DOI 10.30898/1684-1719.2020.5.1
УДК 621.396:621.391

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИММЕТРИИ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ–ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ МАНЕВРИРУЮЩЕЙ ЦЕЛИ

Ю. Г. Булычев [1], А. В. Елисеев [2], А. В. Матершев [3], И. С. Селезнев [4]

[1] АО Всероссийский научно-исследовательский институт «Градиент», 344000, Ростов-на-Дону, пр. Соколова, 96
[2] АО ТНИИС, 347900, Таганрог, ул. Седова, 3
[3] Войсковая часть 48514, 346400, Новочеркасск, ул. Атаманская, 36
[4] АО НКБ ВС, 347936,Таганрог, ул. 1-я линия, 144а

Статья поступила в редакцию 15 апреля 2020 г.

Аннотация. С использованием непрерывных групп преобразований и соответствующих им свойств симметрии решается задача мультиструктурного сопровождения стохастической цели, движущейся по сложной составной траектории, с использованием соответствующего эволюционного уравнения для выбранной достаточной статистики (решающей функции). Показана возможность структурной идентификации составной модели движения и оценивания ее параметров на базе алгоритма нелинейной марковско-групповой фильтрации малой размерности.

Ключевые слова: локальная однопараметрическая непрерывная группа преобразований, инварианты группы, апостериорная плотность вероятности, решающая функция, эволюционное уравнение, марковско-групповая модель движения, алгоритм идентификации-оценивания.

Abstract. The problem of multilattice tracking of stochastic target, moving in a complex split path, is solved with the help of continuous transformation groups and their appropriate symmetry properties and with appropriate evolutionary equation for chosen sufficient statistic (decision function). Possibility of split movement model lattice identification and its parameterization on the basis of nonlinear Markov-grouped small dimension filtration algorithm is shown.

Key words: local one-parameter continuous transformation group, group invariants, posteriori probability density, decision function, evolutionary equation, Markov-grouped movement model, identification-estimation algorithm.

Введение

Для решения задачи одноэтапного оценивания параметров движения целей в системах локации и навигации могут быть использованы известные алгоритмы линейной и нелинейной фильтрации в обычном и адаптивном вариантах практической реализации [1–10] (в последнем случае речь идет о параметрической адаптации в предположении, что структура стохастической модели движения априорно задана). Недостаток этих алгоритмов состоит в том, что они не учитывают свойств симметрии (инвариантно-групповых свойств [11–14]), отвечающих реальному движению сопровождаемых целей и позволяющих обеспечить максимально возможную декомпозицию и распараллеливание вычислительных процедур. В [12–14] показана возможность эффективного решения целого спектра целевых задач локации и навигации, опираясь на указанную симметрию (инварианты движения). Например, к ним можно отнести задачи компенсации систематических ошибок измерений, отождествления пеленгов в многопозиционных триангуляционных системах (в частности, селекцию истинных и ложных точек пересечения пеленгов для двухпозиционных систем [12]), идентификации целей и др.

В настоящей работе показана возможность учета симметрии при решении задачи структурной идентификации сложной составной модели движения и оценивания ее параметров с использованием эволюционного уравнения для выбранной решающей функции (достаточной статистики). Такая задача частично решена в [14], где продемонстрированы преимущества описания траекторий сопровождаемых целей с помощью локальной однопараметрической непрерывной группы преобразований (ЛОНГП) и диффузионной марковской модели. В отличие от [14], где рассматривалась задача оценивания параметров марковско-групповой модели движения на базе одной группы преобразований, мы решаем более сложную задачу, ориентированную на целый ансамбль возможных групп, с необходимостью выбора оптимальной группы для каждого элементарного интервала наблюдения, оценивания границ этого интервала и параметров выбранной группы в соответствии с принятым критерием оптимальности.

