DOI https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.6.7
УДК 621.396.018.424

МЕТОД НЕЛИНЕЙНОГО КОДОВОГО УПЛОТНЕНИЯ МНОГОФАЗНОЙ ГРУППОВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

О. Ю. Бердышев

16 Центральный научно-исследовательский испытательный ордена Красной Звезды институт имени маршала войск связи А.И. Белова Министерства обороны РФ, 141006, Московская обл., г Мытищи, ул. Комарова, 5

Статья поступила в редакцию 4 июня 2021 г.

Аннотация. В работе рассмотрено обобщение метода нелинейного кодового уплотнения двоичной групповой последовательности для r – фазных групповых последовательностей. Для формирования r – фазной групповой последовательности с постоянной мощностью из многофазной суммарной групповой последовательности, состоящей из суммы r – фазных информационных ортогональных последовательностей, применяется переход в комплексное пространство, использование определенных интегралов и преобразование декартовой системы координат при повороте на заданный угол. В результате этого многофазные суммарные групповые последовательности отображаются в r – фазные групповые последовательности с постоянной мощностью, которые содержат информационные ортогональные r – фазные последовательности, входящие в эти суммарные групповые последовательности. Получены аналитические выражения r – фазных групповых последовательностей с постоянной мощностью для четных значений r, а для $r = 4$ получены конечные формулы групповых последовательностей с постоянной мощностью при нечетном количестве информационных ортогональных последовательностей в суммарных групповых последовательностях. Рассматриваемый метод нелинейного кодового уплотнения многофазной групповой последовательности может быть применен для увеличения пропускной способности каналов связи с нелинейным кодовым уплотнением.

Ключевые слова: нелинейное кодовое уплотнение, многофазная суммарная групповая последовательность, r - фазная групповая последовательность, r - фазная информационная ортогональная последовательность, сектор комплексного пространства, коэффициент корреляции.

Abstract. This paper presents the generalization of the method of nonlinear code multiplexing of a binary group sequence is considered for the r – phase group sequences. A transition to a complex space, as well as using definite integrals, and conversion of the Cartesian chart while turning at a set angle are used to form the r – phase group sequence with a constant power from the multiphase summary group sequence, which consist of the sum of the r – phase information orthogonal sequences. As a result, the multiphase summary group sequences are mapped to the r-phase group sequences with constant power, which contain the information orthogonal r-phase sequences which are a part of these summary group sequences. Analytical expressions of the r – phase group sequences with constant power are obtained for even values of r. If the r is 4 the final formulas of group sequences with the constant power at the odd quantity of the information orthogonal sequences in the summary group sequences is obtained. The method of nonlinear code multiplexing of a multiphase group sequence considered in this paper, can be applied to increase capacity of communication channels with nonlinear code multiplexing.

Keywords: nonlinear code multiplexing, multiphase summary group sequence, r-phase group sequence, r-phase information orthogonal sequence, complex space sector, correlation coefficient.

В [1] предложен метод нелинейного кодового уплотнения групповой последовательности и линейного кодового разделения абонентов для двоичных ортогональных последовательностей, умноженных на информационные двоичные сигналы [2, 3]. В результате этого полученная двоичная групповая последовательность содержала передаваемые информационные ортогональные последовательности с коэффициентами, рассчитанными в [1]. Рассмотрено обобщение метода нелинейного кодового уплотнения r – фазной групповой последовательности (ГП), для формирования которой используется многофазная суммарная групповая последовательность, состоящая из суммы информационных ортогональных r – фазных последовательностей, полученных умножением r – фазных информационных сигналов на ортогональные r – фазные последовательности. В качестве ортогональных r – фазных последовательностей могут использоваться, например, функции Виленкина–Крестенсона (ВКФ) [4].

