa_2, \nu_1, \nu_2$ определяются формулами (47)-(50).

Из структуры формул (49) и (50) можно видеть, что компоненты этого тензора относительно главной диагонали, по частоте Ω являются антисимметричными, а по компонентам волнового числа в сочетании с размагничиванием $\beta k_x k_y / k^2$ – симметричными. Резонансная частота (38) имеет вид:

$$\Omega = \sqrt{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right)}, \quad (52)$$

где β определяется формулой (45).

5. Уравнение Уокера для обменных волн

Будем исходить из уравнений магнитостатики, для переменных составляющих поля \vec{h} , индукции \vec{b} и намагниченности \vec{m} имеющих вид [37-стр.47, форм.(2.80)-(2.82)]:

$$\text{rot } \vec{h} = 0; \quad (53)$$

$$\text{div } \vec{b} = 0, \quad (54)$$

где:

$$\vec{b} = \vec{h} + 4\pi\vec{m}. \quad (55)$$

Из уравнения (53) следует возможность введения потенциала ψ переменного поля \vec{h} такого, что:

$$\vec{h} = \text{grad } \psi = \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial z} \right\}, \quad (56)$$

то есть:

$$h_x = \frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad (57)$$

$$h_y = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad (58)$$

$$h_z = \frac{\partial \psi}{\partial z}. \quad (59)$$

При этом уравнение (54) принимает вид:

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} \psi + 4\pi \vec{m}) = 0, \quad (60)$$

или:

$$\Delta \psi + 4\pi \operatorname{div} \vec{m} = 0. \quad (61)$$

Здесь:

$$\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}; \quad (62)$$

$$\operatorname{div} \vec{m} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z}. \quad (63)$$

Согласно (43), (44) имеем:

$$4\pi m_x = \kappa_1 h_x + \nu_1 h_y; \quad (64)$$

$$4\pi m_y = -\nu_2 h_x + \kappa_2 h_y, \quad (65)$$

где κ_1 , κ_2 , ν_1 , ν_2 определяются формулами (39)-(42) или с учетом размагничивания – формулами (47)-(50).

Дифференцируя (64) и (65), получаем:

$$4\pi \frac{\partial m_x}{\partial x} = \kappa_1 \frac{\partial h_x}{\partial x} + \nu_1 \frac{\partial h_y}{\partial x}; \quad (66)$$

$$4\pi \frac{\partial m_y}{\partial y} = -\nu_2 \frac{\partial h_x}{\partial y} + \kappa_2 \frac{\partial h_y}{\partial y}. \quad (67)$$

Подставляя (66)-(67) в (63), получаем:

$$4\pi \operatorname{div} \vec{m} = \kappa_1 \frac{\partial h_x}{\partial x} + \nu_1 \frac{\partial h_y}{\partial x} - \nu_2 \frac{\partial h_x}{\partial y} + \kappa_2 \frac{\partial h_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z}. \quad (68)$$

С помощью (57)-(59), получаем:

$$4\pi \operatorname{div} \vec{m} = \kappa_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \nu_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} + \kappa_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}. \quad (69)$$

Подставляя (62), (69) в (61) и приводя подобные члены, получаем:

$$(1 + \kappa_1) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (1 + \kappa_2) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + (\nu_1 - \nu_2) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0. \quad (70)$$

Это – уравнение Уокера для обменных волн.

Введем обозначения:

$$\mu_1 = 1 + \kappa_1; \quad (71)$$

$$\mu_2 = 1 + \kappa_2; \quad (72)$$

$$\nu = \nu_1 - \nu_2. \quad (73)$$

С этими обозначениями уравнение Уокера (70) принимает вид:

$$\mu_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \mu_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0. \quad (74)$$

Можно видеть, что по форме это уравнение отличается от традиционного уравнения Уокера слагаемым со смешанной производной. При этом параметры $\mu_{1,2}$ и ν учитывают специфику, налагаемую учетом обменного взаимодействия и размагничивания.

Учет (47)-(50) позволяет записать выражения (71)-(73) в более подробном виде:

$$\mu_1 = 1 + \frac{\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_y^2}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (75)$$

$$\mu_2 = 1 + \frac{\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}; \quad (76)$$

$$\nu = \frac{-2\beta \frac{k_x k_y}{k^2}}{(\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right) - \Omega^2}. \quad (77)$$

Можно видеть, что учет обменного взаимодействия приводит к квадратичной зависимости коэффициентов уравнения Уокера от волнового числа.

6. Решение уравнения Уокера

Итак, уравнение Уокера имеет вид (74):

$$\mu_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \mu_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0. \quad (78)$$

Решим его методом разделения переменных, пользуясь приемом, предложенным в работе [40-стр.73-75, 357-360].

Полагаем решение в виде:

$$\psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z). \quad (79)$$

Подставим (79) в уравнение (74) и разделим на $X Y Z$:

$$\mu_1 \frac{X''}{X} + \mu_2 \frac{Y''}{Y} + \nu \frac{X'Y'}{XY} + \frac{Z''}{Z} = 0. \quad (80)$$

Отделим часть, зависящую только от Z и введем постоянную разделения λ^2 :

$$\mu_1 \frac{X''}{X} + \mu_2 \frac{Y''}{Y} + \nu \frac{X'Y'}{XY} = -\frac{Z''}{Z} = \lambda^2. \quad (81)$$

Получаем уравнение для Z :

$$Z'' + \lambda^2 Z = 0. \quad (82)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$Z = G e^{i\lambda z} + H e^{-i\lambda z}. \quad (83)$$

Из (81) выделим уравнение для X и Y :

$$\mu_1 \frac{X''}{X} + \mu_2 \frac{Y''}{Y} + \nu \frac{X'Y'}{XY} - \lambda^2 = 0. \quad (84)$$

Предположим, что Y имеет вид:

$$Y = e^{-i\xi y}. \quad (85)$$

При $\xi > 0$ это решение соответствует волне, распространяющейся в положительном направлении оси Oy .

Подставляя (85) в (84) и умножая на XY , получаем уравнение для X :

$$\mu_1 X'' - i\nu \xi X' - (\lambda^2 + \mu_2 \xi^2) X = 0. \quad (86)$$

Будем искать решение в виде:

$$X = e^{\eta x}. \quad (87)$$

Подставляя (87) в (86), разделяя на X и приводя подобные члены, получаем уравнение для η :

$$\mu_1 \eta^2 - i\nu \xi \eta - (\lambda^2 + \mu_2 \xi^2) = 0. \quad (88)$$

Это уравнение относительно η – квадратное, его решение имеет вид:

$$\eta^{(1,2)} = \frac{i\nu \xi \pm \sqrt{-\nu^2 \xi^2 + 4\mu_1(\lambda^2 + \mu_2 \xi^2)}}{2\mu_1}. \quad (89)$$

Представим его в виде:

$$\eta^{(1,2)} = \eta_1 \pm \eta_2, \quad (90)$$

где:

$$\eta_1 = i \frac{\nu \xi}{2\mu_1}; \quad (91)$$

$$\eta_2 = \frac{\sqrt{4\mu_1\lambda^2 + (4\mu_1\mu_2 - \nu^2)\xi^2}}{2\mu_1}. \quad (92)$$

Заменяем постоянные разделения λ и ξ обозначениями волновых чисел:

$$\lambda \rightarrow k_z; \quad (93)$$

$$\xi \rightarrow k_y, \quad (94)$$

где полагаем $k_z \geq 0, k_y \geq 0$.

При этих обозначениях (91) и (92) принимают вид:

$$\eta_1 = i \frac{v k_y}{2 \mu_1}; \quad (95)$$

$$\eta_2 = \frac{\sqrt{4 \mu_1 k_z^2 + (4 \mu_1 \mu_2 - v^2) k_y^2}}{2 \mu_1}. \quad (96)$$

Таким образом, решение для X принимает вид:

$$X = A e^{(\eta_1 + \eta_2)x} + B e^{(\eta_1 - \eta_2)x}, \quad (97)$$

то есть вдоль оси Ox возможны два волновых числа $\eta_1 + \eta_2$ и $\eta_1 - \eta_2$.

Введем обозначения:

$$k_x^{(+)} = \eta_1 + \eta_2; \quad (98)$$

$$k_x^{(-)} = \eta_1 - \eta_2. \quad (99)$$

С этими обозначениями решение (97) принимает вид:

$$X = A e^{k_x^{(+)}x} + B e^{k_x^{(-)}x}. \quad (100)$$

При этом, согласно (98) и (99), получаем:

$$\eta_1 = \frac{1}{2} (k_x^{(+)} + k_x^{(-)}); \quad (101)$$

$$\eta_2 = \frac{1}{2} (k_x^{(+)} - k_x^{(-)}). \quad (102)$$

Таким образом, с учетом (100), (85) и (86), полное решение уравнения Уокера (78) принимает вид:

$$\psi = X Y Z, \quad (103)$$

где:

$$X = A e^{k_x^{(+)} x} + B e^{k_x^{(-)} x}; \quad (104)$$

$$Y = e^{-i k_y y}; \quad (105)$$

$$Z = G e^{i k_z z} + H e^{-i k_z z}, \quad (106)$$

причем $k_z \geq 0$, $k_y \geq 0$, а $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$ определяются соотношениями (98) и (99) через (95) и (96).

Для дальнейшего рассмотрения ограничимся случаем распространения волны точно вдоль оси Oy , то есть положим:

$$k_z = 0. \quad (107)$$

При этом остаются только две компоненты волнового числа k_x и k_y , из которых первая ориентирована перпендикулярно направлению распространения волны (то есть оси Oy), а вторая – параллельно. В соответствии с этим для простоты терминологии будем называть k_x поперечным волновым числом, а k_y – продольным волновым числом. При этом поперечное волновое число будет иметь два значения $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$, соответствующие двум взаимно противоположным направлениям распространения поперечной компоненты волны.

Таким образом, с учетом (107), выражения (95) и (96) принимают вид:

$$\eta_1 = i \frac{v}{2 \mu_1} k_y; \quad (108)$$

$$\eta_2 = \frac{\sqrt{4 \mu_1 \mu_2 - v^2}}{2 \mu_1} k_y. \quad (109)$$

то есть, согласно (98)-(99) получаем:

$$k_x^{(+)} = \left(i \frac{\nu}{2\mu_1} + \frac{\sqrt{4\mu_1\mu_2 - \nu^2}}{2\mu_1} \right) k_y; \quad (110)$$

$$k_x^{(-)} = \left(i \frac{\nu}{2\mu_1} - \frac{\sqrt{4\mu_1\mu_2 - \nu^2}}{2\mu_1} \right) k_y. \quad (111)$$

Здесь параметры μ_1, μ_2, ν имеют вид (75)-(77).

7. Упрощение коэффициентов уравнения Уокера

Для дальнейшего рассмотрения удобно выполнить некоторые преобразования коэффициентов уравнения Уокера, чтобы привести их к виду, допускающему простой по форме предельный переход к случаям отсутствия как размагничивания, так и обмена.

В выражениях (75)-(77) поменяем местами слагаемые в знаменателях и соответственно изменим знаки перед дробями. В результате таких преобразований эти выражения принимают вид:

$$\mu_1 = 1 - \frac{\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_y^2}{k^2}}{\Omega^2 - (\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right)}; \quad (112)$$

$$\mu_2 = 1 - \frac{\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2}{k^2}}{\Omega^2 - (\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right)}; \quad (113)$$

$$\nu = \frac{2\beta \frac{k_x k_y}{k^2}}{\Omega^2 - (\Omega_H + Qk^2) \left(\Omega_H + Qk^2 + \beta \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} \right)}. \quad (114)$$

Поскольку рассматривается случай распространения волны вдоль оси Oy , то есть в соответствии с (107) $k_z = 0$, то получаем:

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2. \quad (115)$$

Подставляя (115) в (112)-(114), получаем:

$$\mu_1 = 1 - \frac{\Omega_H + Q(k_x^2 + k_y^2) + \beta \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega^2 - [\Omega_H + Q(k_x^2 + k_y^2)][\Omega_H + Q(k_x^2 + k_y^2) + \beta]}; \quad (116)$$

$$\mu_2 = 1 - \frac{\Omega_H + Q(k_x^2 + k_y^2) + \beta \frac{k_x^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega^2 - [\Omega_H + Q(k_x^2 + k_y^2)][\Omega_H + Q(k_x^2 + k_y^2) + \beta]}; \quad (117)$$

$$\nu = \frac{2\beta \frac{k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega^2 - [\Omega_H + Q(k_x^2 + k_y^2)][\Omega_H + Q(k_x^2 + k_y^2) + \beta]}. \quad (118)$$

Введем обозначение:

$$\Omega_{Hk} = \Omega_H + Q(k_x^2 + k_y^2). \quad (119)$$

С этим обозначением (116)-(118) принимают вид:

$$\mu_1 = 1 - \frac{\Omega_{Hk} + \beta \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega^2 - \Omega_{Hk}(\Omega_{Hk} + \beta)}; \quad (120)$$

$$\mu_2 = 1 - \frac{\Omega_{Hk} + \beta \frac{k_x^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega^2 - \Omega_{Hk}(\Omega_{Hk} + \beta)}; \quad (121)$$

$$v = \frac{2\beta \frac{k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega^2 - \Omega_{Hk}(\Omega_{Hk} + \beta)}. \quad (122)$$

Выполняя в (120), (121) сложение, получаем:

$$\mu_1 = \frac{\Omega^2 - \Omega_{Hk}(\Omega_{Hk} + \beta + 1) - \beta \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega^2 - \Omega_{Hk}(\Omega_{Hk} + \beta)}; \quad (123)$$

$$\mu_2 = \frac{\Omega^2 - \Omega_{Hk}(\Omega_{Hk} + \beta + 1) - \beta \frac{k_x^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega^2 - \Omega_{Hk}(\Omega_{Hk} + \beta)}; \quad (124)$$

$$v = \frac{2\beta \frac{k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega^2 - \Omega_{Hk}(\Omega_{Hk} + \beta)}, \quad (125)$$

где Ω_{Hk} определяется формулой (119).

Введем два вспомогательных обозначения:

$$\Omega_{0k}^2 = \Omega^2 - \Omega_{Hk}(\Omega_{Hk} + \beta); \quad (126)$$

$$\Omega_{1k}^2 = \Omega^2 - \Omega_{Hk}(\Omega_{Hk} + \beta + 1). \quad (127)$$

С этими обозначениями запись формул (123)-(125) значительно упрощается:

$$\mu_1 = \frac{\Omega_{1k}^2 - \beta \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega_{0k}^2}; \quad (128)$$

$$\mu_2 = \frac{\Omega_{1k}^2 - \beta \frac{k_x^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega_{0k}^2}; \quad (129)$$

$$v = \frac{2\beta \frac{k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega_{0k}^2}. \quad (130)$$

Приведем также записанные в принятых обозначениях полезные для дальнейшего рассмотрения выражения для компонент тензора восприимчивости v_1 и v_2 , определяемые формулами (49) и (50):

$$v_1 = \frac{-i\Omega + \beta \frac{k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega_{0k}^2}; \quad (131)$$

$$v_2 = \frac{-i\Omega - \beta \frac{k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega_{0k}^2}. \quad (132)$$

Можно видеть, что в отсутствие обмена, то есть при $Q = 0$, из формулы (119) следует:

$$\Omega_{Hk} \rightarrow \Omega_H, \quad (133)$$

а сами формулы (128)-(130) переходят в формулы (115)-(117) работы [41]. При этом формулы (132)-(133) также сводятся к формулам (52)-(53) той же работы.

8. Двойственность поперечного волнового числа

Можно видеть, что во все эти параметры входит поперечное волновое число k_x , которое, согласно (98) и (99) имеет два вида, обозначенные верхними индексами (+) и (-). То есть и (126)-(132), а также (119) должны иметь два вида, соответствующие этим индексам. Таким образом, вместо одного выражения (119) получаем два:

$$\Omega_{Hk}^{(+)} = \Omega_H + Q \left[(k_x^{(+)})^2 + k_y^2 \right], \quad (134)$$

а также:

$$\Omega_{Hk}^{(-)} = \Omega_H + Q \left[(k_x^{(-)})^2 + k_y^2 \right]. \quad (135)$$

Аналогично вместо (126)-(127) получаем:

$$\left(\Omega_{0k}^{(+)}\right)^2 = \Omega^2 - \Omega_{Hk}^{(+)}\left(\Omega_{Hk}^{(+)} + \beta\right); \quad (136)$$

$$\left(\Omega_{1k}^{(+)}\right)^2 = \Omega^2 - \Omega_{Hk}^{(+)}\left(\Omega_{Hk}^{(+)} + \beta + 1\right), \quad (137)$$

а также:

$$\left(\Omega_{0k}^{(-)}\right)^2 = \Omega^2 - \Omega_{Hk}^{(-)}\left(\Omega_{Hk}^{(-)} + \beta\right); \quad (138)$$

$$\left(\Omega_{1k}^{(-)}\right)^2 = \Omega^2 - \Omega_{Hk}^{(-)}\left(\Omega_{Hk}^{(-)} + \beta + 1\right). \quad (139)$$

При этом вместо трех выражений(128)-(130) получаем шесть:

$$\mu_1^{(+)} = \frac{\left(\Omega_{1k}^{(+)}\right)^2 - \beta \frac{k_y^2}{\left(k_x^{(+)}\right)^2 + k_y^2}}{\left(\Omega_{0k}^{(+)}\right)^2}; \quad (140)$$

$$\mu_2^{(+)} = \frac{\left(\Omega_{1k}^{(+)}\right)^2 - \beta \frac{\left(k_x^{(+)}\right)^2}{\left(k_x^{(+)}\right)^2 + k_y^2}}{\left(\Omega_{0k}^{(+)}\right)^2}; \quad (141)$$

$$\nu^{(+)} = \frac{2\beta \frac{k_x^{(+)}k_y}{\left(k_x^{(+)}\right)^2 + k_y^2}}{\left(\Omega_{0k}^{(+)}\right)^2}, \quad (142)$$

а также:

$$\mu_1^{(-)} = \frac{\left(\Omega_{1k}^{(-)}\right)^2 - \beta \frac{k_y^2}{\left(k_x^{(-)}\right)^2 + k_y^2}}{\left(\Omega_{0k}^{(-)}\right)^2}; \quad (143)$$

$$\mu_2^{(-)} = \frac{(\Omega_{1k}^{(-)})^2 - \beta \frac{(k_x^{(-)})^2}{(k_x^{(-)})^2 + k_y^2}}{(\Omega_{0k}^{(-)})^2}; \quad (144)$$

$$\nu^{(-)} = \frac{2\beta \frac{k_x^{(-)}k_y}{(k_x^{(-)})^2 + k_y^2}}{(\Omega_{0k}^{(-)})^2}. \quad (145)$$

Аналогично для $\nu_{1,2}^{(\pm)}$ вместо (49)-(50) получаем:

$$\nu_1^{(+)} = \frac{-i\Omega + \beta \frac{k_x^{(+)}k_y}{(k_x^{(+)})^2 + k_y^2}}{(\Omega_{0k}^{(+)})^2}; \quad (146)$$

$$\nu_2^{(+)} = \frac{-i\Omega - \beta \frac{k_x^{(+)}k_y}{(k_x^{(+)})^2 + k_y^2}}{(\Omega_{0k}^{(+)})^2}, \quad (147)$$

а также:

$$\nu_1^{(-)} = \frac{-i\Omega + \beta \frac{k_x^{(-)}k_y}{(k_x^{(-)})^2 + k_y^2}}{(\Omega_{0k}^{(-)})^2}; \quad (148)$$

$$\nu_2^{(-)} = \frac{-i\Omega - \beta \frac{k_x^{(-)}k_y}{(k_x^{(-)})^2 + k_y^2}}{(\Omega_{0k}^{(-)})^2}. \quad (149)$$

Соответственно выражения (109) и (110) принимают вид:

$$k_x^{(+)} = \left(i \frac{\nu^{(+)}}{2\mu_1^{(+)}} + \frac{\sqrt{4\mu_1^{(+)}\mu_2^{(+)} - (\nu^{(+)})^2}}{2\mu_1^{(+)}} \right) k_y, \quad (150)$$

а также:

$$k_x^{(-)} = \left(i \frac{\nu^{(-)}}{2\mu_1^{(-)}} - \frac{\sqrt{4\mu_1^{(-)}\mu_2^{(-)} - (\nu^{(-)})^2}}{2\mu_1^{(-)}} \right) k_y, \quad (151)$$

где $\mu_{1,2}^{(\pm)}$ и $\nu^{(\pm)}$ определяются формулами (140)-(145).