1. Описание гладких компонент вектора состояния цели

Пусть вектор $\Lambda(t)=\left[x(t),\, y(t),\, z(t)\right]^{\mathrm{T}}$ характеризует положение точечной цели в трехмерном евклидовом пространстве $\mathbb{R}^3$ для любого момента времени $t\in\left[t_0,T\right]$. Общий интервал наблюдения представим в виде $\left[t_0,T\right]=\bigcup\limits_{n=1}^{N}\left[t_{n-1},t_n\right]$, где $t_N=T$. На элементарном интервале $\left[t_{n-1},t_n\right]$ введем в $\mathbb{R}^3$ семейство $\left\{T_{ina}\right\}_{i=1}^{I}$ ЛОНГП [11, 12]:

$$T_{ina}:\ \mathbf{\Lambda}_{in}=\mathbf{f}_i\left(\mathbf{\Lambda}_{i,n-1},\mathbf{v}_{in},a_{in}\right)=\mathbf{f}_{in},\ a_{in}\in\Delta_{ina}\subset\mathbb{R}^1,\ i\in\overline{1,I},\ n\in\overline{1,N},\qquad(1)$$

где $\mathbf{\Lambda}_{in}=\mathbf{\Lambda}_{in}(t)=\left[x_{in}(t),\, y_{in}(t),\, z_{in}(t)\right]^{\mathrm{T}}$ – вектор возможного положения точечной цели, $\mathbf{f}_i\left(\mathbf{\Lambda}_{i,n-1},\mathbf{v}_{in},a_{in}\right)=\left[f_{inx},f_{iny},f_{inz}\right]^{\mathrm{T}}$, $f_{inx}=f_{inx}\left(\mathbf{\Lambda}_{i,n-1},\mathbf{v}_{in},a_{in}\right)$, $f_{iny}=f_{iny}\left(\mathbf{\Lambda}_{i,n-1},\mathbf{v}_{in},a_{in}\right)$, $f_{inz}=f_{inz}\left(\mathbf{\Lambda}_{i,n-1},\mathbf{v}_{in},a_{in}\right)$ – непрерывно дифференцируемые по совокупности аргументов и локально обратимые функции, известные с точностью до вектора постоянных параметров $\mathbf{v}_{in}$ соответствующей размерности; $a_{in}=a_{in}(t,\mathbf{w}_{in})$ – вещественный групповой параметр, принимающий значения из интервала Δ_{ina} и являющийся некоторой требуемое число раз дифференцируемой по t функцией времени, зависящей от вектора параметров $\mathbf{w}_{in}$ соответствующей размерности $(a(t_{n-1},\mathbf{w}_i)=a_{i,n-1})$; $a_{i,n-1}$ – единичное значение группового параметра a_{in}; $\mathbf{\Lambda}_{i,n-1}=\left[x_{i,n-1},y_{i,n-1},z_{i,n-1}\right]^{\mathrm{T}}$ – декартовы координаты начального положения точки $\Lambda_{in}(t)=\left[x_{in}(t),\, y_{in}(t),\, z_{in}(t)\right]^{\mathrm{T}}$ в момент времени $t=t_{n-1}$.

Преобразования T_{ina} можно рассматривать как возможные модели движения цели на элементарном интервале наблюдения $\left[t_{n-1}, t_n\right]$ (где $n = \overline{1,N}$). На любом элементарном интервале $\left[t_{n-1}, t_n\right]$ может использоваться только одно из преобразований семейства $\left\{T_{1na}, T_{2na}, ..., T_{Ina}\right\}$.

Для (1) потребуем выполнения следующих начальных условий:

$$T_{i,n-1,a} : \mathbf{f}_i\left(\mathbf{\Lambda}_{in}, \mathbf{v}_i, a_{i,n-1}\right) = \mathbf{\Lambda}_{i,n-1},\ a_{i,n-1} \in \Delta_{ina} \subset \mathbb{R}^1,\ i \in \overline{1,I},\quad n \in \overline{1,N}. \qquad (2)$$

Предполагаем, что семейство преобразований $\left\{T_{ina}\right\}$, определенное на интервале Δ_{ina}, обладает всеми необходимыми свойствами симметрии (групповыми свойствами) [11, 12].