Элементы r – фазных ортогональных последовательностей, r – фазные информационные сигналы и элементы r – фазных ГП описываются дискретными экспоненциальными функциями (ДЭФ) [4] с одним фиксированным аргументом, равным 1, и периодом r

$$g^k = def(k, 1), \tag{1}$$

где $k = \overline{0, r-1}$, - дискретная фаза ДЭФ g^k,

$$g^k = exp\,(j\,(2\pi k/r)), \tag{2}$$

j - мнимая единица.

Из (2) следует, что r – фазные ГП имеют постоянную мощность

$$\left|g^k\right| = 1. \tag{3}$$

Пусть необходимо передать J информационных r – фазных сигналов $B_{l,j}$

$$B_{l,j} \in (g^0, \ldots, g^k, \ldots, g^{r-1}); \tag{4}$$

где $j = \overline{1, J}$; $J < N$; с помощью r – фазной групповой последовательности $U_l(t)$ длиной N

$$U_l(t) = \sum_{i=1}^{N} u_{l,i}\,\tau(t - i\Delta); \tag{5}$$

где $u_{l,i} \in (g^0, \ldots, g^k, \ldots, g^{r-1})$; $\tau(t)$ – прямоугольный импульс (чип) лительности Δ.

Для передачи каждого информационного сигнала $B_{l,j}$ используется соответствующая r – фазная ортогональная последовательность $G_j\ (t)$, формирование которой начинается с расчета суммарной групповой последовательности $E_l(t)$.

$$E_l(t) = \sum_{j=1}^{J} B_{l,j}\, G_j\,(t), \tag{6}$$

где

$$G_j(t) \;=\; \sum_{i=1}^{N} g_{j,i}\, \tau(t - i\Delta); \tag{7}$$

$g_{j,i} \in (g^0\ , \ldots, g^k, \ldots\ , g^{r-1})$ - i - й элемент этой последовательности,

$B_{l,j}G_j(t)$ - j–я информационная ортогональная последовательность.

Запишем (6) в виде последовательности элементов суммарной групповой последовательности

$$E_l(t) \;=\; \sum_{i=0}^{N-1} e_{l,i}\, \tau(t - i\Delta)\ , \tag{8}$$

где

$$e_{l,i} = \sum_{j=1}^{J} B_{l,j}\, g_{j,i}. \tag{9}$$

Элементы информационной ортогональной последовательности

$$B_{l,j}g_{j,i} = x_{l,j,i} + \ \jmath y_{l,j,i}, \tag{10}$$

где $x_{l,j,i}$ – действительная часть $B_{l,j}g_{j,i}$, $y_{l,j,i}$ – мнимая часть $B_{l,j}g_{j,i}$.

На Рис.1 показано разделение всего комплексного пространства возможных значений элемента суммарной последовательности $e_{l,i}$ на четыре сектора 0 - 3 между векторами ω_1 - ω_4. В каждом секторе выделена соответствующая ДЭФ $g^k \in (g^0, \ldots\ ,\ g^3)$, которая находится в центре сектора.

Для формирования r – фазных групповых последовательностей $U_l(t)$ с постоянной амплитудой необходимо каждый элемент суммарной последовательности $e_{l,i}$, попавший в какой-либо из r секторов преобразовать в соответствующую этому сектору ДЭФ g^k. Введем нелинейную функцию $f_r(x)$, которая отображает все точки каждого из r секторов в ДЭФ g^k данного сектора. Применяя эту функцию к элементам суммарной групповой последовательности, получим элементы групповой последовательности

