УДК 681.3

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ СКАЛЯРНОГО ИНФОРМАЦИОННОГО ПАРАМЕТРА СИГНАЛА НА ФОНЕ АДДИТИВНЫХ НЕГАУССОВСКИХ ПОМЕХ

В. М. Артюшенко[1], В. И. Воловач[2]

[1]ГБОУ ВО МО «Технологический университет», г. Королев

[2]ФГБОУ ВО «Поволжский государственный университет сервиса», г. Тольятти

Статья поступила в редакцию 4 марта 2017 г.

Аннотация. Рассмотрены вопросы, связанные оценкой точности измерения информационных параметров полезного сигнала, несущих информацию о движении протяженных объектов, на фоне как коррелированных, так и некоррелированных аддитивных негауссовских помех. Показано, что в случае коррелированной негауссовской помехи увеличение коэффициента корреляции приводит к увеличению обобщенного отношения «сигнал/помеха», что, в свою очередь, ведет к повышению точности измерения параметров. Получены зависимости, показывающие, что на приведенную погрешность измерения информационного параметра влияет не только величина обобщенного отношения «сигнал/помеха», но и учет негауссовского характера воздействующей аддитивной помехи, приводящий к значительному повышению точности измерения параметров сигнала.

Ключевые слова: потенциальная точность измерения, информационные параметры сигнала, аддитивная некоррелированная негауссовская помеха, аддитивная коррелированная негауссовская помеха.

Abstract. We considered the issues related to the estimation of measurement accuracy of the information parameters of the useful signal. These informational parameters carry the information about the motion of extended objects, along with the correlated additive non-Gaussian noise. Estimation of informative parameters was carried out in a discrete-time observation model, and only non-energy informative parameters were estimated. The lower limits of the Cramer-Rao inequality were used to determine

quantitative estimates of measured parameters. To estimate the influence of non-Gaussian noise on the accuracy of the measurement we use the ratio of the variance of the measurement error in the presence of additive noise to the variance of the measurement error under the influence of Gaussian noise. It is shown that in the case of uncorrelated and correlated non-Gaussian noise, the increase of the correlation coefficient leads to the increase of the generalized «signal-to-noise» ratio which, in its turn, leads to improved accuracy of measurement of parameters. It is noted that the a posteriori variance of the informative parameter measurement affected by non-Gaussian noise is smaller than when the noise is correlated in nature. The dependences are obtained, showing that reduced error of information parameter measurement is affected not only by the magnitude of the generalized «signal-to-noise» ratio but also by accounting for non-Gaussian nature of the influencing additive noise, leading to a significant improvement in the accuracy of measurement of signal parameters. Engineering estimations of the informative signal parameters on the background of additive non-Gaussian noise, with both correlated and independent nature were found.
Key words: potential measurement accuracy, information parameters of the signal, additive uncorrelated non-Gaussian noise, additive correlated non-Gaussian noise.

1. Введение

В большинстве работ, посвященных вопросам оценки параметров сигналов, несущих информацию о движении протяженных объектов, в частности, в [1], считалось, что на полезный сигнал воздействует аддитивная помеха, описывающаяся, как правило, гауссовской плотностью распределения вероятностей (ПРВ). Вместе с тем, в целом ряде исследований, например в [2-5], показано, что принимаемый радиотехническим измерителем (РИ) сигнал подвержен воздействию помех, имеющих ярко выраженный негауссовский характер. Для радиолокации, радионавигации, телеметрии, радиоизмерительной техники, представляет значительный интерес получить оптимальную оценку параметров обрабатываемых сигналов при наличии помех с произвольной ПРВ.

Отметим, что при оценке точности (погрешности) информационных параметров сигнала наибольший интерес представляет собой случай одновременного изменения частоты ω, ее производной $\dot{\omega}$ и фазы полезного сигнала φ [6]. Вместе с тем, немаловажной является и оценка точности измерения скалярного информационного параметра сигнала, отдельные аспекты которой, рассматривались авторами ранее [7, 8].

Для обеспечения наивысшей точности измерения информационных параметров необходимо оценить их оптимальным образом. Методы решения задачи оптимальной оценки параметров сигнала можно получить, основываясь на математическую статистику и теорию нелинейной фильтрации [9, 10]. Произведем оценку информационных параметров в дискретном времени наблюдения. Считаем, что в течение времени [0, T] наблюдается выборки случайного процесса $Y_h \equiv Y(t_h)$ (h = 1, …, H), являющегося смесью полезного сигнала $s(\boldsymbol{\lambda}, t_h)$ и аддитивной $n(t_h)$ помехи, имеющей негауссовский характер. Полезный сигнал $s(\boldsymbol{\lambda}, t)$ содержит совокупность параметров $\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_1, ..., \lambda_m\}$ (например, $\boldsymbol{\lambda} = \{\varphi, \omega, \dot{\omega}\}$ [6]), подлежащих измерению (оцениванию), причем на интервале наблюдения эти параметры остаются неизменными. Отметим также, что в нашем случае измеряется только один из параметров сигнала, т. е. речь идет об измерении скалярного информационного параметра.

