

УДК 621.396.96

**КОМПЛЕКСНАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ  
В ИНТЕГРИРОВАННОМ РАДИОЭЛЕКТРОННОМ КОМПЛЕКСЕ  
ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ ОЦЕНИВАНИИ КООРДИНАТ  
И ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ ОБЪЕКТОВ  
В ЛУЧЕВОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ**

**В. И. Меркулов, В. С. Чернов, И. Р. Загребельный**

**Акционерное общество «Концерн радиостроения «Вега»,  
121170, Москва, Кутузовский проспект, 34**

Статья поступила в редакцию 8 мая 2018 г.

**Аннотация.** Приведены совместные математические модели относительного и абсолютного движения воздушных объектов в лучевой системе координат и соответствующие математические модели наблюдения, используемые при решении задач оценивания координат и параметров движения в бортовом радиоэлектронном комплексе летательного аппарата при сопровождении воздушных объектов. Указаны особенности построения алгоритмов траекторного сопровождения с использованием этих моделей, обеспечивающих необходимой информацией системы управления воздушным движением и наведения летательных аппаратов на воздушные объекты.

**Ключевые слова:** математическая модель, лучевая система координат, относительное и абсолютное движение, летательный аппарат, воздушный объект, радиоэлектронный комплекс, бортовая РЛС.

**Abstract.** At the solution of problems of air traffic control and guidance of aircraft it is necessary to carry out monitoring of surrounding space. The most important problem of monitoring of air space is estimation of coordinates and parameters of the movement of air objects which is carried out by the onboard radar-tracking system which is a part of the integrated radio-electronic complex of the aircraft. Efficiency of functioning of a radio-electronic complex of the aircraft in the modes providing air traffic control and formation of teams of guidance of the aircraft depends on quality and reliability of the solution of this task in essential degree. For creation of

effectively functioning systems of trajectory maintenance which realization demands application of complex information processing, it is necessary to have functionally connected mathematical models of coordinates and parameters of the movement of air objects and model of supervision. Thus an important role when developing mathematical models is played by a choice of system of coordinates. Rather often and guidance of the aircraft applies beam system of coordinates to control systems of air traffic. Advantage to beam system of coordinates consists in what in it the onboard radar-tracking system directly carries out measurements of range to air object, the speed of rapprochement with it and its angular coordinates. Besides, at guidance of aircraft of various types rather often parameters of management are formed in beam system of coordinates. In article joint mathematical models of the relative and absolute movement of air objects are given in beam system of coordinates and the corresponding mathematical models of supervision used at the solution of problems of estimation of coordinates and parameters of the movement in an onboard radio-electronic complex of the aircraft at maintenance of air objects. Features of creation of algorithms of trajectory maintenance with use of these models providing with necessary information of a control system of air traffic and guidance of aircraft on air objects are specified.

**Key words:** mathematical model, beam system of coordinates, relative and absolute movement, aircraft, air object, radio-electronic complex, onboard radar.

## **Введение**

При решении задач управления воздушным движением и наведения летательных аппаратов (ЛА) необходимо осуществлять мониторинг окружающего пространства [1, 2].

Важнейшей задачей мониторинга воздушного пространства является оценивание координат и параметров движения воздушных объектов (ВО), осуществляемое бортовой радиолокационной системой (БРЛС), входящей в состав интегрированного радиоэлектронного комплекса ЛА. От качества и надежности решения данной задачи в существенной степени зависит

эффективность функционирования радиоэлектронного комплекса (РЭК) ЛА в режимах, обеспечивающих управление воздушным движением и формирование команд наведения ЛА [2, 3].

Для создания эффективно функционирующих систем траекторного сопровождения, реализация которых требует применения комплексной обработки информации (КОИ), необходимо иметь функционально связанные математические модели (ММ) координат и параметров движения ВО и модели наблюдения. При этом важную роль при разработке ММ играет выбор системы координат (СК). Достаточно часто для систем управления воздушным движением и наведения ЛА применяют лучевую СК [4]. Достоинство лучевой системе координат состоит в том, что именно в ней БРЛС непосредственно осуществляет измерения дальности до воздушного объекта, скорости сближения с ним и его угловых координат. Кроме того, при наведении летательных аппаратов различных типов достаточно часто параметры управления формируются в лучевой системе координат.

При разработке известных алгоритмов траекторного сопровождения в лучевой СК использовались отдельные ММ, представляющие координаты относительного движения ВО и ЛА и абсолютные параметры собственного движения ВО, что не позволяет применять единую процедуру оценивания данных физических величин, необходимую для оперативного получения более полной информации о ВО.

*Цель статьи* – разработка совместной математической модели относительного и абсолютного движения ВО и моделей наблюдения в лучевой СК и анализ особенностей комплексной обработки информации в процедурах траекторного сопровождения ВО интегрированного радиоэлектронного комплекса ЛА.

При разработке алгоритмов траекторного сопровождения ВО используются следующие прямоугольные правые СК: нормальная земная СК  $O_0X_gY_gZ_g$ , нормальная подвижная СК  $OX_gY_gZ_g$ , связанная СК  $OXYZ$  и лучевая СК  $OX_nY_nZ_n$  [4].

