ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, ISSN 1684-1719, N3, 2019 DOI 10.30898/1684-1719.2019.3.12

АВТОКОМПЕНСАЦИОННЫЙ МЕТОД ПАССИВНОЙ ЛОКАЦИИ В УСЛОВИЯХ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНУСНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПОЛОЖЕНИЯ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ ЦЕЛИ

Ю. Г. Булычев, И. Л. Сиренко

АО «ВНИИ «Градиент», 344000, г. Ростов-на-Дону, пр. Соколова, 96

Статья поступила в редакцию 20 марта 2019 г.

Аннотация. Рассматривается многопозиционная система пассивной локации, состоящая из нескольких пеленгаторов, при этом в каналах азимута и угла места допускается наличие неизвестных систематических ошибок измерений, что предопределяет необходимость решения задачи координатометрии в условиях априорной неопределенности. Для этого случая, с учетом инвариантов принятой модели движения излучающей цели и конусов положения, соответствующих измерениям угла места всех пеленгаторов, развит эффективный в вычислительном плане автокомпенсационный (по отношению к систематическим ошибкам) метод определения параметров движения данной цели. При этом не используется традиционное расширение пространства состояний. Развиваемый метод ориентирован на модель прямолинейного равномерного движения, что соответствует отрезку наблюдения барражирующей цели, либо на составную модель в виде нескольких участков такого движения. Наряду с указанными систематическими ошибками в угломерных каналах учитывается также влияние флуктуационных погрешностей, допускающих статистическое описание в рамках нормального закона распределения. Обсуждаются вопросы наблюдаемости и точности развиваемого метода. Даны полезные практические рекомендации.

Ключевые слова: многопозиционная угломерная система, пеленгатор, азимут, угол места, излучающая цель, поверхность положения, конусная поверхность положения, систематическая ошибка измерения, модель прямолинейного равномерного движения, инвариант, автокомпенсация, наблюдаемость, точность.

Abstract. A multi-station passive ranging system comprising several direction finders is considered, while unknown systematic measurement errors in the azimuth and elevation channels that predetermines the need to solve coordinate measurement task under conditions of prior uncertainty are considered acceptable. For this case, a computationally efficient self-compensating (in regard to systematic errors) method for determining the motion variables of this target taking into account the invariants of the adopted motion model of the emitting target and the position cones corresponding to the measurements of the elevation angle of all direction finders has been developed. Whereby, the traditional extension of the state space is not used. The developed method is focused either on the rectilinear uniform motion model which corresponds to the observation segment of the patrolled target, or on a complex model in the form of several sections of such motion. Alongside with the above systematic errors in azimuth channels, the effect of fluctuation errors admitting statistical description within the normal probability law is also considered. The issues of observability and accuracy of the developed method are discussed. The useful practical recommendations are provided.

Key words: multi-station ranging system, direction finder, azimuth, elevation angle, emitting target, surface of position, conical surface of position, systematic measurement error, rectilinear uniform motion model, invariant, self-compensation, observability, accuracy.

1. Введение

Известно [1-8], что проблема компенсации систематических ошибок измерений (СОИ) пеленгаторов многопозиционной угломерной системы (МУС) чрезвычайно актуальна, остается открытой по настоящее время и не нашла удовлетворительного решения в рамках классической теории оптимального статистического оценивания. Отсутствие априорной информации о номерах недостоверных измерительных каналов (по азимуту и углу места) и величине

СОИ в этих каналах существенно ограничивает возможности традиционного подхода к адаптивному оцениванию, основанному на расширении пространства состояний и итерационных вычислительных процедурах. Известно [2,4], что такое расширение приводит на практике к эффекту «размазывания точности», а итерационность сопряжена, как правило, с выбором хорошего начального условия. В известных работах [1,3,9,10] проблема координатометрии применительно к МУС решается в рамках ряда оптимальных и квазиоптимальных методов, при этом рассмотрение задачи ограничивается лишь учетом флуктуационных погрешностей измерений.

Гораздо большую ценность представляют собой различные алгоритмические методы компенсации СОИ, не претендующие на оптимальность, но легко реализуемые в вычислительном плане с точностью, приемлемой для практики. Так, в работах [6,7] развит один из таких алгоритмических методов, который с использованием скалярного инварианта (угла наклона плоскости движения цели к одной из координатных плоскостей) позволяет решать задачу компенсации постоянной СОИ по углу места отдельно взятого стационарного пеленгатора в предположении, что измерения азимута также содержат постоянную СОИ. Показано, что в такой постановке задача компенсации постоянной СОИ по азимуту не имеет решения (не наблюдается). Результаты моделирования, приведенные в работах [6,7], показывают, что приемлемое качество компенсации угломестной СОИ на базе одного инварианта обеспечивается далеко не во всех случаях. Это связано с тем, что выражение для угла наклона плоскости не является корректным (с вычислительной точки зрения) для некоторых условий наблюдения цели. Кроме того, использование лишь одного инварианта не позволяет реализовать потенциальные возможности алгоритмического метода компенсации СОИ, основанного на использовании совокупности различных инвариантов.

Отмеченные недостатки устранены в работе [8], где решена проблема компенсации угломестной СОИ одного стационарного пеленгатора на базе нескольких инвариантов плоскостного движения цели, приводятся результаты вычислительного эксперимента, подтверждающие возможность эффективного использования таких инвариантов для коррекции измерений угломестного канала пеленгатора.