9. Действительная и мнимая части поперечного волнового числа в отсутствие обмена

В разделе 8 с учетом двойственности получены два выражения (150) и (151) для поперечных волновых чисел $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$, где $\mu_{1,2}^{(\pm)}$ и $\nu^{(\pm)}$ определяются формулами (140)-(145), которые содержат в своем составе те же волновые числа $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$. Таким образом, выражения (150) и (151) можно рассматривать как уравнения для определения $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$. Рассмотрим их по отдельности. Обратимся сначала к более простому случаю, когда обменное взаимодействие отсутствует, так что поперечное волновое число определяется только размагничиванием. При этом, в основном, будем следовать работе [41], однако выполним преобразования более простым путем.

Без учета обмена формулы (126)-(130) принимают вид (везде опущен индекс « k »):

$$\Omega_0^2 = \Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \beta); \quad (152)$$

$$\Omega_1^2 = \Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \beta + 1), \quad (153)$$

так что вид формул (123)-(125) значительно упрощается:

$$\mu_1 = \frac{\Omega_1^2 - \beta \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}; \quad (154)$$

$$\mu_2 = \frac{\Omega_1^2 - \beta \frac{k_x^2}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}; \quad (155)$$

$$\nu = \frac{2\beta \frac{k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2}}{\Omega_0^2}. \quad (156)$$

Рассмотрим сначала уравнение для $k_x^{(+)}$ вида (150). Раскроем скобки, умножим обе части на $2\mu_1^{(+)} / k_y$ и перенесем первое слагаемое в левую часть.

Для упрощения формы записи индекс (+) пока опустим. В результате получаем:

$$\frac{2\mu_1 k_x}{k_y} - i\nu = -\sqrt{4\mu_1\mu_2 - \nu^2}. \quad (157)$$

Возведем обе части в квадрат, раскроем скобки, умножим обе части на k_y^2 и разделим на $4\mu_1$. В результате получим уравнение для k_x вида:

$$\mu_1 k_x^2 - i\nu k_x k_y - \mu_2 k_y^2 = 0. \quad (158)$$

Здесь параметры μ_1 , μ_2 , ν определяются формулами (154)-(156), содержащими $k_x^{(+)}$. Подставляя эти формулы, умножая на Ω_0^2 и приводя подобные члены, получаем уравнение:

$$\Omega_1^2 k_x^4 - i2\beta k_y^2 k_x^2 - \Omega_1^2 k_y^4 = 0, \quad (159)$$

где Ω_1^2 определяется формулой (153).

Решая это уравнение относительно квадрата k_x , получаем:

$$(k_x^{(+)})^2 = \frac{i\beta \pm \sqrt{\Omega_1^4 - \beta^2}}{\Omega_1^2} k_y^2. \quad (160)$$

Переход к классической задаче Дэймона-Эшбаха соответствует $\beta \rightarrow 0$. При этом должно выполняться соотношение:

$$k_x^{(+)} = \pm k_y, \quad (161)$$

следующее из формулы (2.222) в [37-стр.60, при $k_z = 0$] с учетом того, что там

$X \rightarrow e^{ik_x x}$ (формула (2.224)), а здесь $X \rightarrow e^{k_x^{(+)} x}$ (формула (104)), в силу чего мнимая единица в формуле (2.222) здесь переходит в действительную единицу. Из формулы (161) видно, что для перехода к задаче Дэймона-Эшбаха (то есть при $\beta \rightarrow 0$) должно быть:

$$(k_x^{(+)})^2 \rightarrow k_y^2, \quad (162)$$

откуда видно, что перед корнем в выражении (160) должен быть знак плюс.

Таким образом, выражение (161) принимает вид:

$$(k_x^{(+)})^2 = \frac{i\beta + \sqrt{\Omega_1^4 - \beta^2}}{\Omega_1^2} k_y^2, \quad (163)$$

откуда находим $k_x^{(+)}$

$$k_x^{(+)} = \pm \sqrt{\frac{i\beta + \sqrt{\Omega_1^4 - \beta^2}}{\Omega_1^2}} \cdot k_y. \quad (164)$$

Рассмотрим теперь уравнение для $k_x^{(-)}$ вида (151). Подобно предыдущему случаю, раскроем скобки, умножим обе части на $2\mu_1^{(-)}/k_y$ и перенесем первое слагаемое в левую часть. Для упрощения формы записи индекс (-) также опустим. В результате получаем:

$$\frac{2\mu_1 k_x}{k_y} - i\nu = -\sqrt{4\mu_1\mu_2 - \nu^2}. \quad (165)$$

Возведем обе части в квадрат, раскроем скобки, умножим обе части на k_y^2 и разделим на $4\mu_1$. В результате получим уравнение для k_x вида:

$$\mu_1 k_x^2 - i\nu k_x k_y - \mu_2 k_y^2 = 0. \quad (166)$$

Это уравнение по форме полностью совпадает с аналогичным уравнением (158), полученным для $k_x^{(+)}$. При этом параметры μ_1 , μ_2 , ν определяются формулами (154)-(156), содержащими $k_x^{(-)}$. Подставляя эти формулы, умножая на Ω_0^2 и приводя подобные члены, получаем уравнение:

$$\Omega_1^2 k_x^4 - i2\beta k_y^2 k_x^2 - \Omega_1^2 k_y^4 = 0. \quad (167)$$

Это уравнение по форме также полностью совпадает с уравнением (159), однако здесь под k_x подразумевается $k_x^{(-)}$. Решая это уравнение относительно квадрата k_x и учитывая, что при $\beta \rightarrow 0$ знак перед получающимся корнем должен быть положительным, подобно (164), получаем:

$$k_x^{(-)} = \pm \sqrt{\frac{i\beta + \sqrt{\Omega_1^4 - \beta^2}}{\Omega_1^2}} \cdot k_y^2, \quad (168)$$

Поскольку выражения (164) и (168) не отличаются ничем, кроме знака перед внешним корнем, то естественно полагать, что один из этих знаков соответствует $k_x^{(+)}$, а другой соответствует $k_x^{(-)}$. Поскольку относительно уравнений (164) и (168) оба знака эквивалентны, то это означает, что их можно распределить произвольно. Исходя из соответствия между знаками и индексами, выберем следующие знаки:

$$k_x^{(+)} = + \sqrt{\frac{i\beta + \sqrt{\Omega_1^4 - \beta^2}}{\Omega_1^2}} \cdot k_y^2; \quad (169)$$

$$k_x^{(-)} = -\sqrt{\frac{i\beta + \sqrt{\Omega_1^4 - \beta^2}}{\Omega_1^2}} \cdot k_y^2. \quad (170)$$

При этом, исходя из (101) и (102), получаем:

$$\eta_1 = 0; \quad (171)$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{i\beta + \sqrt{\Omega_1^4 - \beta^2}}{\Omega_1^2}} k_y. \quad (172)$$

Можно видеть, что при $\beta \rightarrow 0$ параметр η_1 остается равным нулю, а параметр η_2 становится равным k_y , то есть выполняется равенство $k_x = k_y$, как и в классической задаче Дэймона-Эшбаха при $k_z = 0$ [37-стр.60, формула (2.222)].

В выражениях (171) и (172) под корнем выделим действительную и мнимую части:

$$k_x^{(+)} = +\sqrt{\frac{\sqrt{\Omega_1^4 - \beta^2}}{\Omega_1^2} + i \frac{\beta}{\Omega_1^2}} k_y; \quad (173)$$

$$k_x^{(-)} = -\sqrt{\frac{\sqrt{\Omega_1^4 - \beta^2}}{\Omega_1^2} + i \frac{\beta}{\Omega_1^2}} k_y; \quad (174)$$

Введем обозначения:

$$a = \frac{\sqrt{\Omega_1^4 - \beta^2}}{\Omega_1^2}; \quad (175)$$

$$b = \frac{\beta}{\Omega_1^2}. \quad (176)$$

С этими обозначениями (173) и (174) принимают вид:

$$k_x^{(+)} = +\sqrt{a + i b} k_y; \quad (177)$$

$$k_x^{(-)} = -\sqrt{a + i b} k_y; \quad (178)$$

Для вычисления квадратного корня воспользуемся формулой [42-стр.19, форм.58.1]:

$$\sqrt{a + i b} = \pm \left(\sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{2}} + i \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} - a}{2}} \right). \quad (179)$$

Пользуясь этой формулой и оставляя знак плюс, получаем:

$$\sqrt{a + i b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\Omega_I^2}\right)^2}} + i \sqrt{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\Omega_I^2}\right)^2}} \right\}. \quad (180)$$

Введем обозначения:

$$k_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\Omega_I^2}\right)^2}} \cdot k_y; \quad (181)$$

$$k_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\Omega_I^2}\right)^2}} \cdot k_y, \quad (182)$$

где Ω_I^2 определяется формулой (153). Можно видеть, что эти формулы совпадают с полученными в работе [41] формулами (150), (151), однако здесь они имеют вид значительно более компактный.

С обозначениями (181), (182) формулы (169)-(170) принимают вид:

$$k_x^{(+)} = k_d + i k_m; \quad (183)$$

$$k_x^{(-)} = -k_d - i k_m. \quad (184)$$

Замечание. Полученные здесь выражения (183) и (184) отличаются от приведенных в работе [41] формул (152), (153) знаком перед вторым слагаемым. Такое различие обусловлено изменением знака перед вторым слагаемым под корнем в формулах (142), (143) при переходе к этим формулам

от формул (138), (139) той же работы, что нельзя считать достаточно правильным. Контрольная проверка показывает, что такое изменение знака на конечных результатах, полученных в работе [41], практически не сказывается, однако здесь автор считает необходимым использовать представление поперечного волнового числа в более корректном виде (183) и (184).

10. Влияние размагничивания на поперечное волновое число

В разделе 9 показано, что в отсутствие обмена, действительная и мнимая компоненты поперечного волнового числа k_d и k_m связаны с продольным волновым числом k_y соотношениями (формулы (181), (182) с учетом (153)):

$$k_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \beta + 1)} \right)^2}} \cdot k_y; \quad (185)$$

$$k_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \beta + 1)} \right)^2}} \cdot k_y, \quad (186)$$

где параметр размагничивания β связан с волновым числом k_y и толщиной пластины d соотношением (45):

$$\beta = \frac{\alpha_p}{2} \left\{ th \left[d \left(k_y - \frac{\pi}{d} \right) \right] + 1 \right\}, \quad (187)$$

где α_p – нормирующий коэффициент, в большинстве случаев лежащий в пределах $0 \leq \alpha_p \leq 0,1$ ([41, форм.(21), (22)])

В работе [41] основное внимание было уделено дисперсионным свойствам поверхностной волны Дэймона-Эшбаха, тогда как влияние размагничивания на поперечное волновое число рассмотрено недостаточно. Поэтому, прежде чем углубиться в изучение влияния обмена, остановимся несколько более подробно на свойствах поперечного волнового числа в условиях динамического размагничивания без влияния обмена.

Согласно определению k_d и k_m (раздел 9), эти величины являются действительными, так что выражение под внутренним корнем в формулах (185) и (186) должно быть положительным. В работе [41, раздел 11, форм.(158)], исходя из равенства нулю этого подкоренного выражения, для частоты Ω определено критическое значение:

$$\Omega_c = \sqrt{(\Omega_H + 1)(\Omega_H + \beta)}, \quad (188)$$

выше которого условие действительности k_d и k_m выполняется. Как видно из сравнения формул (185) и (186), при $\Omega = \Omega_c$ имеет место равенство:

$$k_d|_{\Omega=\Omega_c} = k_m|_{\Omega=\Omega_c}. \quad (189)$$

С другой стороны, если частота Ω задана, то условие (189) можно рассматривать как определение критического значения β_c , выше которого подкоренное выражение становится отрицательным, то есть определяет верхний допустимый предел величины β . Из формулы (188) при замене $\Omega_c \rightarrow \Omega$ получаем:

$$\beta_c = \frac{\Omega^2 - \Omega_H^2 - \Omega_H}{\Omega_H + 1}. \quad (190)$$

Поскольку основная часть формулы (187) представляет собой гиперболический тангенс, на бесконечности равный единице, то условие критичности β_c можно принимать на счет параметра α_p , то есть считать:

$$\alpha_{pc} = \frac{\Omega^2 - \Omega_H^2 - \Omega_H}{\Omega_H + 1}, \quad (191)$$

так что зависимость параметра β_c от продольного волнового числа k_y в общем случае принимает вид:

$$\beta_c = \frac{\alpha_{pc}}{2} \left\{ th \left[d \left(k_y - \frac{\pi}{d} \right) \right] + 1 \right\}. \quad (192)$$

Приведем важный для дальнейшего рассмотрения численный пример. При поле $H = 437,5$ Э и намагниченности насыщения $4\pi M_0 = 1750$ Гс, учитывая, что гиромангнитная постоянная γ равна $2,8$ МГц Э⁻¹, для частоты $f = 3000$ МГц, в соответствии с формулами (23)-(24), из (188) получаем: $\beta_c = 0,0498$ или, полагая β в виде (192), согласно (171), получаем: $\alpha_{pc} = 0,0498$.

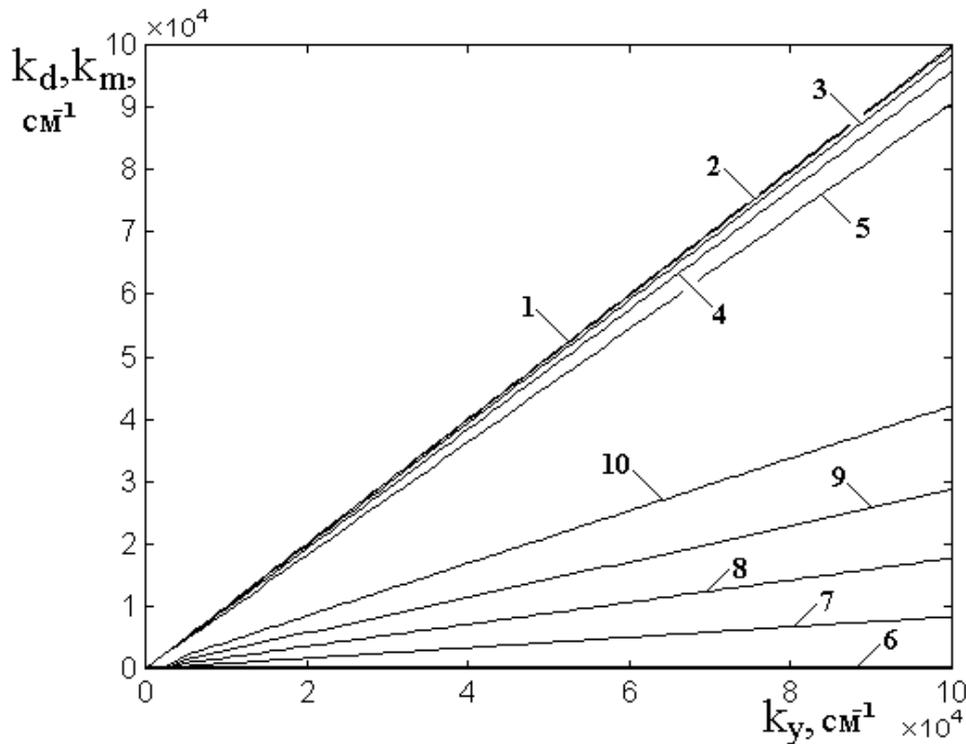


Рис.2. Зависимости составляющих поперечного волнового числа k_d (кривые 1-5) и k_m (кривые 6-10) от продольного волнового числа k_y при различных значениях нормирующего коэффициента параметра размагничивания α_p . Кривые 1-5 построены по формуле (185), кривые 6-10 построены по формуле (186). Параметр размагничивания β учитывается по формуле (187). Значения коэффициента α_p параметра размагничивания: 1, 6 – $\alpha_p = 0$; 2, 7 – $\alpha_p = 0,01$; 3, 8 – $\alpha_p = 0,02$; 4, 9 – $\alpha_p = 0,03$; 5, 10 – $\alpha_p = 0,04$.
 Параметры: $4\pi M_0 = 1750$ Гс; $H = 437,5$ Э; $d = 10$ мкм; $f = 3000$ МГц.