Задачу оценивания информационных параметров сигнала будем проводить по методу максимума апостериорной ПРВ (АПРВ). Для определения количественных оценок измеряемых параметров используем нижние границы неравенства Крамера-Рао [9-11]. Влияние негауссовских аддитивных помех на точность измерения будем оценивать отношением дисперсии погрешности измерения при наличии аддитивных помех к дисперсии погрешности измерения, когда эти помехи носят гауссовский характер.

Отметим, что в нашем случае оценке будут подлежать только неэнергетические информационные параметры полезного сигнала. Считается, что оценки являются функциями достаточных статистик и обладают асимптотическими свойствами состоятельности, как правило, несмещенности и нормальности.

Известно, что оценка $\hat{\lambda}$ информационного параметра λ полезного сигнала $s(\lambda,t)$ по максимуму апостериорной ПРВ находится из уравнения

$$\left.\frac{dW_y(\lambda)}{d\lambda}\right|_{\lambda=\hat{\lambda}}=0.$$

Учитывая, что $W_y(\lambda)=CW_\lambda(\lambda)W_l(\lambda)$, где C – постоянная нормировки; $W_\lambda(\lambda)$ – априорная ПРВ; $W_l(\lambda)$ – функция правдоподобия, запишем:

$$\left.\frac{dW_y(\lambda)}{d\lambda}\right|_{\lambda=\hat{\lambda}}=\left.\left[\frac{d\ln W_l(\lambda)}{d\lambda}+\frac{d\ln W_\lambda(\lambda)}{d\lambda}\right]\right|_{\lambda=\hat{\lambda}}=0.$$

Откуда, в соответствии с теоремой Крамера-Рао, дисперсия любой несмещенной оценки информационного параметра определяется неравенством [10]:

$$M\left\{\left(\hat{\lambda}-\lambda\right)^2\right\}\geq\left[-M\left\{\frac{d^2\ln W_l(\lambda)}{d\lambda^2}\right\}-M\left\{\frac{d^2\ln W_\lambda(\lambda)}{d\lambda^2}\right\}\right]^{-1}, \qquad (1)$$

где усреднение осуществляется по результатам наблюдения и характеристикам случайного параметра λ.

Воспользовавшись понятием количества информации по Фишеру [12], заключенного в одномерном ПРВ $W_\lambda(\lambda)$:

$$I_F^\lambda=-M\left\{\frac{d^2\ln W_\lambda(\lambda)}{d\lambda^2}\right\},$$

преобразуем (1) к виду

$$M\left\{\left(\hat{\lambda}-\lambda\right)^2\right\}\geq\left[-M\left\{\frac{d^2\ln W_l(\lambda)}{d\lambda^2}\right\}+I_F^\lambda\right]^{-1}, \qquad (2)$$

которое и будем использовать в дальнейшем.

2. Оценка погрешности измерения скалярного информационного параметра на фоне аддитивной некоррелированной негауссовской помехи

Конкретизируем неравенство Крамера-Рао для случая воздействия аддитивных негауссовских помех с независимыми значениями.

Пусть на вход РИ поступает аддитивная смесь вида $y_h = s(\lambda, t_h) + n_h$, полезного сигнала $s(\lambda, t_h)$, несущего информацию об одном из интересующих нас параметре движения лоцируемого объекта λ, и аддитивная негауссовская некоррелированная помеха $n(t_h)$.

Считаем, что логарифм функции правдоподобия (ЛФП), входящий в (2), существует и имеет вид: $B_n(n_h) = \ln W_n\left\{y_h - s\left(\hat{\lambda}, t_h\right)\right\}$, в котором $W_n\{.\}$ – одномерная ПРВ аддитивной негауссовской помехи.