В настоящей работе на основе идей, высказанных в [6-8], развивается эффективный в вычислительном плане автокомпенсационный метод координатометрии применительно к МУС при наличии произвольных СОИ в любых каналах азимута и угла места, основанный на использовании набора инвариантов и конусных поверхностей положения цели, не требующий расширения пространства состояний. Метод является двухэтапным: на первом этапе с использованием как азимутальных, так и угломестных измерений осуществляется компенсация СОИ только в угломестных каналах всех пеленгаторов МУС, а на втором этапе скорректированные угломестные измерения используются непосредственно для решения задачи определения параметров движения цели.

2. Постановка задачи

Для описания геометрии МУС и движения цели будем использовать общую правую декартовую прямоугольную систему координат $Oxyz$ и дискретное время t_n (где $t_n \in [0,T]$, $n=\overline{0,N}$). Как правило, начало системы координат $Oxyz$ связано с геометрическим центром одного из пеленгаторов, входящих в состав МУС, а её оси направлены так: ось Ox – на север, ось Oy – на восток, ось Oz – дополняет оси Ox и Oy до правой системы координат. МУС состоит из M стационарных пеленгаторов $\{\Pi_m\}_{m=1}^{M}$, для каждого из которых используются местные прямоугольная $O_m x_m y_m z_m$ (одноименные оси этой и общей системы координат коллинеарны) и радиотехническая система координат (α_m, β_m, R_m), где α_m – азимут, β_m – угол места, R_m – наклонная дальность до цели. Начало этой системы координат связано с геометрическим центром Π_m, азимут $\alpha_m \in [0, 2\pi]$ отсчитывается в плоскости xOy от положительного направления оси Ox против часовой стрелки, а угол места

$\beta_m \in [-\pi, \pi]$ отсчитывается от плоскости xOy, при этом $\beta_m \geq 0$ для любой цели, находящейся не ниже плоскости xOy, в противном случае $\beta_m < 0$.

Для связи общей и местной (радиотехнической) систем координат используются известные формулы:

$$\alpha_{mn} = \arccos\left\{\left(x_n - \rho_{xm}\right) r_{mn}^{-1}\right\}, \quad \beta_{mn} = \arcsin\left\{\left(z_n - \rho_{zm}\right) R_{mn}^{-1}\right\},$$

$$r_{mn} = \left[\left(x_n - \rho_{xm}\right)^2 + \left(y_n - \rho_{ym}\right)^2\right]^{1/2},$$

$$R_{mn} = \left[\left(x_n - \rho_{xm}\right)^2 + \left(y_n - \rho_{ym}\right)^2 + \left(z_n - \rho_{zm}\right)^2\right]^{1/2},$$

где r_{mn} и R_{mn} – соответственно горизонтальная и наклонная дальности до цели относительно Π_m, а $\rho_{xm}, \rho_{ym}, \rho_{zm}$ – компоненты вектора $\boldsymbol{\rho}_m$, характеризующего местоположение Π_m относительно начала общей системы координат $Oxyz$.

Для описания движения цели на отрезке наблюдения $[0, T]$ используется модель $\boldsymbol{\lambda}(t) = \boldsymbol{\lambda}_0 + \mathbf{v}(t - t_0)$, где $\boldsymbol{\lambda}(t) = [x(t), y(t), z(t)]^{\mathrm{T}}$ – вектор декартовых координат цели ($\boldsymbol{\lambda}_0 = \boldsymbol{\lambda}(t_0)$), $\mathbf{v} = \left[v_x, v_y, v_z\right]^{\mathrm{T}}$ – вектор ее скорости, Т – символ транспонирования. Значения $\boldsymbol{\lambda}_0$ и $\mathbf{v}$ полагаются неизвестными.

Вектор первичных измерений МУС будем представлять в виде $\mathbf{H}_n = \left[\left(h_{\alpha mn}, h_{\beta mn}\right), m = \overline{1, M}\right]^{\mathrm{T}}$, где $h_{\alpha mn}$ и $h_{\beta mn}$ – соответственно измерения азимута $\alpha_{mn} = \alpha_m(t_n)$ и угла места $\beta_{mn} = \beta_m(t_n)$ цели, относящиеся к Π_m и моменту времени t_n. Для случая априорной неопределенности используется модель наблюдения $\mathbf{H}_n = \boldsymbol{\Omega}_n + \mathbf{S} + \boldsymbol{\Xi}_n$, где $\boldsymbol{\Omega}_n = \left[\left(\alpha_{mn}, \beta_{mn}\right), m = \overline{1, M}\right]^{\mathrm{T}}$ – вектор измеряемых параметров, $\mathbf{S} = \left[\left(S_{\alpha m}, S_{\beta m}\right), m = \overline{1, M}\right]^{\mathrm{T}}$ – вектор постоянных неизвестных СОИ, $\boldsymbol{\Xi}_n = \left[\boldsymbol{\Xi}_{mn}, m = \overline{1, M}\right]^{\mathrm{T}} = \left[\left(\xi_{\alpha mn}, \xi_{\beta mn}\right), m = \overline{1, M}\right]^{\mathrm{T}}$ – вектор флуктуационных гауссовских погрешностей измерений, для которого:

$\mathrm{M}\left\{\Xi_n\right\}=\mathbf{0}$, $\mathrm{M}\left\{\Xi_n\Xi_l^{\mathrm{T}}\right\}=\mathbf{K}_{\Xi_n}\delta_{kl}$ (здесь $\mathrm{M}\{\cdot\}$– символ математического ожидания, δ_{kl} – символ Кронекера, $\mathbf{K}_{\Xi n}$ – блочно-диагональная корреляционная матрица погрешностей измерений для момента времени t_n, в которой учитывается независимость погрешностей пеленгования любых двух пеленгаторов МУС). По диагонали матрицы расположены дисперсии ошибок пеленгования $\sigma^2_{\alpha mn}$ и $\sigma^2_{\beta mn}$.

