DOI https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.7.1
УДК 004.092;519.1

АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЗАДАЧАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Н. А. Иванчук

ПАО «МАК «Вымпел»», 125480, Москва, ул. Героев Панфиловцев, 10-1

Статья поступила в редакцию 19 июня 2020 г.

Аннотация. Рассмотрена проблема применения аналитических методов в задачах проектирования и оптимизации сложных технических систем радиоэлектронного профиля. Существующие аналитические методы, основанные на теории статистических решений, имеют ограниченное применение в связи с тем, что по многим параметрам не соответствуют сильно усложнившейся за последние годы реальной действительности. К числу таких факторов относится в первую очередь многоцелевой характер наблюдаемой обстановки в радиолокационных системах. Вторым и не менее важным фактором является отсутствие адекватных и в то же время приемлемых с аналитических позиций структур функции потерь, пригодных к использованию в аналитических конструкциях теории статистических решений и в то же время отражающих физические особенности важнейших приложений. В данной работе на примере радиоэлектронных систем оборонительного назначения предложен ряд аналитических моделей, позволяющих оптимизировать принимаемые решения, а также оптимизировать ряд конструктивных параметров рассматриваемых систем и входящих в их состав подсистем. Приведены примеры практического применения предлагаемого подхода. Предложенная методика позволяет использовать многочисленные достижения теории статистических решений, ранее не находившие практических применений. Допускается применение предлагаемого подхода и в других сферах применения.

Ключевые слова: функция потерь, производящий функционал, пассивная защита, активная оборона, ущерб, предотвращенный ущерб, принятие решений.

Abstract. The problem of the application of analytical methods in the design and optimization of complex technical systems of electronic profiles is investigated. Existing analytical methods based on the theory of statistical solutions have limited use due to the fact that in many respects they do not correspond to reality that has become very complicated in recent years. Among these factors is, first of all, the multipurpose nature of the observed situation in radar systems. The second and equally important factor is the lack of adequate and at the same time analytically acceptable structures of the loss function suitable for use in the analytical constructions of the theory of statistical solutions and at the same time reflecting the physical features of the most important applications. In this paper, using the example of defense electronic systems, a number of analytical models are proposed that allow optimizing decisions made and optimizing a number of design parameters of the systems under consideration and their subsystems. Examples of practical application of the proposed approach are given. The proposed technique allows using the numerous achievements of the theory of statistical solutions that have not previously found practical applications. It is allowed to apply the proposed approach in other fields of application.

Keywords: loss function, generating functionality, passive protection, active defense, damage, prevented damage, decision making.

Введение

Строгие математические методы в настоящее время не являются определяющими и широко распространенными при проектировании и оптимизации сложных технических систем. Это связано с тем, что требования строгой математики часто вступают в противоречие с требованиями адекватного отражения реальной действительности. Вместе с тем, адекватное применение аналитического аппарата в ряде случаев помогло бы открыть принципиальные возможности существенного повышения эффективности проектирования систем и оптимизации процессов управления их функционированием.

Если говорить о сложных радиоэлектронных системах – таких, как системы воздушно-космической обороны (ВКО) и прочие подобные, то сложившуюся к настоящему времени ситуацию с применением аналитических методов можно охарактеризовать следующим образом. В течение последнего столетия параллельно с развитием радиоэлектронных технологий и расширением сфер их применения успешно развивалась статистическая теория радиотехники, радиолокации, связи, теория оптимального управления и, как обобщающий математический инструмент, теория статистических решений, основной математической операцией которой является минимизация среднего риска. Несмотря на обилие монографий, учебников и статей по указанной тематике, их практическое применение существенно ограничивалось вследствие того, что предлагаемые в них модельные постановки задач оказывались далеки от реальности и не отражали всей сложности задач, стоящих перед реальными системами.

В качестве иллюстрации к сказанному рассмотрим проблему выбора функции потерь, которая является центральным элементом постановки задач в теории статистических решений [1] и в то же время должна адекватно отражать реальную физическую постановку системной задачи. Многочисленная литература по данной тематике предлагает весьма ограниченный набор таких функций:

- «линейная» (Лаплас),
- «квадратичная» (Гаусс),
- «простая» (Нейман, Пирсон),

а также некоторые их модификации. Попытки выйти за эти пределы неизменно наталкиваются на «непреодолимые математические трудности» и не приводят к значимым успехам.