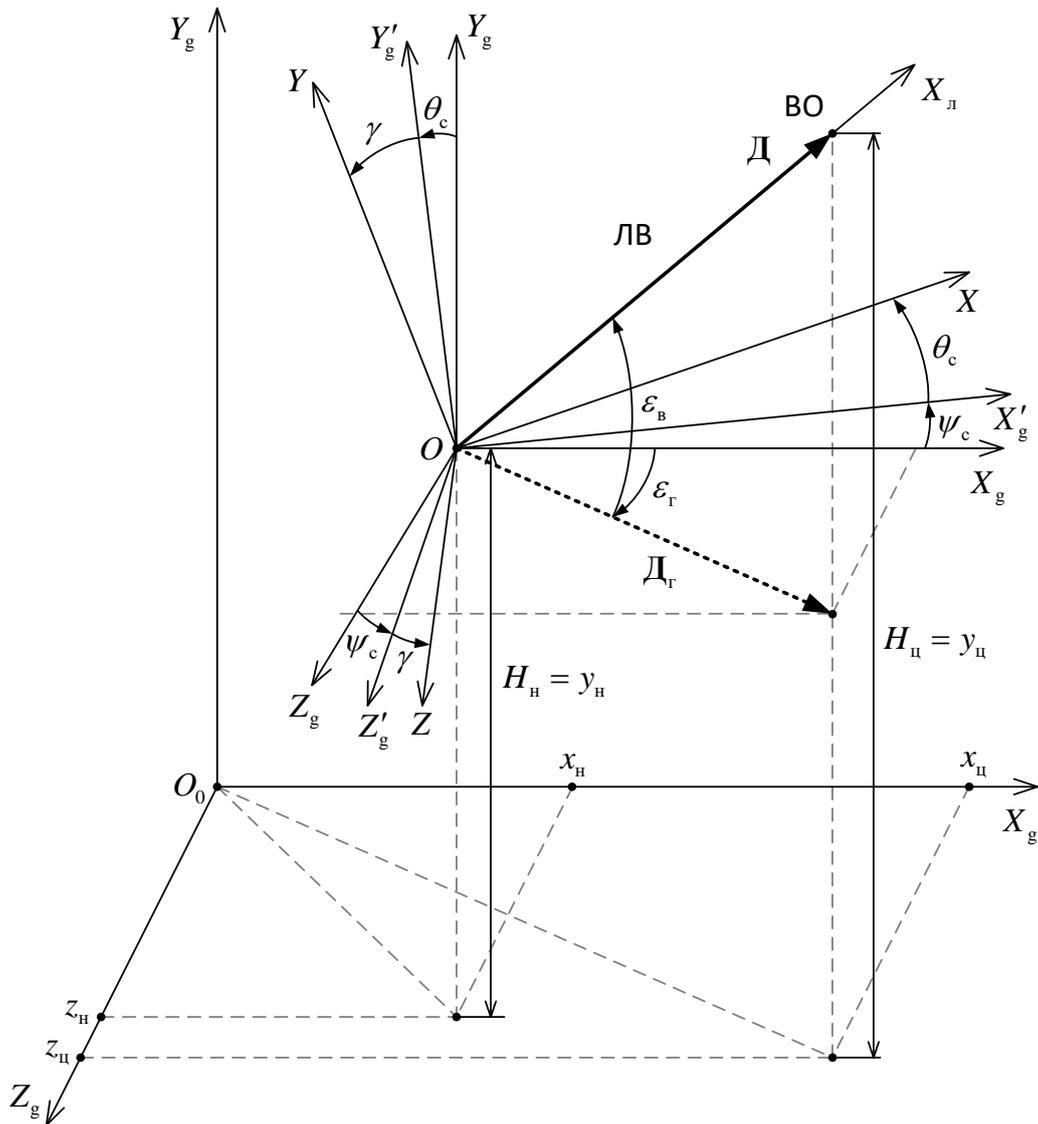


Рис. 1. Взаимное положение нормальной земной, нормальной подвижной и связанной СК

При решении задач управления и наведения ЛА начало нормальной земной СК  $O_0X_gY_gZ_g$  (рис. 1) совмещается с пунктом управления (наведения) или с некоторой условной (опорной) точкой на поверхности Земли. При описании динамики полета в атмосфере земные СК (в том числе СК  $O_0X_gY_gZ_g$ ) обычно считаются инерциальными, а Земля принимается плоской, т.е. осуществляется пренебрежение вращением местной вертикали при движении летательного аппарата. При таких допущениях вектор абсолютной скорости движения центра масс ЛА заменяется на вектор земной скорости, а вектор абсолютной угловой скорости на вектор угловой скорости относительно

нормальной земной СК (земной угловой скорости) [4]. Направление осей  $O_0X_g$ ,  $O_0Z_g$  неизменно относительно Земли и выбирается в соответствии с решаемой задачей. На рис. 1 оси  $O_0X_g$  и  $O_0Z_g$  ориентированы по касательным (соответственно к географическому меридиану на север и к географической параллели на восток), проходящим через точку  $O_0$ . Ось  $O_0Y_g$  направлена вверх по местной вертикали.

В нормальной земной СК  $O_0X_gY_gZ_g$  движение ВО и ЛА определяется следующими параметрами [4]: координатами ВО  $x_{ц}, y_{ц} = H_{ц}, z_{ц}$ ; координатами ВН  $x_{н}, y_{н} = H_{н}, z_{н}$ ; наклонной и горизонтальной дальностями  $D$  и  $D_r$ , а также углами  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_b$ , характеризующими пространственную ориентацию линии визирования (ЛВ) в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно.

Бортовая РЛС, входящая в состав РЭК, измеряет наклонную дальность  $D$  и обеспечивает оценивание углов визирования  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_b$  в сферической СК. Для формирования оценок углов визирования необходимо знание бортовых пеленгов ВО, измеряемых БРЛС, и углового пространственного положения связанной СК.

Нормальная СК  $OX_gY_gZ_g$  – это подвижная система координат, начало которой  $O$  обычно совмещается с ЛА, ось  $OY_g$  направлена по местной вертикали, а оси  $OX_g$ ,  $OZ_g$  – в соответствии с решаемой задачей (при относительно небольших расстояниях между точками  $O_0$  и  $O$  параллельно осям нормальной земной СК).

Начало связанной прямоугольной СК  $OXYZ$  совпадает с центром масс ЛА. Ось  $OX$  направлена по продольной оси ЛА. Ось  $OY$  располагается в плоскости симметрии и направлена вверх. Ось  $OZ$  обычно ориентируется по перпендикуляру к плоскости симметрии ЛА.

Пространственное положение связанной СК относительно нормальной

характеризуется углами рыскания  $\psi_c$ , тангажа  $\theta_c$  и крена  $\gamma$ , измерение которых осуществляется автономными датчиками РЭК ЛА. Связанная СК получается из нормальной путем последовательного ее поворота на углы  $\psi_c$ ,  $\theta_c$  и  $\gamma$ .