Требуется разработать авткомпенсационный метод координатометрии для МУС при наличии СОИ в угломерных каналах азимута и угла места, не прибегая к расширению пространства состояний, привести зависимости для оценки эффективности и указать границы применимости метода. Номера недостоверных каналов полагаются априорно неизвестными.

3. Компенсация систематических ошибок угломестных измерений пеленгаторов в детерминированной постановке

В системе координат $O_m x_m y_m z_m$ каждого Π_m можно задать плоскость, в которой находится геометрический центр пеленгатора и вся траектория цели для отрезка наблюдения $[0,T]$:

$$\mathbf{N}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}=0, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\lambda}=[x,y,z]^{\mathrm{T}}$– вектор, характеризующий положение произвольной точки этой плоскости, $\mathbf{N}_m=[A_m,B_m,C_m]^{\mathrm{T}}$ – нормаль к плоскости.

С учетом (1) и принятой модели движения для всех $t\in[0,T]$ имеем

$$A_m\left[x_0+v_x\left(t-t_0\right)\right]+B_m\left[y_0+v_y\left(t-t_0\right)\right]+C_m\left[z_0+v_z\left(t-t_0\right)\right]=0.$$

Под инвариантом движения цели будем понимать любую функцию $I\left(\alpha_m,\beta_m\right)$, для которой выполняется условие $I\left(\alpha_m(t),\beta_m(t)\right)=w_m=\mathrm{const}$ для всех значений азимута и угла места сопровождаемой цели на отрезке $[0,T]$. Например, такому условию удовлетворяют угол наклона плоскости (1) по отношению к плоскости $x_m O_m y_m$ и угол, образуемый пересечением этих плоскостей с положительным направлением оси $O_m x_m$. Выражения для таких инвариантов приводятся в работе [6].

В качестве инвариантов движения можно также принять величины B_m/A_m (или A_m / B_m), C_m/A_m (или A_m / C_m), B_m/C_m (или C_m / B_m) (при условии, что соответствующие знаменатели не равны нулю), $A_{m0} = A_m\left(A_m^2 + B_m^2 + C_m^2\right)^{-1/2}$, $B_{m0} = B_m\left(A_m^2 + B_m^2 + C_m^2\right)^{-1/2}$, $C_{m0} = C_m\left(A_m^2 + B_m^2 + C_m^2\right)^{-1/2}$ и др. Данные инварианты соответствуют нормали $\mathbf{N}_m = [A_m, B_m, C_m]^{\mathrm{T}}$ и единичной нормали $\mathbf{N}_{m0} = [A_{m0}, B_{m0}, C_{m0}]^{\mathrm{T}}$ к плоскости движения (1).

В дальнейшем используемые в задаче компенсации СОИ скалярные инварианты включены в вектор инвариантов $\mathbf{I}_m = \left[I_{ml}, l = \overline{1,L}\right]^{\mathrm{T}}$. Очевидно, что данные инварианты зависимы, однако в различных условиях наблюдения цели и при наличии погрешностей измерений формируемые на их основе адаптивные вычислительные алгоритмы (за счет комплексирования) по-разному проявляют свои точностные характеристики. Следует помнить, что на базе координат вектора $\mathbf{I}_m = \left[I_{ml}, l = \overline{1,L}\right]^{\mathrm{T}}$ можно строить и другие инварианты, поскольку любая функция от этих координат есть снова инвариант. Следовательно, задача компенсации СОИ в МУС должна рассматриваться в адаптивной постановке с учетом избыточной информации, обеспечивающей привлечение семейства произвольных инвариантов.

Далее в детерминированной постановке (полагая $\xi_{\alpha mn} = 0$ и $\xi_{\beta mn} = 0$ для всех $t_n \in [0, T]$) покажем возможность построения двух алгоритмов полной компенсации всех угломестных СОИ $\left\{S_{\beta m}\right\}_{m=1}^{M}$ на базе скалярных инвариантов $I_{m1} = A_m / B_m$ и $I_{2m} = C_m / B_m$, где $B_m \neq 0$. В отличие от работы [8] мы приведем более компактные выражения для нахождения $S_{\beta m}$ применительно к МУС.

С учетом геометрии задачи и уравнения плоскости (1) для любого $t \in [0,T]$ можно записать

$$\begin{cases} I_{m1}\cos\xi_m + I_{m2}\cos\gamma_m = -\cos\zeta_m, \\ \cos\xi_m = \cos\alpha_m\cos\beta_m,\ \cos\gamma_m = \sin\alpha_m\cos\beta_m,\ \cos\zeta_m = \sin\beta_m. \end{cases} \quad (2)$$

Выбирая из отрезка $[0,T]$ два момента времени t_i и t_j (где $t_i \neq t_j$, $i, j \in \overline{0,N}$) сформируем систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} I_{m1}\cos\xi_{mi} + I_{m2}\cos\gamma_{mi} = -\cos\zeta_{mi}, \\ I_{m1}\cos\xi_{mj} + I_{m2}\cos\gamma_{mj} = -\cos\zeta_{mj}, \end{cases} \quad (3)$$

где $\xi_{mi} = \xi_m(t_i), \xi_{mj} = \xi_m(t_j), \gamma_{mi} = \gamma_m(t_i), \gamma_{mj} = \gamma_m(t_j), \zeta_{mi} = \zeta_m(t_i), \zeta_{mj} = \zeta_m(t_j)$.