Рассмотрим теперь, как зависят компоненты поперечного волнового числа k_d и k_m от продольного волнового числа k_y при различных значениях нормирующего коэффициента параметра размагничивания α_p . Воспользуемся

приведенными выше значениями параметров, добавив к ним толщину пластины $d = 10$ мкм. Обратимся к рис.2, где такие зависимости показаны в интервале изменения α_p от нуля до $\alpha_{pc} = 0,0498$.

Из рисунка видно, что все зависимости, везде, кроме начального интервала k_y до приблизительно 5000 см^{-1} , являются прямыми, исходящими из начала координат. При $\alpha_p = 0$, то есть в отсутствие размагничивания, зависимость k_d от k_y (кривая 1) соответствует $k_d = k_y$, как это можно видеть из формулы (185). При этом зависимость k_m от k_y (кривая 6) совпадает с горизонтальной осью координат, то есть $k_m = 0$, как это также можно видеть из формулы (186).

По мере увеличения α_p зависимости для k_d , оставаясь прямыми, постепенно снижаются, а зависимости для k_m повышаются, причем скорость повышения кривых для k_m значительно превышает скорость спада кривых для k_d . В пределе при $\alpha_p \rightarrow \alpha_{pc}$ обе зависимости должны сойтись в какой-то точке, что соответствовало бы равенству $k_d = k_m$, после чего оборваться в силу недопустимости превышения α_p над α_{pc} . Однако в области прямолинейных зависимостей k_d и k_m от k_y такое «схлопывание» кривых, сопровождаемое их обрывом, наблюдать не удастся из-за высокой критичности расположения точки «схлопывания», когда кривые, оставаясь прямыми, становятся почти параллельными.

Не так однако обстоит дело в области сравнительно малых значений волнового числа k_y (менее 5000 см^{-1}), где кривые на рис.2 претерпевают некоторый изгиб. Более подробно эта область показана на рис.3, построенном при тех же параметрах, что и рис.2, но в более крупном масштабе.

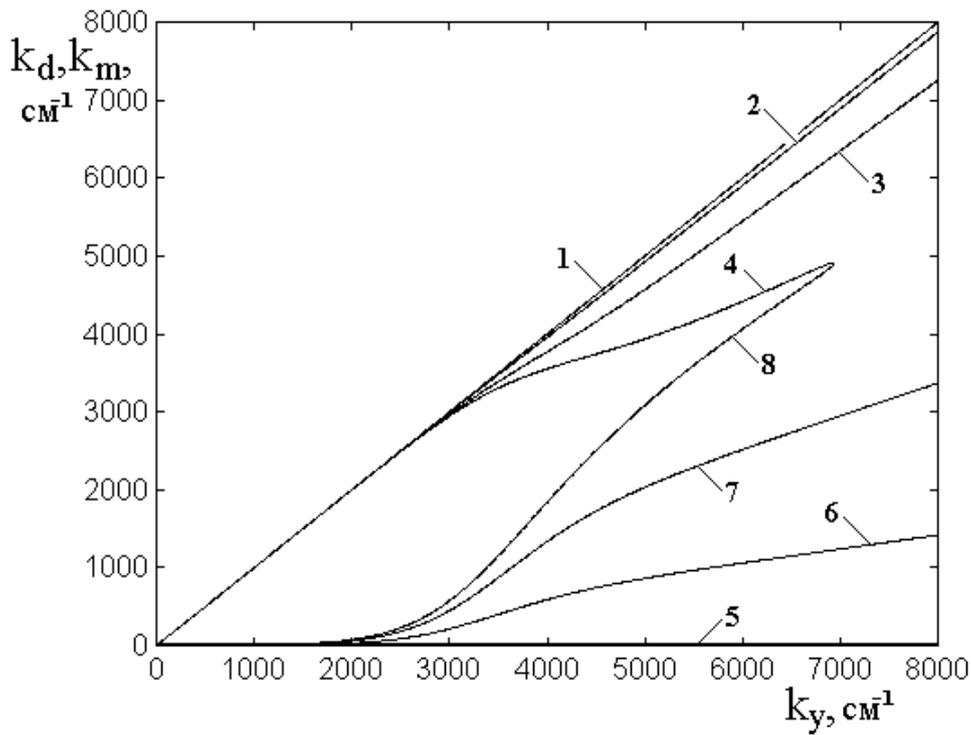


Рис.3. Зависимости составляющих поперечного волнового числа k_d (кривые 1-4) и k_m (кривые 5-8) от продольного волнового числа k_y при различных значениях нормирующего коэффициента параметра размагничивания α_p в области малых значений волнового числа k_y .

Кривые 1-4 построены по формуле (185), кривые 5-8 построены по формуле (186). Параметр размагничивания β учитывается по формуле (187).

Значения коэффициента α_p параметра размагничивания: 1, 5 – $\alpha_p = 0$; 2, 6 – $\alpha_p = 0,02$; 3, 7 – $\alpha_p = 0,04$; 4, 8 – $\alpha_p = 0,05$. При этом $\alpha_{pc} = 0,0498$.

Параметры: $4\pi M_0 = 1750$ Гс; $H = 437,5$ Э; $d = 10$ мкм; $f = 3000$ МГц.

Из рисунка видно, что, несмотря на некоторое искривление, зависимости k_d и k_m от k_y по мере увеличения α_p сохраняют ту же тенденцию, что и на рис.2, то есть кривые для k_d снижаются, а кривые для k_m повышаются. Здесь четко видно, что при превышении $\alpha_p = 0,0500$ над критическим значением $\alpha_{pc} = 0,0498$ всего на $0,0002$ (то есть на $0,02\%$) кривая 4 для k_d сходится с кривой 8 для k_m , так что они имеют общую точку, соответствующую $k_y = 6940$ см⁻¹. При этом численный расчет с шагом по k_y , равным 10 см⁻¹, дает значения

$k_d = 4913 \text{ см}^{-1}$ и $k_m = 4902 \text{ см}^{-1}$, что можно считать совпадением вполне хорошим. Далее этой точки обе кривые обрываются, что соответствует возникновению отрицательности внутреннего корня в формулах (185) и (186).

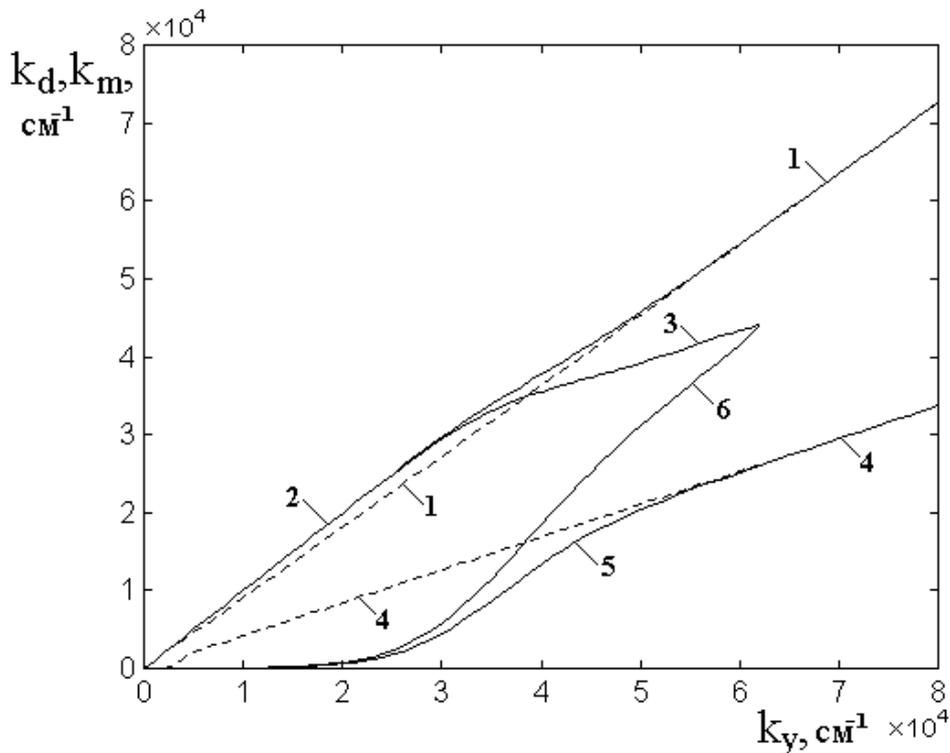


Рис.4. Зависимости составляющих поперечного волнового числа k_d (кривые 1-3) и k_m (кривые 4-6) от продольного волнового числа k_y при различных значениях нормирующего коэффициента параметра размагничивания α_p при малой толщине пластины.

Кривые 1-3 построены по формуле (185), кривые 4-6 построены по формуле (186). Параметр размагничивания β учитывается по формуле (187).

Кривые 1, 4 (пунктирные) соответствуют толщине пластины $d = 10 \text{ мкм}$, при этом $\alpha_p = 0,04$. Кривые 2, 3, 5, 6 (сплошные) соответствуют толщине пластины $d = 1 \text{ мкм}$. Кривые 2, 5 соответствуют $\alpha_p = 0,04$; кривые 3, 4 соответствуют $\alpha_p = 0,05$ (при этом $\alpha_{pc} = 0,0498$).

Параметры: $4\pi M_0 = 1750 \text{ Гс}$; $H = 437,5 \text{ Э}$; $f = 3000 \text{ МГц}$.

Проведенное выше рассмотрение относится к толщине пластины равной 10 мкм . В то же время, представляет интерес выяснить, что происходит при меньших значениях такой толщины. Некоторым пояснением к такому вопросу

является рис.4, где показаны зависимости, подобные приведенным на предыдущих рисунках, но при толщине пластины равной 1 мкм. Кривые 1 и 4 (пунктирные) на этом рисунке соответствуют толщине 10 мкм и приведены для сравнения.

Из рисунка можно видеть, что участки прямолинейности зависимостей k_d и k_m переместились в сторону увеличения волнового числа k_y . Так при толщине 10 мкм эти зависимости выравниваются уже при k_y больше 5000 см^{-1} , тогда как при толщине 1 мкм линейность начинается только при k_y больше 60000 см^{-1} , то есть выше примерно в 10 раз. Такой сдвиг хорошо соответствует началу сильного влияния размагничивания, то есть перегибу гиперболического тангенса в формуле (187), имеющему место при $k_y = \pi/d$, то есть для толщины 10 мкм при $k_y = 3142 \text{ см}^{-1}$, а для толщины 1 мкм при $k_y = 31416 \text{ см}^{-1}$ соответственно. Можно видеть, что эти величины по порядку как раз соответствуют началу выпрямления зависимостей k_d и k_m от k_y . До этого момента кривые 2 и 5 ведут себя примерно таким же образом, как кривые 3 и 7 на рис.3.

Кривые 3 и 6, соответствующие превышению параметра $\alpha_p = 0,0500$ над критическим значением, равным по-прежнему $\alpha_{pc} = 0,0498$ (так как выражение (191) от толщины не зависит), подобно кривым 4 и 8 на рис.3, тоже «схлопываются», однако теперь координаты точки «схлопывания» равны: $k_y = 61360 \text{ см}^{-1}$, $k_d = 43431 \text{ см}^{-1}$, $k_m = 43345 \text{ см}^{-1}$. Таким образом, при уменьшении толщины в 10 раз эта точка смещается по оси k_y примерно в такое же число раз, что опять-таки связано со сдвигом точки перегиба тангенса в формуле (187).

11. Уравнение для определения поперечного волнового числа при заданном продольном волновом числе с учетом обменного взаимодействия

Обратимся теперь к рассмотрению поперечного волнового числа при учете обменного взаимодействия. При этом параметр Ω_I^2 в формулах (154)-(156) заменяется на Ω_{Ik}^2 , в соответствии с формулой (127), которая через посредство (119) содержит теперь k_x^2 , так что уравнения (159) и (167) относительно k_x^2 теряют биквадратный характер и не могут быть разрешены относительно простыми средствами. Рассмотрим решение этих уравнений более подробно.

Итак, выше получены соотношения (150) и (151), представляющие собой формулы для определения $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$, выраженные через $\mu_{1,2}^{(\pm)}$ и $\nu^{(\pm)}$, которые, согласно (140)-(161) сами зависят от $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$. Поэтому (150) и (151) в общем случае можно рассматривать, как уравнения для определения $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$ соответственно. Рассмотрим эти уравнения по отдельности.

Обратимся сначала к уравнению для $k_x^{(+)}$ вида (150):

$$k_x^{(+)} = \left(i \frac{\nu^{(+)}}{2\mu_1^{(+)}} + \frac{\sqrt{4\mu_1^{(+)}\mu_2^{(+)} - (\nu^{(+)})^2}}{2\mu_1^{(+)}} \right) k_y. \quad (193)$$

Раскроем скобки, умножим обе части на $2\mu_1^{(+)}/k_y$ и перенесем первое слагаемое в левую часть. Для упрощения формы записи индекс (+) пока опустим. В результате получаем:

$$\frac{2\mu_1 k_x}{k_y} - i\nu = \sqrt{4\mu_1\mu_2 - \nu^2}. \quad (194)$$

Возведем обе части в квадрат, раскроем скобки, умножим обе части на k_y^2 и разделим на $4\mu_1$. В результате получим уравнение для k_x вида:

$$\mu_1 k_x^2 - i\nu k_x k_y - \mu_2 k_y^2 = 0. \quad (195)$$

Здесь параметры μ_1 , μ_2 , ν определяются формулами (140)-(142), а также (136), (137) и (134), содержащими $k_x^{(+)}$.

Подставляя (140)-(142), умножая на (136) с учетом (134) и приводя подобные члены, получаем:

$$\left(\Omega_{Ik}^2 - \beta \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} \right) k_x^2 - i \cdot 2\beta \frac{k_x^2 k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} - \left(\Omega_{Ik}^2 - \beta \frac{k_x^2}{k_x^2 + k_y^2} \right) k_y^2 = 0. \quad (196)$$

Раскрывая скобки, приводя подобные члены и умножая все на $(k_x^2 + k_y^2)$, получаем:

$$\Omega_{Ik}^2 (k_x^4 - k_y^4) - i \cdot 2\beta k_x^2 k_y^2 = 0. \quad (197)$$

Пользуясь (137) и (134) преобразуем Ω_{Ik}^2 :

$$\Omega_{Ik}^2 = -Q^2 (k_x^2 + k_y^2)^2 - Q(2\Omega_H + \beta + 1)(k_x^2 + k_y^2) + [\Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \beta + 1)]. \quad (198)$$

Подставляя это выражение в (197) и раскрывая скобки, получаем:

$$-Q^2 (k_x^2 + k_y^2)^2 (k_x^4 - k_y^4) - Q(2\Omega_H + \beta + 1)(k_x^2 + k_y^2)(k_x^4 - k_y^4) + [\Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \beta + 1)](k_x^4 - k_y^4) - i \cdot 2\beta k_x^2 k_y^2 = 0. \quad (199)$$

Найдем промежуточные выражения:

$$(k_x^2 + k_y^2)^2 (k_x^4 - k_y^4) = k_x^8 + 2k_x^6 k_y^2 - 2k_x^2 k_y^6 - k_y^8; \quad (200)$$

$$(k_x^2 + k_y^2)(k_x^4 - k_y^4) = k_x^6 + k_x^4 k_y^2 - k_x^2 k_y^4 - k_y^6. \quad (201)$$

Подставляя эти выражения в (199), раскрывая скобки и выполняя группировку слагаемых в порядке убывания степени k_x , получаем:

$$\begin{aligned}
 & - Q^2 k_x^8 - Q [2Qk_y^2 + (2\Omega_H + \beta + 1)] k_x^6 + \\
 & + \{ - Q(2\Omega_H + \beta + 1)k_y^2 + [\Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \beta + 1)] \} k_x^4 + \\
 & + [2Q^2 k_y^4 + Q(2\Omega_H + \beta + 1)k_y^2 - i \cdot 2\beta] k_y^2 k_x^2 + \\
 & + \{ Q^2 k_y^4 + Q(2\Omega_H + \beta + 1)k_y^2 - [\Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \beta + 1)] \} k_y^4 = 0.
 \end{aligned}
 \tag{202}$$

Это – уравнение для определения k_x при заданном значении k_y и известных нормированных параметрах обмена Q , поля Ω_H и частоты Ω . Параметр β определяется в соответствии с приближением, принятым в разделе 10 (формула (192)). Это уравнение имеет восьмой порядок, однако содержит только четные степени k_x , то есть соответствует уравнению четвертой степени относительно k_x^2 . Можно видеть, что в отсутствие обмена, то есть при $Q = 0$ уравнение (202) переходит в полученное в работе [41] уравнение (128) с учетом введенного там же обозначения (114).

Структура полученного уравнения (202) крайне громоздка. Упростим ее путем введения вспомогательных обозначений:

$$g_8 = - Q^2; \tag{203}$$

$$g_6 = -Q [2Qk_y^2 + (2\Omega_H + \beta + 1)]; \tag{204}$$

$$g_4 = - Q(2\Omega_H + \beta + 1)k_y^2 + [\Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \beta + 1)]; \tag{205}$$

$$g_{2a} = Q [2Qk_y^2 + (2\Omega_H + \beta + 1)]k_y^4; \tag{206}$$

$$g_{2b} = -2\beta k_y^2; \tag{207}$$

$$g_0 = \{ Q^2 k_y^4 + Q(2\Omega_H + \beta + 1)k_y^2 - [\Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \beta + 1)] \} k_y^4. \tag{208}$$

С этими обозначениями уравнение (202) принимает вид:

$$g_8 k_x^8 + g_6 k_x^6 + g_4 k_x^4 + (g_{2a} + i g_{2b}) k_x^2 + g_0 = 0. \quad (209)$$

Можно видеть, что относительно k_x^2 это уравнение является полным уравнением четвертой степени, так что оно, в принципе, может быть разрешено аналитически, например, с помощью метода Феррари или другого эквивалентного [39,43,44] с последующим извлечением квадратного корня для получения непосредственно k_x . Однако, учитывая обусловленный влиянием размагничивания комплексный характер волнового числа k_x [41], можно полагать, что получаемое при этом аналитическое выражение будет крайне громоздким.

