

УДК 621.37

ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТЕЙ СЛУЧАЙНЫХ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ

Е. С. Саркисян

Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН,
125009 Москва, ул. Моховая, 11-7

Статья поступила в редакцию 1 марта 2018 г., после доработки – 15 июня 2018 г.

Аннотация. Рассмотрена обработка стационарной последовательности случайных временных интервалов с применением нелинейного преобразования их длительностей. Приведена система уравнений, предельная форма которых имеет решением искомые моменты. Для частного случая последовательности интервалов с равномерным распределением их длительностей приведен ожидаемый результат измерений по предлагаемой схеме.

Ключевые слова: обработка временных интервалов случайной длительности, измерение моментов распределения.

Abstract. Processing of a stationary train of random time intervals employing nonlinear transformation of the length of each interval aimed at eventually getting the interval distribution moments is discussed. The transformation is set to be following exponential law for reasons of materialization simplicity and accuracy. A set of equations is indicated, of which the limit form solution provides the moments in question. Two options of managing the equations, as well as the respective systematic error issue, are discussed, the error in one case heavily relying on one's individuality. An outline of a construction for carrying out the proposed measurements is shown. It contains interval transformation units and an averaging device. No time to digit conversion is implied. This secures expansion of the range of intervals being processed into a shorter time domain as compared with a digital case. Some thoughts are shared regarding realization of the transformation units. Noted are ones based on peculiarities of the magnetization cycle of magnetic materials. For the case of processing uniformly distributed time intervals the anticipated results are presented and commented.

Key words: processing random length time intervals, measuring of distribution moments.

Введение

Измерение временных интервалов занимает значительное место в электронных измерениях. При измерениях неизбежно возникает вопрос учета явно или неявно присутствующего “шума”, влияющего на результат измерений. Как следствие, оказывается необходимым проведение многократных измерений и определенной обработки результатов, то есть, получение статистик. Обработка, во всяком случае, включает вычисление среднего значения и разброса полученных результатов, то есть, определение оценок моментов распределения регистрируемых значений интервала. Более детальная обработка может потребоваться при измерении флуктуирующих интервалов, несущих информацию о физической природе некоторого явления, когда необходимо знание функции распределения вероятностей или набора моментов интервалов.

Такова ситуация, например, при исследованиях флуктуаций света. В теории и на практике для характеризования случайного точечного процесса, каким представляется выход однофотонных детекторов, рассматривается распределение вероятностей временных интервалов между последовательными одноэлектронными импульсами фотодетектора [1] или равноценный набор моментов.

Исследования затухания люминесценции или формы коротких световых импульсов (см., например, [2]) проводятся по известной однофотонной методике, состоящей в получении распределения интервалов времени между некоторым стартовым импульсом и моментом появления первого одноэлектронного импульса на выходе детектора. Дисперсия временного положения отраженного сигнала локационной системы, в частности, центра тяжести группы одноэлектронных импульсов лидара [3] является предметом исследований по повышению точности локатора.

С целью статистического анализа часто в интервалы времени конвертируются (преобразователи “аналог-время”) разные физические величины. В частности к статистическому анализу временных интервалов, вырабатываемых в процессе обработки некоторого исходного сигнала, сводятся функции и широко используемых с середины прошлого века, особенно, в ядерной измерительной технике многоканальных амплитудных анализаторов, содержащих преобразователи аналог-цифра [4].

Статистический анализ, осуществляемый с помощью описанного ниже устройства, состоит в измерении моментов временных интервалов (или моментов распределения вероятностей) без необходимости привлечения преобразования аналог-цифра. Это расширяет диапазон обрабатываемых интервалов в сравнении с цифровой обработкой в сторону меньших времен. Предполагается, что интервалы генерируются источником, работающим в неизменных физических условиях, что и позволяет говорить о распределении вероятностей.