Вторая проблема связана с многосигнальностью (многоцелевая обстановка в радиолокационных системах, множественный характер совокупности управляемых объектов, многоканальность систем связи, обработки информации и управления). Требовалось создать статистическую модель целевой и сигнальной обстановки, необходимую для операции усреднения функции потерь при вычислении среднего риска. Решение этой проблемы до последнего времени наталкивалось на подобные же трудности. Фундаментальный подход к описанию многоцелевой обстановки был предпринят И.А. Большаковым [3]. Однако отсутствие адекватной функции потерь не позволило приступить к решению практических задач.

В связи с изложенным, практические задачи в подавляющем большинстве случаев приходится решать эвристическими приемами с использованием накопленного практического опыта и широким применением численных методов и машинного моделирования.

Попытки комплексного решения указанных проблем предпринимались и другими авторами, в связи с чем целесообразно отметить работы В.В.Дружинина и Д.С.Конторова [2], Совместно с работами И.А.Большакова , они в значительной мере использовались в качестве основы при выполнении настоящей работы.

Целью настоящей работы является поиск таких подходов, которые помогли бы расширить возможности практического применения аналитических методов теории статистических решений при проектировании и эксплуатации оборонительных систем.

В качестве идейной основы при этом будет использован предложенный в [4] подход к формированию аналитической модели функции потерь исходя из физического содержания стоящей перед системой задачи. Ниже будет рассмотрен комплекс вопросов, возникающих при проектировании и оптимизации сложных систем оборонного назначения подобных системам воздушно-космической обороны (ВКО), и предложены возможные подходы к их эффективному решению. Проведенные автором исследования не относятся к какой-либо конкретной системе, а носят методический характер. Предлагаемая методика показывает путь получения изящных аналитических решений сложных конкретных задач, ранее наталкивавшихся на непреодолимые математические трудности, и может быть положена в основу при решении многочисленных и разнообразных практических проблем. Изложение ведется на примере некоторой обобщенной системы, подобной системам ВКО.

1. Математическая модель обороняемой территории

Будем полагать, что обороняемая территория (зона ответственности системы) – область S произвольной формы на поверхности Земли или в каком-либо ином пространстве. В качестве системы координат будем использовать географические координаты объектов на местности (широта и долгота) или, при необходимости, иные координаты $\boldsymbol{s}$. Распределение защищаемых объектов по обороняемой территории (или по пространству) S, иногда называемое рельефом важности, будем представлять в виде плотности $c(\boldsymbol{s})$.

$\int_S c(\boldsymbol{s})d\boldsymbol{s} = C(S)$ – суммарная (интегральная) ценность обороняемых объектов на территории S.

Плотность $c(\boldsymbol{s})$ позволяет с использованием δ-функций описывать в единообразном аналитическом виде как протяженные, так и точечные объекты:

$$c(\boldsymbol{s}) = \mu(\boldsymbol{s}) + \sum_i C_i \delta(\boldsymbol{s} - \boldsymbol{s_i}) , \tag{1}$$

где $\mu(\boldsymbol{s})$ – плотность распределения по территории протяженных объектов,

C_i - степень важности (ценность) i-го точечного объекта,

$\boldsymbol{s_i}$ – его координаты.

Средства пассивной защиты обороняемых объектов

Наряду с параметрами ценности защищаемых объектов обороняемая территория может характеризоваться также своей естественной защищенностью или искусственными укреплениями и убежищами, ослабляющими поражающее воздействие средств нападения. Эту характеристику можно представить в виде:

$$\mathrm{Z}(\boldsymbol{s}) = \mathrm{z}(\boldsymbol{s}) + \sum_i Z_i \delta(\boldsymbol{s} - \boldsymbol{s_i}) \leq 1 \tag{2}$$

Значение, равное 1, соответствует ситуации отсутствия специальной пассивной защиты.