Поэтому рассмотрим возможность численного нахождения действительной и мнимой частей числа k_x , для чего, подобно работе [41, формула (152)], представим его в виде:

$$k_x = k_d + i k_m, \quad (210)$$

где k_d и k_m являются действительными.

Поскольку уравнение (202) записано в порядке убывания степени k_x , будем располагать степени k_x и вводимые далее вспомогательные обозначения, руководствуясь тем же порядком.

Возводя (210) в четные степени (технически, начиная с меньших степеней), приводя подобные члены и выделяя действительную и мнимую части, после чего, располагая найденные выражения в порядке убывания степени k_x , получаем:

$$k_x^8 = (k_d^8 - 28 k_d^6 k_m^2 + 70 k_d^4 k_m^4 - 28 k_d^2 k_m^6 + k_m^8) + i \cdot 8 k_d k_m (k_d^6 - 7 k_d^4 k_m^2 + 7 k_d^2 k_m^4 - k_m^6). \quad (211)$$

$$k_x^6 = (k_d^6 - 15 k_d^4 k_m^2 + 15 k_d^2 k_m^4 - k_m^6) + i \cdot 2 k_d k_m (3 k_d^4 - 10 k_d^2 k_m^2 + 3 k_m^4); \quad (212)$$

$$k_x^4 = (k_d^4 - 6k_d^2k_m^2 + k_m^4) + i \cdot 4k_dk_m(k_d^2 - k_m^2); \quad (213)$$

$$k_x^2 = (k_d^2 - k_m^2) + i \cdot 2k_dk_m; \quad (214)$$

Обозначая слагаемые в выражениях (211)-(214) через «с» с индексами, цифровая часть которых соответствует степени k_x , а буквенная «а» или «b» соответственно действительной или мнимой части степени k_x , получаем:

$$c_{8a} = k_d^8 - 28k_d^6k_m^2 + 70k_d^4k_m^4 - 28k_d^2k_m^6 + k_m^8; \quad (215)$$

$$c_{8b} = 8k_dk_m(k_d^6 - 7k_d^4k_m^2 + 7k_d^2k_m^4 - k_m^6); \quad (216)$$

$$c_{6a} = k_d^6 - 15k_d^4k_m^2 + 15k_d^2k_m^4 - k_m^6; \quad (217)$$

$$c_{6b} = 2k_dk_m(3k_d^4 - 10k_d^2k_m^2 + 3k_m^4); \quad (218)$$

$$c_{4a} = k_d^4 - 6k_d^2k_m^2 + k_m^4; \quad (219)$$

$$c_{4b} = 4k_dk_m(k_d^2 - k_m^2); \quad (220)$$

$$c_{2a} = k_d^2 - k_m^2; \quad (221)$$

$$c_{2b} = 2k_dk_m; \quad (222)$$

С этими обозначениями (211)-(214) принимают вид:

$$k_x^8 = c_{8a} + ic_{8b}. \quad (223)$$

$$k_x^6 = c_{6a} + ic_{6b}; \quad (224)$$

$$k_x^4 = c_{4a} + ic_{4b}; \quad (225)$$

$$k_x^2 = c_{2a} + ic_{2b}; \quad (226)$$

Подставляя (203)-(208) и (223)-(224) в (209), получаем:

$$g_8(c_{8a} + ic_{8b}) + g_6(c_{6a} + ic_{6b}) + g_4(c_{4a} + ic_{4b}) + (g_{2a} + ig_{2b})(c_{2a} + ic_{2b}) + g_0 = 0. \quad (227)$$

Раскрывая скобки и выделяя действительную и мнимую части, получаем:

$$(g_8c_{8a} + g_6c_{6a} + g_4c_{4a} + g_{2a}c_{2a} - g_{2b}c_{2b} + g_0) +$$

$$+ i(g_8 c_{8b} + g_6 c_{6b} + g_4 c_{4b} + g_{2a} c_{2b} + g_{2b} c_{2a}) = 0. \quad (228)$$

Равенство нулю этого уравнения требует, чтобы его действительная и мнимая части по отдельности тоже равнялись нулю. Из этого условия получаем два уравнения:

$$g_8 c_{8a} + g_6 c_{6a} + g_4 c_{4a} + g_{2a} c_{2a} - g_{2b} c_{2b} + g_0 = 0; \quad (229)$$

$$g_8 c_{8b} + g_6 c_{6b} + g_4 c_{4b} + g_{2a} c_{2b} + g_{2b} c_{2a} = 0. \quad (230)$$

Это – система уравнений относительно k_d и k_m при условии заданного k_y .

Параметрами являются Q , Ω_H , β , а также Ω . При этом параметр размагничивания β зависит от волнового числа k_y в соответствии с формулой (187). Нормирующим параметром для Q , Ω_H , Ω является намагниченность M_0 .

Введем два вспомогательных выражения:

$$w1 = g_8 c_{8a} + g_6 c_{6a} + g_4 c_{4a} + g_{2a} c_{2a} - g_{2b} c_{2b} + g_0; \quad (231)$$

$$w2 = g_8 c_{8b} + g_6 c_{6b} + g_4 c_{4b} + g_{2a} c_{2b} + g_{2b} c_{2a}. \quad (232)$$

При этих обозначениях система (229)-(230) принимает вид:

$$w1 = 0; \quad (233)$$

$$w2 = 0. \quad (234)$$

Система (233)-(234) содержит два уравнения для двух неизвестных k_d и k_m , в которую, кроме постоянных Ω_H , d и Q , входит один меняющийся (текущий) параметр – частота Ω . То есть эта частота должна быть задана изначально одновременно с постоянными параметрами задачи Ω_H , d и Q .

Аналитическое решение системы (233)-(234) на данном этапе рассмотрения (то есть без каких-либо упрощающих приближений) представляется вряд ли возможным. С другой стороны, здесь имеются два уравнения с двумя неизвестными, поэтому простой метод поиска нуля, пригодный для одного уравнения с одним неизвестным, здесь неприменим.

Для численного решения подобных систем традиционно применяется метод итераций [45-стр.148], базирующийся на предварительном графическом рассмотрении общего вида решения.

Воспользуемся здесь несколько иной процедурой, подобной графической, но реализуемой в аналитическом виде. Будем полагать, что, согласно [41], величина k_d мало отличается от k_y , то есть k_d можно считать известным параметром. Такое предположение позволяет рассматривать каждое из уравнений (233) и (234) как независимое относительно k_m , так что решение каждого из них методом поиска нуля по одной переменной позволяет найти два значения k_{m1} и k_{m2} . Далее, варьируя k_d , определим его значение, при котором получаемые значения k_{m1} и k_{m2} будут близкими друг другу с заданной точностью. Таким образом, в результате будут найдены значения k_d и k_m , одновременно удовлетворяющие обоим уравнениям (233) и (234). Рассматривая далее частоту Ω , как параметр, можно будет найти искомую зависимость $k_x^{(+)}$ от Ω , то есть первую из необходимых для получения дисперсионного соотношения (второй является зависимость $k_x^{(-)}$ от Ω , которая будет рассмотрена далее).

12. Алгоритмизация решения системы уравнений для компонент поперечного волнового числа

С целью удобства алгоритмизации при машинном расчете приведем последовательность шагов решения системы (233)-(234).

Шаг №1.

Задание начальных параметров Q , Ω_H , d , Ω , а также значения заданной точности Δk_m .

Шаг №2.

Задание значения k_y .

Шаг №3.

Вычисление параметра β по формуле (21) в работе [41] (здесь будет формула (187)).

Шаг №4.

Задание начального значения k_d , например в виде $k_d = k_y$ или более точно – с использованием формулы (150) с учетом (114) из работы [41] (здесь будет формула (185)).

Шаг №5.

Нахождение значения k_{m1} из уравнения (229) путем поиска нуля при изменении k_m .

Шаг №6.

Нахождение значения k_{m2} из уравнения (230) путем поиска нуля при изменении k_m .

Шаг №7.

Нахождение разности $k_{m1} - k_{m2}$ и сравнение со значением заданной точности Δk_m .

Если разность больше заданной точности, то делается шаг по k_d (подобный шагу №4), после чего повторяется нахождение k_{m1} и k_{m2} (шаги №5 и №6).

Если разность меньше заданной точности, то полученное значение k_{m1} (или k_{m2}) принимается за искомое значение k_m .

Таким образом, при заданном значении k_d получается значение k_m . Эта пара значений соответствует частоте Ω (при условии, что задана частота Ω_H). По полученной паре находится значение

$$k_x^{(+)} = k_d + i k_m, \quad (235)$$

которое используется далее при вычислении дисперсионного соотношения.

13. Соотношение между компонентами волнового числа в реальных условиях

При расчете в соответствии с алгоритмом, приведенным в разделе 12, первичное значение k_d является как бы известным заранее, то есть полагается равным k_y . Для обоснования сделанного предположения о равенстве $k_d = k_y$, выполним численную оценку для реальных условий. Обратимся к формуле (185) и прежде всего отметим, что в отсутствие размагничивания (то есть при $\beta = 0$) значение k_d просто равно k_y . При β отличном от нуля, имеется критическое значение частоты, выше которого k_d и k_m являются действительными (как того требует физический смысл задачи, отмеченный при введении формулы (210)).

Критическая частота, определяемая условием действительности внутреннего корня в формулах (185), (186), имеет вид (формула (158) в [41]):

$$\Omega_c = \sqrt{(\Omega_H + 1)(\Omega_H + \beta)}. \quad (236)$$

Возьмем поле $H = 437,5$ Э и намагниченность $4\pi M_0 = 1750$ Гс (типичные значения для экспериментов с магнитостатическими волнами в железиттриевом гранате [37, главы 3, 4, 7]).

Положим $\beta = 0,2$. В таблице раздела 11 работы [41] показано, что при этом критическая частота равна 3675 МГц. Зададим частоту, заведомо выше критической – 4000 МГц. При этих значениях, в соответствии с (23), (24), получаем: $\Omega_c = 0,7500$, $\Omega = 0,8163$, $\Omega_H = 0,2500$. Подстановка этих значений в формулу (185) дает $k_d = 0,9362 \cdot k_y$. Аналогичным образом при $\beta = 0,1$ получаем $k_d = 0,9881 \cdot k_y$, а при $\beta = 0,01$ находим: $k_d = 0,9999 \cdot k_y$.

Таким образом, можно видеть, что в реальной ситуации k_d отличается от k_y не более чем на единицы процентов.

Из структуры формулы (185) видно, что отличие возрастает при приближении частоты Ω к критическому значению Ω_c . При этом внутренний корень в формуле (185) становится равным нулю, так что k_d отличается от k_y на $1/\sqrt{2}$ и становится равным 0,7071 от k_y . То есть даже в таком критическом случае отличие составляет всего 30%. Однако уже при частоте 3800 МГц (то есть при превышении критической на 3,4%) при $\beta = 0,2$ величина k_d составляет 0,8795 от k_y , то есть отличие падает до 12%, а при $\beta = 0,1$ та же величина равна 0,9812, то есть теперь отличие составляет всего 2%.

Итак, принятое выше предположение $k_d = k_y$, с учетом того, что оно упрощает расчет в весьма существенной степени, можно считать вполне приемлемым.

Приведем также для справки величину k_m , определяемую формулой (186). При тех же значениях $\Omega = 0,8163$ и $\Omega_H = 0,2500$, а также при $\beta = 0,2$, из формулы (186) получаем: $k_m = 0,3516 \cdot k_y$. Аналогичным образом при $\beta = 0,1$ находим: $k_m = 0,1539 \cdot k_y$. При $\beta = 0,01$ эта же величина равна: $k_m = 0,0142 \cdot k_y$. В отсутствие размагничивания, то есть при $\beta = 0$ всегда k_m равно нулю. Важно отметить, что при любых значениях β (при условии действительности внутреннего корня в формулах (185) и (186)), величина k_m всегда значительно меньше, чем k_d .

Возвращаясь к определению величины k_d , заметим, что, несмотря на вполне приемлемую точность, демонстрируемую приведенными оценками, более точный учет отличия k_d от k_y в условиях как размагничивания, так и обмена, требующий, как отмечено выше, поиска нуля по двум переменным, может составить заслуживающий внимания предмет для отдельной работы.

14. Проявление двойственности поперечного волнового числа

Продланное выше в разделах 11-13 рассмотрение касается компоненты волнового числа $k_x^{(+)}$, определяемой формулой (150). Обратимся теперь к другой компоненте $k_x^{(-)}$, определяемой формулой (151):

$$k_x^{(-)} = \left(i \frac{v^{(-)}}{2 \mu_1^{(-)}} - \frac{\sqrt{4 \mu_1^{(-)} \mu_2^{(-)} - (v^{(-)})^2}}{2 \mu_1^{(-)}} \right) k_y, \quad (237)$$

где $\mu_{1,2}^{(-)}$ и $v^{(-)}$ определяются формулами (118)-(120), а также (138), (139) и (135), содержащими $k_x^{(+)}$.

Раскроем скобки, умножим обе части на $2 \mu_1^{(-)} / k_y$ и перенесем первое слагаемое в левую часть. Для упрощения формы записи индекс $(-)$ пока опустим. В результате получаем:

$$\frac{2 \mu_1 k_x}{k_y} - i v = - \sqrt{4 \mu_1 \mu_2 - v^2}. \quad (238)$$

Возведем обе части в квадрат, раскроем скобки, умножим обе части на k_y^2 и разделим на $4 \mu_1$. В результате получим уравнение для k_x вида:

$$\mu_1 k_x^2 - i v k_x k_y - \mu_2 k_y^2 = 0. \quad (239)$$

Можно видеть, что это уравнение полностью совпадает с уравнением (195), полученным в разделе 11 для $k_x^{(+)}$, с учетом замены формул (140)-(142), а также (136), (137) и (134), на формулы (143)-(145), а также (138),(139) и (135). Поскольку перечисленные предварительные формулы отличаются друг от друга только значением верхнего индекса $(+)$ или $(-)$, а по структуре полностью совпадают, то и решение уравнения (239) его будет тем же самым, что и уравнения (195), то есть будет определяться решением уравнений (233)-(234). С

учетом противоположности знаков между $k_x^{(+)}$ и $k_x^{(-)}$ (подобно формулам (183)-(184)), решение будет иметь вид:

$$k_x^{(-)} = -k_d - ik_m, \quad (240)$$

где k_d и k_m в отсутствие обмена (раздел 9), определяются теми же, что и для (183) формулами (185), (186), а с учетом обмена – теми же, что в разделах 11-13 решениями системы уравнений (233)-(234).

15. Расчет компонент поперечного волнового числа по полной системе уравнений методом поиска нуля

Рассмотрим теперь зависимости компонент поперечного волнового числа от величины продольного путем решения полной системы (233)-(234) в соответствии с алгоритмом, приведенном в разделе 12. На данном этапе ограничимся рассмотрением влияния только размагничивания, то есть положим константу обмена q равной нулю. Для простоты записи индекс « x » в обозначениях поперечных компонент волнового числа k_{xd} , k_{xm} , k_{xm1} , k_{xm2} опустим, то есть будем использовать обозначения k_d , k_m , k_{m1} , k_{m2} .

Обратимся к рис.5, где показаны зависимости составляющих поперечного волнового числа k_d , k_m , k_{m1} , k_{m2} от продольного волнового числа k_y . Компоненты k_d , k_m соответствуют решению задачи без учета обмена, когда их нахождение сводится к решению биквадратных уравнений (132) и (140) в работе [41], что можно сделать аналитически точно. В то же время, компоненты k_{m1} , k_{m2} находятся из решения приведенных в разделе 11 уравнений (233) и (234), которые решаются методом поиска нуля в соответствии с алгоритмом, приведенном в разделе 12 при установлении k_d по формуле (185) (то есть по первым шести шагам алгоритма).

Замечание. На рис.5 все кривые приведены в полном интервале значений k_y от нуля до $7 \cdot 10^4$ см⁻¹. Следует отметить, что такое представление является несколько идеализированным, ибо реализованный в рамках настоящей

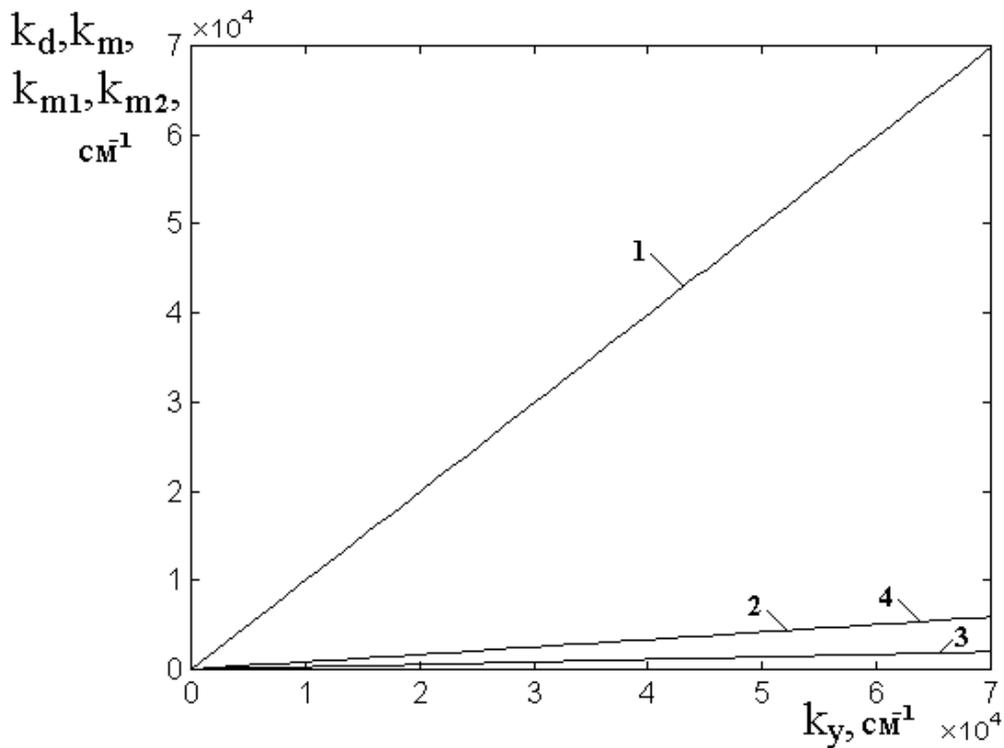


Рис.5. Зависимости составляющих поперечного волнового числа k_d, k_m, k_{m1}, k_{m2} от продольного волнового числа k_y

- 1 – компонента k_d по формуле (185); 2 – компонента k_m по формуле (186);
- 3 – компонента k_{m1} по уравнению (233) при k_d по формуле (185);
- 4 – компонента k_{m2} по уравнению (234) при k_d по формуле (185).