Решая систему (3), находим

$$\begin{cases} I_{m1ij} = \dfrac{\cos\gamma_{mi}\cos\zeta_{mj} - \cos\zeta_{mi}\cos\gamma_{mj}}{\cos\xi_{mi}\cos\gamma_{mj} - \cos\gamma_{mi}\cos\xi_{mj}}, \\ I_{m2ij} = \dfrac{\cos\zeta_{mi}\cos\xi_{mj} - \cos\xi_{mi}\cos\zeta_{mj}}{\cos\xi_{mi}\cos\gamma_{mj} - \cos\gamma_{mi}\cos\xi_{mj}}, \end{cases} \quad (4)$$

где I_{m1ij} и I_{m2ij} – значения инвариантов I_{m1} и I_{m2} соответственно, формируемые по измерениям, относящимся к моментам времени t_i и t_j.

Поскольку в силу свойства инвариантности $I_{m1ij} = I_{m1jk}$ и $I_{m2ij} = I_{m2jk}$ (где $t_k \neq t_j \neq t_i$), то с учетом (4) и замены α_m на $h_{\alpha m} - S_{\alpha m}$ и β_m на $h_{\beta m} - S_{\beta m}$, после несложных, но громоздких преобразований получаем уравнение относительно СОИ $S_{\beta m}$ (полагая, что $h_{\alpha mj} \neq \pi/2$ и $h_{\alpha mj} \neq 3\pi/2$):

$$\begin{aligned} &K_{m1}(i,j,k)\cos 2S_{\beta m} + K_{m2}(i,j,k)\sin 2S_{\beta m} + \\ &+K_{m3}(i,j,k)\cos 4S_{\beta m} + K_{m4}(i,j,k)\sin 4S_{\beta m} + K_{m5}(i,j,k) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

С учетом обозначений $\delta^{\pm}_{\alpha mij} = h_{\alpha mi} \pm h_{\alpha mj}$, $\delta^{\pm}_{\beta mij} = h_{\beta mi} \pm h_{\beta mj}$ и $\varepsilon_{\beta mijk} = h_{\beta mi} + 2h_{\beta mj} + h_{\beta mk}$, для инварианта $I_{m1} = A_m / B_m$ коэффициенты уравнения (5) находятся по правилу

$$K_{m1}(i,j,k)=q_{m1}(i,j,k)\sin\delta^{+}_{\beta mij}+\varphi_{m1}(i,j,k)\sin\delta^{+}_{\beta mjk},$$

$$K_{m2}(i,j,k)=-q_{m1}(i,j,k)\cos\delta^{+}_{\beta mij}-\varphi_{m1}(i,j,k)\cos\delta^{+}_{\beta mjk},$$

$$K_{m3}(i,j,k)=-2^{-1}\rho_{m1}(i,j,k)\cos\varepsilon_{\beta mijk},$$

$$K_{m4}(i,j,k)=2^{-1}\rho_{m1}(i,j,k)\sin\varepsilon_{\beta mikj},$$

$$K_{m5}(i,j,k)=\psi_{m1}(i,j,k)\sin\delta^{-}_{\beta mkj}\sin\delta^{-}_{\beta mij}+2^{-1}\rho_{m1}(i,j,k)\cos\delta^{-}_{\beta mik},$$

где

$$q_{m1}(i,j,k)=\sin\delta^{-}_{\beta mjk}\left(\sin\delta^{-}_{\alpha mjk}+\sin\delta^{-}_{\alpha mji}+\sin\delta^{-}_{\alpha mki}\right),$$

$$\varphi_{m1}(i,j,k)=\sin\delta^{-}_{\beta mij}\left(\sin\delta^{-}_{\alpha mjk}+\sin\delta^{-}_{\alpha mji}+\sin\delta^{-}_{\alpha mik}\right),$$

$$\rho_{m1}(i,j,k)=\sin\delta^{-}_{\alpha mjk}+\sin\delta^{-}_{\alpha mij}+\sin\delta^{-}_{\alpha mki},$$

$$\psi_{m1}(i,j,k)=\sin\delta^{-}_{\alpha mjk}+\sin\delta^{-}_{\alpha mij}+\sin\delta^{-}_{\alpha mik}.$$

Решая нелинейное уравнение (5), несложно определить искомую СОИ $S_{\beta m}=S_{\beta m1}(i,j,k)$ по трем замерам пеленга цели, сделанным в моменты времени t_i,t_j,t_k с использованием первого инварианта $I_{m1}=A_m/B_m$.

Проводя аналогичные рассуждения для инварианта $I_{2m}=C_m/B_m$, получим следующие выражения для искомых коэффициентов уравнения (5):

$$K_{m1}(i,j,k)=q_{m2}(i,j,k)\sin\delta^{-}_{\beta mij}\cos\delta^{+}_{\beta mjk}+\varphi_{m2}(i,j,k)\cos\delta^{-}_{\beta mjk}\sin\delta^{+}_{\beta mij}+$$
$$+\sin\delta^{-}_{\alpha mji}\left(\sin\delta^{-}_{\beta mkj}\cos\delta^{+}_{\beta mij}+\cos\delta^{-}_{\beta mji}\sin\delta^{+}_{\beta mjk}\right),$$