Первая производная от ЛФП по информационному параметру будет равна:

$$B^{n'}_{\lambda.h} = \frac{d}{d\hat{\lambda}} \ln W_n\left\{y_h - s\left(\hat{\lambda}, t_n\right)\right\} = s'_{\lambda}\left(\hat{\lambda}, t_n\right) \frac{d}{dn_h} \ln W_n(n_h) = s'_{\lambda}\left(\hat{\lambda}, t_h\right) B^{n'}_{n.h}.$$

Соответственно, вторая производная

$$B^{n''}_{\lambda.h.h} = \left\{y_h - s\left(\hat{\lambda}, t_h\right)\right\} = \left[s'_{\lambda}\left(\hat{\lambda}, t_h\right)\right]^2 \frac{d^2}{dn_h^2} \ln W_n(n_h) +$$

$$+ s''_{\lambda}\left(\hat{\lambda}, t_h\right) \frac{d}{dn_h} \ln W_n(n_h) = \left[s'_{\lambda}\left(\hat{\lambda}, t_h\right)\right]^2 B^{n''}_{n.h.h} + s''_{\lambda}\left(\hat{\lambda}, t_h\right) B^{n'}_{n.h}.$$

Усреднив вторую производную ЛФП по времени и по множеству, запишем:

$$\bar{\tilde{B}}^{n''}_{\lambda.h.h} = -M\left\{\frac{d^2}{d\hat{\lambda}^2} \ln W_l\left(\hat{\lambda}\right)\right\} = P_{s'} I_F^{\lambda},$$

где $P_{s'} = \left\langle \left[s'_{\lambda}\left(\hat{\lambda}, t_h\right)\right]^2 \right\rangle = \lim_{H\to\infty} H^{-1} \sum_{h=1}^{H} \left[\frac{ds\left(\hat{\lambda}, t_h\right)}{d\hat{\lambda}}\right]^2$;

$I_F^{\lambda} = M\left\langle \frac{d^2}{dn_h^2} \ln W_n(n_h) \right\rangle$ – количество информации по Фишеру относительно аддитивной негауссовской помехи, заключенное в одномерном ПРВ $W_n(n_h)$.

С учетом введенных обозначений, представим неравенство Крамера-Рао в виде:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}n} \ge \left\{P_{s'} \mu_n^2 \sigma_n^{-2} + \mu_{\lambda}^2 \sigma_{\lambda}^{-2}\right\}^{-1}, \quad (3)$$

где μ_n^2 и μ_λ^2 – коэффициенты, учитывающие повышение точности демодуляции информационного процесса за счет отличия, соответственно, ПРВ перехода информационного процесса и аддитивной помехи от гауссовских. При негауссовских помехах всегда $\mu^2 > 1$ [13].

Введем обозначение $\rho_n = P_{s'}\sigma_\lambda^2 / \sigma_n^2$, играющее в данном случае роль обобщенного отношения «сигнал/помеха» (ОСП). В этом случае выражение (3) запишется:

$$\sigma_{\hat{\lambda}n}^2 \geq \sigma_\lambda^{-2}\left\{\rho_n\mu_n^2 + \mu_\lambda^2\right\}^{-1}. \quad (4)$$

Полученные неравенства (3) и (4) описывают нижние границы неравенства Крамера-Рао для дисперсии несмещенной оценки информационного параметра полезного сигнала при воздействии аддитивной негауссовской помехи с независимыми значениями.

Произведем количественную оценку точности измерения, получаемую в результате учета негауссовского характера как ПРВ информационного параметра $\hat{\lambda}$, так и воздействующей аддитивной помехи n_h. Для этого построим зависимости приведенной дисперсии $\delta_{\hat{\lambda}.n}^2 = f\left(\sigma_{\hat{\lambda}.n}^2 / \sigma_{\hat{\lambda}.G.n}^2\right)$, где $\sigma_{\hat{\lambda}.G.n}^2$ – дисперсия нормальной погрешности измерения (оценки), рассчитанная для случая, когда информационный параметр и аддитивная помеха являются случайными гауссовскими процессами, описываемыми одномерными распределениями. При этом будем считать, что обобщенное ОСП ρ_n в обоих случаях равны между собой.

Учитывая, что для гауссовских некоррелированных процессов коэффициент $\mu^2 = 1$ [13], исходя из выше сказанного, получим:

$$\delta_{\hat{\lambda}.n}^2 = \frac{\sigma_{\hat{\lambda}.n}^2}{\sigma_{\hat{\lambda}.G.n}^2} = \frac{(\rho_n + 1)}{\rho_n\left(\mu_n^2 + \mu_\lambda^2\right)}. \quad (5)$$

На рис. 1 представлены графические зависимости $\delta^2_{\hat{\lambda}.n} = f\left(\mu^2_{\lambda}, \mu^2_n\right)$ построенные для случаев $\rho_n = 1$ и $\rho_n = 10$.