Параметры: $4\pi M_0 = 1750$ Гс; $H = 437,5$ Э; $d = 10$ мкм; $f = 3000$ МГц; $\beta = 0,01$.

работы численный расчет имел с обеих сторон ограничения. Так, максимально достижимое значение волнового числа k_y составляло $6,4 \cdot 10^4$ см⁻¹, по превышении которого происходило переполнение разрядной сетки машины (10^{38}), делавшее дальнейший расчет недопустимым. Контрольная проверка показала, что переполнения можно избежать путем введения нормировки волнового числа на толщину пластины, однако получаемые при этом формулы отличаются заметной громоздкостью, поэтому в настоящей работе нормировка не проводилась. Ограничение снизу по волновому числу происходит из-за сложного комплексного характера уравнения (202), приводящего к скачкообразной зависимости исследуемых параметров от k_y . В настоящей

работе оптимальным признано минимальное значение $k_y = 1200 \text{ см}^{-1}$, выше которого кривые на рис.5 принимали упорядоченный вид. Таким образом, выше и ниже приведенных ограничений кривые на рис.5 продолжены линейным образом, вполне соответствующим линейному характеру основных частей этих кривых. Можно полагать, что более подробное рассмотрение выхода за рамки приведенных ограничений, особенно в сторону увеличения волнового числа, может составить предмет для отдельной работы.

Из рисунка можно видеть, что при принятых параметрах (в том числе малости β) все приведенные зависимости компонент волновых чисел k_d , k_m , k_{m1} , k_{m2} от k_y представляют собой прямые линии, выходящие из начала координат. При этом зависимость k_d от k_y (кривая 1) с высокой точностью соответствует прямой с угловым коэффициентом, равным единице, то есть влияние величины β , ввиду ее малости, сказывается весьма незначительно. Зависимость k_m от k_y (кривая 2), оставаясь прямой, проходит значительно ниже зависимости k_d от k_y (кривая 1), что получается благодаря знаку «минус» перед внутренним корнем в формуле (186). Зависимость k_{m2} от k_y (кривая 4), определяемая равенством нулю мнимой части уравнения (228) (то есть уравнением (230) или (234)), с высокой точностью совпадает с зависимостью k_m от k_y (кривая 2). Однако зависимость k_{m1} от k_y (кривая 3), определяемая равенством нулю действительной части уравнения (228) (то есть уравнением (229) или (233)), проходит значительно ниже зависимости k_m от k_y (ниже кривой 2).

Таким образом, можно видеть, что между зависимостями k_{m1} (кривая 3) и k_{m2} (кривая 4) от k_y имеется заметное различие, причем по мере увеличения k_y это различие возрастает.

Согласно приведенному выше алгоритму (раздел 12), необходимым условием совместности системы (233)-(234) является равенство значений k_{m1} и k_{m2} , для достижения чего следует варьировать величину k_d (то есть несколько отступить в обе стороны от формулы (185)). Однако проверка показала, что прямое последовательное изменение k_d с постоянным (в том числе весьма малым) шагом вблизи единицы, где ожидается максимальная близость между значениями k_{m1} и k_{m2} , приводит к сильному разбросу значений k_{m1} из-за скачкообразного изменения получаемой зависимости в этой области. Поэтому в качестве способа вариации k_d было принято умножения этой величины на вспомогательный параметр ξ , близкий к единице, с последующей вариацией этого параметра.

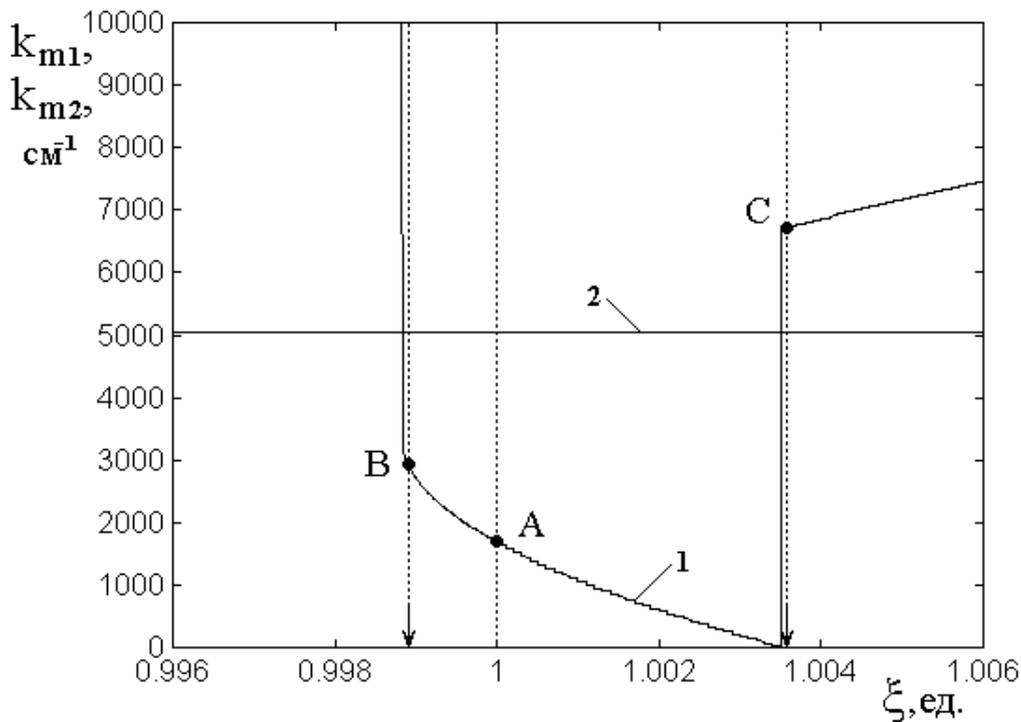


Рис.6. Зависимости мнимых составляющих поперечного волнового числа k_{m1} и k_{m2} от коэффициента ξ при действительной части k_d .

1 – компонента k_{m1} по уравнению (233);

2 – компонента k_{m2} по уравнению (234).

Параметры – те же, что на рис.5.

Полученные зависимости k_{m1} и k_{m2} от параметра ξ представлены на рис.6. При построении опорное значение волнового числа k_y было выбрано равным 6000 см^{-1} , где, согласно рис.5, расхождение между k_{m1} и k_{m2} являлось заведомо довольно значительным.

Из рисунка видно, что зависимость k_{m2} от k_y (кривая 2) представляет собой горизонтальную прямую линию на уровне 5040 см^{-1} , совпадающую с зависимостью k_m от k_y , что соответствует совпадению кривых 2 и 4 на рис.5. Однако зависимость k_{m1} от k_y (кривая 1) испытывает два сильных скачка вблизи значений ξ равных 0,9988 и 1,0034. При значении $\xi = 1$ величина k_{m1} принимает значение около 1900 см^{-1} (точка А), что отличается от значения 5040 см^{-1} , соответствующего величине k_{m2} , довольно сильно.

Замечание. Можно полагать, что появление скачков обусловлено весьма сложным характером комплексного уравнения (202), в общем случае по переменной имеющего восьмую степень. Поэтому на данном этапе поиском способа ликвидации скачков заниматься не будем, а примем их как должное и рассмотрим, что из их наличия следует.

Таким образом, из характера кривой 1 можно видеть, что она нигде не приближается вплотную к кривой 2, разве что в точках разрыва, что нельзя считать физически реализуемым.

В такой ситуации, по-видимому, можно считать наиболее рациональным положение значений параметра ξ тем точкам, где кривая 1 наиболее близко подходит к кривой 2. Таких точек две – при $\xi = 0,9989$ (точка В) и при $\xi = 1,0036$ (точка С). Эти значения на оси ξ отмечены стрелками. При этом значение k_{m1} в первой из этих точек соответствует 3000 см^{-1} , то есть отличается от значения 5040 см^{-1} на 40% вниз, а во второй соответствует 6800 см^{-1} , то есть отличается от 5040 см^{-1} на 35% вверх.

Таким образом, можно считать, что совместность системы (233)-(234) выполняется с точностью до 40%.

Как отмечено выше, рис.6 построен при $k_y = 6000 \text{ см}^{-1}$, однако из рис.5 видно, что расхождение между k_{m1} и k_{m2} сильно зависит от величины k_y . Поэтому представляет интерес рассмотреть зависимости k_{m1} и k_{m2} от k_y в широком диапазоне изменения этой величины. Обратимся к рис.7, где показаны такие зависимости при различных значениях коэффициента ξ . Кривая 1 соответствует компоненте k_{m2} , совпадающей с компонентой k_m (как это видно из совпадения кривых 2 и 4 на рис.5). Кривая 2 соответствует $\xi = 1$, то есть зависимости k_{m1} от k_y без какой-либо коррекции (кривая 3 на рис.5). Кривые 3 и 4 соответствуют зависимостям k_{m1} от k_y с коррекцией, вносимой коэффициентом ξ при значениях 0,9989 и 1,0036, соответствующих точкам В и С на рис.6.

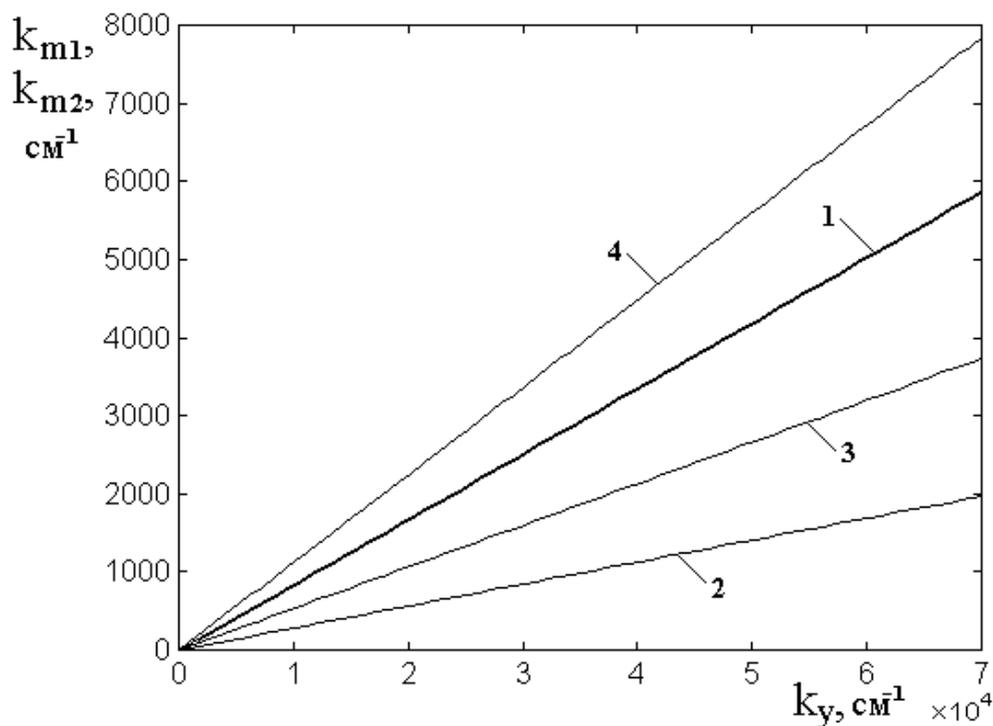


Рис.7. Зависимости составляющих поперечного волнового числа k_{m1} , k_{m2} от продольного волнового числа k_y при различных значениях коэффициента ξ при компоненте k_d . 1 – компонента k_{m2} по уравнению (234);

2, 3, 4 – компонента k_{m1} по уравнению (233);
 2 – при $\xi = 1$; 3 – при $\xi = 0,9989$; 4 – при $\xi = 1,0036$.
 Параметры – те же, что на рис.5.

Из рисунка видно, что кривые 3 и 4 располагаются по обе стороны от кривой 1, но ближе не приближаются, так как приближение запрещено скачками кривой 1 на рис.6. Тем не менее, видно, что отклонение кривых 3 и 4 от кривой 1 происходит при изменении параметра ξ , то есть продольного волнового числа, всего на 0,3%. В то же время, отличие зависимости k_{m2} от k_y от зависимости k_m от k_y вообще отсутствует, так что даже если взять среднюю величину от k_{m1} и k_{m2} , то ее отличие от величины k_m будет составлять всего 0,15%, то есть величину весьма малую.

16. Замечание о предпочтительном выборе мнимой компоненты поперечного волнового числа

Как показано в разделе 15, решение уравнений (233) и (234) при заданном значении k_d приводит к двум значениям мнимой компоненты поперечного волнового числа k_{m1} и k_{m2} , различие между которыми весьма мало и составляет всего доли процента. Поэтому «в нулевом приближении» можно не заниматься подробным вычислением компонент k_{m1} и k_{m2} путем решения уравнений (233) и (234) методом поиска нуля, а просто положить, что в отсутствие обмена компоненты поперечного волнового числа k_d и k_m определяются формулами (185) и (186).

Не так однако обстоит дело при учете обменного взаимодействия, введение которого на формулах (185) и (186) никак не сказывается, то есть определяемые по ним величины k_d и k_m остаются теми же самыми. Разумное предположение говорит, что зависимость этих величин от обменного взаимодействия все же должна иметь место. Поэтому при рассмотрении обмена обе компоненты поперечного волнового числа k_d и k_m должны

вычисляться путем решения полного уравнения (34Ж), то есть системы (233)-(234) методом поиска нуля.

Как видно из рис.5, а также показано в ходе последующих рассуждений раздела 15, зависимость k_{m2} от k_y практически точно соответствует зависимости k_m от k_y , тогда как зависимость k_{m1} от k_y от этой зависимости заметно отклоняется. В то же время, одновременное вычисление обеих зависимостей k_{m1} и k_{m2} от k_y с последующим нахождением среднего, существенно усложняет аппарат численного расчета, приводя, по меньшей мере, к его удвоению. Поэтому для начала пройдем по более легкому пути, то есть ограничимся решением только одного уравнения (234), дающего величину k_{m2} , в отсутствие обмена совпадающую с величиной k_m .

Замечание. В качестве оправдания выбора для нахождения мнимой составляющей волнового числа k_m при задании $k_d = k_y$ именно уравнения (234), можно считать тот факт, что это уравнение, получается из равенства нулю как раз мнимой части полного уравнения (228). Тогда естественно было бы ожидать, что уравнение (233) при задании $k_d = k_y$ должно дать действительную часть волнового числа, то есть то же значение k_d . Однако контрольная проверка показывает, что это не так, а именно: решение уравнения (233) при задании $k_d = k_y$ получается завышенным относительно величины k_d более чем в два раза. Разрешение такого парадокса требует более подробного исследования, возможность выполнения которого автор предоставляет любознательному читателю.

17. Нули функции, определяющей компоненты поперечного волнового числа

В разделе 11 получена система из двух уравнений (233)-(234) для двух неизвестных k_d и k_m . В разделе 12 предложен алгоритм нахождения величины k_m при заданном значении k_d . Однако в разделе 16 показано, что более

правдоподобное решение для k_m дает лишь уравнение (234). В то же время, это уравнение содержит обе исходные переменные k_d и k_m . Можно полагать, что выбор этого уравнения в качестве основного для определения k_m , наложит также определенные условия на выбор k_d .

Решение уравнения (234) проведено методом поиска нуля при переборе значений k_m . Однако из структуры функции (232), лежащей в основе уравнения (234) можно видеть, что входящие в нее выражения c_{8a} , c_{8b} , c_{6a} , c_{6b} , c_{4a} , c_{2b} (формулы (215)-(219), (222)) полностью симметричны относительно входящих в них переменных k_d и k_m , то есть не меняются при их замене друг на друга, а выражения c_{4b} , c_{2a} (формулы (220)-(221)) при этом только меняют знак. То есть можно полагать, что функция w_2 с точностью до знака равноправна относительно обеих переменных k_d и k_m . То есть при поиске нуля можно фиксировать k_d и варьировать k_m или фиксировать k_m и варьировать k_d . При этом нули должны приходиться на оба значения той и другой переменной.

Для обоснования такого положения обратимся к рис.8, где показаны зависимости функции w_2 от переменных k_d и k_m при постоянном значении одной из них и варьировании другой. Постоянной переменной зададим значение, определяемое формулой (185) при $k_y = 3 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$. Варьируемую переменную будем менять в пределах, заведомо перекрывающих возможные значения k_d и k_m , определяемые рис.5 при $k_y = 3 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$.

Из рисунка видно, что кривая 1 имеет два нуля в точках А и В, которые соответствуют значениям k_m и k_d при $k_y = 3 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$, как это можно видеть из сравнения с кривыми 1 и 2 на рис.5 при том же значении k_y . Кривая 2 имеет один нуль в точке С, зеркально симметричной относительно нуля с точкой А, а

также второй нуль в той же точке С, что и кривая 1.