Начало лучевой СК  $OX_{л}Y_{л}Z_{л}$ , называемой иногда визирной, совпадает с центром масс ЛА. При этом в процессе движения ЛА и ВО ось  $OX_{л}$  лучевой СК, совпадающая с ЛВ, постоянно ориентируется на ВО, т.е. в направлении вектора Д. Положение оси  $OX_{л}$  лучевой СК в нормальной СК  $OX_gY_gZ_g$  характеризуется углами  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_b$ .

Ось  $OY_{л}$  лучевой СК лежит в угломестной плоскости и перпендикулярна оси  $OX_{л}$ . Ось  $OZ_{л}$  расположена в азимутальной плоскости и образует с осями  $OX_{л}$  и  $OY_{л}$  правую СК.

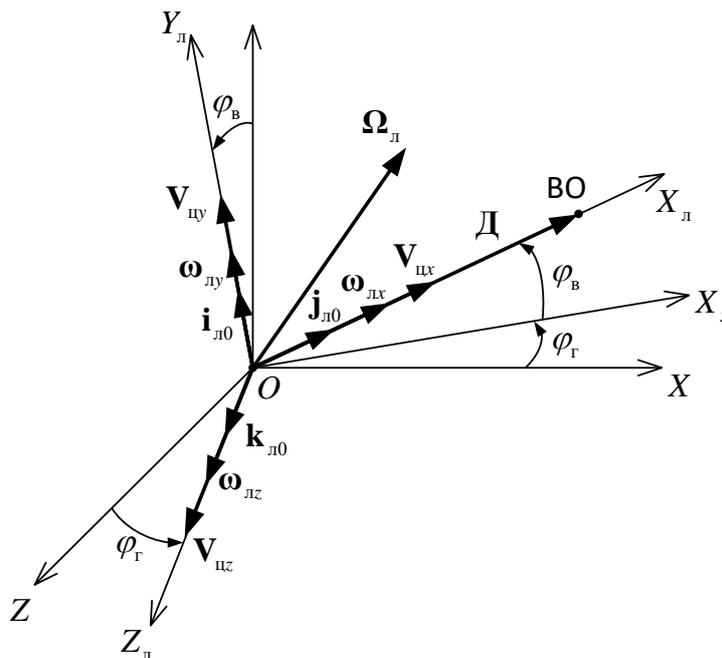


Рис. 2. Взаимное положение самолетной связанной и лучевой СК

Лучевая СК  $OX_{л}Y_{л}Z_{л}$  вращается с угловой скоростью  $\boldsymbol{\Omega}_{л}(t)$  относительно нормальной земной СК  $O_0X_gY_gZ_g$  и соответственно нормальной СК  $OX_gY_gZ_g$  (рис. 2). Взаимное положение осей лучевой и связанной СК, как видно из рис. 2, определяется углами пеленга  $\varphi_r(t)$  и  $\varphi_b(t)$ , причем углы  $\varphi_r$  и  $\varphi_b$  характеризуют собой отклонения линии визирования ВО в лучевой СК

относительно осей  $OXYZ$  связанной СК. На рисунке показаны также векторы  $\omega_{\text{лх}} = \omega_{\text{лх}} \mathbf{i}_{\text{л0}}$ ,  $\omega_{\text{лы}} = \omega_{\text{лы}} \mathbf{j}_{\text{л0}}$ ,  $\omega_{\text{лз}} = \omega_{\text{лз}} \mathbf{k}_{\text{л0}}$  – проекции вектора угловой скорости  $\Omega_{\text{л}}$  на оси лучевой СК;  $\mathbf{i}_{\text{л0}}$ ,  $\mathbf{j}_{\text{л0}}$ ,  $\mathbf{k}_{\text{л0}}$  – орты лучевой СК.

В алгоритмах обработки информации РЭК ЛА, обеспечивающих траекторное сопровождение ВО, для определенности координатных преобразований переход от связанной к лучевой СК осуществляется путем последовательных поворотов на углы  $\varphi_{\text{г}}$  и  $\varphi_{\text{в}}$ .

При решении задачи оценивания координат и параметров движения ВО в лучевой СК важнейшим источником информации является БРЛС, осуществляющая сопровождение ВО по дальности, скорости сближения (доплеровской частоте) и угловым координатам. При этом в БРЛС автоматически измеряются: дальность до воздушного объекта  $D(t)$ , скорость ее изменения  $\dot{D}(t)$ , углы бортовых пеленгов ВО в азимутальной  $\varphi_{\text{г}}(t)$  и угломестной  $\varphi_{\text{в}}(t)$  плоскостях. Кроме того, вычисляются угловые скорости  $\omega_{\varphi_{\text{г}}}(t) = d\varphi_{\text{г}}(t)/dt$  и  $\omega_{\varphi_{\text{в}}}(t) = d\varphi_{\text{в}}(t)/dt$ .

Следует заметить, что на практике измерение дальности  $D(t)$ , ее производной  $\dot{D}(t)$  и угловых координат при слежении за одиночным воздушным объектом осуществляется в антенной СК. При этом в алгоритмах обработки информации необходимо учитывать, что измерение дальности и угловых координат ВО БРЛС осуществляет с погрешностями. Однако ошибками БРЛС, как правило, можно пренебречь. В этом случае антенная СК с точностью до ошибок сопровождения ВО по углам и величины выноса антенны относительно центра масс ЛА совпадает с лучевой СК. При этом необходимо иметь в виду, что антенная СК используется в режиме непрерывной пеленгации одиночного ВО, в котором ось антенны БРЛС непрерывно отслеживает положение линии визирования ВО – ЛА.

Однако в современных БРЛС обычно осуществляется многоцелевое сопровождение ВО, в процессе которого выполняется механическое и/или электронное сканирование лучом диаграммы направленности антенны

воздушного пространства в режиме секторного или кругового обзора. В этом случае в системах траекторного сопровождения целесообразно применение ММ движения ВО в лучевой СК.