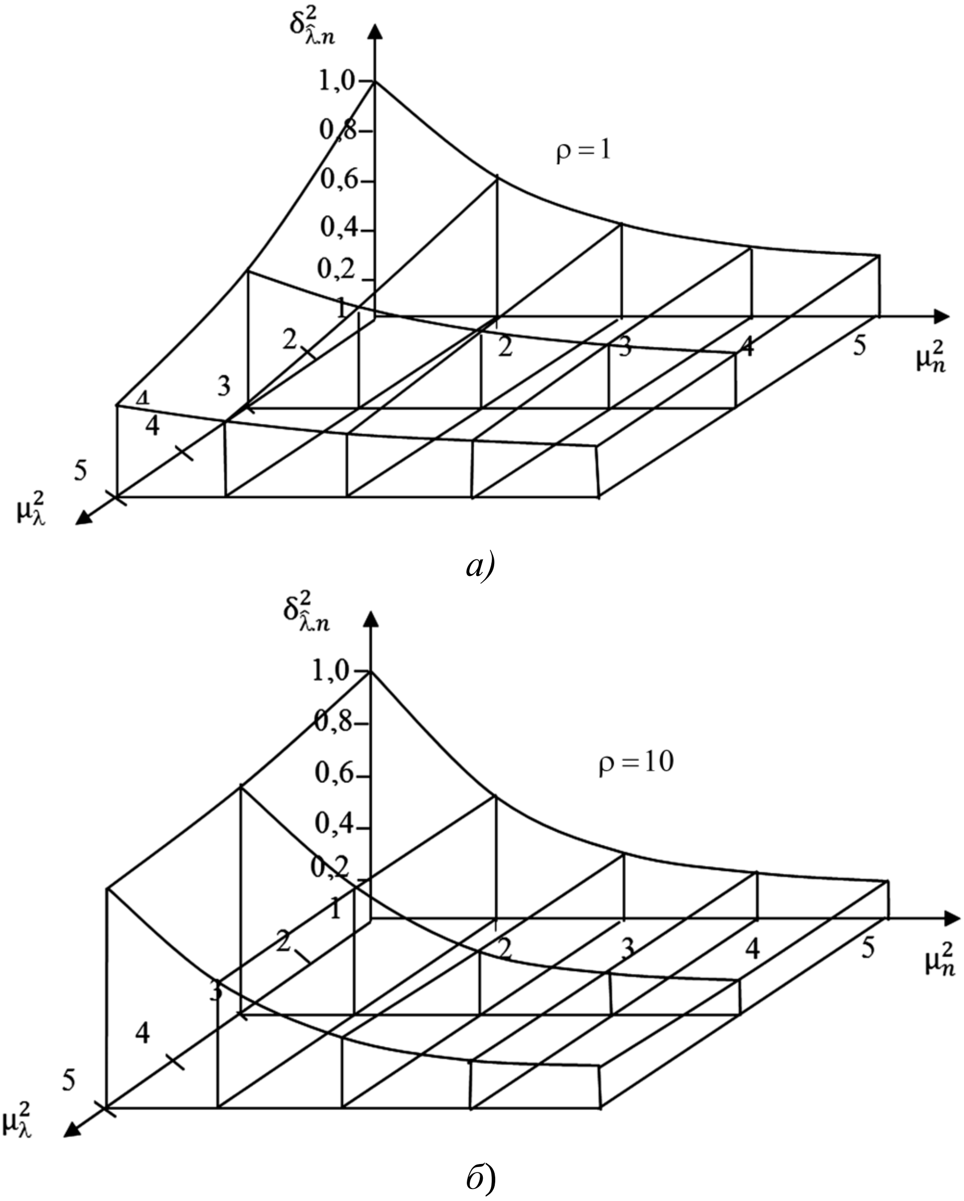

Рис. 1. Зависимости $\delta^2_{\hat{\lambda}.n} = f\left(\mu^2_n, \mu^2_{\lambda}\right)$ при: *а* – ρ = 1; *б* – ρ = 10.

Из выражения (5) и приведенных графиков видно, что с увеличением коэффициентов μ^2_λ и μ^2_n, а, следовательно, с увеличением отличия ПРВ информационного параметра и воздействующей аддитивной помехи от гауссовской, величина приведенной дисперсии уменьшается, что, в свою очередь, приводит к увеличению точности оценки измеряемого информационного параметра.