$$u_{l,i} \;=\; f_r(e_{l,i}), \tag{11}$$

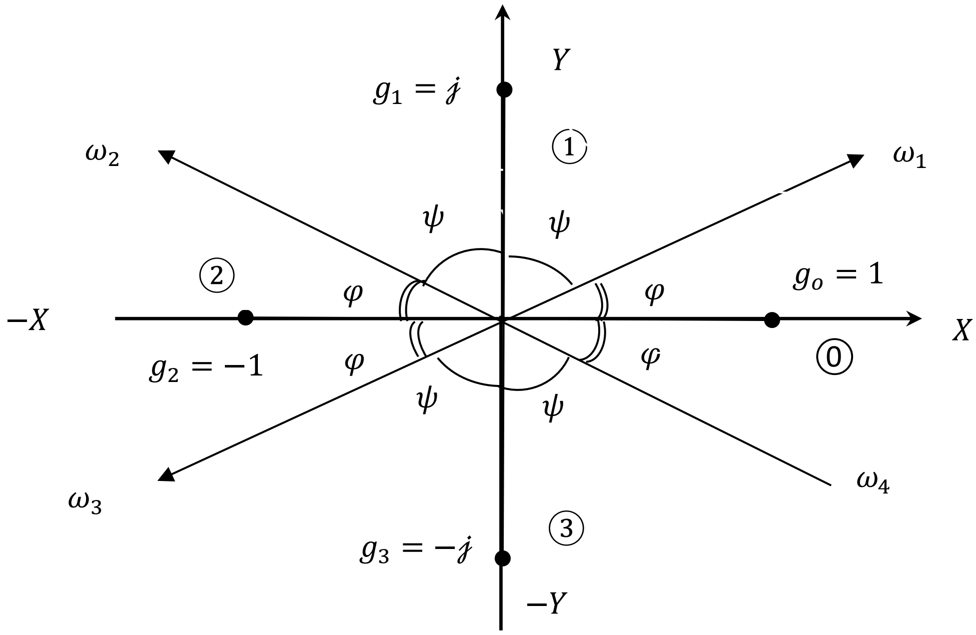

Рис. 1. Четыре сектора комплексного пространства.
0 - 3 - номера секторов,
ω_1 - ω_4 – вектора, разделяющие сектора.

Применим к каждому элементу суммарной групповой последовательности $E_l(t)$ нелинейную функцию $f_r(x)$ и обозначим полученный нелинейный оператор через $F_r(x)$

$$U_l(t) = F_r\ (E_l(t)), \tag{12}$$

В дальнейшем суммарную групповую последовательность будем обозначать E_l, а соответствующую ей групповую последовательность U_l.

Вывод математических формул для нелинейных операторов F_r производится с использованием функционала [5].

$$\Omega(x,y) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{1}{z}sin(Xz)\,cos(Yz)\partial z = \begin{cases} 1 \ \text{при}\ X > Y > 0; \\ 0{,}5\ \text{при}\ X = Y > 0; \\ 0 \quad \text{при}\ Y > X > 0. \end{cases} \tag{13}$$

Преобразуя функционал (13) для нашей задачи, из Рис. 1 получим отдельные формулы для $F_r(x)$ в различных секторах. Рассмотрим варианты, при которых количество информационных сигналов J - нечетное. Это необходимо, чтобы в (13) исключить вариант $X = Y$.

Преобразованный функционал (13), отображающий все точки начального сектора ⓪ между векторами ω_1 и ω_4 в ДЭФ $g^0 = 1$, а также отображающий все точки зеркального сектора ② между векторами ω_2 и ω_3 в ДЭФ $g^2 = -1$, примет вид

$$\Omega(Xtg(\varphi), Y) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{1}{z}sin(Xtg(\varphi)z)\,cos(Yz)\partial z; \tag{14}$$

где X – действительная координата любой точки в этих секторах,

Y – мнимая координата любой точки в этих секторах,

φ - угол между осью X и векторами ω_1 - ω_4, $0 < \varphi < \pi/2$.

Преобразованный функционал (13), отображающий сектор ① между векторами ω_1 и ω_2 в ДЭФ $g^1 = j$, а также отображающий зеркальный сектор ③ между векторами ω_3 и ω_4 в ДЭФ $g^3 = -j$, примет вид

$$\Omega(Y, Xtg(\psi)) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{1}{z}sin(Yz)\,cos(Xtg(\psi)z)\partial z; \tag{15}$$

где ψ - угол между осью Y и векторами ω_1 - ω_4, $0 < \psi < \pi/2$.