### Математические модели движения воздушного объекта и измерений в лучевой СК

Получим совместную математическую модель относительного и абсолютного движения ВО в лучевой СК. При этом будем исходить из того, что при решении задач управления воздушным движением и наведения ЛА практически невозможно определить, насколько отличаются ветровые потоки в районах перемещения ВО и ЛА. Поэтому обычно в алгоритмах обработки информации на этапах управления и наведения ЛА ветер не учитывается, а земная и воздушная скорости отождествляются как для ЛА, так и для ВО [4]. С учетом сказанного в дальнейшем для вектора воздушной скорости ВО используется обозначение  $V_{\Pi}$ , а для вектора воздушной скорости ЛА – соответственно  $V_c$ .

В [4] приведена совместная ММ параметров относительного и абсолютного движения ВО в произвольной СК, описывающая одновременно динамику изменения во времени  $t$  вектора дальности  $D(t)$ , вектора воздушной скорости ВО  $V_{\Pi}(t)$  и вектора воздушной скорости ЛА  $V_c(t)$ . Данная модель может быть представлена в виде векторных соотношений

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{D}(t)}{dt} = -\Omega_{\Pi}(t) \times D(t) + V_{\Pi}(t) - V_c(t), \\ \frac{d\tilde{V}_c(t)}{dt} = -\Omega_{\Pi}(t) \times V_c(t) + a_c(t), \\ \frac{d\tilde{V}_{\Pi}(t)}{dt} = -\Omega_{\Pi}(t) \times V_{\Pi}(t) + a_{\Pi}(t). \end{cases} \quad (1)$$

В системе уравнений (1)  $\Omega_{\Pi}(t)$  обозначает угловую скорость вращения произвольной СК  $Ox_{\Pi}y_{\Pi}z_{\Pi}$  относительно нормальной подвижной СК  $Ox_gy_gz_g$ . Первое уравнение характеризует относительную скорость изменения

(локальную производную) вектора дальности  $D(t)$ . Второе и третье уравнения определяют поведение относительных производных векторов  $V_c(t)$  и  $V_{ц}(t)$  соответственно. В соотношениях (1)  $a_c(t)$  и  $a_{ц}(t)$  – векторы ускорений ЛА и ВО соответственно.

В свою очередь, векторные соотношения (1) в проекциях на оси произвольной СК имеют следующий вид [4]

$$\begin{cases} \dot{D}_x = \omega_z D_y - \omega_y D_z + V_{cx} + V_{цx}, \\ \dot{D}_y = \omega_x D_z - \omega_z D_x + V_{cy} + V_{цy}, \\ \dot{D}_z = \omega_y D_x - \omega_x D_y + V_{cz} + V_{цz}, \\ \dot{V}_{cx} = \omega_z V_{cy} - \omega_y V_{cz} + a_{cx}, \\ \dot{V}_{cy} = \omega_x V_{cz} - \omega_z V_{cx} + a_{cy}, \\ \dot{V}_{cz} = \omega_y V_{cx} - \omega_x V_{cy} + a_{cz}, \\ \dot{V}_{цx} = \omega_z V_{цy} - \omega_y V_{цz} + a_{цx}, \\ \dot{V}_{цy} = \omega_x V_{цz} - \omega_z V_{цx} + a_{цy}, \\ \dot{V}_{цz} = \omega_y V_{цx} - \omega_x V_{цy} + a_{цz}. \end{cases} \quad (2)$$

Для упрощения записи в (2) опущен индекс, показывающий принадлежность проекций векторов дальности, скоростей и ускорений ЛА и ВО, угловой скорости вращения ЛВ на оси произвольной СК.

Проанализируем систему скалярных дифференциальных уравнений ММ (2) на предмет использования для построения алгоритмов траекторного сопровождения ВО.

На основе измерений, осуществляемых БРЛС и автономными датчиками РЭК, могут быть получены текущие значения проекций векторов дальности до ВО, скорости и ускорения ЛА.

В уравнения (2) входят проекции вектора угловой скорости вращения ЛВ на оси произвольной СК. Однако получение математических моделей для них на практике представляет большие трудности. В то же время составляющие вектора  $\Omega_{ц}(t)$  могут быть измерены (определены) на борту ЛА. Поэтому для

преодоления априорной неопределенности в задании математических моделей угловых скоростей  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  и  $\omega_z$ , входящих в (2), воспользуемся принципом распределения информации [5], согласно которому часть измерительной информации используется для формирования отдельных компонент вектора состояния в качестве управляющих воздействий. Учитывая, что в современных РЭК широко используются оптимальные и квазиоптимальные (субоптимальные) алгоритмы оценивания угловых координат ВО и соответствующих угловых скоростей, погрешностями определения проекций вектора  $\Omega_n(t)$  можно пренебречь [4].

Аналогично составляющим вектора угловой скорости  $\Omega_n(t)$  измеренные значения проекций вектора ускорения ЛА  $\mathbf{a}_c(t)$  также целесообразно использовать в качестве управляющих воздействий в уравнениях состояния.

Дальнейшее упрощение ММ (2) может быть получено при использовании принципа распределения информации [5] по отношению к проекциям вектора скорости ЛА  $\mathbf{V}_c(t)$ . Измеренные значения проекций вектора скорости ЛА могут быть получены путем пересчета в произвольную СК результатов измерений вектора воздушной скорости, выполненных в скоростной СК. Аналогичная процедура пересчета описана в [4] применительно к антенной СК и не представляет каких-либо трудностей. При высокой точности измерения вектора воздушной скорости ЛА вычисленные значения проекций вектора скорости могут успешно выступать в качестве управляющих воздействий в дифференциальных уравнениях ММ (2).

Что касается вектора ускорения воздушного объекта  $\mathbf{a}_n(t)$ , то он недоступен непосредственному измерению, однако может быть задан на основе экспериментальных данных при принятии некоторой гипотезы о движении ВО. В частности, для простоты можно воспользоваться гипотезой о постоянстве проекций вектора абсолютного ускорения ВО  $\mathbf{a}_n(t)$  на оси произвольной СК [3].