При высоком качестве измерения информационного параметра (больших соотношениях «сигнал/помеха») апостериорная плотность распределения вероятности (АПРВ) $W_y(\lambda)$ в окрестности истинного значения λ_h существенно уже априорной $W_y(\lambda)$ ПРВ [13]. В этом случае значением I_F^{λ} можно пренебречь, и неравенство Крамера-Рао будет определяться выражением:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.m} \geq \left\{ I_F^{\lambda} P_{s'} \right\}^{-1} = \left\{ \mu_n \sigma_n^{-2} H^{-1} \sum_{h=1}^{H} \left[ds\left(\hat{\lambda}, t_h\right) \Big/ d\hat{\lambda} \right]^2 \right\}^{-1}.$$

На примере измерения (оценки) частоты $\lambda = \omega$ полезного сигнала

$$s\left(\lambda, t_h\right) = U_m \cos\left(\omega t_h + \varphi_h\right).$$

оценим выигрыш, получаемый при учете негауссовского характера аддитивной помехи. Считаем, что ПРВ измеряемого информационного (оцениваемого) параметра и воздействующей помехи известны и имеют негауссовский характер. Оценка информационного параметра осуществляется на интервале измерения [0, T]. Предполагаем, что моменты времени, соответствующие началу и концу обрабатываемого сигнала, точно известны и совпадают с границами интервала измерения. Воспользовавшись изложенной в [10] методикой, а также результатами, связанными с оценкой частоты сигнала на фоне гауссовских помех с независимыми значениями, после опускаемых из-за громоздкости математических преобразований, приняв для удобства $\sigma_\omega^2 = 1$, получим выражение для дисперсии частоты полезного сигнала $s\left(\lambda, t_h\right)$ при воздействии негауссовских аддитивных помех с независимыми значениями:

$$\sigma^2_{\hat{\omega}} \geq \left\{ \mu_n^2 \frac{\rho T^2}{12} + \mu_\omega^2 \right\}^{-1},$$

где $\rho = U_m^2 \big/ 2\sigma_n^2$.

Полученные выражения показывают, что на точность измерения (оценки) частоты полезного сигнала $s\left(\lambda, t_h\right)$ при воздействии негауссовской аддитивной помехи с независимыми значениями существенно влияют не только такие параметры как ρ и T, но и величина коэффициентов μ_{ω}^{2} и μ_{n}^{2}, учитывающих, соответственно, отличие ПРВ измеряемого (оцениваемого) информационного параметра и помехи от гауссовской. Как видно из представленного неравенства, чем больше отличие ПРВ оцениваемого параметра и воздействующей помехи от гауссовской, тем точность оценки частоты выше.

3. Оценка погрешности измерения скалярного информационного параметра на фоне аддитивной коррелированной негауссовской помехи

Пусть на вход РИ поступает аддитивная смесь $y_h(t_h)$ полезного сигнала $s(\lambda, t_h)$, несущего информацию об одном из интересующих нас параметров движения лоцируемого объекта λ, и аддитивная негауссовская коррелированная помеха $n(t_h)$:

$$y_h(t_h) = s(\lambda, t_h) + n(t_h).$$

Будем считать, что помеха описывается переходной ПРВ $W_t(n_h | n_{h-1})$. Измерение информационного параметра $\hat{\lambda}$ ведется в дискретном времени наблюдения на интервале [0, T], причем $\hat{\lambda}_h = \hat{\lambda}_{h-1} = \hat{\lambda}$.

ЛФП существует, удовлетворяет условиям регулярности [14] и описывается выражением:

$$B_n(n) = \ln W_t \left\{ y_h - s\left(\hat{\lambda}, t_h\right) \middle| y_{h-1} - s\left(\hat{\lambda}, t_{h-1}\right) \right\}, \tag{6}$$

где $y_{h-i} - s\left(\hat{\lambda}, t_{h-i}\right) = n_{h-i}$, $i = 0,1$.

Воспользовавшись преобразованиями, изложенными в [15], в частности, усреднением по множеству и по времени, а также, используя результаты [10] и [12], приведем выражение (6) к виду: $\tilde{\bar{B}}_{\lambda}^{n''} = \mathrm{tr}[IP]$.

При оценке измеряемого параметра методом максимального правдоподобия выражение для нижней границы неравенства Крамера-Рао примет вид:

$$\sigma_{\hat{\lambda}.c}^{2} \geq \left[\mathrm{tr}[IP] \right]^{-1}. \tag{7}$$

Пусть на полезный сигнал воздействует гауссовская коррелированная помеха с переходной ПРВ вида:

$$W_t\left(n_h \mid n_{h\text{-}1}\right) = \left[2\pi\sigma_{n.h}\left(1-r_n^2\right)\right]^{-0,5} \times$$
$$\times \exp\left\{-\left(n_h - \sigma_{n.h}\sigma_{n.h-1}^{-1} r_n n_{h-1}\right)^2 \left(2\sigma_{n.h}\left(1-r_n^2\right)\right]^{-1}\right)\right\},$$

где $\sigma_{n.h}$ и $\sigma_{n.h-1}$ – соответственно, дисперсия величины на шаге h и h–1; r_n – коэффициент корреляции выборок n_h и n_{h-1}.