2. Средства нападения и их поражающее воздействие

Основная задача средств нападения – разрушение объектов на обороняемой территории. Воздействие на незащищенные объекты охарактеризуемфункцией $w(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*)$, физический смысл которой заключается в следующем. Пусть $c(\boldsymbol{s})$ – исходная плотность распределения защищаемых объектов на обороняемой территории с учетом их ценности до нанесения удара. Пусть s^* - координаты точки подрыва боеприпаса. После подрыва заряда атакующей цели плотность $c(\boldsymbol{s})$ преобразуется в $c'(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*)$. Представим $c'(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*)$ в виде:

$$c'(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*) = c(\boldsymbol{s})\,[1 - w(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*)] \qquad (3)$$

При этом ожидаемый ущерб (оценка опасности атакующей цели) имеет вид:

$$W(\boldsymbol{s}^*) = \int [c(\boldsymbol{s}) - c'(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*)]d\,\boldsymbol{s} = \int c(\boldsymbol{s})w(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*)d\boldsymbol{s}, \qquad (4)$$

а с учетом пассивной защиты

$$W_z(\boldsymbol{s}^*) = \int c(\boldsymbol{s})\,Z(\boldsymbol{s})w(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*)d\boldsymbol{s} \qquad (5)$$

Усложним задачу, предполагая наличие боевых зарядов разных классов (фугасные, бронебойные, ядерные, термоядерные и т. п.). разрушительная сила этих зарядов существенно различается. Соответственно будут различаться и функции $w(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*)$. Обозначим $w_j(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*)$ разрушающее свойство боевого заряда j-го класса.

Как правило, мы не располагаем точной информацией о том, какому классу принадлежит атакующая цель. Однако, по результатам наблюдения, полученным от информационных средств системы, мы можем оценить апостериорные вероятности p_j принадлежности цели j-му классу и построить апостериорную взвешенную функцию

$$w_a(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*) = \sum_{j=1}^{K} p_j\, w_j(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*) \qquad (6)$$

Средства пассивной защиты также могут иметь различную эффективность для различных классов атакующих целей - $Z_j(\boldsymbol{s})$ для целей j-го класса. При этом взвешенная функция будет иметь вид:

$$w_{az}(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*) = \sum_{j=1}^{K} p_j\, Z_j(\boldsymbol{s}^*) w_j(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*) \quad (7)$$

3. Факторы случайности при прогнозировании движения целей

Случайность как таковая относится к категории явлений, которых стараются избегать, и принимают всевозможные меры для достижения этой цели. Тем не менее, она остается присутствовать в той или иной мере.

Точка прицеливания баллистической ракеты выбирается отнюдь не из случайных соображений, однако точка падения ее боевой части (БЧ), как правило, с ней не совпадает. При этом отклонение, как правило, не превышает размеров зоны эффективного разрушения. В то же время противником принимаются всевозможные меры, чтобы создать максимальную информационную неопределенность на атакуемой стороне, тем самым нейтрализуя или существенно ослабляя возможности оборонительных систем. Одним из эффективных путей достижения этой цели является использование возможности маневрирования БЧ на завершающем участке траектории. Возможность маневрирования вносит существенную неопределенность при прогнозировании ожидаемой точки падения, тем самым усложняя задачу перехвата БЧ и сохраняя при этом приемлемую точность наведения на цель.

Таким образом, для обороняющейся стороны ожидаемая точка падения БЧ является существенно случайной величиной. Принимаем следующую модель.

Пусть P_M – апостериорная вероятность того, что цель будет маневрировать,

$p_m(s^*)$ – плотность распределения точек падения при маневрировании,

1 - P_m – вероятность того, что цель движется по базовой (баллистической или иной детерминированной) траектории,

$p_b(s^*)$ – апостериорная плотность вероятности для точки падения цели при гипотезе о движении по базовой траектории.