Геометрический смысл формул (1) и (2) состоит в том, что семейство $\left\{T_{ina}\right\}$ при соответствующем задании функций $f_{inx}\left(\mathbf{\Lambda}_{i,n-1}, \mathbf{v}_{in}, a_{in}\right)$, $f_{iny} = f_{iny}\left(\mathbf{\Lambda}_{i,n-1}, \mathbf{v}_{in}, a_{in}\right)$, $f_{inz} = f_{inz}\left(\mathbf{\Lambda}_{i,n-1}, \mathbf{v}_{in}, a_{in}\right)$ и $a_{in} = a_{in}(t, \mathbf{w}_{in})$ позволяет с требуемой для практики точностью описать закон движения сопровождаемой цели. Если предполагаем, что групповой параметр a_{in} не является функцией времени (т.е. $da_{in}/dt \equiv 0$), то выражение (1) задает (с точностью до вектора параметров $\mathbf{v}_{in}$ и начального условия $\mathbf{\Lambda}_{i,n-1}$) модель пространственной траектории, по которой может двигаться цель. В противном случае, когда групповой параметр a_{in} рассматривается как функция времени $a_{in}(t, \mathbf{w}_{in})$, формула (1) задает временной закон, в соответствии с которым цель движется вдоль указанной выше траектории.

Целесообразность использования групповых моделей для описания гладких компонент вектора состояния заключается в том, что ЛОНГП присущи большинству встречающихся на практике явлений и объектов. Учет групповых свойств позволяет существенно упростить решение различного рода динамических задач [12]-[14], к которым относится также и задача фильтрации параметров движения целей.

Синтез сложной групповой модели пространственной траектории удобно проводить на базе простейших групп, например, сдвига, растяжения и вращения [11]. Размерность векторов $\mathbf{v}_{in}$ и $\mathbf{w}_{in}$ по существу определяет число степеней свободы используемой составной групповой модели движения (1). Широкие возможности открываются при использовании кусочно-группового представления траекторий. В этом случае обеспечивается требуемая «гибкость» используемой модели движения в заданных направлениях. Кроме того, за счет малости участков разбиения траектории на каждом из них может быть непосредственно использована одна из указанных выше однопараметрических групп сдвига, растяжения, вращения и т.д.

Введем обозначения: $a_{in} = a_{in1},\ a_{in}^{(1)} = a_{in2}, \ldots, a_{in}^{(M)} = a_{in,M+1}$, где в круглых скобках указан порядок производной. По аналогии с [14] можно получить систему уравнений для марковского диффузионного процесса $\mathbf{A}_{in} = \left[a_{inm}, m = \overline{1, M+1}\right]^{\mathrm{T}}$:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{A}_{in} = \mathbf{F}_{in}\left(t, \mathbf{A}_{in}, \mathbf{v}_{in}, \mathbf{w}_{in}\right) + \mathbf{G}_{in}\left(t, \mathbf{A}_{in}, \mathbf{v}_{in}, \mathbf{w}_{in}\right)\mathbf{\Xi}_{in}(t) \tag{3}$$

где $\mathbf{F}_{in}\left(t, \mathbf{A}_{in}, \mathbf{v}_{in}, \mathbf{w}_{in}\right)$ и $\mathbf{G}_{in}\left(t, \mathbf{A}_{in}, \mathbf{v}_{in}, \mathbf{w}_{in}\right)$ – соответственно вектор коэффициентов сноса и матрица коэффициентов диффузии данного процесса, $\mathbf{\Xi}_{in}(t)$ – векторный формирующий белый гауссовский шум с известными статистическими характеристиками.

При необходимости систему (3) дополним вспомогательными векторными уравнениями

$$\frac{d\mathbf{v}_{in}}{dt} = 0, \quad \frac{d\mathbf{w}_{in}}{dt} = 0, \quad \frac{d\mathbf{\Lambda}_{i,n-1}}{dt} = 0, \tag{4}$$

а также уравнениями, характеризующими несущественные параметры обобщенного вектора состояния.

Формулы (1) – (4) задают составную мультиструктурную марковско-групповую модель вектора состояния, отражающую симметрию сложного движения цели и являющуюся основой для синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов идентификации-оценивания.

2. Алгоритм идентификации-оценивания

Пусть на интервале $\left[t_{n-1}, t_n\right]$ наблюдается векторный процесс

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{S}(t, \mathbf{X}) + \mathbf{N}(t),$$

где $\mathbf{X} = \mathbf{X}(t)$ – обобщенный вектор состояния, $\mathbf{S}(t, \mathbf{X})$ – полезный сигнал, $\mathbf{N}(t)$ – белый гауссовский шум с известными статистическими характеристиками.