Ряд математических преобразований позволит записать (7) в виде:

$$\sigma_{\hat{\lambda}.c}^2 \geq \left\{\frac{\left[s'_\lambda\left(\hat{\lambda}, t_h\right) - r_n s'_\lambda\left(\hat{\lambda}, t_{h-1}\right)\right]^2}{\sigma_n^2\left(1-r_n^2\right)}\right\}^{-1} = \left\{\frac{\left[\Delta s_h\right]^2}{\sigma_n^2\left(1-r_n^2\right)}\right\}^{-1}. \tag{8}$$

Данное выражение, вплоть до обозначений, полностью совпадает с выражением, полученным в работах [17, 18] для случая коррелированных гауссовских помех.

Введем в рассмотрение величину $\rho_{G.c} = \dfrac{\left[\Delta s_h\right]^2}{\sigma_n^2\left(1-r_n^2\right)}$, играющую роль ОСП при измерении информационного параметра на фоне гауссовской аддитивной помехи с дисперсией σ_n^2 и коэффициентом корреляции r_n.

Представим (8) с учетом последнего в виде:

$$\sigma_{\hat{\lambda}.c}^2 \geq \left[\rho_{G.c}\right]^{-1}.$$

Учтем, согласно выводам [19], что величину $\rho_{G.c}$ следует рассматривать в спектральном представлении. Тогда для сильно коррелированной аддитивной помехи ($r_n \to 1$), то есть для случая, когда энергетический спектр помехи $s_n(\omega)$ уже амплитудного спектра сигнала $\left|s_s(\omega)\right|$, получаем в соответствии с [17]:

$$\left|s_s(\omega)\right| >> \frac{1}{2\pi s_n(0)}\int_{-\pi/\Delta t}^{\pi/\Delta t}\left|s_s(\omega)\right|^2 d\omega = P_{s'}\sigma_n^{-2}, \tag{9}$$

где $P_{s'}\sigma_n^{-2} = \rho_{G.un}$ – обобщенное ОСП при воздействии некоррелированной гауссовской аддитивной помехи.

Как видно из (9)

$$\rho_{G.c} >> \rho_{G.un}. \tag{10}$$

И, следовательно,

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.G.c} << \sigma^2_{\hat{\lambda}.G.un}. \tag{11}$$

Таким образом, увеличение коэффициента корреляции приводит к увеличению обобщенного ОСП, что, в свою очередь, ведет к уменьшению погрешности измерения информационного параметра полезного сигнала, а значит и к повышению точности измерения последнего.

Воспользовавшись результатами [18], введем соотношение

$$\mu = I_F^t \,/\, I_{F.G}^t, \tag{12}$$

которое характеризует предельную эффективность оценки информационного параметра $\hat{\lambda}$ на фоне негауссовской помехи с переходной ПРВ $W_t\left(n_h \mid n_{h-1}\right)$ по сравнению с оценкой при воздействии гауссовской помехи, для которой дисперсия σ_n^2 и коэффициент корреляции r_n совпадают с дисперсией и коэффициентом корреляции коррелированной гауссовской помехи.

Отметим, что величина I_F^t зависит от вида переходной ПРВ $W_t\left(n_h \mid n_{h-1}\right)$, причем, чем больше ПРВ отличается от гауссовской, тем больше величина коэффициента μ [18].

Для гауссовской переходной ПРВ $W_t\left(n_h \mid n_{h-1}\right)$

$$I_{F.G}^t = \frac{\left[s'_\lambda\left(\hat{\lambda}, t_h\right) - r_n s'_\lambda\left(\hat{\lambda}, t_{h-1}\right)\right]^2}{\sigma_n^2\left(1 - r_n^2\right)}.$$

С учетом (7), (12) и полученного соотношения запишем, что при воздействии на полезный сигнал негауссовской коррелированной помехи апостериорная погрешность оценки информационного параметра сигнала будет определяться следующим выражением:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.nG.c} \geq \left[\mu \cdot \mathrm{tr}\left[IP\right]\right]^{-1} = \left\{ \frac{\left[s'_{\lambda}\left(\hat{\lambda}, t_h\right) - r_n s'_{\lambda}\left(\hat{\lambda}, t_{h-1}\right)\right]^2}{\mu\sigma_n^2\left(1-r_n^2\right)} \right\}^{-1}.$$

Как видно из данного неравенства, с увеличением отличия переходной ПРВ $W_t\left(n_h \middle| n_{h-1}\right)$ от гауссовской, точность оцениваемого параметра возрастает.