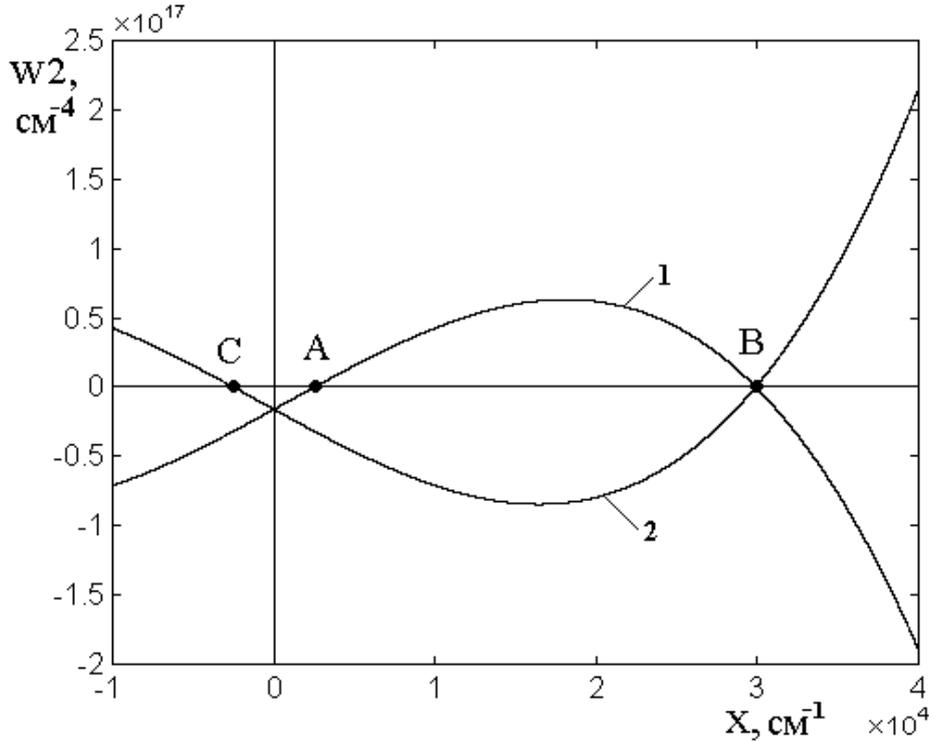


Рис.8. Зависимости функции w_2 от переменных k_d и k_m при постоянном значении одной из них и варьировании другой. Переменная x имеет обобщенный характер.

1 – постоянно k_d , варьируется k_m (то есть $x \rightarrow k_m$);

2 – постоянно k_m , варьируется k_d (то есть $x \rightarrow k_d$).

Координаты точек: А – $x = -0,256 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$; В – $x = 0,256 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$; С – $x = 3,000 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$. Параметры: $4\pi M_0 = 1750 \text{ Гс}$; $H = 437,5 \text{ Э}$; $d = 10 \text{ мкм}$; $f = 3000 \text{ МГц}$; $\beta = 0,01$; $k_y = 3 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$.

Таким образом, нули кривой 1 обеспечивают оба требуемых значения переменных k_d и k_m , а кривая 2 – то же значение k_d и значение k_m с обратным знаком. То есть можно полагать, что информация, обеспечиваемая кривой 2 является избыточной, а для получения обоих значений k_d и k_m достаточен поиск нуля при заданном значении k_d и варьировании k_m . Следует заметить, что в разделе 15 такой вариант решения уравнения (234) обеспечивал нахождение только одной переменной k_m . Это произошло по той причине, что там варьирование k_m начиналось с нуля и продолжалось в

сторону увеличения k_m . При этом программа находила первый попавшийся нуль, который соответствует точке А на рис.8, после чего переходила к выводу данных. Для нахождения второго нуля, соответствующего точке В на рис.8, варьирование k_m следует начинать с точки, заведомо превышающей первый уже найденный нуль, то есть по рис.8 – правее точки А. Проверка показывает, что для оптимального нахождения второго нуля, соответствующего величине k_d , достаточно взять значение k_m , рассчитанное по формуле (186) и превысить его хотя бы на несколько процентов.

Таким образом, можно считать, что применение процедуры поиска нуля к функции w_2 , определяемой формулой (232), позволяет найти обе компоненты поперечного волнового числа – как k_d , так и k_m .

18. Влияние обменного взаимодействия на компоненты поперечного волнового числа

Напомним, что выполненное до этого момента рассмотрение относится к случаю отсутствия обменного взаимодействия, так что теперь перейдем к его учету. Обратимся к рис.9, где показаны зависимости действительной k_d и мнимой k_m компонент поперечного волнового числа от продольного волнового числа k_y при различных значениях константы обменного взаимодействия q , построенные путем решения уравнения (234) (раздел 11). Кривые 1 и 7 соответствуют отсутствию обмена, то есть совпадают с кривыми 1 и 2 на рис.5, которые построены по формулам (185) и (186).

Из рисунка можно видеть, что обменное взаимодействие приводит к повышению зависимостей k_d и k_m от k_y по сравнению с зависимостями 1 и 7, соответствующими отсутствию обмена. Относительное повышение кривых для k_m (8-12) превышает таковое для кривых, соответствующих k_d примерно в 3-4 раза. При этом мнимая компонента поперечного волнового числа k_m всегда остается меньше действительной компоненты k_d , однако по мере увеличения

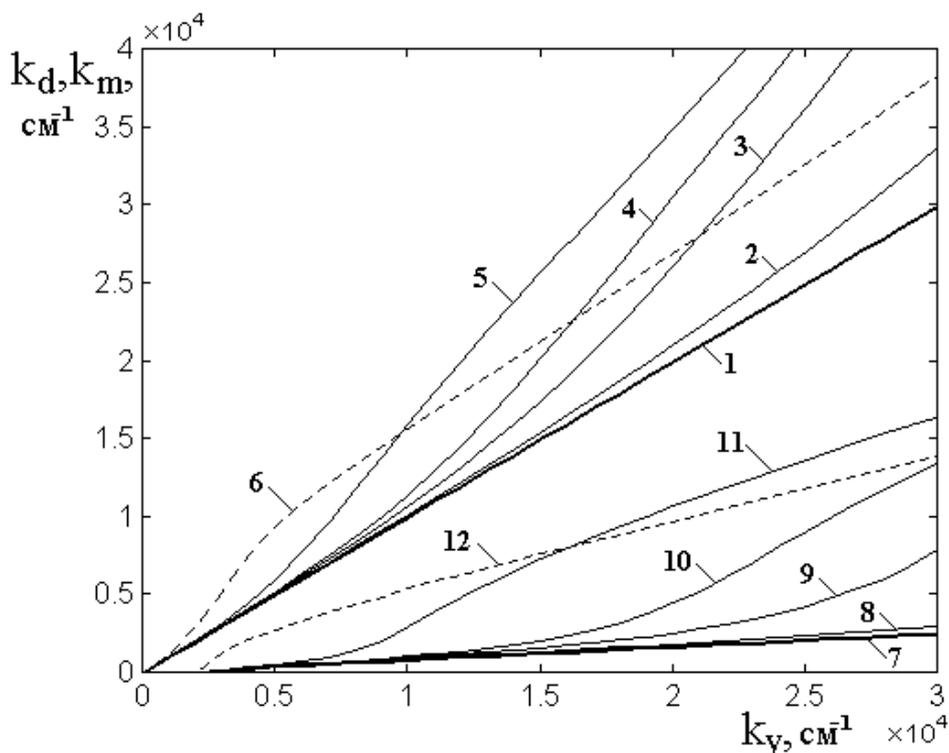


Рис.9. Зависимости действительной k_d и мнимой k_m компонент поперечного волнового числа от продольного волнового числа k_y при различных значениях константы обменного взаимодействия q относительно константы,

$$\text{соответствующей ЖИГ: } q_0 = 4,23 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2.$$

1-6 – компонента k_d , 7-12 – компонента k_m .

Значения константы обмена: 1, 7 – $q = 0$; 2, 8 – $q = q_0$; 3, 9 – $q = 5 \cdot q_0$; 4, 10 – $q = 10 \cdot q_0$; 5, 11 – $q = 50 \cdot q_0$; 6, 12 – $q = 1000 \cdot q_0$.

Параметры: $4\pi M_0 = 1750$ Гс; $H = 437,5$ Э; $d = 10$ мкм; $f = 3000$ МГц; $\beta = 0,01$.

обмена их относительное различие уменьшается. Так например, при $k_y = 2 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$, отношение k_d к k_m в отсутствие обмена (кривые 1 и 7) составляет около 6 раз, а при константе $q = 50 \cdot q_0$ (кривые 5 и 11) падает до 3 раз. Все кривые растут тем быстрее, чем k_y больше, однако их рост не соответствует какому-либо простому закону типа степенного с постоянным показателем. Так при сравнительно малых значениях k_y рост кривых по мере увеличения k_y близок к квадратичному, однако далее замедляется. Такое

замедление особенно хорошо видно при большом значении константы обмена, то есть для кривых 5 и особенно 11. По мере увеличения константы обмена повышение кривых 2-5 и 8-11 относительно исходных 1 и 7 происходит примерно пропорционально росту константы, однако при дальнейшем ее увеличении такое повышение замедляется, а при стремлении константы обмена к бесконечности (кривые 6 и 12, пунктир) при k_y больше $(1,0 \dots 1,5) \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$ вообще сменяется спадом.

Тем не менее, в любом случае, то есть при любом значении константы обмена, зависимости k_d и k_m от k_y всегда проходят выше таких зависимостей, соответствующих отсутствию обмена, что является их общим свойством, требующим интерпретации в первую очередь.

19. Качественная интерпретация наблюдаемых явлений

В проделанном рассмотрении (а также частично в работе [41]) выявлены следующие три положения:

- 1) учет размагничивания приводит к формированию мнимой части поперечного волнового числа k_m ;
- 2) по мере увеличения размагничивания абсолютная величина мнимой части поперечного волнового числа k_m увеличивается;
- 3) по мере увеличения обменного взаимодействия абсолютная величина мнимой части поперечного волнового числа k_m также увеличивается.

Рассмотрим кратко качественные причины таких явлений. Для простоты отвлечемся от поверхностного характера волны и предположим, что распределение динамической намагниченности по толщине пластины более или менее однородно.

20. Роль динамического размагничивания

Сначала обратимся к рассмотрению роли динамического размагничивания, то есть к первым двум приведенным выше положениям.

Для интерпретации первого положения, то есть образования мнимой части волнового числа, обратимся к рис.10, где показана схема образования внешних полей размагничивания и обусловленной ими деформации фронта волны в толстой (а,б) и тонкой (в,г) пластине.

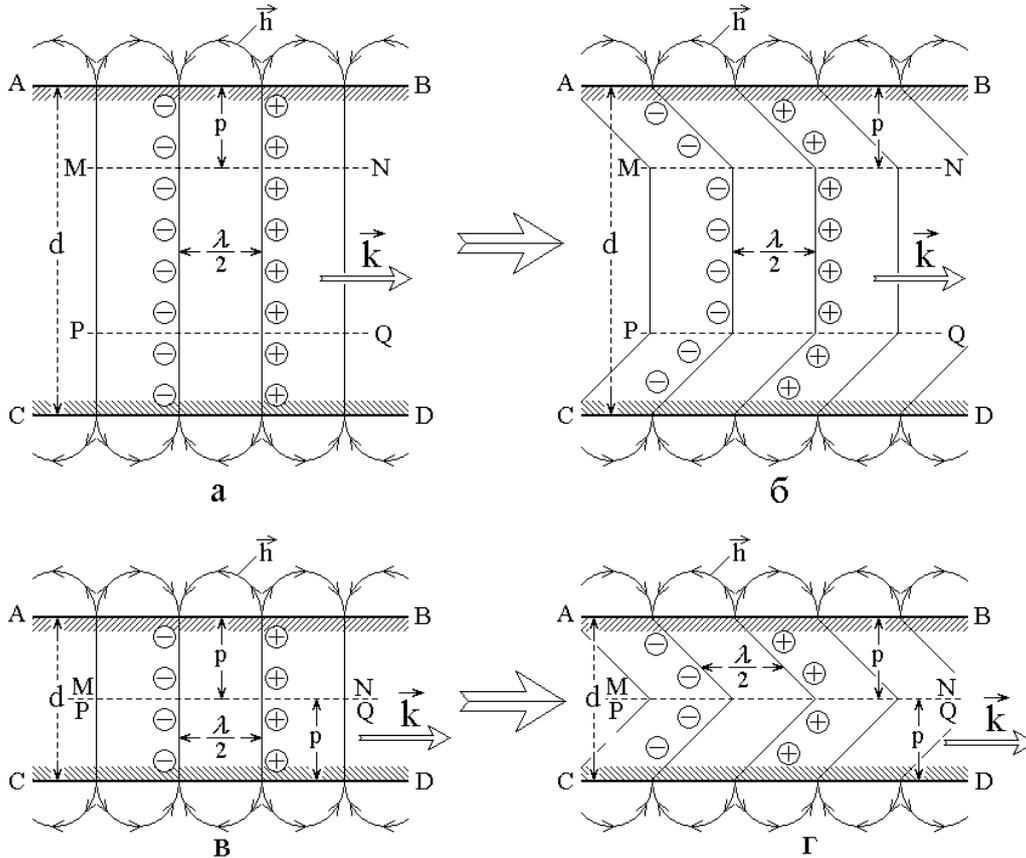


Рис.10. Схема образования внешних полей размагничивания \vec{h} и деформации фронта волны в толстой (а,б) и тонкой (в,г) пластине.

а,в – классическая волна Дэймона-Эшбаха (учет размагничивания отсутствует);

б,г – волна Дэймона-Эшбаха с учетом динамического размагничивания.

Сплошные вертикальные линии – поверхности максимального отклонения намагниченности. Плюсы и минусы в кругах – магнитные заряды того и другого знака. d – толщина пластины; p – глубина проникновения поля размагничивания внутрь пластины; λ – длина волны.

На этом рисунке представлен вид с торца магнитной пластины при условии распространения волны в плоскости рисунка. Рисунок построен в геометрии классической задачи Дэймона-Эшбаха (рис.1), где плоскость Oyz декартовой системы координат $Oxyz$ совпадает с плоскостью пластины, а ось Ox ей перпендикулярна. Волновой вектор \vec{k} распространяющейся в плоскости

пластины магнитоэлектронической волны направлен вдоль оси Oy . Благодаря изотропному характеру среды, направление распространения волны совпадает с направлением волнового вектора. Линиями АВ и CD обозначены поверхности пластины, линиями MN и PQ обозначены поверхности, до которых проникает динамическое поле размагничивания внутрь магнитной пластины. Глубина проникновения поля размагничивания внутрь пластины p имеет тот же порядок величины, что и длина волны λ .

В отсутствие волны намагниченность во всем объеме пластины ориентирована вдоль направления постоянного поля, то есть вдоль оси Oz . Волна, распространяющаяся в плоскости пластины вдоль оси Oy , представляет собой периодическое чередование отклонений намагниченности того и другого знака от оси Oz . Поверхности, на которых отклонение намагниченности максимально, перпендикулярны направлению распространения волны (оси Oy), то есть ориентированы в плоскости Oxz . Эти поверхности чередуются вдоль оси Oy с периодичностью, равной длине волны λ .

Рассмотрим два случая толщины пластины – толстую пластину, толщина которой значительно превышает длину волны $d \gg \lambda$ и тонкую пластину, толщина которой того же порядка или меньше длины волны $d \leq \lambda$. Первому случаю соответствует рис.10а и рис.10б, второму – рис.10в и рис.10г.

Поверхности максимального отклонения намагниченности можно рассматривать как поверхности, на которых располагаются магнитные заряды того или другого знака. На рисунке такие поверхности показаны вертикальными линиями с расположенными рядом с ними магнитными зарядами (плюсы и минусы в кругах).

В толстой пластине большая часть поверхностей максимального отклонения представляет собой плоскости, расстояние между которыми значительно меньше толщины пластины. То есть относительно длины волны можно считать такие поверхности в их плоскостях (параллельных плоскости Oxz) протяженными до бесконечности. В силу противоположности знаков

зарядов между соседствующими бесконечно протяженными плоскостями, поля, создаваемые этими зарядами, взаимно компенсируются [46,47].

Вблизи поверхностей пластины, благодаря геометрическому ограничению поверхностей максимального отклонения, такая компенсация нарушается. Расположенные на этих поверхностях магнитные заряды образуют динамические поля размагничивания \vec{h} (фактически в этом случае представляющие собой «вылезавшие» за пределы пластины поля рассеяния), силовые линии которых показаны на рисунке за пределами плоскостей пластины. Такие же поля располагаются симметрично относительно плоскостей пластины, проникая в ее глубину на расстояние p , однако здесь для простоты рисунка они не показаны.

Итак, распространение волны вдоль оси Oy сопровождается образованием динамических полей размагничивания вдоль обеих плоскостей пластины, причем на достаточной глубине внутри пластины поля рассеяния не образуются. Таким образом, внутренняя и близкая к поверхности части распространяющейся волны находятся в неодинаковых условиях. При этом часть волны, близкая к поверхности, «тащит за собой» динамические поля размагничивания, тогда как удаленная от поверхности часть волны от подобного «груза» освобождена. Можно полагать, что формирование такого «груза» приводит в определенному сопротивлению движения волны, вследствие чего внешние части волны в своем движении несколько отстают от внутренних. То есть, поверхности максимального отклонения намагниченности, без учета влияния поверхностей пластины, являющиеся плоскими от одной поверхности пластины до другой, за счет влияния поверхностей пластины приобретают вблизи них наклонные участки, тем более выраженные, чем поле размагничивания больше.

Глубина проникновения p таких наклонных участков внутрь пластины имеет тот же порядок величины, что и расстояние между поверхностями максимального отклонения намагниченности, то есть что и длина волны. При

одной и той же длине волны в толстой пластине, толщина которой значительно превышает длину волны, влияние наклонных участков невелико, тогда как в тонкой пластине, толщина которой меньше длины волны, влияние наклонных участков может стать преобладающим.

Таким образом, при рассмотрении распространения волны в толстой пластине влияние полей размагничивания можно не учитывать (что и реализуется в классической задаче Дэймона-Эшбаха [37]), тогда как в тонкой пластине учет влияния этих полей становится принципиально необходимым.

Рассмотрим теперь формирование мнимой части поперечного волнового числа (то есть образование k_m), для чего обратимся к рис.11, где показана схема такого формирования за счет деформации фронта волны при учете размагничивания в толстой (а) и тонкой (б) пластине.