С учетом (1) имеем семейство гипотетических наблюдений

$$\mathbf{Y}_{in}(t) = \mathbf{S}(t, \mathbf{f}_{in}) + \mathbf{N}(t), \quad i \in \overline{1, I}, \quad n \in \overline{1, N} \tag{5}$$

где $\mathbf{f}_{in} = \mathbf{f}_i\left(\mathbf{\Lambda}_{i,n-1}, \mathbf{v}_{in}, a_{in}(t, \mathbf{w}_{in})\right)$.

При некоторых оптимальных оценках $i = i_n^* \in \overline{1, I}$ и $\mathbf{v}_{in} = \mathbf{v}_{in}^*$, $\mathbf{w}_{in} = \mathbf{w}_{in}^*$ получаем наилучшее соответствие между $\mathbf{Y}(t)$ и $\mathbf{Y}_{i^*}(t)$ (в среднеквадратической метрике), что соответствует задаче структурной идентификации модели движения цели и оценке ее параметров на интервале $\left[t_{n-1}, t_n\right]$. Для решения этой задачи воспользуемся известным уравнением Стратоновича (в форме Ито [3]), которое с учетом (5) имеет вид

$$\frac{\partial W_{in}}{\partial t} = L_t\left\{W_{in}\right\} + W_{in}\left\{\mathbf{Y}(t) - \mathrm{M}\left[\mathbf{S}(t, \mathbf{f}_{in})\right]\right\}^T \mathbf{N}_0^{-1}\left\{\mathbf{Y}(t) - \mathrm{M}\left[\mathbf{S}(t, \mathbf{f}_{in})\right]\right\}, \tag{6}$$

где $W_{in} = W\left(t, \mathbf{\Lambda}_{i,n-1}, \mathbf{v}_{in}, \mathbf{w}_{in}, \mathbf{A}_{in}\right) = W\left(t, \mathbf{X}_{in}\right)$ – апостериорная плотность вероятности вектора фильтруемых параметров; $\mathbf{f}_{in} = \mathbf{f}_i\left(\mathbf{\Lambda}_{i,n-1}, \mathbf{v}_{in}, a_{in1}(t, \mathbf{w}_{in})\right)$, $L_t\{\bullet\}$ – оператор Фоккера-Планка-Колмогорова, $\mathrm{M}[\bullet]$ – символ апостериорного математического ожидания; $\mathbf{N}_0$ – матрица интенсивностей шума $\mathbf{N}(t)$, $\mathbf{N}_0^{-1}$ – матрица обратная к $\mathbf{N}_0$.

Алгоритм идентификации-оценивания сводится к следующему. Начиная с момента времени $t = t_0$ для всех $i = \overline{1, I}$ решается уравнение (6) и в соответствии с одним из известных критериев оптимальности (например, по максимуму апостериорной плотности вероятности) формируются оценки

$\mathbf{X}_{i1}^{*} = \mathbf{X}_{i1}^{*}(t)$ и их апостериорные сглаженные дисперсии $\mathrm{D}\left[\mathbf{X}_{i1}^{*}(t)\right]$ для всех $t \ge t_0$. В качестве $i_1^{*} \in \overline{1,I}$ выбирается то значение $i \in \overline{1,I}$, для которого

$$\mathrm{D}\left[\mathbf{X}_{i_1^{*}1}^{*}(t)\right] < \mathrm{D}\left[\mathbf{X}_{i1}^{*}(t)\right], \quad t \in \left[t_0, t_1^{*}\right] \tag{7}$$

для всех $i \ne i_1^{*}$, при этом в качестве оптимального значения t_1^{*} для t_1 выбирается момент времени, когда это условие нарушается, т.е.

$$\mathrm{D}\left[\mathbf{X}_{i_1^{*}1}^{*}\left(t_1^{*}\right)\right] < \mathrm{D}\left[\mathbf{X}_{i_1^{*}1}^{*}(t)\right], \quad t > t_1^{*}. \tag{8}$$

Далее для $t \ge t_1^{*}$ рассмотренный алгоритм повторяется, в результате чего находятся оценки t_2^{*}, i_2^{*} и $\mathbf{X}_{i_2^{*}2}^{*}(t)$, где $t_1^{*} \le t \le t_2^{*}$, и так далее. В результате общий отрезок наблюдения можно представить так

$$\left[t_0, T\right] = \bigcup_{n=1}^{N} \left[t_{n-1}^{*}, t_n^{*}\right],$$

при этом элементарным интервалам $\left[t_{n-1}^{*}, t_n^{*}\right]$ соответствуют оценки t_n^{*}, i_n^{*} и $\mathbf{X}_{i_n^{*}n}^{*}(t)$.