Таким образом, система дифференциальных уравнений (2) определяет совместную ММ движения ВО и ЛА и отображает динамику изменения вектора состояния

$$\mathbf{x}^T(t) = \left[ D_x(t) \ D_y(t) \ D_z(t) \ V_{ix}(t) \ V_{iy}(t) \ V_{iz}(t) \ a_{ix}(t) \ a_{iy}(t) \ a_{iz}(t) \right].$$

Математическая модель (2) является линейной, что упрощает ее практическую реализацию в системе траекторного сопровождения ВО в РЭК. Достоинством ММ (2) является также возможность совместного представления параметров относительного и собственного движения ВО, что обеспечивает одновременное оценивание составляющих векторов дальности  $D(t)$ , скорости  $V_{ii}(t)$  и ускорения  $a_{ii}(t)$  в рамках единой вычислительной процедуры отслеживания траектории ВО. Кроме того, эта ММ позволяет оценивать проекции вектора относительной скорости ВО при его траекторном сопровождении.

Из выражений (2) в качестве частных примеров несложно получить соотношения, характеризующие ММ движения в СК, выбранной для решения рассматриваемой задачи. Так, при адаптации уравнений ММ применительно к лучевой СК необходимо учесть, что проекции  $D_x = D$ ,  $\dot{D}_x = \dot{D}$ ,  $D_y = D_z = 0$ ,  $\dot{D}_y = \dot{D}_z = 0$ . Кроме того, вместо проекций угловой скорости вращения  $\Omega_{ii}(t)$  произвольной СК  $OX_{ii}Y_{ii}Z_{ii}$  в выражения (2) следует подставить измеренные значения соответствующих проекций угловой скорости вращения  $\Omega_{ii}(t)$  лучевой СК  $OX_{ii}Y_{ii}Z_{ii}$  в качестве управляющих воздействий. Аналогичным образом следует поступить с проекциями вектора скорости ЛА в лучевой СК.

С учетом сказанного дифференциальные уравнения (2) применительно к лучевой СК примут следующий вид

$$\begin{cases} \dot{D}_x = V_{cxi} + V_{ix}, \\ \dot{V}_{ix} = \omega_{лзи} V_{iy} - \omega_{луи} V_{iz} + a_{ix}, \\ \dot{V}_{iy} = -\omega_{лзи} V_{ix} + a_{iy}, \\ \dot{V}_{iz} = \omega_{луи} V_{ix} + a_{iz}, \end{cases} \quad (3)$$

где индекс «и» означает измеренное (вычисленное) значение соответствующих параметров.

Из (3) следует, что размерность вектора состояния уменьшилась и соответственно вектор принимает вид

$$\mathbf{x}^T(t) = [D_x(t) \quad V_{ix}(t) \quad V_{iy}(t) \quad V_{iz}(t) \quad a_{ix}(t) \quad a_{iy}(t) \quad a_{iz}(t)].$$

Размерность данного вектора состояния можно дополнительно уменьшить, учитывая тот факт, что ММ (2) и (3) недостаточно точно отображают динамику изменения вектора ускорения ВО. Действительно, гипотеза о постоянстве проекций вектора абсолютного ускорения ВО  $\mathbf{a}_ц(t)$  на оси лучевой СК является удобной для решения задачи синтеза алгоритмов траекторного сопровождения, однако достоверность ее не подтверждена достаточно убедительными доводами. Более реальной является гипотеза о постоянстве проекций вектора абсолютного ускорения ВО  $\mathbf{a}_ц(t)$  на оси скоростной СК ВО, так как она соответствует движению ВО с постоянным креном и постоянными продольной и боковой перегрузками [6]. К сожалению, использование данной гипотезы приведет не к упрощению, а к усложнению ММ (2) и (3). Поэтому целесообразно определенным образом получить результаты косвенных измерений проекций вектора ускорения ВО  $\mathbf{a}_ц(t)$  в лучевой СК и использовать их в качестве управляющих воздействий в уравнениях состояния. Для этого можно воспользоваться известной математической моделью движения ВО для вектора ускорения  $\mathbf{a}_ц(t)$  в лучевой СК, приведенной в [4], где получены алгебраические уравнения, позволяющие определять соответствующие составляющие вектора ускорения ВО.

Для этого использован закон изменения вектора дальности, определяемый кинематическим уравнением

$$\frac{dD^2(t)}{dt^2} = \mathbf{a}_ц(t) - \mathbf{a}_с(t). \quad (4)$$

В левую часть уравнения (4) входит вектор относительного ускорения ВО.

Если спроектировать векторное равенство (4) на оси лучевой СК, то окончательно получим [6]

$$\begin{cases} a_{цлх}(t) = \ddot{D} - (\omega_{лу}^2 + \omega_{лз}^2)D + a_{сх}, \\ a_{цлу}(t) = \dot{\omega}_{лз}D + \omega_{лх}\omega_{лу}D + 2\omega_{лз}\dot{D} + a_{сy}, \\ a_{цлз}(t) = -\dot{\omega}_{лу}D + \omega_{лх}\omega_{лз}D - 2\omega_{лу}\dot{D} + a_{сz}. \end{cases} \quad (5)$$

Анализ уравнения (5) показывает, что для вычисления проекций вектора ускорения  $\mathbf{a}_ц(t)$  информационные датчики РЭК ЛА должны измерять дальность до ВО  $D$ , скорость  $\dot{D}$  и ускорение  $\ddot{D}$  сближения, составляющие  $\omega_{лх}$ ,  $\omega_{лу}$  и  $\omega_{лз}$  угловой скорости линии визирования и угловые ускорения  $\dot{\omega}_{лх}$ ,  $\dot{\omega}_{лу}$  и  $\dot{\omega}_{лз}$ , а также линейные ускорения ЛА  $a_{сх}$ ,  $a_{сy}$  и  $a_{сz}$ .