Отметим, что поскольку $\mu \geq 1$ [18], то с учетом неравенств (10) и (11) получаем: при воздействии коррелированной негауссовской помехи апостериорная дисперсия измерения информационного параметра $\sigma^2_{\hat{\lambda}.nG.c}$ всегда меньше, чем апостериорная дисперсия при воздействии той же негауссовской помехи, но имеющей некоррелированный характер $\sigma^2_{\hat{\lambda}.nG.un}$, то есть $\sigma^2_{\hat{\lambda}.nG.un} >> \sigma^2_{\hat{\lambda}.nG.c}$.

Определим далее влияние величины коэффициента μ на оценку информационного параметра сигнала на примере приведенной погрешности измерения

$$\delta^2_{\hat{\lambda}} = \sigma^2_{\hat{\lambda}.\nu} \big/ \sigma^2_{\hat{\lambda}.G.c},$$

где $\sigma^2_{\hat{\lambda}.\nu}$ – апостериорная погрешность измерения при воздействии коррелированной негауссовской помехи, описывающейся переходной ПРВ вида:

$$W_t\left(n_h \middle| n_{h-1}\right) = \frac{\nu}{2\Gamma\left(\nu^{-1}\right)\sigma}\left[\frac{\Gamma\left(3/\nu\right)}{\left(1-r^2\right)\Gamma\left(\nu^{-1}\right)}\right]^{0,5} \times$$
$$\times \exp\left\{-\left[\frac{\Gamma\left(3/\nu\right)}{\left(1-r^2\right)\Gamma\left(\nu^{-1}\right)}\right]^{\nu/2}\left[\frac{\left|n_h - r n_{h-1}\right|^{\nu}}{\sigma^{\nu}}\right]\right\}, \tag{13}$$

где $\Gamma(.)$ – гамма-функция; $\nu \geq 2$ – константа, зависящая от параметра распределения.

Запишем выражение для приведенной погрешности в виде:

$$\delta^2_{\hat{\lambda}} = \left[\mu\rho\right]^{-1} = \left\{\frac{\Gamma^2\left(\nu^{-1}\right)}{\left[\nu\left(\nu\text{-}1\right)\Gamma\left(3/\nu\right)\Gamma\left(1\text{-}\nu^{-1}\right)\right]\rho}\right\},$$

где $\rho = \rho_{\nu} / \rho_{G.c}$; ρ_{ν} – обобщенное ОСП при воздействии негауссовской помехи с ПРВ (13).

Напомним, что при $\nu = 2$ ПРВ вида (15) переходит в гауссовское, при этом, как видно из (12), $\mu = 1$.

На рис. 2 приведены зависимости, из которых видно, что на приведенную погрешность измерения информационного параметра полезного сигнала влияет не только величина ρ, играющая роль приведенного обобщенного ОСП, но и параметр ν, определяющий значение μ.

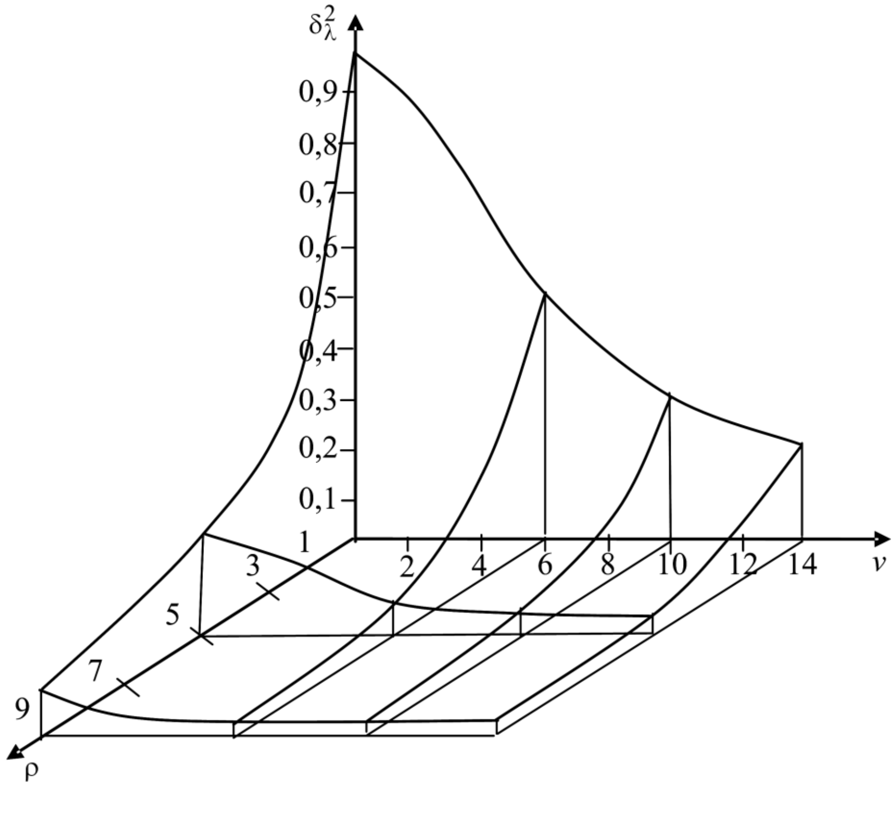

Рис. 2. Зависимости $\delta_{\hat{\lambda}}^2 = f(\nu, \rho)$.