$$K_{m2}(i,j,k)=q_{m2}(i,j,k)\cos\delta^{+}_{\beta mjk}\sin\delta^{-}_{\beta mij}+\varphi_{m2}(i,j,k)\sin\delta^{+}_{\beta mij}\cos\delta^{-}_{\beta mjk}+$$
$$+\sin\delta^{-}_{\alpha mji}\left(\sin\delta^{-}_{\beta mkj}\sin\delta^{+}_{\beta mij}-\cos\delta^{-}_{\beta mji}\cos\delta^{+}_{\beta mjk}\right),$$

$$K_{m3}(i,j,k)=2^{-1}\left[\varphi_{m1}(i,j,k)+\sin\delta^{-}_{\alpha mji}\right]\sin\varepsilon_{\beta mikj},$$

$$K_{m4}(i,j,k)=2^{-1}\left[\varphi_{m2}(i,j,k)+\sin\delta^{-}_{\alpha mji}\right]\cos\varepsilon_{\beta mikj},$$

$$K_{m5}(i,j,k)=\sin\delta^{-}_{\beta mkj}\left[q_{m1}(i,j,k)\sin\delta^{-}_{\beta mij}+\sin\delta^{-}_{\alpha mij}\cos\delta^{-}_{\beta mji}\right]+$$
$$+2^{-1}\sin\delta^{-}_{\beta mik}\left[\varphi_{m2}(i,j,k)+\sin\delta^{-}_{\alpha mji}\right]\sin\delta^{-}_{\beta mki},$$

где $q_{m2}(i,j,k)=\sin\delta^{-}_{\alpha mkj}+\sin\delta^{-}_{\alpha mki}$, $\varphi_{m2}(i,j,k)=\sin\delta^{-}_{\alpha mkj}+\sin\delta^{-}_{\alpha mik}$.

Решение нелинейного уравнения (5) относительно искомой СОИ $S_{\beta m}$ можно существенно упростить, если сделать предположение о малости данной ошибки. В этом случае можно воспользоваться принципом линеаризации, ограничившись в соответствующем ряде Тейлора двумя первыми членами. В итоге получаем удобное выражение для оценивания угломестной СОИ $S_{\beta m}$:

$$S_{\beta m}(i,j,k) = -\frac{K_1(i,j,k)+K_3(i,j,k)}{2\left[K_2(i,j,k)+2K_4(i,j,k)\right]} + \\ + \frac{+K_5(i,j,k)}{2\left[K_2(i,j,k)+2K_4(i,j,k)\right]}. \quad (6)$$

На основе общего нелинейного уравнения (5) можно получить более высокоточные алгоритмы оценивания СОИ $S_{\beta m}$, если в соответствующем конечном ряде Тейлора удерживать большее число ненулевых членов П.

Анализ условий применимости алгоритма (6) показывает необходимость выполнения условия $K_{m2}(i,j,k)+2K_{m4}(i,j,k) \neq 0$. Так для инварианта $I_{m1} = A_m / B_m$ это означает:

$$\cos\delta^{+}_{\beta mij} q_{m1}(i,j,k) + \cos\delta^{+}_{\beta mjk} \varphi_{m1}(i,j,k) + \sin\varepsilon_{\beta mijk} \rho_{m1}(i,j,k) \neq 0. \quad (7)$$

Соответственно для инварианта $I_{2m} = C_m / B_m$:

$$\sin\delta^{-}_{\beta mij} \cos\delta^{+}_{\beta mjk} q_{m2}(i,j,k) + \cos\delta^{-}_{\beta mjk} \sin\delta^{+}_{\beta mij} \varphi_{m2}(i,j,k) + \\ + \sin\delta^{-}_{\beta mji} \sin\delta^{-}_{\beta mkj} \sin\delta^{+}_{\beta mij} + \sin\delta^{-}_{\alpha mij} \cos\delta^{-}_{\beta mji} \cos\delta^{+}_{\beta mjk} - \\ - \cos\varepsilon_{\beta mijk}\left[\varphi_{m2}(i,j,k) + \sin\delta^{-}_{\alpha mji}\right] \neq 0. \quad (8)$$

Анализ неравенств (7) и (8) позволяет сформировать условия применимости алгоритма (6):

- траектория движения цели не должна лежать в плоскости *XOY*;
- плоскость движения цели не может быть перпендикулярной к плоскости *XOY*;
- попарная неколлинеарность линий визирования, соответствующих трем измерениям пеленга на цель.

Как видно, приведенные выше требования не накладывают существенных ограничений на область возможного применения алгоритма и являются скорее исключением для практики. Следовательно, алгоритм (6) применим в большинстве задач, связанных с оперативным и достоверным оцениванием СОИ для угломестного канала любого пеленгатора МУС.

4. Учет флуктуационных погрешностей и избыточности измерений при компенсации систематических ошибок

Будем полагать, что углы α_m и β_m оцениваются не только с СОИ $S_{\alpha m}$ и $S_{\beta m}$, но и с флуктуационными погрешностями $\xi_{\alpha m}$ и $\xi_{\alpha m}$. Также считаем, что с использованием вектора инвариантов $\mathbf{I}_m = \left[I_{ml}, l = \overline{1,L} \right]^{\mathrm{T}}$ мы построили L алгоритмов оценивания СОИ $S_{\beta m}$:

$$\hat{S}_{\beta ml}(i,j,k) = \Theta_{ml}(\mathbf{H}_m), \qquad l = \overline{1,L}, \tag{7}$$

где $\mathbf{H}_m = \left[h_{\alpha mi}, h_{\beta mi}, h_{\alpha mj}, h_{\beta mi}, h_{\alpha mk}, h_{\beta mi} \right]^{\mathrm{T}} = \left[\chi_{mq}, q = \overline{1,6} \right]^{\mathrm{T}}$. Пусть заданы следующие характеристики случайного вектора $\mathbf{H}_m$: математическое ожидание $\mathrm{M}\{\mathbf{H}_m\} = \bar{\mathbf{H}}_m = \left[\bar{\chi}_{mq} \right]^{\mathrm{T}}$ и корреляционная матрица $\mathbf{K}_{\Xi_{mn}} = \left[k_{\chi_{mq},\chi_{ml}}, q,l = \overline{1,6} \right]$, где $k_{\chi_{mq},\chi_{mq}} = \sigma^2_{\chi_{mq}}$ – дисперсия.