Измерение дальности и ее производных возможно в импульсно-доплеровских БРЛС. Составляющие угловой скорости и углового ускорения линии визирования по осям лучевой СК вычисляются в бортовой вычислительной системе (БВС) при сопровождении ВО. В частности, проекции вектора  $\mathbf{\Omega}_л$  на оси лучевой системы координат могут быть вычислены по формулам [4]

$$\begin{cases} \omega_{лх}(t) = \dot{\varphi}_Г \sin \varphi_В + \omega_{x1} \cos \varphi_Г \cos \varphi_В + \omega_{y1} \sin \varphi_В - \omega_{z1} \sin \varphi_Г \cos \varphi_В, \\ \omega_{лу}(t) = \dot{\varphi}_Г \cos \varphi_В - \omega_{x1} \cos \varphi_Г \sin \varphi_В + \omega_{y1} \cos \varphi_В - \omega_{z1} \sin \varphi_Г \sin \varphi_В, \\ \omega_{лз}(t) = \dot{\varphi}_В + \omega_{x1} \sin \varphi_Г + \omega_{z1} \cos \varphi_Г, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\varphi_Г$  и  $\varphi_В$  – углы пеленга ВО в лучевой СК, а  $\omega_{x1}$ ,  $\omega_{y1}$  и  $\omega_{z1}$  – угловые скорости вращения связанной СК.

Угловые скорости вращения ЛА могут быть непосредственно измерены с помощью датчиков угловых скоростей, установленных вдоль соответствующих осей связанной СК, либо рассчитаны по данным измерений углов рыскания  $\psi_c$ , тангажа  $\theta_c$  и крена  $\gamma$  ЛА по методике, приведенной в [7].

Если в лучевой системе координат отсутствует вращение вокруг оси  $OX_n$ , т.е. угловая скорость  $\omega_{lx} = 0$ , то система уравнений (5) получается более простой. Данное условие выполняется при стабилизации по крену самого ЛА.

Угловые ускорения  $\dot{\omega}_{ly}$  и  $\dot{\omega}_{lz}$  могут быть оценены по значениям угловых скоростей (6) с помощью фильтров, имеющих астатизм второго порядка.

Таким образом, использование косвенных измерений (5) проекций вектора ускорения ВО  $\mathbf{a}_n(t)$  в лучевой СК в качестве управляющих воздействий в уравнениях состояния позволяет дополнительно уменьшить размерность вектора состояния (3).

Как отмечалось ранее, решение задачи синтеза оптимальных (субоптимальных) алгоритмов оценивания координат и параметров движения ВО требует знания ММ состояния и наблюдения. Компоненты вектора состояния описываются дифференциальными уравнениями (3).

Уравнения (3) ММ движения позволяют в соответствии с критерием наблюдаемости [2] определить минимально необходимый набор измеряемых координат, при котором будет обеспечиваться заданная эффективность функционирования алгоритмов траекторного сопровождения. Как правило, для получения всех возможных оценок необходимо, чтобы в каждой группе функционально связанных координат измерялись, как минимум, наименьшие производные вектора состояния. Анализ уравнений (3) показывает, что минимально необходимый набор измеряемых координат, при котором будет обеспечиваться эффективное функционирование алгоритмов траекторного сопровождения ВО включает: дальность до ВО, бортовые пеленги ВО, модуль вектора воздушной скорости ЛА, углы атаки, скольжения и крена ЛА, проекции

вектора угловой скорости вращения ЛА в связанной СК (либо углы рыскания и тангажа).

Для измерения указанных величин в состав интегрированного РЭК должны быть включены следующие информационные датчики: бортовая РЛС, датчики воздушной скорости ЛА, углов атаки, скольжения, крена ЛА и угловой скорости вращения ЛА в связанной СК (либо датчики углов рыскания и тангажа).

В [4] приведены векторные соотношения наблюдения применительно к лучевой СК, а также система скалярных соотношений наблюдения, имеющая вид

$$\begin{cases} D_{хи} = D_{и}, \\ V_{цхи} = V_{схи} + \dot{D}_{и}, \\ V_{цуи} = V_{суи} + \omega_{лзи} D_{и}, \\ V_{цзи} = V_{сзи} - \omega_{луи} D_{и}, \end{cases} \quad (7)$$

где индекс «и» означает измеренное (вычисленное) значение соответствующих параметров.

В уравнениях наблюдения входящие в выражения (7) измеренные значения  $\omega_{луи}$  и  $\omega_{лзи}$  проекций вектора угловой скорости  $\mathbf{\Omega}_л$  обычно вычисляются в БВС на основе измеренных значений первичных угловых параметров  $\varphi_{ги}$ ,  $\varphi_{ви}$  и угловых скоростей вращения связанной СК  $\omega_{хли}$ ,  $\omega_{yli}$ ,  $\omega_{zли}$  с использованием соотношений (6).

Проекции вектора  $\mathbf{V}_c(t)$  на оси лучевой СК вычисляются в БВС путем координатных преобразований вектора воздушной скорости самолета  $\mathbf{V}_{си}(t)$ , измеренного в скоростной СК, с учетом измеренных значений углов атаки  $\alpha_{и}$ , скольжения  $\beta_{и}$ , а также углов пеленга  $\varphi_{ги}$ ,  $\varphi_{ви}$  и крена  $\gamma_{и}$ .

Измеренные (вычисленные) значения дальности и проекций вектора скорости ВО образуют вектор наблюдения

$$\mathbf{z}^T(t) = [z_1(t) \quad z_2(t) \quad z_3(t) \quad z_4(t)], \quad (8)$$

где  $z_1(t) = D_n(t)$ ,  $z_2(t) = V_{цхн}(t)$ ,  $z_3(t) = V_{цун}(t)$ ,  $z_4(t) = V_{цзн}(t)$ .

Как следует из (7), погрешности измерений (вычислений) проекций вектора  $V_{ц}(t)$  обусловлены погрешностями определения первичных параметров:  $V_c(t)$ ,  $D(t)$ ,  $\dot{D}(t)$ , углов и угловых скоростей. Эти погрешности на практике обычно аппроксимируются аддитивными стационарными белыми гауссовскими шумами, образующими вектор погрешностей измерений (шумов наблюдения)

$$\xi_n^T(t) = [\xi_{Дн}(t) \quad \xi_{цхн}(t) \quad \xi_{цун}(t) \quad \xi_{цзн}(t)]. \quad (9)$$

Таким образом, вектор наблюдения (8) с учетом (9) может быть представлен в виде

$$\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D(t) + \xi_{Дн}(t) \\ V_{цх}(t) + \xi_{цхн}(t) \\ V_{цу}(t) + \xi_{цун}(t) \\ V_{цз}(t) + \xi_{цзн}(t) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где  $D(t)$ ,  $V_{цх}(t)$ ,  $V_{цу}(t)$ ,  $V_{цз}(t)$  – истинные значения относительной дальности и проекций вектора скорости цели в лучевой СК.