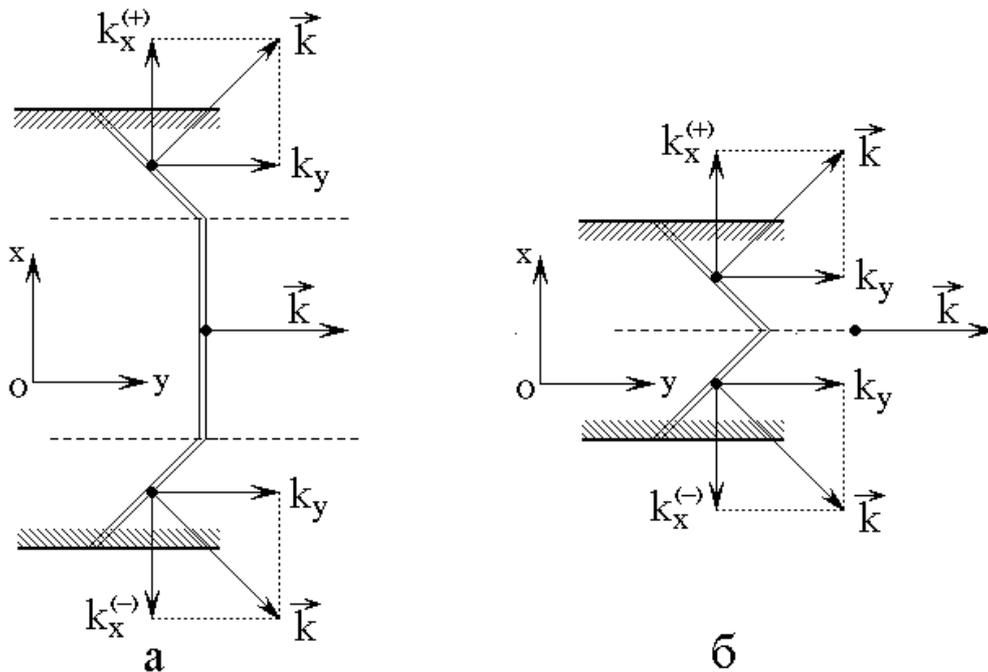


Рис.11. Схема формирования поперечной составляющей волнового вектора за счет деформации фронта волны при наличии размагничивания в толстой (а) и тонкой (б) пластине.

На рисунке показано формирование полного поперечного волнового числа $k_x^{(\pm)}$, то есть не проведено различие между его действительной и мнимой частями, поскольку, как можно видеть из формул (235) и (240), их вклад в

полное значение $k_x^{(\pm)}$, может различаться лишь по величине и комплексному характеру, а по формальной структуре полностью одинаков.

Из рисунка можно видеть, что формирование $k_x^{(\pm)}$ происходит за счет отклонения полного волнового вектора распространяющейся волны \vec{k} от оси Oy вблизи той и другой поверхностей пластины, в силу наклона прилежащих к поверхности пластины поверхностей постоянного отклонения намагниченности. То есть, образование $k_x^{(\pm)}$ происходит за счет того, что в наклоненных участках вектор \vec{k} по-прежнему продолжает сохранять перпендикулярность поверхности постоянного отклонения намагниченности.

Таким образом, формирование $k_x^{(\pm)}$ в случаях как малой, так и большой толщины, происходит исключительно за счет наклонных участков поверхностей максимального отклонения намагниченности. При этом, при сохранении длины волны, в силу равенства протяженности таких участков в обоих случаях (так как глубина проникновения поля размагничивания одна и та же), величины $k_x^{(\pm)}$ также остаются одними и теми же. Влияние же их на характер распространения волны, в первую очередь на скорость распространения и величину переносимой энергии, в случае толстой пластины незначительно, а в случае тонкой является преобладающим.

Итак, первое положение, приведенное в разделе 19, качественно интерпретировано.

Обратимся теперь к интерпретации второго положения, то есть увеличению мнимой части волнового числа по мере увеличения размагничивания. В силу обратной пропорциональности между волновым числом и длиной волны, удобнее будет рассмотреть не волновое число, а длину волны, которая с увеличением размагничивания должна уменьшаться.

Рассмотрим рис.12, где представлена схема изменения поперечной компоненты длины волны λ_x при изменении величины размагничивания.

Рис.12а соответствует малой величине размагничивания, рис.12б – средней и рис.12в – большой. Относительные величины размагничивания здесь заданы условно и преследуют цель только увеличения наглядности изображения.

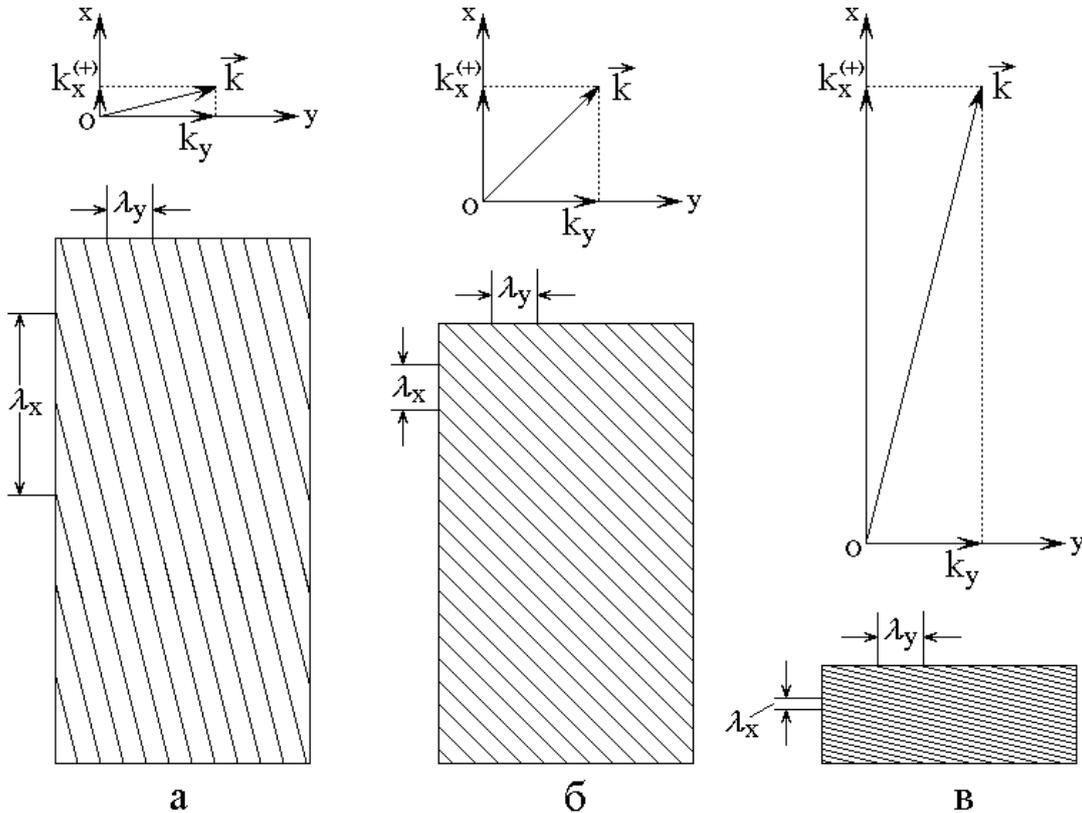


Рис.12. Схема уменьшения поперечной длины волны при увеличении размагничивания.

а – размагничивание малое, б – размагничивание среднее, в – размагничивание большое.

В верхней части рисунка представлены разложения на компоненты полного волнового вектора \vec{k} в области верхнего наклонного участка поверхности максимального отклонения намагниченности (на нижнем участке происходит то же самое с точностью до зеркального отражения). Ниже показаны схемы расположения поверхностей максимального отклонения намагниченности в пределах тех же участков.

В рамках предложенного выше тормозящего влияния поля размагничивания на движение волны, можно считать, что увеличение размагничивания приводит к увеличению торможения, так что наклон

отклоненных участков поверхности максимального отклонения увеличивается. При этом, как видно из последовательного рассмотрения верхнего ряда рисунков, при сохранении длины волны λ_y в направлении оси Oy , то есть при сохранении длины компоненты вектора k_y , компонента $k_x^{(+)}$ возрастает. Такое возрастание соответствует увеличению наклона поверхностей максимального отклонения, то есть уменьшению длины волны λ_x вдоль оси Ox . То есть по мере увеличения размагничивания мнимая часть волнового числа $(k_m)_x$, что и требовалось показать.

Таким образом, второе положение, приведенное в разделе 19, также качественно интерпретировано.

21. Роль обменного взаимодействия

Рассмотрим теперь роль обменного взаимодействия, соответствующую третьему из приведенных в разделе 19 положений.

Для интерпретации этой роли обратимся к рис.13, где показана схема изменения поперечного волнового числа или соответствующей длины волны при увеличении обменного взаимодействия.

В верхней части рисунка представлен вид с торца магнитной пластины, подобный таковому, изображенному на рис.10. Здесь рис.13а соответствует малой величине обменного взаимодействия, а рис.13б – большой его величине.

Важным свойством обменного взаимодействия при неоднородном распределении намагниченности является стремление эту неоднородность убрать или, во всяком случае, максимально уменьшить. Это можно видеть из общей формы записи плотности энергии обменного взаимодействия [40-стр.108, форм.(5.58)-(5.60)], которая прямо пропорциональна квадрату производной от намагниченности по координате. Условие минимизации энергии требует уменьшения этой производной, то есть более равномерного распределения намагниченности.

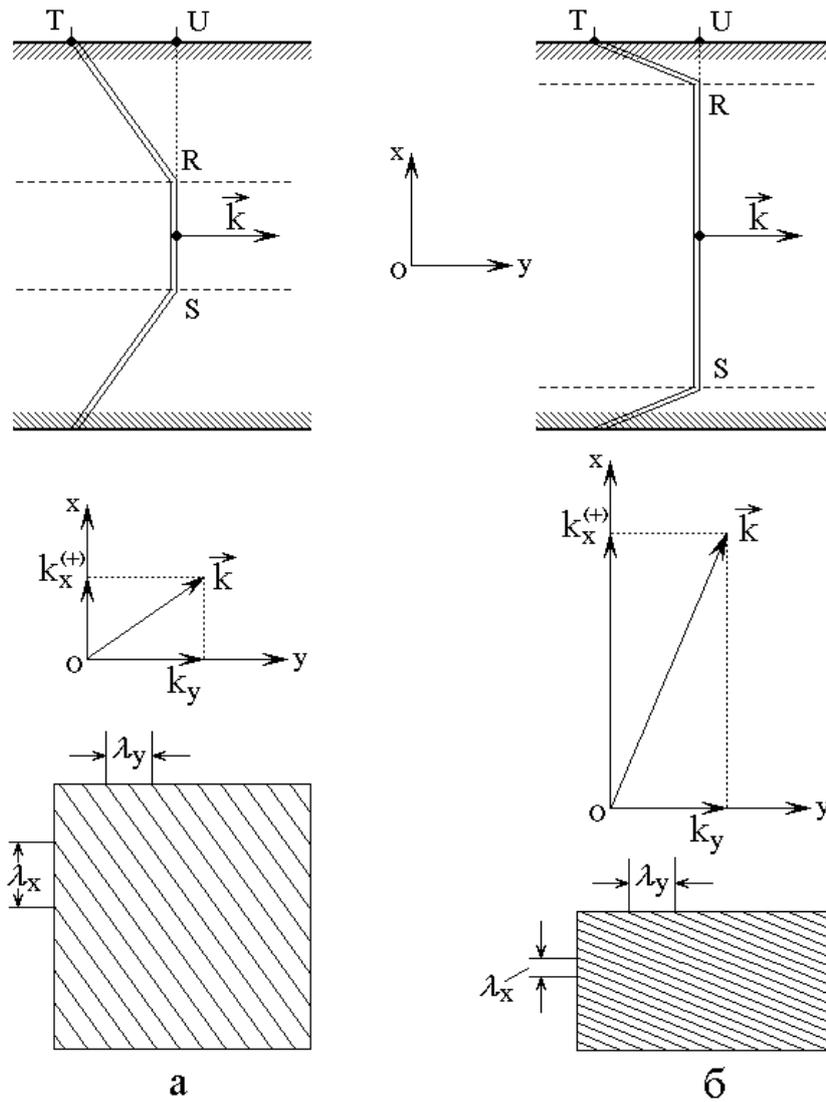


Рис.13. Схема уменьшения поперечной длины волны при увеличении обменного взаимодействия.

а – обменное взаимодействие малое, б – обменное взаимодействие большое.

Будем полагать, что имеет место динамическое размагничивание, то есть поверхность максимального отклонения намагниченности не является плоской, а имеет два наклонных участка, прилегающие к поверхностям магнитной пластины. Из формы такой поверхности, показанной в верхней части рис.13а, можно видеть, что намагниченность распределена равномерно только в промежутке между точками R и S (то есть между плоскостями MN и PQ на рис.10), а вне этих точек имеются наклонные участки, относительно распределения намагниченности представляющие собой неоднородности. Обменное взаимодействие стремится уменьшить эти неоднородности, то есть

расширить участок между точками R и S за счет уменьшения относительной высоты наклонных участков, как это показано на рис.13б.

Можно полагать, что протяженность наклонных участков по оси Oy не меняется, так как она определяется длиной волны вдоль этой оси. В этом случае сжатие таких участков вдоль оси Ox означает увеличение их наклона. При этом, как видно из представленного несколько ниже на рисунке разложения вектора \vec{k} по координатам, поперечная составляющая волнового числа $k_x^{(+)}$ увеличивается. Такое увеличение $k_x^{(+)}$ соответствует уменьшению поперечной составляющей длины волны λ_x , как это показано в нижней части рисунка.

Таким образом, увеличение обменного взаимодействия приводит к увеличению поперечного волнового числа, что и требовалось показать в соответствии с третьим положением раздела 19.

Замечание. Следует заметить, что приведенное выше предположение о неизменности протяженности наклонных участков вдоль оси Oy , не является бесспорным. Можно полагать, что значительное увеличение обменного взаимодействия может пересилить действие размагничивания настолько, что такие участки вообще исчезнут и поверхность максимального отклонения намагниченности примет вид, показанный на рис.10а. Предварительная проверка однако показывает, что даже при увеличении константы обменного взаимодействия на порядок по сравнению с таковой для ЖИГ, влияние размагничивания остается достаточно сильным, то есть можно полагать, что наклонные участки все равно остаются, хотя и сильно прижимаясь к поверхностям пластины. По-видимому, здесь борьба между обменом и размагничиванием подобна таковой в пленках смешанных ферритов-гранатов, где доменная граница при выходе на поверхность пленки испытывает «скручивание» [48, стр.124-126, рис.8.9, 8.10]. Более подробное рассмотрение этого вопроса может явиться темой для отдельной задачи.

22. Роль жесткости системы

В предыдущих разделах показана возможность изменения поперечного волнового числа за счет изменения формы поверхности максимального отклонения намагниченности.

Рассмотрим теперь другую возможность изменения поперечного волнового числа, происходящую из аналогии с механическими колебаниями.

В основе волнового процесса в общем случае лежат колебания намагниченности вокруг равновесного положения. Проводя аналогию с механикой, можно считать, что любые колебания представляют собой периодический переход энергии колеблющейся системы от потенциального состояния к кинетическому, причем в основе первого лежит инертная масса, а в основе второго – возвращающая (противодействующая смещению) сила.

В магнитном случае равновесное положение состоит в полностью однородной ориентации намагниченности. В отсутствие обмена это положение задается внешним полем, полем анизотропии формы или магнитной кристаллографической анизотропии. При отклонении намагниченности от этого равновесного состояния возникает поле размагничивания, стремящееся вернуть ее в это состояние. То есть имеет место возвращающая сила.

При наличии обменного взаимодействия однородное равновесное состояние обеспечивается силами обмена, стремящимися выстроить намагниченность во всем пространстве в одном направлении. При локальном отклонении намагниченности от этого равновесного состояния, возникает сила обменного взаимодействия, стремящаяся вернуть намагниченность в это состояние.

Таким образом, в обоих случаях, как в случае размагничивания, так и в случае обменного взаимодействия, при отклонении намагниченности от равновесного состояния возникает возвращающая сила, стремящаяся вернуть ее в это состояние. При этом, чем больше размагничивание или обмен, тем возвращающая сила больше.

Можно образно считать, что увеличение как размагничивания, так и обмена приводит к «стеснению» отклонения намагниченности от равновесного состояния. В случае однородных колебаний такое «стеснение» должно приводить к увеличению частоты собственных колебаний системы, как целого. Однако для протяженного объекта, например, типа струны, можно полагать, что «стеснение» отклонения намагниченности эквивалентно увеличению продольной жесткости системы. В более жесткой системе скорость распространения волны увеличивается, то есть длина волны растет, так что волновое число уменьшается. То есть увеличение размагничивания или обмена должно приводить к уменьшению продольного волнового числа. При этом, в силу определенной пропорциональности (например, для размагничивания определяемой формулами (185), (186)), поперечное волновое число также должно уменьшаться.

С учетом данных, приведенных в разделах 20, 21, а также в настоящем, можно полагать, что изменение поперечного волнового числа при изменении как размагничивания, так и обмена подвержено влиянию двух факторов, а именно: изменению конфигурации поверхности максимального отклонения намагниченности и изменению жесткости системы, действующих в противоположных направлениях. То есть результирующее изменение волнового числа должно определяться компромиссом между этими факторами. Из рассмотрения зависимостей поперечного волнового числа от величины параметров размагничивания и обмена можно полагать, что преобладающим является первый фактор, то есть изменение конфигурации поверхности максимального отклонения намагниченности.

Следует отметить, что более подробное рассмотрение вопроса о взаимном соотношении обоих факторов, в том числе на модельном уровне, может явиться предметом для отдельной задачи.

Заключение

Рассмотрено влияние поля размагничивания и неоднородного обменного взаимодействия на дисперсионные свойства поверхностной волны Дэймона-

Эшбаха. Выполнен краткий обзор сегодняшнего состояния работ по исследованию магнитостатических волн применительно к устройствам обработки информации. Отмечено недостаточное внимание к учету, как поля размагничивания, так и неоднородного обменного взаимодействия распространяющейся волны, особенно заметно проявляющихся для волн длиной порядка единиц нанометров и менее. Для случая столь коротких волн показана необходимость введения в рассмотрение эффективных полей размагничивания и неоднородного обмена.