Принцип измерения

Предлагаемая обработка интервалов достигается конструкцией, схематически изображенной на рис.1. Исследуемые интервалы могут задаваться на ее входе, например, прямоугольными импульсами соответствующей длительности T ($0 < T \leq T_{max}$). В каждом из M прямоугольников столбца преобразователей отдельный интервал до поступления следующего интервала преобразуется в удобную для дальнейшей обработки физическую величину q по закону $q/q_0 = 1 - e^{-\alpha T}$, где q_0 максимально достижимое значение q , α - положительное число - параметр, характеризующий выбранный преобразователь. Выбор закона преобразования обусловлен практической простотой и точностью его осуществления посредством многих элементарных физических процессов установления (релаксации) равновесного состояния. В последующем величины, относящиеся к некоторому преобразователю, будут отмечаться отдельным индексом. Таким

образом, при выбранном законе преобразования конструкцию характеризует набор из M пар параметров α_s, q_{s0} ($s = 1, 2 \dots M$).

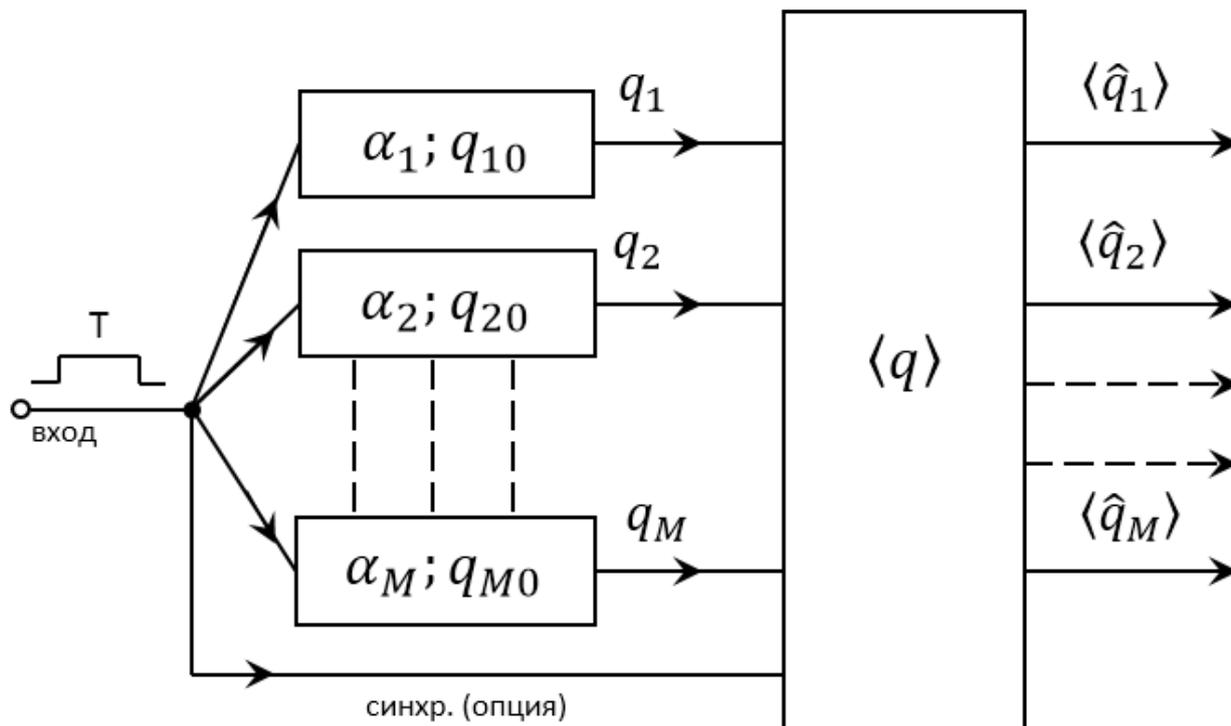


Рис.1 Блок-схема устройства обработки интервалов

В прямоугольнике, отмеченном символом $\langle q \rangle$, осуществляются усреднения преобразованных величин, соответствующих каждому преобразователю, по множеству (обозначаемые в дальнейшем угловыми скобками) каждой из величин q_s , поступающих на его вход, и выдача соответствующего результата $\langle \hat{q}_s \rangle$. В этот же блок может поступать и входной сигнал для нужд, например, синхронизации. Искомые моменты получаются вычислениями над $\langle \hat{q}_s \rangle$.

Представляя экспоненту в указанном выше законе преобразования степенным рядом [5, с.350] можно убедиться, что среднее значение преобразованной величины некоторого выбранного канала q_s и моменты случайных длительностей интервалов связаны соотношением

$$\langle q_s \rangle / q_{s0} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \gamma_{sk} \quad (1)$$

где $\gamma_{sk} = \langle (\alpha_s T)^k \rangle / k!$.