Поскольку в реальных задачах локации целей параметры $\mathbf{\Lambda}_{i,n-1}, \mathbf{v}_{in}, \mathbf{w}_{in}$ довольно часто удается оценить косвенными методами, не прибегая к оптимальной обработке сигналов, то, полагая $\mathbf{X}_{in} = \mathbf{A}_{in}$, можно существенно понизить размерность алгоритмов фильтрации, упростить их аппаратурную реализацию и сократить объем вычислительных затрат. Для сокращения размерности задачи оценивания параметров движения целей можно воспользоваться известными методами адаптивной фильтрации.

Применительно к задачам радиолокации и навигации

$$\mathbf{Y}_{in}(t) = \mathbf{S}\left(t - \tau\left(\mathbf{f}_{in}\right)\right) + \mathbf{N}(t), \quad i \in \overline{1,I}, \quad n \in \overline{1,N},$$

где $\tau\left(\mathbf{f}_{in}\right)$– задержка, обусловленная распространением сигнала, которая для евклидовой метрики в случае установки источника сигнала на цели определяется следующим выражением:

$$\tau\left(\mathbf{f}_{in}\right)=c^{-1}\sqrt{f_{inx}^{2}+f_{iny}^{2}+f_{inz}^{2}}\,,$$

где c – скорость света.

В этом случае уравнение Стратоновича (6) запишем в виде

$$\frac{\partial W_{in}}{\partial t}=L_t\left\{W_{in}\right\}+W_{in}\left\{\mathbf{Y}(t)-\mathrm{M}\left[\mathbf{S}\left(t-\tau\left(\mathbf{f}_{in}\right)\right)\right]\right\}^{T}\mathbf{N}_0^{-1}\left\{\mathbf{Y}(t)-\mathrm{M}\left[\mathbf{S}\left(t-\tau\left(\mathbf{f}_{in}\right)\right)\right]\right\}. \quad (9)$$

Эволюционное уравнение (9) может быть принято за основу синтеза квазиоптимальных алгоритмов фильтрации параметров движения целей, основанных на гауссовской, полигауссовской и других видах аппроксимации апостериорной плотности вероятности [1–10].

Вместо (9) может рассматриваться также некоторое эволюционное уравнение для любой решающей функции (достаточной статистики) $\Psi_{in}=\Psi\left(t,\mathbf{\Lambda}_{i,n-1},\mathbf{v}_{in},\mathbf{w}_{in},\mathbf{A}_{in}\right)=\Psi\left(t,\mathbf{X}_{in}\right)$, не удовлетворяющей свойству нормировки, например для функции правдоподобия или ненормированной меры [1–10].

Для интегрирования эволюционных уравнений (типа (9)) можно использовать всевозможные подходы [1–10], один из которых основан на гауссовской аппроксимации. Кроме того, весьма эффективны методы интегрирования на базе алгоритмов быстрого преобразования Фурье [15–18], обеспечивающие максимально возможное распараллеливание вычислительных процедур.

Оптимальные оценки параметров движения цели с учетом того, что ранее были найдены $\mathbf{\Lambda}_{i,n-1}^{*}$, $\mathbf{v}_{in}^{*}$, $\mathbf{w}_{in}^{*}$ и a_{in}^{*}, определяются по формулам

$$\mathbf{\Lambda}_{i^*n}^{*}=\mathbf{f}_{i^*}\left(\mathbf{\Lambda}_{i^*,n-1}^{*},\mathbf{v}_{i^*n}^{*},a_{i^*n}^{*}(t,\mathbf{w}_{i^*n}^{*})\right),\quad i^*\in\overline{1,I},\quad n\in\overline{1,N}. \quad (10)$$

Путем аналитического дифференцирования выражения (10) по аргументу t (требуемое число раз) можно определить и другие характеристики движения (скорость, ускорение и т.д.).