### **Особенности оценивания координат и параметров движения ВО в лучевой СК**

В совокупности уравнения состояния (3) и наблюдения (10) содержат всю необходимую информацию для решения задачи синтеза оптимальной (в рамках сделанных ранее допущений) системы оценивания параметров движения ВО в лучевой СК  $OX_n Y_n Z_n$  в дискретном времени с использованием алгоритмов оптимальной линейной фильтрации. Поскольку современные процессоры БВС имеют достаточно большую разрядность (16 разрядов и более), при переходе от дифференциальных уравнений (3) и соотношений наблюдения (10) к цифровым аналогам модели состояния и наблюдения остаются практически линейными, поэтому эффектом квантования по уровню можно пренебречь [3]. В результате этого синтез оптимальной системы обработки информации сводится по

существо к синтезу оптимальной дискретной системы, процедура выполнения которой в данном случае является достаточно простой.

Особенности комплексной обработки информации, учитывающей взаимосвязь моделей, рассмотрим на частном примере оценивания второй компоненты  $V_{цх}(t)$  вектора состояния  $\mathbf{x}(t)$ , динамика изменения которой определяется дифференциальным уравнением

$$\dot{V}_{цх}(t) = a_{цхи}(t) + \omega_{лзи}(t)V_{цу}(t) - \omega_{луи}(t)V_{цз}(t), \quad V_{цх}(t_0) = V_{цх0}.$$

Введем обозначение

$$u_x(t) = \omega_{лзи}(t)V_{цу}(t) - \omega_{луи}(t)V_{цз}(t). \quad (11)$$

Данная величина может рассматриваться как известная управляющая функция. Отметим, что при больших дальностях до ВО значения проекций вектора угловой скорости вращения ЛВ могут быть незначительными. В этом случае управляющей функцией (11) можно пренебречь, что позволит упростить алгоритмы траекторного сопровождения ВО.

Решим задачу синтеза субоптимального алгоритма обработки информации для указанного канала оценивания, при этом для упрощения записей индексы, свидетельствующие о принадлежности ко второй компоненте вектора состояния и наблюдения, опущены.

В результате компонента состояния, определяющая динамику рассматриваемой проекции вектора скорости ВО, имеет вид

$$\dot{V}_{ц}(t) = a_{ци}(t) + u(t), \quad V_{ц}(t_0) = V_0. \quad (12)$$

В соответствии с (10) наблюдение для рассматриваемого канала оценивания описывается соотношением

$$z(t) = V_{ц}(t) + \xi_{и}(t). \quad (13)$$

Дискретными аналогами моделей (12) и (13) являются уравнения:

$$V_{ц}(k) = V_{ц}(k-1) + Ta_{ци}(k-1) + Tu(k-1), \quad V_{ц}(0) = V_{ц0}, \quad (14)$$

$$V_{ци}(k) = V_{ц}(k) + \xi_{и}(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (15)$$

где  $\xi_n(k) = \frac{1}{T} \int_{(k-1)T}^{kT} \xi_n(\tau) d\tau$ ;  $T$  – интервал дискретизации.

Используя (14) и (15) при конкретизации алгоритма оптимальной дискретной фильтрации [2], получим

$$\begin{aligned} \hat{V}_n(k) &= V_{np}(k) + K_V(k) [V_{ин}(k) - V_{np}(k)], & \hat{V}_n(0) &= \hat{V}_{n0}, \\ V_{np}(k) &= \hat{V}_n(k-1) + T [\hat{a}_{ин}(k-1) + u(k-1)], \end{aligned} \quad (16)$$

где  $V_{np}(k)$  – экстраполированное значение скорости на момент  $t_k = kT$ ;  $[V_{ин}(k) - V_{np}(k)] = \Delta z$  – невязка измерений; коэффициент  $K_V(k)$  рассчитывается по известным формулам оптимальной линейной фильтрации (3.30) – (3.32), приведенным в [8].

Необходимый для формирования оценки  $\hat{V}_{ин}(k)$  проекции вектора скорости ВО на момент  $t_k$  управляющий сигнал вычисляется в соответствии с соотношением (11) на момент  $t_{k-1}$ :

$$u_x(k-1) = \omega_{лзи}(k-1) \hat{V}_{цп}(k-1) - \omega_{лци}(k-1) \hat{V}_{из}(k-1).$$

Таким образом, в процессе фильтрации выполняются две операции: прогнозирование оцениваемого процесса и коррекция результатов прогноза. Корректирующая поправка зависит от невязки измерений, которая характеризует степень несоответствия результатов прогноза наблюдения, вычисляемого по детерминированной части (3), и конкретного измерения. Это несоответствие обуславливается отличием математической модели состояния от реального состояния и наличием ошибок измерения информационных датчиков. Вес невязки определяется переменным коэффициентом усиления  $K_V(k)$ .

На практике часто удается обеспечить приемлемое качество оценивания всех составляющих вектора состояния, используя постоянную для всех моментов времени матрицу коэффициентов усиления фильтра (например, матрицу их стационарных значений или рассчитанных на определенный

момент времени) [2, 3]. Такой подход к определению матрицы коэффициентов усиления эффективен с точки зрения достижения приемлемой точности оценивания для стационарных систем. С учетом вышесказанного, подставив для данного случая в (16) постоянный коэффициент  $K_V$ , получим

$$\hat{V}_{ц}(k) = V_{цз}(k) + K_V [V_{цн}(k) - V_{цз}(k)], \quad \hat{V}_{ц}(0) = \hat{V}_{ц0}. \quad (17)$$

Разностное уравнение (17) определяет структуру субоптимального линейного дискретного фильтра, которая является идентичной для всех трех каналов обработки информации для проекций вектора скорости ВО.