При этом p_b (s^*) может вычисляться по результатам наблюдения информационных средств, а остальные величины могут быть получены из дополнительных источников информации. В итоге имеем плотность распределения для предполагаемой точки падения цели в виде взвешенной суммы:

$$p(s^*) = (1 - P_M)p_b(s^*) + P_M\, p_m(s^*) \qquad (8)$$

С учетом вышеизложенного, ожидаемый ущерб от наблюдаемой гипотетической цели может быть вычислен путем усреднения (4) или (5) по распределению возможных точек падения:

$$\begin{aligned} W &= \int W(\boldsymbol{s}^*)p(s^*)dds^* = \\ &= (1 - P_M)\iint c(\boldsymbol{s}) \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{K}} \boldsymbol{w_j}(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*)Z_j(s^*)p_b(s^*)d\boldsymbol{s}ds^* + \\ &+ P_M \iint c(s) \sum_{j=1}^{K} p_j\, w_j(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*)Z_j(\boldsymbol{s}^*)p_M(\boldsymbol{s}^*)d\boldsymbol{s}d\boldsymbol{s}^* \end{aligned} \qquad (9)$$

Величину W можно рассматривать в качестве меры (оценки) опасности цели.

Обычно распределение $p_M(s^*)$ значительно (многократно) «шире», чем $p_b(s^*)$. В случае распределенных обороняемых объектов, своими размерами многократно превышающих «ширину» распределения $p_M(s^*)$, особых нюансов нет. В случае же территориально небольших или даже «точечных» обороняемых объектов, но в совокупности охватывающих значительную территорию, соизмеримую с «шириной» возможной зоны маневрирования атакующей цели, можно провести следующее рассуждение. Маловероятно, что БЧ нацелена на «пустое» пространство в промежутках между обороняемыми объектами. Скорее всего, она нацелена на один из обороняемых точечных объектов, попадающих в зону возможного маневрирования. И тогда $p_M(s^*)$ будет иметь вид взвешенной суммы пиков, сосредоточенных вблизи точечных объектов, расположенных в зоне возможного маневрирования. Ширина этих пиков будет определяться точностными характеристиками наведения на цель маневрирующей БЧ.

Помимо маневрирующих могут применяться и разделяющиеся цели, когда одиночная цель на определенном участке траектории разделяется на множество субснарядов, независимо наводящихся каждый на свой объект, образуя тем самым случайный поток целей [3]. Каждая из вновь образовавшихся целей так же, как и любая другая, может оказаться маневрирующей.

Помимо вышеописанных, изначально баллистических целей, могут применяться и аэродинамические – самолеты, крылатые ракеты и т. п. Движение таких целей – преимущественно маневрирующее. В качестве математической модели такого движения можно использовать марковские случайные процессы.

4. Многоцелевая обстановка

Пусть имеется n целей с точками падения $s_1^*,\ldots,s_n^*$/. Для начала положим, что все цели принадлежат одному классу, т. е. $w_j(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*) = w(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}^*)$.

Примем следующую модель наносимого ущерба:

$$c'(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}_1^*, \ldots, \boldsymbol{s}_n^*) = c(\boldsymbol{s}) \prod_{i=1}^{n} [1 - w(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}_i^*)] \quad (10)$$

При достаточно далеко разнесенных точках $\boldsymbol{s}_1^*,\ldots,\boldsymbol{s}_n^*$ такая модель (мультипликативная) приобретает аддитивный вид:

$$c'(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}_1^*,\ldots,\boldsymbol{s}_n^*) \approx c(\boldsymbol{s})\ [\mathbf{1} - w(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}_1^*) - \mathrm{w}(s/\boldsymbol{s}_2^*) - \ldots - w(\boldsymbol{s}/\boldsymbol{s}_n^*)\ ] \quad (11)$$

В целом же предлагаемая модель – мультипликативная. Ее мультипликативность проявляется при сближении точек падения целей на расстояние меньше размеров зоны разрушения (повторная бомбардировка одного и того же объекта).