3. Учет инвариантов движения

Известно, что каждой ЛОНГП в пространстве $\mathbb{R}^3$ соответствуют два инварианта $J_1 = J_1(x, y, z)$ и $J_2 = J_2(x, y, z)$, которые обладают тем свойством, что действие преобразований группы на аргументы x, y, z не меняет значений функций $J_1(x', y', z') = c_1 = \mathrm{const}$ и $J_2(x', y', z') = c_2 = \mathrm{const}$. Данное свойство позволяет уменьшить размерность задачи оценивания, ограничившись фильтрацией одной из переменных $\gamma(t) \in \{x(t), y(t), z(t)\}$ и идентификацией двух констант c_1 и c_2. Используя $\gamma^*(t)$, c_1^* и c_2^*, далее по известным формулам находим оценки других координат семейства $\{x(t), y(t), z(t)\}$.

Успешное применение инвариантно-группового подхода наглядно продемонстрировано в ряде работ (например, [12, 13]) и для решения других не менее важных целевых задач. При этом можно оперировать не только с точными, но и приближенными инвариантами (ε-инварианты) [12, 13]. Для отыскания точных инвариантов можно использовать известный математический аппарат на основе инфинитезимальных операторов [11]. Нахождение ε-инвариантов зачастую основано на применении точных инвариантов, имеющихся экспериментальных данных и опыте специалистов.

4. Пример

Пусть движение цели в пространстве $\mathbb{R}^3$ может описываться двумя ЛОНГП – растяжения и сдвига [11]. В этом случае $I = 2$, $\mathbf{v}_{in} = [v_{in1}, v_{in2}, v_{in3}]^{\mathrm{T}}$,

$$T_{1na}: x_{1n} = x_{1,n-1}\exp(a_{1n}v_{1n1}),\ y_{1n} = y_{1,n-1}\exp(a_{1n}v_{1n2}),\ z_{1n} = z_{1,n-1}\exp(a_{1n}v_{1n3}),$$

$$T_{2na}:\ x_{2n} = x_{2,n-1} + v_{2n1}a_{2n},\ y_{2n} = y_{2,n-1} + v_{2n2}a_{2n},\ z_{2n} = z_{2,n-1} + v_{2n3}a_{2n},$$

где $a_{1n} \in \Delta a_{1n} = [-\infty, +\infty]$, $a_{1,n-1} = 0$, $\mathbf{v}_{1n} = [v_{1n}, v_{2n}, v_{3n}]^{\mathrm{T}}$, $a_{2n} \in \Delta a_{2n} = [0, +\infty]$, $a_{2,n-1} = 0$, $\mathbf{v}_{2n} = [v_{2n1}, v_{2n2}, v_{2n3}]^{\mathrm{T}}$.

Пусть вторая производная $a_{in}^{(2)}$ описывается стохастическим уравнением $a_{in}^{(2)} = -w_{in}a_{in}^{(1)} + \xi_i(t)$, $w_{in} = \mathrm{const}$, $\mathbf{w}_{in} = [w_{in}]$, где $\xi_i(t)$ – белый гауссовский шум с односторонней спектральной плотностью $N_{\xi i}$. Кроме того, в точке приема Π_p, $p=\overline{1,P}$, с координатами $\boldsymbol{\rho}_p=\left[x_{\Pi p}, y_{\Pi p}, z_{\Pi p}\right]^{\mathrm{T}}$ наблюдается случайный сигнал, излучаемый движущейся целью, который в полосе приёма имеет равномерный энергетический спектр ЛОНГП В данном случае можно воспользоваться следующей решающей функцией

$$\Psi(t,\mathbf{X})=\left[\sum_{p=1}^{P} y_p\left(t-\tau_p(\mathbf{X})\right)\right]^2,$$

где $y_p\left(t-\tau_p(\mathbf{X})\right)$ – входное наблюдение для p-й точки приема Π_p, $\tau_p(\mathbf{X})$ – задержка, обусловленная распространением сигнала от цели до p-й точки приема Π_p.