Таким образом, отмеченной конструкции сопоставимы M равенств (1). Они же могут рассматриваться как уравнения для определения (с некоторой неопределенностью) первых M моментов длительностей при неизвестном источнике. Для этого следует учесть, что для каждого s при известном, ограниченном, во всяком случае, аппаратурными возможностями, диапазоне флуктуаций регистрируемых длительностей может быть указан интервал численных значений для разности между бесконечной суммой и первыми M слагаемыми суммы в (1) [5, с.350]. Такие разности, будучи представлены в (1) в виде неких чисел, войдут и в решение системы уравнений. Таким образом, такому вполне корректному подходу присуща неопределенность результата, не зависящая от характера флуктуаций длительностей. Неопределенность из-за конечного объема выборки обрабатываемых интервалов здесь затрагиваться не будет.

Возможен также упрощенный подход, заключающийся в пренебрежении упомянутыми разностями (то есть, остатками каждого из указанных выше рядов после M -го члена) при выборе достаточно больших M , и оперировании системой уравнений

$$\langle \hat{q}_s \rangle / q_{s0} = \sum_{k=1}^M (-1)^{k+1} \gamma_{skM} \left(\gamma_{skM} / \gamma_{(s-1)kM} = \alpha_s^k / \alpha_{s-1}^k, \quad s \neq 1 \right) \quad (2)$$

разрешаемой, например, относительно γ_{1kM} , имеющих при всех M такой же вид как соответствующие γ_{1k} , но с необходимой для непротиворечивости с системой (1) заменой k -го искомого момента на некоторую представляющую его величину. Эта последняя подсчитывается после разрешения системы (2) и принимается за измеренный k -ый момент длин интервалов. Пренебрежение может делаться, в частности, при необходимости сократить количество производимых вычислительных операций. При этом, представление о надежности результатов должно основываться на накопленном опыте таких

измерений и на результатах для заранее просчитанных различных ситуаций. Подобное положение вещей не является исключительным, например, при обработке статистических данных [7].

Имеет смысл отметить формальную связь γ_{skM} и γ_{sk} . При $M \rightarrow \infty$ соответствующие последовательности все разрастающихся систем уравнений (2) в итоге принимают вид (1) (при снятом ограничении на s). Соответственно, для каждого k последовательность единственных решений, например, для γ_{1kM} , стремится к соответствующему решению предельной системы, каковым является γ_{1k} , причем, текущие решения сколь угодно близки к последнему начиная с некоторого M . (Здесь, по существу, упоминается бесконечная система линейных алгебраических уравнений. Такая математическая конструкция может быть полезна и в чисто физической задаче, как отмечено в одном обзоре (Б.М.Болотовский, Г.В.Воскресенский) в УФН 1968г.)

Численный пример

Задавшись равномерным распределением вероятностей в указанном ранее интервале значений T , система (2) при $M = 4$ была решена с подстановкой в левые части уравнений истинных ожидаемых в соответствующем эксперименте средних преобразованных величин. Именно, были вычислены γ_{124} , γ_{134} и γ_{144} .

В литературе по статистике первые четыре момента случайных величин обособлены наличием применяемых на практике методов Пирсона и Джонса [6,7] по подбору функций распределения вероятностей по известным четырем их моментам. Первый момент временных интервалов измерим достаточно точно более простыми в сравнении с предлагаемой конструкцией устройствами. Поэтому система (2) была разрешена относительно указанных неизвестных используя только три уравнения при заданном γ_{114} .

Результаты приведены на рис.2.

На графике по оси абсцисс отложены значения αT_{max} , где α - параметр для одного, условно - первого из преобразователей $T \rightarrow q$ при параметрах

других - 2α и 3α . Значения γ_{1k} задаются дробью $\frac{(\alpha T_{max})^k}{(k+1)!}$. Результат для γ_{144} , “достигнутый” этим смоделированным измерением, в отличие от γ_{124} , очевидно, следует признать непригодным для использования в упомянутых процедурах подбора распределений вероятностей. Полученный результат указывает на необходимость сохранения большего числа членов в сумме в (2) в практических ситуациях, предположительно близких к рассмотренной.