В геометрии плоскопараллельной пластины записаны выражения для полей размагничивания и обмена при распространении в плоскости пластины волны, длина которой может быть меньше толщины пластины. Количественное описание поля размагничивания выполнено в виде гиперболического тангенса, аргумент которого представляет собой произведение волнового числа на толщину пластины. Введен нормирующий коэффициент, учитывающий соотношение между длиной волны и толщиной пластины, показано, что для реальной геометрии его величина составляет порядка одной десятой.

В линейном приближении решено уравнение движения для намагниченности с учетом полей размагничивания и обмена. Получен тензор магнитной восприимчивости, диагональные компоненты которого представляют собой сумму антисимметричной и симметричной частей, причем антисимметричная часть определяется частотой волны, а симметричная часть определяется размагничиванием. Отмечен резонансный вид компонент тензора, выявлена близкая к квадратичной зависимость частоты резонанса от волнового числа.

В геометрии задачи Дэймона-Эшбаха для потенциала поля распространяющейся волны получено уравнение Уокера, учитывающее влияние размагничивания и обмена. Главным отличием полученного уравнения от классического его варианта, является различие коэффициентов при вторых производных по координатам, перпендикулярным постоянному полю, а также появление смешанной производной второго порядка по этим координатам.

Выполнено решение уравнения Уокера методом разделения переменных. Показано, что наличие в уравнении смешанной производной приводит к комплексному характеру компоненты волнового числа, перпендикулярной плоскости пластины. В случае поверхностной волны полное решение для компоненты потенциала по этой координате представляет собой произведение экспоненциально спадающего коэффициента на периодический множитель синусоидального характера. Показано, что полное распределение компоненты потенциала по координате, нормальной к плоскости пластины, описывается двумя комплексными волновыми числами, имеющими разные знаки, но одинаковые по абсолютной величине действительные и мнимые части.

Выполнено преобразование коэффициентов уравнения Уокера с целью представления их в виде, допускающем простой по форме предельный переход к классическим случаям отсутствия как размагничивания, так и обмена, то есть к классической задаче Дэймона-Эшбаха.

Выявлена двойственность поперечного волнового числа, обусловленная двумя возможными решениями уравнения Уокера для компоненты волны, распространяющейся перпендикулярно плоскости пластины в ее глубину.

Для случая отсутствия обмена выполнено представление поперечного волнового числа в виде суммы действительной и мнимой частей. Получено уравнение, определяющее поперечное волновое число через продольное, выявлен его биквадратный характер, получены аналитические выражения для действительной и мнимой компонент поперечного волнового числа. Отмечено, что оба возможных варианта поперечного волнового числа содержат одинаковые по абсолютной величине действительную и мнимую части, однако отличаются друг от друга по знаку.

Получены зависимости действительной и мнимой компонент поперечного волнового числа от продольного волнового числа при различных значениях нормирующего коэффициента параметра размагничивания. Показано, что все зависимости при достаточно большой величине продольного волнового числа являются прямыми, причем зависимость для действительной

компоненты всегда располагается выше зависимости для мнимой компоненты, а по мере увеличения нормирующего коэффициента эти зависимости взаимно сближаются. Показано, что при малой величине продольного волнового числа имеет место эффект «схлопывания» обеих зависимостей друг с другом, состоящий в равенстве действительной и мнимой компонент, причем после точки «схлопывания» поперечная компонента волны пропадает и остается только продольная. Отмечено, что точка «схлопывания» по продольному волновому числу располагается тем дальше, чем толщина пластины меньше, причем положение этой точки определяется перегибом зависимости параметра размагничивания от толщины пластины.

Рассмотрена возможность представления поперечного волнового числа в виде суммы действительной и мнимой частей при учете обменного взаимодействия. Выявлено, что в этом случае поперечное волновое число, имея комплексный характер, определяется решением полного алгебраического уравнения восьмой степени. Показано, что представление поперечного волнового числа в виде суммы действительной и мнимой частей позволяет свести полное комплексное уравнение к системе двух уравнений восьмой степени, корни которых имеют действительный характер. При этом первое уравнение получается из равенства нулю действительной части исходного полного уравнения, а второе – из равенства нулю мнимой части того же уравнения. Отмечено, что численное решение полученной системы уравнений требует поиска нуля по двум переменным, что представляет определенные вычислительные трудности.

Предложен алгоритм упрощенного численного решения системы уравнений, состоящий в пошаговом варьировании одной из переменных и нахождении на каждом шаге двух значений другой, после чего из сравнения результатов вариации находится минимум различия между двумя получаемыми решениями, что и дает требуемые значения обеих переменных.

С помощью предложенного алгоритма получена зависимость мнимой компоненты поперечного волнового числа от значения продольного волнового

числа. Выполнено сравнение полученной зависимости с таковой, соответствующей отсутствию обмена. Показано, что наилучшее совпадение обеспечивает второе уравнение системы, соответствующее нулю мнимой части полного уравнения.

Построена функциональная зависимость значимой части второго уравнения от продольного волнового числа. Показано, что в отсутствие обмена нули этой функции с хорошей точностью соответствуют значениям действительной и мнимой компонент поперечного волнового числа. Отмечено наблюдаемое расхождение (превышение приблизительно в два раза) между значением действительной части поперечного волнового числа, получаемой из первого уравнения системы и значением той же части, соответствующим отсутствию обмена. Выяснение причины такого парадокса предложено в виде темы для самостоятельной задачи.

Рассмотрено влияние обменного взаимодействия на зависимости компонент поперечного волнового числа от величины числа продольного. Показано, что обменное взаимодействие приводит к повышению зависимостей обеих компонент поперечного волнового числа относительно подобных зависимостей в отсутствие обмена, причем по мере увеличения константы обмена повышение мнимой компоненты происходит значительно быстрее, чем повышение действительной. Отмечено, что величина мнимой компоненты всегда остается меньше величины действительной, причем рост той и другой, по мере увеличения константы обмена, будучи сначала довольно быстрым, далее замедляется и постепенно меняет знак, так что обе зависимости стремятся к предельному значению, однако сильно превышающему таковое в отсутствие обмена.

Выявлены три основных положения, определяющие характер наблюдаемых явлений:

- 1) учет размагничивания приводит к формированию мнимой части поперечного волнового числа;

2) по мере увеличения размагничивания абсолютная величина мнимой части поперечного волнового числа увеличивается;

3) по мере увеличения обменного взаимодействия абсолютная величина мнимой части поперечного волнового числа увеличивается.

Для качественной интерпретации этих положений предложена модель, рассматривающая распространяющуюся волну как движущееся поступательно периодическое чередование плоских поверхностей максимального отклонения намагниченности. Такие поверхности предполагаются перпендикулярными плоскости магнитной пластины, причем на них располагаются магнитные заряды того или другого знака. При выходе таких заряженных плоскостей на поверхность магнитной пластины, вблизи поверхности образуются поля, «вылезающие» за пределы пластины. Высказано предположение о том, что в процессе своего распространения волна вынуждена «тащить за собой» эти «вылезающие» поля, в результате чего поверхности максимального отклонения намагниченности приобретают наклонные участки, отстающие от основной части движущейся поверхности. Именно такие наклонные участки обеспечивают формирование поперечной составляющей волнового числа. По мере увеличения размагничивания, то есть увеличения величины зарядов и обусловленных этим увеличением «вылезающих» полей, протяженность наклонных участков увеличивается, что и приводит к увеличению поперечной составляющей волнового числа.

Отмечено, что предположение о независимости протяженности наклонных участков от толщины пластины приводит к выводу о том, что влияние «вылезающих» полей должно сильнее проявляться в более тонкой пластине, чем объясняется хорошее совпадение результатов ранних экспериментов, проводившихся на толстых пленках, с классической теорией Дэймона-Эшбаха, где такие поля не учитываются.

Для интерпретации увеличения мнимой компоненты поперечного волнового числа при увеличении размагничивания, высказано предположение о том, что по мере увеличения размагничивания, то есть увеличения зарядов,

отклонение наклонных участков от нормали к плоскости пластины увеличивается, так что волновой вектор, перпендикулярный плоскости наклонного участка, также поворачивается ближе к нормали к плоскости пластины. В этом случае поперечная составляющая волнового числа увеличивается, что и проявляется как увеличение его мнимой составляющей.

Для интерпретации увеличения мнимой компоненты поперечного волнового числа при увеличении обмена, высказано предположение о том, что включение обменного взаимодействия приводит к затруднению искривления поверхностей максимального отклонения намагниченности, то есть проникновение наклонных участков в глубину пластины уменьшается. Такое уменьшение также приводит к повороту волнового вектора, перпендикулярного плоскости наклонного участка ближе к плоскости пластины, что также проявляется как увеличение поперечной составляющей волнового числа с соответствующим увеличением его мнимой составляющей.

В качестве недостатка предложенной модели отмечена произвольность положения о неизменности протяженности наклонных участков при изменении толщины пластины, а также отсутствие обоснованности сохранения их протяженности при увеличении обмена. В пользу сохранения размеров участков при изменении толщины и увеличении обмена приведена аналогия с распределением намагниченности в скрученной доменной границе, где гипотеза о существовании подобных участков находит подтверждение в многочисленных экспериментах.

Отмечено о существовании дополнительной возможности изменения параметров системы за счет размагничивания и обмена, не учитываемая предложенной моделью. На основе аналогии с механикой высказано предположение о том, что увеличение как размагничивания, так и обмена должно приводить к определенному «стеснению» колебаний намагниченности, препятствуя ее динамическому отклонению от равновесного состояния. Отмечено, что такое «стеснение» эквивалентно увеличению жесткости системы, что в случае механических колебаний, например, струны, приводит к

увеличению длины волны, то есть к уменьшению волнового числа, что противоречит наблюдаемому его увеличению.

Предложен вывод о том, что изменение поперечного волнового числа при изменении как размагничивания, так и обмена подвержено влиянию двух факторов, а именно: изменению конфигурации поверхности максимального отклонения намагниченности и изменению жесткости системы, действующих в противоположных направлениях. То есть результирующее изменение волнового числа должно определяться компромиссом между этими факторами, Отмечено, что более подробное рассмотрение вопроса о взаимном соотношении обоих факторов, в том числе на модельном уровне, может явиться предметом для отдельной задачи.

Благодарность

Автор признателен В.И.Зубкову за помощь на начальных этапах работы, В.С.Власову за предоставление ряда литературных ссылок и постоянный стимулирующий интерес к работе, В.Г.Шаврову за активное стимулирующее внимание и обсуждение работы.

Работа выполнена в рамках государственного задания.

Литература

1. Serga A.A., Chumak A.V., Hillebrands B. YIG magnonics. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V.43. P.264002(16).
2. Kruglyak V.V., Demokritov S.O., Grundler D. Magnonics. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V.43. №26. P.264001(14).
3. Slonczewski J.C. Current-driven excitation of magnetic multilayers. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1996. V.159. №1. P.L1-L7.
4. Berger L. Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current. // Phys. Rev. B. 1996. V.54. №13. P.9353-9358.

5. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Крикунов А.И., Панас А.И., Эпштейн Э.М. Создаваемая током инверсная заселенность спиновых подзон в магнитных переходах. // ПЖЭТФ. 2007. Т.85. №3. С.192-196.
6. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Маликов И.В., Михайлов Г.М., Панас А.И., Чигарёв С.Г., Эпштейн Э.М. Спин-инжекционное терагерцовое излучение в магнитных переходах. // ПЖЭТФ. 2011. Т.93. №5. С.289-292.
7. Beaurepaire E., Merle J.C., Daunois A., Bigot J.Y. Ultrafast spin dynamics in ferromagnetic nickel. // Phys. Rev. Lett. 1996. V.76. №22. P.4250-4253.
8. Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order. // Rev. Mod. Phys. 2010. V.82. №3. P.2731-2784.
9. Walowski J., Münzenberg M. Perspective: Ultrafast magnetism and THz spintronics. // Journ. Appl. Phys. 2016. V.120. №14. P.140901(16).
10. Bigot J.V., Vomir M. Ultrafast magnetization dynamics of nanostructures. // Ann. Phys. (Berlin). 2013. V.525. №1-2. P.2-30.
11. Ka Shen, Bauer G.E.W. Laser-induced spatiotemporal dynamics of magnetic films. // Phys. Rev. Lett. 2015. V.115. №19. P.197201(5).
12. Чернов А.И., Кожаев М.А., Ветошко П.М., Додонов Д.В., Прокопов А.Р., Шумилов А.Г., Шапошников А.Н., Бержанский В.Н., Звездин А.К., Белотелов В.И. Локальное зондирование магнитных пленок с помощью оптического возбуждения магнитостатических волн. // ФТТ. 2016. Т.58. №6. С.1093.
13. Dreher L., Weiler M., Pernpeintner M., Huebl H., Gross R., Brandt M.S., Goennenwein S.T.B. Surface acoustic wave driven ferromagnetic resonance in nickel thin films: theory and experiment. // Phys. Rev. B. 2012. V.86. №13. P.134415(13).
14. Thevenard L., Gourdon C., Prieur J.Y., Von Bardeleben H.J., Vincent S., Becerra L., Largeau L., Duquesne J.Y. Surface-acoustic-wave-driven ferromagnetic resonance in (Ga,Mn)(As,P) epilayers. // Phys. Rev. B. 2014. V.90. №9. P.094401(8).
15. Chang C.L., Tamming R.R., Broomhall T.J., Janusonis J., Fry P.W., Tobey R.I., Hayward T.J. Selective excitation of localized spin-wave modes by optically pumped surface acoustic waves. // Phys. Rev. Applied. 2018. V.10. №3. P.034068(8).

16. Kim S.-K. Micromagnetic computer simulations of spin waves in nanometer-scale patterned magnetic elements. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V.43. P.264004(25).
17. Khitun A., Bao M., Wang K.L. Magnonic logic circuits. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V.43. P.264005(10).
18. Au Y., Ahmad E., Dmytriiev O., Dvornik M., Davison T., Kruglyak V.V. Resonant microwave-to-spin-wave transducer. // Appl. Phys. Lett. 2012. V.100. №18. P.182404(5).
19. Au Y., Davison T., Ahmad E., Keatley P.S., Hicken R.J., Kruglyak V.V. Excitation of propagating spin waves with global uniform microwave fields. // Appl. Phys. Lett. 2011. V.98. №12. P.122506(3).
20. Damon R.W., Eshbach J.R. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab. // J. Phys. Chem. Solids. 1961. V.19. №3/4. P.308.
21. Joseph R.I., Schlömann E. Theory of magnetostatic modes in long, axially magnetized cylinders. // JAP. 1961. V.32. №6. P.1001.
22. Schlömann E. Generation of spin waves in nonuniform magnetic fields. I. Conversion of electromagnetic power into spin-wave power and vice versa. // JAP. 1964. V.35. №1. P.159.
23. Schlömann E., Joseph R.I. Generation of spin waves in nonuniform dc magnetic fields. II. Calculation of the coupling length. // JAP. 1964. V.35. №1. P.167.
24. Schlömann E., Joseph R.I. Generation of spin waves in nonuniform magnetic fields. III. Magneto-elastic interaction. // JAP. 1964. V.35. №8. P.2382.
25. Schlömann E., Joseph R.I., Kohane T. Generation of spin waves in nonuniform magnetic fields, with application to magnetic delay line. // Proc. IEEE. 1965. V.53. №10. P.1495.
26. Schlömann E. Amplification of magnetostatic surface waves by interaction with drifting charge carriers in crossed electric and magnetic fields. // JAP. 1969. V.40. №3. P.1422.

27. Адам Дж.Д. Аналоговая обработка сигналов с помощью СВЧ-ферритов. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.73.
28. Исхак В.С. Применение магнитостатических волн: обзор. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.86.
29. Schlömann E.F. Circulators for microwave millimeter wave integrated circuits. // Proc. IEEE. 1988. V.76. №2. P.188.
30. Adam J.D., Collins J.H. Microwave magnetostatic delay devices based on epitaxial yttrium iron garnet. // Proc. IEEE. 1976. V.64. №4. P.794.
31. Smith K.R., Kabatek M.J., Krivosik P., Wu M. Spin wave propagation in spatially nonuniform magnetic fields. // J. Appl. Phys. 2008. V.104. №4. P.0439116(10).
32. Gruszecki P., Krawczyk M. Spin-wave beam propagation in ferromagnetic thin films with graded refractive index: mirage effect and prospective applications. // Phys. Rev. B. 2018. V.97. №9. P.094424(9).
33. Kalinikos B.A., Slavin A.N. Theory of dipole-exchange spin wave spectrum for ferromagnetic films with mixed exchange boundary conditions. // J. Phys. C. 1986. V.19. P.7013-7033.
34. Григорьева Н.Ю., Попов Д.А., Калиникос Б.А. Спектр дипольно-обменных спиновых волн в анизотропном ферромагнитном волноводе прямоугольного сечения. // ФТТ. 2014. Т.56. №9. С.1746-1755.
35. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит. 1994.
36. Моносов Я.А. Нелинейный ферромагнитный резонанс. М.: Наука. 1971.
37. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. М.: Физматлит. 2016.
38. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. М.: Физматлит. 2017.
39. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. М.: Физматлит. 2018.

40. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамика намагниченности в условиях изменения ее ориентации. М.: Физматлит. 2019.

41. Щеглов В.И. Влияние поля размагничивания на дисперсию поверхностной волны Дэймона-Эшбаха. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. №2. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/feb19/3/text.pdf>.

42. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука. 1973.

43. Сушкевич А.К. Основы высшей алгебры. М., Л.: Гос. изд. техн.-теор. лит. 1941.

44. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука. 1973.

45. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Физматгиз. 1963.

46. Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука. 1964.

47. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.3. Электричество. М.: Наука. 1977.

48. Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М., Мир, 1982.

Для цитирования:

В.И.Щеглов. Влияние обменного взаимодействия и динамического размагничивания на дисперсию поверхностной волны Деймона-Эшбаха. Часть 1. Поперечное волновое число. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. № 7. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jul19/3/text.pdf>
DOI 10.30898/1684-1719.2019.7.3