5. Случайное число целей

В реальности число целей и значения их параметров известны недостоверно. Имеются достаточно убедительные основания считать их случайными ансамблями точечных объектов. Подобные ансамбли часто называют случайными потоками [3]. Существует достаточно развитый математический аппарат описания случайных потоков. Наиболее полное и универсальное описание случайных потоков обеспечивается использованием производящих функционалов (ПФ), одна из разновидностей которых определяется как

$$L[\xi] = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\int p_n(s_1,\ldots,s_n)\prod_{i=1}^{n}[1+\xi(s_i)]ds_1,\ldots,ds_n, \quad (12)$$

где ξ(s) - произвольная функция из некоторого достаточно широкого класса.

Из ПФ могут быть получены любые интересующие нас статистические характеристики случайного потока путем сравнительно несложных операций функционального дифференцирования [3].

Усредняя (10) по совокупности плотностей $p_n(s_1,\ldots,s_n)$, n=0,1,2,… , получаем:

$$c'(\boldsymbol{s}/L) = c(\boldsymbol{s})\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\int p_n(s_1^*,\ldots,s_n^*)\prod_{i=1}^{n}[1-w(s/s_i^*)]ds_1^*\ldots ds_n^* =$$

$$=c(s)L[-w(s/.)] \quad (13)$$

Суммарный средний ущерб от потока целей

$$R[L] = \int[c(s) - c'(s/L)]ds = \int c(s)\{1-L[-w(s/.)]\}ds \quad (14)$$

Эта величина может служить мерилом опасности ситуации в целом.

6. Пример

Для иллюстрации изложенного подхода рассмотрим пример из числа наиболее часто встречающихся на практике.

На языке теории случайных потоков типичная практическая ситуация имеет следующий вид. По информации, поступающей от информационных средств системы, текущая оценка целевой обстановки представляет собой совокупность n гипотетических целей с соответствующими вероятностными характеристиками. Каждой из этих гипотетических целей соответствует предполагаемая точка падения $\hat{s}_i$, апостериорная плотность распределения погрешностей измерения p_i(s), а также параметр достоверности $p_i = \int p_i(s)ds$ - апостериорная вероятность того, что данная гипотетическая цель является истинной. Это типовой поток Бернулли, ПФ которого имеет вид:

$$L[\xi] = \prod_{i=1}^{n}[1+\int p_i(s)\xi(s)ds] \quad (15)$$

В соответствии с (14), ожидаемый средний ущерб от такого потока целей имеет вид:

$$R[L] = \int c(s^*)\{1\text{-}L[\text{-}w(s/s^*)]\}ds^* =$$

$$= \int c(s^*)\{1\text{-}\prod_{i=1}^{n}[1 - \int p_i(\mathrm{s})w(s/s^*)ds]\}ds^* \qquad (16)$$

Разложим произведение, входящее в данное выражение, в ряд:

$$\prod_{i=1}^{n}[1 - \int p_i(s)w(s/s^*)ds] = 1\text{-}\sum_{i=1}^{n} \int p_i(s)w(s/s^*)ds +$$

$$+ \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} \int p_i(\mathrm{s})w(s/s^*)ds \int p_j(s)w(s/s^*)ds \text{ -}\ldots$$

В итоге (16) принимает вид:

$$R[L] = \sum_{i=1}^{n} \int c(s^*)\int p_i(s)w(s/s^*)dsds^* \text{ -}$$

$$\text{- } \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} \int c(s^*)\int p_i(s)w(s/s^*)ds\int p_j(s)w(s/s^*)dsds^* \qquad (17)$$

Первое слагаемое в этом выражении представляет собой сумму ущербов, потенциально наносимых каждой гипотетической целью по отдельности. Второе слагаемое – поправка, возникающая в случае, если какие-то две цели падают достаточно близко друг к другу и это влияет на величину суммарного наносимого ущерба. Третье и последующие слагаемые учитывают эффекты, возникающие при совместном воздействии трех и более БЧ.

Если ограничиться потоком целей с непересекающимися зонами разрушений, то второе и последующие слагаемые в (17) будут пренебрежимо малыми и их можно не учитывать.