Из (14) получен функционал для начального сектора ⓪

$$Q(Xtg(\varphi), Y) = \frac{1}{2}\Omega(Xtg(\varphi), Y)[\,\Omega(Xtg(\varphi), Y) + 1]; \tag{16}$$

Применяя преобразование декартовой системы координат [6] при повороте на угол φ_μ из (14) – (16) получены обобщенные формулы нелинейных операторов F_r для любого целого r.

$$F_r = \sum_{\mu=0}^{r-1}(cos\varphi_\mu + j sin\varphi_\mu)\,[Q\left(X_\mu tg\left(\frac{\varphi_\mu}{2}\right), Y_\mu\right), \tag{17}$$

где

$$X_\mu = Xcos\varphi_\mu + Ysin\varphi_\mu; \tag{18}$$

$$Y_\mu = Ycos\varphi_\mu - Xsin\varphi_\mu; \tag{19}$$

$$\varphi_\mu = 2\pi\mu/r, \quad \mu = 0, 1, \dots, r-1. \tag{20}$$

Комбинируя (14) - (16), при четном r получены более простые формулы нелинейных операторов F_r для различного количества фаз групповой последовательности.

При $r = 4ř$,

$$F_r = (cos\phi_o - cos\phi_2)\Omega(Xtg(\phi_1), Y) + (cos\phi_2 - cos\phi_4)\Omega(Xtg(\phi_3), Y) + \dots$$

$$+ (cos\phi_{r/2-2} - cos\phi_{r/2})\Omega(Xtg(\phi_{r/2-1}), Y) -$$

$$-ⅉ\,[\,(sin\phi_o - sin\phi_2)\Omega(Y, Xtg(\phi_1)) + (sin\phi_2 - sin\phi_4)\Omega(Y, Xtg(\phi_3)) + \dots$$

$$+ (sin\phi_{r/2-2} - sin\phi_{r/2})\Omega(Y, Xtg(\phi_{r/2-1})); \tag{21}$$

где $\phi_\gamma = \gamma\pi/r$, $\gamma = 0, 1, \dots, r/2$.

При $r = 4ř - 2$,

$$F_r = (cos\phi_o - cos\phi_2)\Omega(Xtg(\phi_1), Y) + (cos\phi_2 - cos\phi_4)\Omega(Xtg(\phi_3), Y) + \dots$$

$$+ (cos\phi_{r/2-3} - cos\phi_{r/2-1})\Omega(Xtg(\phi_{r/2-2}), Y) + cos\phi_{r/2-1})\Omega(X, 0) -$$

$$-ⅉ\,[\,(sin\phi_o - sin\phi_2)\Omega(Y, Xtg(\phi_1)) + (sin\phi_2 - sin\phi_4)\Omega(Y, Xtg(\phi_3)) + \dots$$

$$+ (sin\phi_{r/2-3} - sin\phi_{r/2-1})\Omega(Y, Xtg(\phi_{r/2-2})); \tag{22}$$

Из (21) и (22) получены формулы нелинейных операторов F_r для различного количества фаз групповой последовательности при четном r. Например:

$$F_4 = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty sin(Xz)\,cos(Yz)\,\frac{1}{z}\,\partial z + ⅉ\,\frac{2}{\pi}\int_0^\infty sin(Yz)\,cos(Xz)\,\frac{1}{z}\,\partial z. \tag{23}$$

$$F_6 = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \left[\frac{1}{2}sin\left(\frac{X}{\sqrt{3}}z\right)cos(Yz) + \frac{1}{2}sin(Xz)\right]\frac{1}{z}\partial z +$$

$$+ ⅉ\,\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sqrt{3}}{2}sin(Yz)\,cos\left(\frac{X}{\sqrt{3}}z\right)\frac{1}{z}\partial z. \tag{24}$$