Тогда, для линейного случая, дисперсия ошибки вычисления $S_{\beta m}$ с учетом (7) находится по формуле

$$\begin{aligned} \sigma^2_{S_{\beta m} l}(i,j,k) &= \sum_{q=1}^{6} \left(\left. \frac{\partial \Theta_{mq}(\mathbf{H}_m)}{\partial \chi_{mq}} \right|_{\mathbf{H}_m = \bar{\mathbf{H}}_m} \right)^2 \sigma^2_{\chi_{mq}} + \\ &+ 2 \sum_{\substack{q=1 \\ q<l}}^{6} \sum_{l=1}^{6} \left(\left. \frac{\partial \Theta_{mq}(\mathbf{H}_m)}{\partial \chi_{mq}} \right|_{\mathbf{H}_m = \bar{\mathbf{H}}_m} \right) \left(\left. \frac{\partial \Theta_{ml}(\mathbf{H}_m)}{\partial \chi_{ml}} \right|_{\mathbf{H}_m = \bar{\mathbf{H}}_m} \right) k_{\chi_{mq},\chi_{ml}}. \end{aligned} \tag{8}$$

Формула (8) позволяет исследовать зависимость точности оценивания СОИ $S_{\beta m}$ от условий наблюдения цели, от выбора моментов измерений t_i, t_j, t_k и от характеристик погрешностей измерений. Так, для случая, когда в качестве инварианта использован угол наклона плоскости, в работе [6] получено конечное аналитическое выражение для $\sigma^2_{S_{\beta m}l}(i,j,k)$ и построены соответствующие графики зависимости дисперсий ошибок оценивания СОИ $S_{\beta m}$ от различных параметров. Полученные результаты подтверждают возможность эффективного использования данного инварианта для компенсации СОИ $S_{\beta m}$. В свою очередь, еще более оправданным среди линейных алгоритмов ([6-8]) является применение алгоритма (6), основанного на инварианте $I_{2m} = C_m / B_m$.

Теперь остановимся на вопросе, связанном с избыточностью измерений. Пусть оценка СОИ $S_{\beta m}$ строится на основе l – го инварианта. Тогда, используя всевозможные тройки t_{i_p}, t_{j_p}, t_{k_p} (где $t_{i_p}, t_{j_p}, t_{k_p} \in [t_0, T]$, $i_p, j_p, k_p \in \overline{0, N}$, $t_{i_p} \neq t_{j_p} \neq t_{k_p}$, где число $p \in \overline{1, P}$ означает номер тройки замеров, используемых для построения единичной оценки СОИ $S_{\beta m}$), можно сформировать семейство единичных оценок $\left\{\hat{S}_{\beta ml}(i_p, j_p, k_p)\right\}_{p=1}^{P}$, $p \in \overline{1, P}$, где $P \leq C_N^3 = N!/[3!(N-3)!]$.

На базе данного семейства можно сформировать результирующую оценку $S^*_{\beta ml}$ СОИ $S_{\beta m}$ для l – го инварианта:

$$S^*_{\beta ml} = \mathrm{B}_{ml}[\hat{S}_{\beta ml}(i_1, j_1, k_1), \hat{S}_{\beta ml}(i_2, j_2, k_2), ..., \hat{S}_{\beta ml}(i_P, j_P, k_P)], \quad l \in \overline{1, L}, \tag{9}$$

где $\mathrm{B}_{ml}[\cdot]$ – оператор оптимальной или квазиоптимальной обработки данных.

Например, в качестве $\mathrm{B}_{ml}[\cdot]$ можно использовать медианные алгоритмы для четного и нечетного числа точечных оценок [3]. Данные алгоритмы устойчивы к аномальным ошибкам и не требуют привлечения априорной статистической информации.

Аналогично, оценки $\left\{S^*_{\beta ml}\right\}_{l=1}^{L}$, соответствующие всем используемым инвариантам, можно подвергнуть некоторому преобразованию с целью получения окончательной оценки угломестной СОИ

$$S^*_{\beta m} = \Theta[S^*_{\beta m1}, S^*_{\beta m2}, ..., S^*_{\beta mP}], \tag{10}$$

где $\Theta[S^*_{\beta m1}, S^*_{\beta m2}, ..., S^*_{\beta mP}]$ – оператор совместной обработки оценок. При построении оценок (9) и (10) можно также использовать соответствующие веса, формируемые на базе формулы (8). Используя выражения (8) и (10) на основе известного принципа линеаризации [11] можно получить формулу для вычисления дисперсии $\sigma^2_{S^*_{\beta m}}$ ошибки оценивания СОИ $S_{\beta m}$.