В этом случае

$$R[L] = \sum_{i=1}^{n} \int c(s^*)\int p_i(s)w(s/s^*)dsds^* = \sum_{i=1}^{n} R_i \;, \qquad (18)$$

R_i можно рассматривать как меру опасности $i -$ й гипотетической цели. При вычислении этой величины в случае необходимости можно учесть наличие средств пассивной обороны, наличие БЧ разных классов, возможность маневрирования целей. Это может быть достигнуто элементарной подстановкой в итоговые формулы частных моделей, например, приведенных выше, в разделах 2,3,4 – формулы (2), (5-10).

7. Активная оборона

Физическое содержание активной обороны состоит в оперативной организации противодействия средствам нападения, нанесении повреждений боевым частям БР и аэродинамическим носителям, создании помех системам управления и наведения и прочих физических воздействиях, приводящих к снижению или полной ликвидации способности атакующих целей к нанесению ущерба обороняемой стороне. Совокупность операций активного противодействия средствам нападения принято называть перехватом, а соответствующие технические средства –перехватчиками.

Перехват может осуществляться разнообразными средствами, в том числе с помощью противоракет (ПР) или управляемых снарядов. Эффективность противодействия u характеризуется коэффициентом снижения наносимого ущерба

$$w(s/s^*, u) = w(s/s^*)[1 - \rho(u/s^*)] \tag{19}$$

Здесь u – параметр, характеризующий выбранную меру противодействия, $\rho(u/s^*)$ – вероятность перехвата цели с точкой падения s^* при организации противодействия с параметром u . При многократном (многоканальном) противодействии с параметрами $u_1,\ldots,u_n$, полагая результаты воздействия по разным каналам статистически независимыми, имеем:

$$1-\rho(u_1,\ldots,u_n) = \prod_{j=1}^{n}[1 - \rho(u_j/s^*)] \tag{20}$$

В итоге получаем:

$$w(s/s^*, u_1,\ldots,u_n) = w(s/s^*)\prod_{j=1}^{n}[1 - \rho(u_j/s^*)] \tag{21}$$

Эффективность многоканального противодействия по многим целям при этом будет определяться соотношением:

$$1-w(s/s_1^*,\ldots,s_n^*, u_1,\ldots,u_m) = \prod_{i=1}^{n}\{1 - w(s/s_i^*)\prod_{j=1}^{m}[1 - \rho(u_j/s_i^*)]] \tag{22}$$

Следует также учесть, что реализация любого противодействия u сопряжена с определенными затратами $V(u)$. Вполне приемлемой представляется аддитивная модель суммарных затрат при многоканальном противодействии:

$$\boldsymbol{V_m}(u_1,\ldots,u_m) = \sum_{j=1}^{m} V_1(u_j) \qquad (23)$$

Предотвращенный ущерб

Предотвращение или снижение ущерба при воздушно-космическом нападении является основной задачей системы обороны. Математическое ожидание предотвращенного ущерба при наличии потока целей имеет вид:

$$\Delta W[L/u_1,\ldots,u_m] =$$

$$= \int c(s^*)\{L[-\,w(s/s^*)] - L[-w(s/s^*)\prod_{j=1}^{m}[1-\rho(u_j/s^*)]\}ds^* + \sum_{j=1}^{m} V(u_j) \qquad (24)$$

Зная аналитическое выражение для ПФ потока целей, несложно получить выражение для предотвращенного ущерба. Максимизируя это выражение путем подбора параметров m и $u_1,\ldots,u_m$, найдем оптимальное противодействие, обеспечивающее максимальную величину предотвращенного ущерба.

В разделе 7 мы уже начали рассмотрение потока Бернулли в качестве примера, наиболее часто встречающегося в радиолокационных системах. Продолжим рассмотрение данного примера. Считая поток достаточно разреженным, когда взаимным влиянием соседних целей можно пренебречь, и воспользовавшись приближением (18), получаем:

$$\Delta W[L/u_1,\ldots,u_m] =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \int c(s^*) \int p_i(\mathrm{s}) w(s/s_i^*)\{1-\prod_{j=1}^{m}[[1-\rho(u_j/s_i^*)]\}ds ds^* - \sum_{j=1}^{m} V(u_j) \qquad (25)$$