$$F_8 = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \left[\,cos(Xz)sin\left(\sqrt{2}Xz\right)cos(Yz) +\right.$$

$$\left. + (\sqrt{2} - 1)sin(Xz)cos\left(\sqrt{2}Xz\right)cos(Yz)\right]\frac{1}{z}\partial z +$$

$$+ \ j \frac{2}{\pi} \int_0^\infty [cos(Xz) cos(\sqrt{2} Xz) \ sin(Yz) +$$

$$+ (\sqrt{2}-1) sin(Xz) sin(\sqrt{2} Xz) \ sin(Yz)] \ \frac{1}{z} \partial z. \qquad (25)$$

При $r = 4$ из нелинейного оператора (23) получены конечные формулы для групповой последовательности $U_l^{(J)}$ при нечетном количестве J информационных последовательностей ВКФ, входящих в суммарную ГП $E_l^{(J)}$. Нелинейная функция f_4 от элементов суммарной последовательности $e_{l,i}$

$$f_4(e_{l,i}) \ = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{z} sin(X_{l,i} z) \ cos(Y_{l,i} z) \partial z + j \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{z} sin(Y_{l,i} z) \ cos(X_{l,i} z) \partial z, \ (26)$$

где

$$X_{l,i} = Re(e_{l,i}) \text{ – действительная часть } e_{l,i}, \qquad (27)$$

$$Y_{l,i} = Im(e_{l,i}) \text{ – мнимая часть } e_{l,i}. \qquad (28)$$

Элементами информационных ортогональных последовательностей $B_{l,j} g_{j,i}$ при $r = 4$ будут ДЭФ

$$g^0 = exp \ (j \ (0*2\pi/4)) = 1, \qquad g^1 = exp \ (j \ (2\pi/4)) = \ j,$$

$$g^2 = exp \ (j \ (2*2\pi/4)) \ = -1. \quad g^3 = exp \ (j \ (3*2\pi/4)) \ = - j \ . \qquad (29)$$

Из (10), (29) следует, что при $r = 4$ в информационных ортогональных последовательностях любой элемент $B_{l,j} g_{j,i}$ может принимать либо только действительные значения

$$x_{l,j,i} = \pm 1, \text{ при } y_{j,i} = 0, \qquad (30)$$

либо только мнимые значения

$$y_{l,j,i} = \pm j, \text{ при } x_{j,i} = 0, \qquad (31)$$

Произведем расчеты элемента суммарной групповой последовательности $e_{l,i}$ для различного числа J информационных ортогональных последовательностей, входящих в суммарную групповую последовательность

E_l. В дальнейшем будем обозначать суммарную групповую последовательность $E_l^{(J)}$, а ее элементы $e_{l,i}^{(J)}$. Проведем расчеты ГП для нечетных J.

Для J = 3 рассчитаем действительную и мнимую части $e_{l,i}^{(3)}$

$$Re(e_{l,i}^{(3)}) = x_{l,j_1,i} + x_{l,j_2,i} + x_{l,j_3,i}, \tag{32}$$

где

$$x_{l,j_m,i} = Re(B_{l,j_m} g_{j_m,i}), \quad m = 1, 3, \tag{33}$$

$B_{l,j_m} g_{j_m,i}$ - i - й элемент j_m - й информационной последовательности, входящей в элемент суммарной групповой последовательности $e_{l,i}^{(3)}$.

$$Im(e_{l,i}^{(3)}) = y_{l,j_1,i} + y_{l,j_2,i} + y_{l,j_3,i}, \tag{34}$$

где

$$y_{l,j_m,i} = Im(B_{l,j_m} g_{j_m,i}), \quad m = 1, 3. \tag{35}$$

Учитывая, что дальнейшие вычисления относятся к любым элементам $e_{l,i}^{(3)}$ суммарной групповой последовательности, а также для уменьшения громоздкости расчетов, индекс l будем опускать, а вместо индекса j_1 будем просто писать индекс *1*, вместо индекса j_2 будем просто писать индекс *2*, и т.д.