С учетом принятых моделей и формул получим основные уравнения марковско-групповой фильтрации параметров движения цели (полагая для простоты известными $\boldsymbol{\Lambda}_{i,n-1}$, $\mathbf{v}_{in}$, $\mathbf{w}_{in}$):

$$\frac{da_{in1}}{dt}=a_{in2}, \quad \frac{da_{in2}}{dt}=-w_{in}a_{in2}+\xi_i(t), \quad \mathbf{A}_{in}=\left[a_{in1},a_{in2}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\frac{\partial\Psi(t,\mathbf{A}_{in})}{\partial t}=\frac{\partial\left[a_{in2}\Psi(t,\mathbf{A}_{in})\right]}{\partial a_{in1}}+$$

$$+w_{in}\frac{\partial\left[a_{in2}\Psi(t,\mathbf{A}_{in})\right]}{\partial a_{in2}}+\frac{1}{2}N_{\xi i}\frac{\partial^2\Psi(t,\mathbf{A}_{in})}{\partial a_{in2}^2}+\left\{\left[\sum_{p=1}^{P} y_p\left(t-\tau_i(\mathbf{A}_{in})\right)\right]^2-\right.$$

$$\left.-\iint_{\Omega}\left[\sum_{p=1}^{P} y_p\left(t+\tau_p(\mathbf{A}_{in})\right)\right]^2\Psi(t,\mathbf{A}_{in})\,da_{in1}da_{in2}\right\}\Psi(t,\mathbf{A}_{in}),$$

где

$$\tau_p(\mathbf{A}_{1n})=c^{-1}\left\{\left[\exp(a_{1n1}v_{1n1})x_{1,n-1}-x_{\Pi p}\right]^2+\left[\exp(a_{1n1}v_{1n2})y_{1,n-1}-y_{\Pi p}\right]^2+\right.$$

$$\left.+\left[\exp(a_1 v_{1n3})z_{1,n-1}-z_{\Pi p}\right]^2\right\}^{-2},$$

$$\tau_p\left(\mathbf{A}_{2n}\right)=c^{-1}\left\{\left[x_{2,n-1}+v_{2n1}a_{2n1}-x_{\Pi p}\right]^2+\left[y_{2,n-1}+v_{2n2}a_{2n1}-y_{\Pi p}\right]^2+\right.$$

$$\left.+\left[z_{2,n-1}+v_{2n3}a_{2n1}-z_{\Pi p}\right]^2\right\}^{-2}.$$

Оптимальная оценка вектора $\mathbf{A}_{1n}$ для каждого $i\in\{1,2\}$ находится так

$$\mathbf{A}_{in}^*=\begin{bmatrix}a_{in1}^*\\ a_{in2}^*\end{bmatrix}=\arg\max_{a_{in1},a_{in2}}\Psi\left(t,a_{in1},a_{in2}\right),\quad t\geq t_{n-1},$$

где $a_{in1}^*=a_{in}^*$.

Остальные параметры движения с учетом принятых моделей формируются по правилу

$$x_{1n}^*=x_{1,n-1}^*\exp\left(a_{1n}^*v_{1n1}^*\right),\quad y_{1n}^*=y_{1,n-1}^*\exp\left(a_{1n}^*v_{1n2}^*\right),\quad z_{1n}^*=z_{1,n-1}^*\exp\left(a_{1n}^*v_{1n3}^*\right),$$

$$dx_{1n}^*/dt=x_{1n}^*v_{1n1}^*a_{1n2}^*,\quad dy_{1n}^*/dt=y_{1n}^*v_{1n2}^*a_{1n2}^*,\quad dz_{1n}^*/dt=z_{1n}^*v_{1n3}^*a_{1n2}^*,$$

$$x_{2n}^*=x_{2,n-1}^*+v_{2n1}^*a_{2n}^*,\quad y_{2n}^*=y_{2,n-1}^*+v_{2n2}^*a_{2n}^*,\quad z_{2n}^*=z_{2,n-1}^*+v_{2n3}^*a_{2n}^*,$$

$$dx_{1n}^*/dt=v_{2n1}^*a_{2n2}^*,\quad dy_{2n}^*/dt=v_{2n2}^*a_{2n2}^*,\quad dz_{1n}^*/dt=v_{2n3}^*a_{2n2}^*.$$

Таким образом, вместо фильтрации шестимерного процесса $\mathbf{X}_{in}=\left[x_{in},y_{in},z_{in},x_{in}^{(1)},y_{in}^{(1)},z_{in}^{(1)}\right]^{\mathrm{T}}$ достаточно ограничиться фильтрацией двумерного процесса $\mathbf{A}_{in}=\left[a_{in1},a_{in2}\right]^{\mathrm{T}}$ и идентификацией нескольких параметров, неизменных на элементарном интервале наблюдения.