Аналогичным образом алгоритм субоптимальной дискретной фильтрации для компоненты дальности вектора состояния может быть записан в виде

$$\hat{D}(k) = D_з(k) + K_D [D_н(k) - D_з(k)], \quad \hat{D}(0) = \hat{D}_0, \quad (18)$$

где  $K_D$  – постоянный коэффициент,  $D_з(k) = \hat{D}(k-1) + T [V_{снн}(k-1) + \hat{V}_{цн}(k-1)]$  – экстраполированное значение дальности на момент  $t_k = kT$ .

Таким образом, в каждом из четырех каналов фильтрации коррекция соответствующей компоненты вектора состояния осуществляется с использованием невязки, относящейся только к самой оцениваемой компоненте. Например, в канале дальности берется невязка измерений только по дальности. Оценки проекций вектора скорости ВО, полученные в соседних каналах, учитываются в каждом канале фильтрации лишь на этапе формирования прогнозного (экстраполированного) значения оцениваемой компоненты вектора состояния.

В заключение следует отметить, что на практике при разработке систем траекторного сопровождения могут быть использованы как более точные, но достаточно сложные, так и менее точные, но более простые алгоритмы формирования оценок относительных и абсолютных параметров движения ВО. Проверку работоспособности и анализ эффективности разработанного алгоритма оценивания координат и параметров движения воздушного объекта в лучевой СК можно осуществить на основе математического моделирования.

Изложенное выше позволяет сделать следующие выводы:

1. При решении задач траекторного сопровождения и наведения ЛА наиболее удобным подходом при реализации процедуры комплексной обработки информации в бортовом интегрированном радиоэлектронном комплексе является использование математических моделей состояния и наблюдения в лучевой СК.

2. Использование совместной математической модели относительного и абсолютного движения ВО, представленной в виде дифференциальных уравнений в лучевой системе координат, позволяет осуществлять траекторное сопровождение ВО в рамках единой вычислительной процедуры и получать более полную информацию о координатах и параметрах движения ВО.

3. Эффективное оценивание координат и параметров относительного и абсолютного движения ВО может быть выполнено в результате комплексной обработки информации, поступающей от бортовой РЛС, датчиков угловых скоростей вращения ВО по трем осям связанной СК, измерителя воздушной скорости ЛА, а также датчиков углов атаки, скольжения, тангажа, рыскания и крена.

4. При практической реализации алгоритмов траекторного сопровождения ВО для упрощения решаемой задачи необходимо уменьшить размерность вектора состояния, воспользовавшись известным принципом декомпозиции и распределения информации. Согласно данному принципу измеренные (вычисленные) значения проекций угловой скорости линии визирования, скорости ЛА и ускорения ВО в лучевой СК следует рассматривать как управляющие воздействия в уравнениях состояния.

5. Минимально необходимый набор измеряемых координат, при котором будет обеспечиваться эффективное функционирование алгоритмов траекторного сопровождения ВО включает: дальность до ВО, бортовые пеленги ВО, модуль вектора воздушной скорости ЛА, углы атаки, скольжения и крена ЛА, проекции угловой скорости вращения ЛА в связанной СК (либо углы рыскания и тангажа).

б. Алгоритм вычисления проекций вектора угловой скорости вращения ЛВ цели на оси лучевой СК включает в себя операции координатных преобразований, дифференцирования и сглаживания, реализуемые в цифровой форме. Значения проекций вектора собственного ускорения ВО, рассматриваемые как управляющие воздействия в уравнениях состояния для проекций вектора скорости ВО, определяются в БВС в результате решения соответствующих алгебраических уравнений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-08-00209-а.

### Литература

1. Верба В.С. Авиационные комплексы радиолокационного дозора и наведения. Принципы построения, проблемы разработки и особенности функционирования. Монография. – М.: «Радиотехника», 2014. – 528 с.
2. Белик Б.В., Белов С.Г., Верба В.С. и др. Авиационные системы радиоуправления. / Под ред. В.С. Вербы и В.И. Меркулова. Монография. – М.: «Радиотехника», 2014. – 376 с.
3. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением. Т. 2. Применение авиационных радиоэлектронных комплексов при решении боевых и навигационных задач. / Под ред. М.С. Ярлыкова. – М.: «Радиотехника», 2012. – 256 с.
4. Краснов А.М., Донгаев Г.А., Пермяков Е.М. и др. Авиационные прицельно-навигационные системы. / Под ред. А.М. Краснова. Учебник для слушателей и курсантов ВУЗов ВВС. – М.: Изд. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2006. 623 с.
5. Красовский А.А., Белоглазов И.Н., Чигин Г.П. Теория корреляционно-экстремальных систем. – М.: Наука, 1979. – 448 с.
6. А.С. Богачев, В.И. Меркулов, В.С. Чернов, И.Р. Загребельный. Математические модели относительного движения воздушных объектов в

процедурах наблюдения в авиационных бортовых РЛС. Часть 2. Математические модели в антенной, лучевой и сферической системах координат. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. №2. Режим доступа: [ttp://jre.cplire.ru/jre/feb18/6/text.pdf](http://jre.cplire.ru/jre/feb18/6/text.pdf)

7. Верба В.С., Богачёв А.С., Меркулов В.И., Михеев В.А. Двухэтапное ранжирование воздушных целей по степени опасности при функционировании БРЛС в режиме многоцелевого сопровождения. / Радиотехника, 2018. № 2. С. 69-78.
8. Ярлыков М.С., Богачёв А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т. 1. Теоретические основы. / Под ред. М.С. Ярлыкова. – М.: «Радиотехника», 2012. – 504 с.

**Для цитирования:**

В. И. Меркулов, В. С. Чернов, И. Р. Загребельный. Комплексная обработка информации в интегрированном радиоэлектронном комплексе летательного аппарата при оценивании координат и параметров движения воздушных объектов в лучевой системе координат. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 5. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/may18/6/text.pdf>  
DOI 10.30898/1684-1719.2018.5.6