Применение функционала $f_4(x)$ последовательно к каждому элементу $e_i^{(3)}$ суммарной групповой последовательности $E^{(3)}$ равносильно применению оператора F_4 к суммарной групповой последовательности $E^{(3)}$. В результате получим групповую последовательность $U^{(3)}$

$$U^{(3)} = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{1}{z}[sin((x_1 + x_2 + x_3)z)\,cos((y_1 + y_2 + y_3)z)\,\partial z +$$

$$+ j\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{1}{z} sin((y_1 + y_2 + y_3)z)\,cos((x_1 + x_2 + x_3)z)\,\partial z. \tag{36}$$

где $x_m = Re(B_m g_m)$, $m = 1, 3$, действительная часть информационной последовательности $B_m g_m$, $y_m = Im(B_m g_m)$, $m = 1, 3$, мнимая часть информационной последовательности $B_m g_m$.

Преобразуем первое подинтегральное выражение с синусами и косинусами, обозначая для простоты $sin(xz) = S(xz)$, $cos(xz) = C(xz)$

$$sin((x_1 + x_2 + x_3)z)\, cos((y_1 + y_2 + y_3)z) = \frac{1}{2}\,[S((x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) + $$
$$+(x_3 + y_3)z)) + S((x_1 - y_1) + (x_2 - y_2) + (x_3 - y_3)z)=$$

$$= \frac{1}{2}\,[S(\left(x_1 + y_1\right)z)\, C\left((x_2 + y_2)z\right)\, C\left((x_3 + y_3)z\right) + C(\left(x_1 + y_1\right)z)\, S\big((x_2 +$$
$$+y_2)z\big)\, C\left((x_3 + y_3)z\right) + C((x_1 + y_1)z)\, C(x_2 + y_2)z)\, S(x_3 + y_3)z) - S\big((x_1 +$$
$$+y_1)z)\, S\big((x_2 + y_2)z\big)\, S\big((x_3 + y_3)z\big)] + S\big((x_1 - y_1)z)\, C\big((x_2 - y_2)z\big)\, C\big((x_3 -$$
$$-y_3)z\big) + C\big((x_1 - y_1)z)\, S\big((x_2 - y_2)z\big)\, C\big((x_3 - y_3)z\big) + C((x_1 - y_1)z) C(x_2 -$$
$$-y_2)z)\, S(x_3 - y_3)z) - S((x_1 - y_1)z)\, S((x_2 - y_2)z)\, S((x_3 - y_3)z)], \qquad (37)$$

Из (30), (31) следует, что если $x_m = \pm 1$, то $y_m = 0$, а если $y_m = \pm 1$, то $x_m = 0$. Следовательно, с учетом нечетности синуса и четности косинуса получим

$$S((x_m \pm y_m)z) = (x_m \pm y_m)S(z), \qquad (38)$$

$$C((x_m \pm y_m)z) = C(z), \qquad (39)$$

Подставим (38) – (39) в (37)

$$\frac{1}{2}\Big[\big((x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) + (x_3 + y_3)\big)\, S(z)C^2(z) - \big((x_1 + y_1)(x_2 + y_2)(x_3 +$$
$$+y_3)\big)\, S^3(z) + \big((x_1 - y_1) + (x_2 - y_2) + (x_3 - y_3)\big)S(z)C^2(z) - \big((x_1 - y_1)(x_2 -$$
$$-y_2)(x_3 - y_3)\big)\, S^3(z)] = (x_1 + x_2 + x_3)S(z) - (x_1 + x_2 + x_3)S^3(z) -$$
$$-\frac{1}{2}\,((x_1 + y_1)(x_2 + y_2)(x_3 + y_3) + (x_1 - y_1)(x_2 - y_2)(x_3 - y_3))\, S^3(z)] = (x_1 +$$
$$+x_2 + x_3)S(z) - (x_1 + x_2 + x_3)S^3(z) - (x_1x_2x_3 + x_1y_2y_3 + y_1x_2y_3 + y_1y_2x_3) *$$
$$* S^3(z)]. \qquad (40)$$

После подстановки (40) в первое под-интегральное выражение (36), используем (13) при условии $Y = 0$, а также определенный интеграл [5]

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} \frac{1}{z}\, sin^{2p+1}(xz)\ \partial z = \frac{1*3*5*\ldots(2p-1)}{2*4*6*\ldots(2p)} \qquad (41)$$

где $p = 1, 2, 3,\ldots; x > 0$.