Выводы

Полученные результаты расширяют возможности существующей теории нелинейной фильтрации применительно к задачам оценивания параметров движения целей, особенно маневрирующих со сложными пространственными траекториями. Разработанный алгоритм идентификации-оценивания несложно реализовать в вычислительных средах с параллельной обработки данных. Число каналов такой обработки определяется количеством привлекаемых ЛОНГП. Необходимость параллельного решения нескольких эволюционных уравнений также не представляет особых затруднений, поскольку, оперируя с

ЛОНГП, мы минимизируем размерность задачи идентификации-оценивания, при этом многие вычислительные операции и их результаты являются едиными для всех каналов.

Появление данной статьи продиктовано также уже имеющимися к настоящему времени частными попытками описания сложной траектории сопровождаемой цели простейшими геометрическими многообразиями (см. например, [20]).

Литература

1. Стратонович Р.Л. К теории оптимальной нелинейной фильтрации случайных функций // Теория вероятностей и ее применение. 1959. Т. 4. №. 2. С. 239-242.

2. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М.: Сов. радио. 1975.

3. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио. 1980.

4. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Сов. радио. 1978.

5. Пугачев В.С., Синицын И.Н. Стохастические дифференциальные системы. М.: Наука. 1985.

6. Пространственно-временная обработка сигналов / Под ред. И.Я. Кремера. М.: Радио и связь. 1984.

7. Фалькович С.Е., Хомяков Э.Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. М.: Радио и связь. 1981.

8. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. М.: Наука. 1977.

9. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Оптимальный прием дискретных сигналов со случайной задержкой // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. № 3. С. 530–539.

10. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Оптимальный прием дискретных сигналов и тактовая синхронизация // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. № 3. С. 540–551.

11. Овсянников Л.В. Лекции по теории групповых свойств дифференциальных уравнений. Новосибирск: издательство Новосибирского университета. 1966.

12. Булычев Ю.Г., Манин А.П. Математические аспекты определения движения летательных аппаратов. М.: Машиностроение. 2000.

13. Булычев Ю.Г. Системный подход к моделированию стохастических объектов с использованием инвариантов // Автоматика и телемеханика. 2001. №12. С. 11–20.

14. Булычев Ю.Г., Булычев В.Ю., Пархоменко Н.Г. О расширении границ применимости теории нелинейной фильтрации в задачах оценивания параметров движения целей // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2011. №4. С. 95–104.

15. Булычев Ю.Г., Погонышев С.А. Непараметрическое оценивание апостериорных распределений в задаче нелинейной фильтрации // Автоматика и телемеханика. 1990. №11. С. 84-96.

16. Булычев Ю. Г., Погонышев С. А. Методы цифрового моделирования стохастических эволюционных дифференциальных уравнений в дискретных базисах // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1990. Т. 29. № 18. С. 1170–1179.

17. Булычев Ю. Г., Погонышев С. А. Моделирование эволюционных стохастических уравнений в дискретных базисах // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1991. Т. 31. № 3. С. 381–387.

18. Булычев Ю. Г., Погонышев С. А. Метод статистического синтеза и анализа систем совместного обнаружения и оценивания в дискретно-ортогональных базисах // Автоматика и телемеханика. 1992. № 5. С. 52–63.

19. Булычев Ю. Г., Булычев В.Ю., Ивакина С.С., Насенков И.Г. Классификация инвариантов пассивной локации и их применение // Известия РАН. Теория и системы управления. 2015. № 6. С. 133–143.

20. Шлома А.М., Фролов С.М., Преображенский Л.А. Адаптивная фильтрация параметров криволинейных траекторий // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1986. № 12. С. 56–60.

Для цитирования:
Булычев Ю.Г., Елисеев А.В., Матершев А.В., Селезнев И.С. Использование симметрии в задаче идентификации-оценивания параметров движения маневрирующей цели. Журнал радиоэлектроники. 2020. № 5. Режим доступа: http://jre.cplire.ru/jre/may20/1/text.pdf. DOI 10.30898/1684-1719.2020.5.1