Применительно к МУС вычислив все СОИ $\left\{S_{\beta m}\right\}_{m=1}^{M}$ от первичных ненадежных угломестных измерений $h_{\beta mn}$ переходим к вторичным более надежным угломестным измерениям $h^*_{\beta mn} = h_{\beta mn} - S^*_{\beta m}$, которые уже не содержат СОИ. Как указывалось ранее СОИ $S_{\alpha m}$ азимутальных каналов являются ненаблюдаемыми и, следовательно, коррекция измерений азимутальных каналов пеленгаторов МУС невозможна и дальнейшее использование этих каналов для решения задачи координатометрии является неправомочным.

5. Оценивание параметров движения цели в условиях априорной неопределенности

С каждым Π_m для фиксированного t_n можно связать две «возмущенные» смещенные поверхности положения цели, описываемые уравнениями

$$\begin{cases} (x_n - \rho_{xmn})\sin h_{\alpha mn} + (y_n - \rho_{ymn})\cos h_{\alpha mn} = 0, \\ \left[(x_n - \rho_{xmn})^2 + (y_n - \rho_{ymn})^2\right]\left(\cos h_{\beta mn}\right)^{-2} - (z_n - \rho_{zmn})^2\left(\sin h_{\beta mn}\right)^{-2} = 0. \end{cases} \tag{11}$$

В (11) первое уравнение, соответствующее измерению $h_{\alpha mn}$, описывает «возмущенную» смещенную азимутальную плоскость положения (повернутую относительно оси $O_m z_m$ на угол $S_{\alpha m}$), а второе уравнение, соответствующее $h_{\beta mn}$ – «возмущенную» смещенную конусную поверхность положения (ее образующая отклоняется от истинной образующей на угол $S_{\beta m}$). Очевидно, что «невозмущенные» несмещенные поверхности положения цели получаем, когда $\mathbf{S}_n = \mathbf{0}$ и $\mathbf{\Xi}_n = \mathbf{0}$.

После коррекции угломестных каналов МУС получаем набор «возмущенных», но несмещенных конусных поверхностей для каждого $n \in \overline{0,N}$:

$$\left[\left(x_n - \rho_{xmn}\right)^2 + \left(y_n - \rho_{ymn}\right)^2\right]\left(\cos h^*_{\beta mn}\right)^{-2} - \left(z_n - \rho_{zmn}\right)^2\left(\sin h^*_{\beta mn}\right)^{-2} = 0,\ m = \overline{1,M}\ .$$

Для МУС с числом пеленгаторов три и более, а также учете только достоверных угломестных каналов, проявляется так называемый геометрический фактор – образуется избыточное число конусных поверхностей положения, на базе которых можно строить альтернативные измерительные структуры и применять принцип «размножения» первичных отметок, соответствующих этим структурам [5]. Если учесть, что необходимо как минимум три конусные поверхности, то можно сформировать $\sum_{r=3}^{M} C_M^r = \sum_{r=3}^{M} \frac{M!}{r!(M-r)!}$ измерительных структур и воспользоваться кластерно-вариационным методом координатометрии [5]. В классическом случае обработку скорректированных угломестных измерений $\left\{h^*_{\beta mn}\right\}$ для всех $m = \overline{0,M}$ и $n = \overline{0,N}$ можно осуществлять в рамках метода максимального правдоподобия на основе минимизации невязки [10]

$$J\left(\boldsymbol{\lambda}_0, \mathbf{v}\right) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=0}^{N} \frac{\left[h^*_{\beta mn} - \beta_m\left(x_n, y_n, z_n\right)\right]^2}{\sigma^2_{S^*_{\beta m}}}, \tag{12}$$

компоненты которой (z_n, β_{mn} и R_{mn}) раскрываются с учетом принятой модели движения цели. В итоге формируется оптимальная оценка

$$\left(\boldsymbol{\lambda}^*_0, \mathbf{v}^*\right) = \min_{\boldsymbol{\lambda}_0, \mathbf{v}} \arg J\left(\boldsymbol{\lambda}_0, \mathbf{v}\right). \tag{13}$$

Если алгоритм (12),(13) соответствует оцениванию по выборке угломестных измерений фиксированного объема, то для решения задачи оценивания в текущем времени можно воспользоваться традиционным алгоритмом калмановской фильтрации (по аналогии с [5]).

6. К вопросу о точности оценивания

Для оценки точности достаточно воспользоваться методикой изложенной в работе [9]. Поскольку при определении параметров движения цели мы оперируем лишь углами места, то достаточно найти градиент функции $\beta_{mn}=\beta_{mn}(\boldsymbol{\lambda}_n)=\arcsin\left\{(z_n-\rho_{zm})R_{mn}^{-1}\right\}$, где $\boldsymbol{\lambda}_n=\boldsymbol{\lambda}(t_n)=[x_n,y_n,z_n]^{\mathrm{T}}$. Несложно убедиться, что $\operatorname{grad}\beta_{mn}(\boldsymbol{\lambda}_n)=R_{mn}^{-1}$, следовательно, с учетом заданной угломестной характеристики $\sigma_{\beta mn}^2$, дисперсия ошибки линии положения, соответствующей измерению угла места, равна $\sigma_{mn}^2=R_{mn}^2\sigma_{\beta mn}^2$, где $\sigma_{\beta mn}$ задается в радианах.