Вычислим первый интеграл в (36)

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{1}{z}[sin((x_1+x_2+x_3)z)\,cos((y_1+y_2+y_3)z)\,\partial z =$$

$$= \frac{1}{2}(x_1+x_2+x_3) - \frac{1}{2}(x_1x_2x_3 + x_1y_2y_3 + y_1x_2y_3 + y_1y_2x_3). \qquad (42)$$

Проведя вычисления аналогичные (37) – (42), вычислим второй интеграл в (36)

$$\jmath\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{1}{z}sin((y_1+y_2+y_3)z)\,cos((x_1+x_2+x_3)z)\,\partial z =$$

$$= \jmath\,\frac{1}{2}(y_1+y_2+y_3) - \frac{1}{2}\jmath(y_1y_2y_3 + y_1x_2x_3 + x_1y_2x_3 + x_1x_2y_3). \; (43)$$

Подставим (42), (43) в (36)

$$U^{(3)} = [\,(x_1+\jmath y_1) + (x_2+\jmath y_2) + (x_3+\jmath y_3) - (x_1y_2y_3 + y_1x_2y_3 + +y_1y_2x_3) - x_1x_2x_3 \text{ - } \jmath(y_1x_2x_3 + x_1y_2x_3 + x_1x_2y_3) \text{ - } \jmath y_1y_2y_3]. \qquad (44)$$

$$U^{(3)} = \quad \frac{1}{2}[\,(s_1 + s_2 + s) - (x_1y_2y_3 + y_1x_2y_3 + y_1y_2x_3) - x_1x_2x_3 -$$

$$\text{- }\jmath(y_1x_2x_3 + xy_2x_3 + x_1x_2y_3) \text{ - } \jmath y_1y_2y_3]. \qquad (45)$$

где $s_m = B_mG_m$ - j_m - я информационная последовательность.

Для наглядности запишем (45) в виде суммы информационных последовательностей, а также сочетаний из произведений их действительных и мнимых частей в том порядке, как они записаны в (45)

$$F_4(E^{(3)}) = \frac{1}{2}\binom{3s_m}{1s_m} - \frac{1}{2}\,\{[\binom{3x_my_m}{(1x_m)(2y_m)} + \binom{3x_m}{3x_m}] + \jmath[\binom{3x_my_m}{(1y_m)(2x_m)} + \binom{3y_m}{3y_m}]\}, \; (46)$$

где, например,

$$\binom{3x_my_m}{(1x_m)(2y_m)} = (x_1y_2y_3 + y_1x_2y_3 + y_1y_2x_3) - \qquad (47)$$

все сочетания произведений из 3-х различных действительных и мнимых частей информационных последовательностей по одной действительной части

$(1x_m)$ и двумя другими мнимыми частями $(2y_m)$ в каждом произведении.