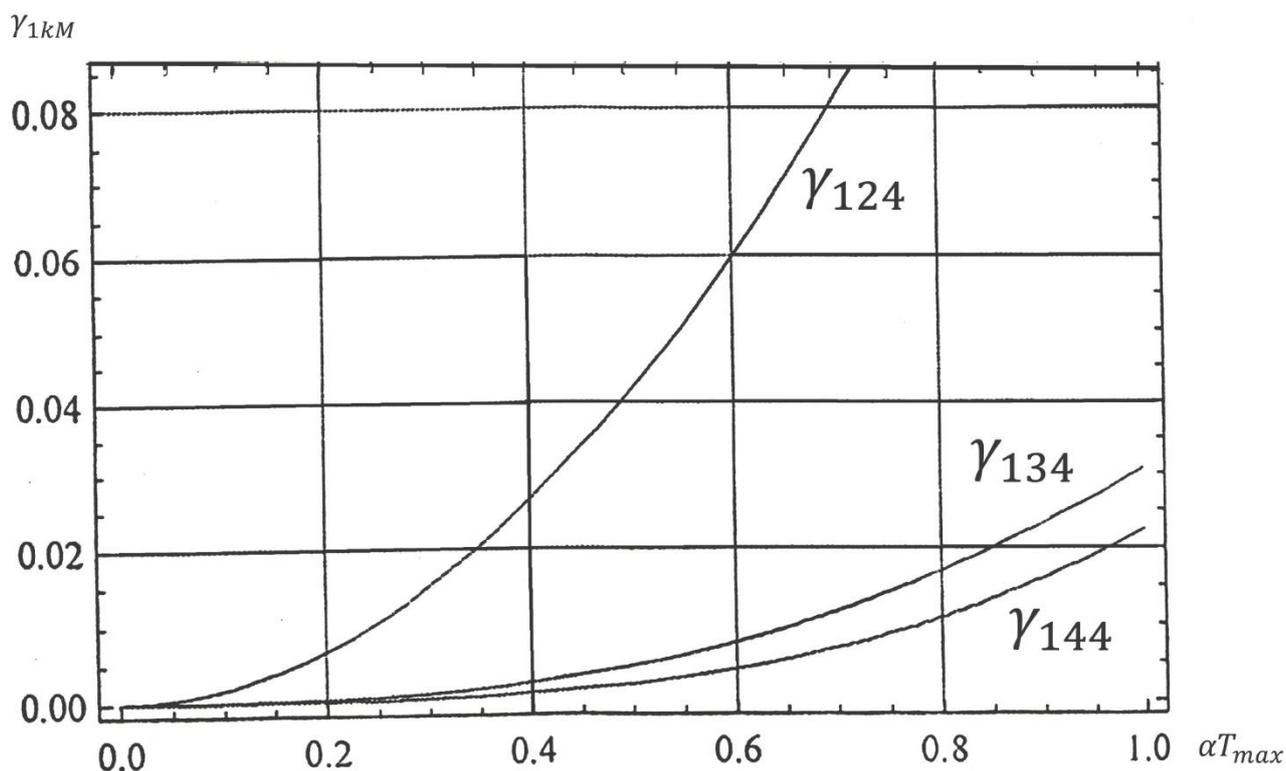


Рис.2 Решения системы (2) при $k = 2, 3, 4$

Возможности практической реализации

Для осуществления конструкции, разумеется, может быть применен инструментарий разных областей техники. В частности, заслуживает внимания использование особенностей (частные циклы, шумы) процесса намагничивания магнетиков для обеспечения требуемой в преобразователях нелинейности.

Важным фактором, ограничивающим количество используемых в конструкции преобразователей, очевидно, является стабильность характеристик преобразования. При однотипных используемых преобразователях возможен случай предсказуемого дрейфа всего комплекта характеристик. Тогда вместо

мер схемной коррекции может оказаться предпочтительной регистрацией дрейфа, то есть, “привязка” одной-двух характеристик с последующей коррекцией вычислений.