Точность оценивания местоположения цели в фиксированный момент времени t_n на базе всех угломестных измерений МУС (при отсутствии СОИ), в предположении, что $\sigma_{\beta 1n}=\sigma_{\beta 2n}=...=\sigma_{\beta Mn}=\sigma_{\beta n}$ и матрица $\mathbf{K}_{\Xi n}$ является диагональной, характеризуется известными формулами для дисперсий ошибок координатометрии (см. [9], стр. 34). Если в этих формулах значения всех направляющих косинусов заменить на единицу и все слагаемые взять со знаком плюс, то получим несколько загрубленные оценки дисперсий данных ошибок:

$$\sigma_{xn}^2=\sigma_{yn}^2=\sigma_{zn}^2<R_n^2\sigma_{\beta n}^2(3M)^{-1},\quad R_n=\max_m R_{mn},\quad m=\overline{1,M}. \tag{14}$$

Оценка (14) позволяет предъявлять обоснованные требования к топологии МУС, точности угломестного пеленгования и максимально возможной дальности наблюдения цели, при которых достигается нужное качество координатометрии.

Результаты моделирования показывают, что алгоритмы компенсации СОИ на основе набора инвариантов достигают максимального эффекта, если можно использовать большое число P троек $t_{i_p},t_{j_p},t_{k_p}\in[t_0,T]$ с достаточным разносом узлов t_{i_p}, t_{j_p} и t_{k_p}, а также применять медианные и мажоритарные процедуры построения результирующей оценки угломестной СОИ. В этом случае можно сформировать вторичные несмещенные замеры углов места $h^*_{\beta mn}$, при этом с достаточной для практики точностью можно принять $\sigma^2_{S^*_{\beta n}} \approx \sigma^2_{\beta n}$. Следовательно, для МУС, в которой реализуется развитый автокомпенсационный метод координатометрии, потенциальные возможности оценивания параметров движения цели в условиях априорной неопределенности соответствуют триангуляционному методу пассивной локации [9,10], в котором в качестве измеряемых параметров используются только углы места различных пеленгаторов.

7. Выводы

Таким образом, в статье развит новый метод двухэтапной пассивной координатометрии на базе МУС в условиях априорной неопределенности. На первом этапе с учетов всех измерений осуществляется компенсация СОИ угломестных каналов, а на втором этапе непосредственно решается сама задача координатометрии. Достоинство метода состоит в том, что не надо заранее знать номера недостоверных измерительных каналов (как азимутальных, так и угломестных), не требуется формировать хороших начальных условий для коррекции измерений угломестных каналов, оценивание параметров движения цели осуществляется только по скорректированным измерениям угла места всех пеленгаторов МУС (недостоверные азимутальные измерения на этом этапе не привлекаются). На этапе коррекции угломестных каналов, когда используются и недостоверные азимутальные измерения, достигается полная инвариантность результатов этой коррекции к СОИ по азимуту.

Развитый метод применим только к таким целям, для которых можно выделить участки прямолинейного равномерного движения. В случае маневра возможности метода резко снижаются. Кроме того, метод ограничивается рассмотрением лишь постоянных СОИ, при наличии быстроменяющихся аномальных ошибок измерений применение метода также становится проблематичным. По всей видимости, развитый метод целесообразно комбинировать с другими известными методами пассивной координатометрии для создания гибридных алгоритмов функционирования МУС, способных функционировать при различных уровнях априорной неопределенности.

Литература

1. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. М.: Сов. Радио. 1978. 384 с.

2. Клаус А. О систематических ошибках определения траекторий // Труды 1-го междунар. симп. ИФАК по автоматическому управлению в мирном использовании космического пространства. Ставангер, Норвегия, 12-15 дек. 1968. М.: Наука, 1968. С. 23-29.

3. Булычев Ю.Г., Манин А.П. Математические аспекты определения движения летательных аппаратов. М.: Машиностроение. 2000. 256 с.

4. Булычев Ю.Г., Васильев В.В., Джуган Р.В. и др. Информационно-измерительное обеспечение натурных испытаний сложных технических комплексов / Под ред. А.П. Манина, В.В. Васильева. М.: Машиностроение-Полет, 2016. 440 с.

5. Булычев Ю.Г., Чепель Е.Н. Интеллектуально-аналитический метод триангуляционного оценивания параметров движения излучающей цели при наличии недостоверных измерительных каналов // Успехи современной радиоэлектроники, 2017. №7. С. 86-99.

6. Булычев Ю.Г., Коротун А.А. Компенсация систематической погрешности в радиопеленгаторах // Радиотехника, 1989. №2. С. 16-18.

7. Булычев Ю.Г., Мужиков Г.П. Коррекция измерений угла места в стационарном пеленгаторе при плоскостном движении цели // Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника, 1997. 40, №3-4, С. 52-60.

8. Булычев Ю.Г., Мозоль А.А., Помысов А.С. Метод коррекции траекторных измерений автономной угломерной системы // Изв. ВУЗов России. Радиоэлектроника, 2011. №2, С. 33-43.

9. Черняк В.С., Заславский Л.П., Осипов Л.В. Многопозиционные радиолокационные системы. Обзор // Зарубежная радиоэлектроника, 1987. №1. С. 9-69.

10. Булычев Ю.Г. Обоснование методов оптимального оценивания параметров движения цели в триангуляционной измерительной системе // Известия РАН. Теория и системы управления, 2015. №4, С. 94-110.

11. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Высшая школа. 1999. 576 с.

Для цитирования:

Ю. Г. Булычев, И. Л. Сиренко. Автокомпенсационный метод пассивной локации в условиях априорной неопределенности с использованием конусных поверхностей положения излучающей цели. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. № 3. Режим доступа: http://jre.cplire.ru/jre/mar19/12/text.pdf

DOI 10.30898/1684-1719.2019.3.12