Чем больше ν отлично от 2 ($\mu = 1$), тем меньше величина приведенной погрешности.

4. Заключение

Таким образом, осуществлена оценка точности измерения информационных параметров полезных сигналов, несущих информацию о параметрах движения лоцируемых объектов, на фоне аддитивных в общем случае негауссовских помех, имеющих как коррелированный, так и независимый характер.

Показано, что учет негауссовского характера воздействующей аддитивной помехи приводит к значительному повышению точности измерения параметров сигнала. Показано, что в случае коррелированной негауссовской помехи увеличение коэффициента корреляции приводит к увеличению обобщенного отношения «сигнал/помеха», что, в свою очередь, ведет к повышению точности измерения параметров полезного сигнала.

Литература

1. Финкельштейн М. И. Основы радиолокации. М.: Радио и связь, 1983. 536 с.
2. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т.1. М.: Сов. радио, 1972. 744 с.
3. Островитянов Р. В., Басалов Ф. А. Статистическая теория радиолокации протяженных целей. М.: Радио и связь, 1982. 232 с.
4. Фельдман Ю. И., Мандуровский И. А. Теория флуктуаций локационных сигналов отраженных распределенными целями. М.: Радио и связь, 1983. 272 с.
5. В. М. Артюшенко, В. И. Воловач. Статистические характеристики смеси сигнала и аддитивно-мультипликативных помех с негауссовским характером распределения // Радиотехника. 2017, № 1. С. 95-102.
6. В. М. Артюшенко, В. И. Воловач. Оценка погрешности измерения векторного информационного параметра сигнала на фоне аддитивных некоррелированных негауссовских помех // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2016. № 1. URL: http://jre.cplire.ru/jre/jan16/6/text.pdf
7. В. М. Артюшенко, В. И. Воловач. Оценка погрешности измерения скалярного информационного параметра движущегося протяженного объекта на фоне аддитивных негауссовских помех // Журнал радиоэлектроники. 2015. № 1. URL: http://jre.cplire.ru/jre/jan15/12/text.pdf

8. В. М. Артюшенко, В. И. Воловач. Оценка погрешности измерения скалярного информационного параметра сигнала на фоне мультипликативных помех // Журнал радиоэлектроники. 2016. № 3. URL: http://jre.cplire.ru/jre/mar16/8/text.pdf
9. Сосулин Ю. Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации: учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1992. 304 с.
10. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
11. Левин Б. Р. Теоретические основы статической радиотехники / 3-е изд., перераб. и доп. М.: Сов. радио, 1989. 656 с.
12. Цыпкин Я. З. Основы информационной теории идентификации. М.: Наука, 1984. 320 с.
13. Новоселов О. Н., Фомин А. Ф. Основы теории и расчета информационно-измерительных систем / 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1991. 334 с.
14. Валеев В. Г. Помехоустойчивость радиотехнических измерительных систем. Свердловск: Изд-во УПИ, 1987. 101 с.
15. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Оценка точности измерения информационных параметров сигнала на фоне коррелированных аддитивных негауссовских помех // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2015. № 8. С. 58-66.
16. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Погрешность измерения информационных параметров сигнала на фоне аддитивных негауссовских помех // X Всероссийская конференция «Радиолокация и радиосвязь». Сборник трудов. – Москва, ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. – 21-23 ноября 2016 г. С. 108-112.
17. В. Г. Валеев, Ю. Г. Сосулин. Обнаружение слабых когерентных сигналов в коррелированных негауссовских помехах // Радиотехника и электроника. 1969. Т. 14. № 2. С. 230-238.
18. В. Г. Валеев. Оптимальная оценка параметров сигнала при наличии негауссовских помех // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1974, №2. С. 135-146.

19. Вайштейн Л. А., Зубаков В. Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. М.: Сов. радио, 1960. 448 с.

Ссылка на статью:
В. М. Артюшенко, В. И. Воловач. Оценка точности измерения скалярного информационного параметра сигнала на фоне аддитивных негауссовских помех. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. №3. Режим доступа: http://jre.cplire.ru/jre/mar17/9/text.pdf