По вышеописанному алгоритму были получены операторы $U^{(J)}$ для более высоких значений нечетных J = 5, 7,… Например: для J = 5

$$U^{(5)} = \frac{3}{8}\binom{5s_m}{1s_m} + \frac{1}{8}\{3\left[\binom{5x_m}{5x_m} + \binom{5x_m y_m}{(1x_m)(4y_m)} + \binom{5x_m y_m}{(3x_m)(2y_m)}\right] -$$
$$-[\binom{5x_m y_m}{(x_m)(2y_m)} + + \binom{5x_m}{3x_m}] + j(3[\binom{5y_m}{(5y_m)} + \binom{5x_m y_m}{(4x_m)(1y_m)} + \binom{5x_m y_m}{(2x_m)(3y_m)}] -$$
$$-[\binom{5x_m y_m}{(2x_m)(1y_m)} - \binom{5y_m}{3y_m}]\}, \tag{48}$$

для J = 7

$$U^{(7)} = \frac{5}{16}\binom{7s_m}{1s_m} - \frac{1}{16}\{5\left[\binom{7x_m}{7x_m} + \binom{7x_m y_m}{(1x_m)(6y_m)} + \binom{7x_m y_m}{(3x_m)(4y_m)} + \binom{7x_m y_m}{(5x_m)(2y_m)}\right] +$$
$$+[\binom{7x_m}{3x_m} + \binom{7x_m y_m}{(1x_m)(2y_m)}] - [\binom{7x_m}{5x_m} + \binom{7x_m y_m}{(1x_m)(4y_m)} + \binom{7x_m y_m}{(3x_m)(2y_m)}] +$$
$$+j(5\left[\binom{7y_m}{7y_m} + \binom{7x_m y_m}{(6x_m)(1y_m)} + \binom{7x_m y_m}{(4x_m)(3y_m)} + \binom{7x_m y_m}{(2x_m)(5y_m)}\right] + [\binom{7y_m}{3y_m} +$$
$$+\binom{7x_m y_m}{(2x_m)(1y_m)}] - [\binom{7y_m}{5y_m} + \binom{7x_m y_m}{(4x_m)(1y_m)} + \binom{7x_m y_m}{(2x_m)(3y_m)}])\}. \tag{49}$$

Групповые последовательности $U^{(J)}$ (46), (48), (49) содержат все информационные последовательности, входящие в суммарную ГП $E^{(J)}$, а также нелинейные искажения, определяемые возможными произведениями действительных и мнимых частей этих информационных последовательностей. Причем все информационные последовательности s_m, входящие в первое слагаемое формул (46), (48), (49), входят в ГП $U^{(J)}$ с коэффициентами корреляции β_J, равными коэффициентам корреляции для двоичных ГП [1-3].

$$\beta_J = 2^{1-J}\binom{J-1}{\frac{J-1}{2}}, \tag{50}$$

где $\binom{M}{m}$ - число различных сочетаний без повторений из M по m.

При больших J коэффициенты корреляции информационных последовательностей вычисляются по формуле [1-3]

$$\beta_J \approx \sqrt{\frac{2}{\pi J}} \,. \tag{51}$$

В работе проведено обобщения метода нелинейного кодового уплотнения групповой последовательности для множества информационных ортогональных r – фазных последовательностей. Представленные результаты показывают, что предложенный метод нелинейного кодового уплотнения многофазной групповой последовательности может быть применен для увеличения пропускной способности каналов связи с нелинейным кодовым уплотнением.

Литература

1. Titsvort R.G. Optimal ranging codes. *IEEE Trans*. 1964. Vol.SET-10. No.1.
2. Лосев В.В., Бродская Е.Б., Коржик В.И. *Поиск и декодирование сложных дискретных сигналов*. Москва, Радио и связь. 1988. 224 с.
3. Тепляков И.М., Рощин Б.В., Фомин А.И., Вейцель В.А. Радиосистемы передачи информации. Москва, Радио и связь. 1982. 264 с.
4. Трахтман А.М., Трахтман В.А. *Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах*. Москва, Советское радио. 1975. 208 с.
5. Двайт Г.Б. *Таблицы интегралов и другие математические формулы*. Москва, Наука. 1964. 224 с.
6. Корн Г.К., Корн Т.К. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. Москва, Наука. 1984. 832 с.

Для цитирования:
Бердышев О.Ю. Метод нелинейного кодового уплотнения многофазной групповой последовательности. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2021. №6. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.6.7