Спонтанное излучение невзаимодействующих атомов обеспечивает требуемую зависимость интенсивности излучения от времени, истекшего с момента возбуждения атома, и одновременно излучение устойчиво к внешним воздействиям, не нарушающим структуру уровней энергии атома [8,9]. (Автору не удалось выяснить временные соотношения в другом оптическом процессе: “фотон – стимулируемый атом – индуцированный фотон”. При соблюденных известных оговорках касательно параметров последнего временная картина может быть разной.) Пригодность оптоэлектронных преобразователей будет зависеть от соотношения сложности их и достигаемой стабильности. Должны быть удовлетворены определенные требования к точности представления результата каждой арифметической операции – вопрос округления его. Причина – разрыв в порядках вовлекаемых в вычисления и получаемых в результате вычислений чисел.

Существует возможность иных вычислений над выходом описанной конструкции. Большой набор преобразователей, в принципе, допускает сопоставление полученным $\langle \hat{q}_s \rangle$ функции распределения длин исследуемых интервалов и, при желании, дополнительно рассчитанных уже из этой функции моментов. Для этого учитывается тот факт, что каждое $\langle \hat{q}_s \rangle$ – это измеренная точка преобразованной по Лапласу функции распределения вероятностей длин интервалов. Применительно к исследованию статистик фотоотсчетов такая ситуация рассмотрена в [10].

Заключение

Предложена процедура статистической обработки последовательности временных интервалов случайной длины, позволяющая определять моменты вероятностного распределения длин. Обработка производится по ряду каналов и включает в себя определенное нелинейное преобразование длин. Требуемые преобразования практически производятся во многих физических системах в

ходе процессов установления равновесного состояния. Приведена блок-схема соответствующих устройств и указана система описывающих их уравнений. Решение системы несет информацию об искомым моментах.

Проверена “работоспособность” упрощенной системы уравнений для случая 4-канальной обработки последовательности и равномерного распределения длин интервалов. Получено хорошее соответствие найденных решений системы истинным величинам для второго и третьего моментов, но не для четвертого момента. Это является указанием на необходимость применения большего числа каналов обработки в подобных ситуациях.

При обработке коротких интервалов (субнаносекундный диапазон) предложенный метод не требует манипуляций (нониусное измерение, растяжка на конденсаторе), необходимых в общеизвестных измерениях. Исключаются существенные потери рабочего времени. Поэтому кроме аппаратурной простоты достижима и большая средняя частота обработки интервалов.

При наличии простых методов измерения моментов распределений и соответствующих интегральных микросхем может произойти коренное изменение характера статистического анализа: замена превалирующего в настоящее время перехода от распределений к моментам на обратный.

Автор выражает признательность проф. В.Г.Шаврову за поддержку данной работы.

Литература

1. Л.Мандель, Э.Вольф. Оптическая когерентность и квантовая оптика. М.: Физматлит, 2000, 816с.
2. В.А.Каплин, В.В.Кушин, Е.Ф.Макляев, С.Н.Федотов, Ю.А.Геверовский. Применение кремниевых фотоумножителей для исследования формы коротких световых импульсов однофотонным методом // Приборы и техника эксперимента, 2012, №6, С.85-91.
3. Е.В.Бурый, Ю.П.Смирнова. Влияние квантового характера регистрации излучения малой интенсивности на погрешность измерения расстояний в

- импульсной лазерной локации // Квантовая электроника, №12, С.1147-1151.
4. W.A.Ross. A Multichannel Pulse-Height Analyzer with a Very Fast Analog-Digital Converter // Hewlett-Packard Journal, March 1968, pp.11-15.
 5. М.Я.Выгодский. Справочник по высшей математике. М.: Наука, 1972, 872 с.
 6. А.И.Кобзарь. Прикладная математическая статистика. М.: Физматлит, 2006. 816 с.
 7. В.И.Тихонов. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982, 624 с.
 8. Э.В.Шпольский. Атомная физика. Т.1. М.: Изд. Физико-математической литературы, 1963, 576 с.
 9. Н.В.Карлов, Н.А.Кириченко. Начальные главы квантовой механики. М.: Физматлит, 2006.
 10. С.А.Ахманов, Ю.Е.Дьяков, А.С.Чиркин. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981, 640 с.

Для цитирования:

Е. С. Саркисян. Измерение моментов распределения длительностей случайных временных интервалов. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 6. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jun18/3/text.pdf>
DOI 10.30898/1684-1719.2018.6.3