Максимизируя это выражение по $\{m;u_1,\ldots,u_m\}$, получим оптимальный набор обстреливаемых целей. В упрощенном варианте, когда на каждую гипотетическую цель выделяется не более одной ПР, (25) распадается на сумму независимых слагаемых, каждое из которых может максимизироваться независимо от других:

$$\Delta W_j = \int c(s_j^*) \int p_j(s_j^*) w(s/s_j^*) \rho(u_j/s_j^*) ds ds_j^* - V(u_j) \qquad (26)$$

При этом процедура выбора оптимального противодействия u предельно упрощается. ПР на поражение гипотетической цели назначается лишь тогда, когда предотвращенный ущерб с учетом затрат на противодействие положителен, то есть

$$\int c(s_j^*)\int p_j(s_j^*)w(s/s_j^*)\rho(u_j/s_j^*)dsds_j^* \geq V(u_j), \quad (27)$$

после чего среди возможных u_j, удовлетворяющих неравенству (27), выбирается такое, которое максимизирует ΔW_j.

Выражение в левой части (27) представляет собой достаточную статистику, объединяющую в своем составе достигнутую степень достоверности обнаружения цели, достигнутую точность прогнозирования ее траектории и размеров зоны разрушений, расчетную точность наведения ПР на цель. Подставив в формулу (27) конкретные выражения для входящих в нее функций, получим числовое решение. Если при этом воспользоваться полигауссовской аппроксимацией, то искомое решение может быть получено в аналитическом виде.

В частности, если взять для иллюстрации одномерную модель (считая переменные s и s^* скалярными величинами), формула (27) приобретает вид:

$$cpw_{max}\frac{\sigma_w\sigma_u}{\sqrt{\sigma_s{}^2+\sigma_u{}^2}} \geq V(u). \quad (28)$$

Здесь $\text{c} = \text{c}(s)$ – локальная плотность на распределенном объекте;

P – мера достоверности (апостериорная вероятность) обслуживаемой гипотетической цели;

w_{max}=$w(s/s)$, (эта величина, как правило, близка к 1);

σ_w – среднеквадратическая ширина зоны разрушений, наносимых атакующей целью;

σ_s – среднеквадратическая погрешность определения расчетной траектории гипотетической атакующей цели;

σ_u – среднеквадратическая ошибка наведения ПР.

В случае, когда обороняемый объект – точечный, с интегральной ценностью *С,* решающее правило будет иметь вид:

$$C\frac{w_{max}p\sigma_u}{\sqrt{\sigma_s{}^2+\sigma_u{}^2}} \geq V(u) \quad (29)$$

Приведенные формулы наглядно иллюстрируют простоту и наглядность результатов применения вышеизложенной методики. В многомерном случае мы получим аналогичное выражение, но только более громоздкое из-за использования матричных функций.

Заключение

Предлагаемый подход существенно расширяет возможности решения задач, ранее не поддававшихся аналитическому решению. В частности, он позволяет оперировать со случайными потоками целей, в том числе маневрирующих и разделяющихся, а также осмысленно подходить к проблеме оптимизации принимаемых решений, исходя из реальных физических последствий их принятия. Предлагаемая методика не ограничивается рассмотренным приложением. Она открывает принципиальные возможности существенного расширения сферы приложений фундаментальных достижений теории статистических решений.

Основные результаты данной работы были обсуждены на научно-технической конференции «VII Репинские чтения» в ПАО «Мак «Вымпел»".

Литература

1. Вальд А. Статистические решающие функции. Позиционные игры. / пер. с англ. М,:Наука, 1967. 223 с.
2. Дружинин В.В., Конторов Д.С. Системотехника. М. Радио и связь. 1985.
3. Большаков И.А. Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума. М. Советское радио. 1969. С.569.
4. Бакут П.А., Жулина Ю. В., Иванчук Н.А. Обнаружение движущихся объектов. М. Советское радио.1980. 294 с.
5. Горевич Б.Р. Анализ новых направлений развития ПРО США в свете принятой американской стратегии ПРО. Вестник воздушно-космической обороны. 2019. №2(22).

Для цитирования:
Иванчук Н.А. Аналитические модели в задачах проектирования и оптимизации сложных технических систем. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2020. №7. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.7.1