

УДК 538.566.2: 621.372.8

## **ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПЛАНАРНОМ ВОЛНОВОДЕ ИЗ МЕТАМАТЕРИАЛА С ПОТЕРЯМИ**

**А. А. Башарин, Н. Л. Меньших**

**Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН,  
Московский физико - технический институт**

Получена 12 ноября 2010 г.

**Аннотация.** В работе представлены результаты расчетов дисперсионных характеристик планарного волновода из метаматериала с потерями, приведена классификация типов волн такого волновода. Показано, что в такой структуре могут существовать прямые и обратные волны, отмечена возможность распространения волн без затухания, несмотря на наличие потерь в метаматериале, а так же указано на наличие мод, распространяющихся с постоянной фазовой скоростью, независимой от частоты.

**Ключевые слова:** метаматериалы, планарный волновод.

### **Введение**

Задачу поиска собственных волн открытого волновода обычно решают численными методами, ввиду сложности аналитических выводов. Простейший случай такой системы – планарный волновод. В работе [1] был предложен рекуррентный алгоритм, применимый для нахождения собственных волн, а так же был произведен расчет собственных волн для диэлектрического волновода с потерями. Однако, решений, удовлетворяющих дисперсионному уравнению, может оказаться довольно много, поэтому требуется не только найти собственные волны, но и уметь проанализировать результаты. Достаточно подробная классификация волн в открытых волноводах предложена в частности в работе [2].

В последние годы все больше внимания привлекают метаматериалы – т.е. вещества с одновременно отрицательными магнитной и диэлектрической

проницаемостями. Уникальные свойства таких веществ были предсказаны В.Г.Веселаго в 1967г. [3]. С появлением первых образцов метаматериалов, в которых параметры были отрицательными для различных частотных диапазонов [4], а потом и в одном диапазоне частот [5,6] начинается бурное исследование их электродинамических характеристик. Была теоретически доказана [7] и экспериментально подтверждена [8] возможность преодоления дифракционного предела с помощью линзы из среды Веселаго. Другим важным направлением исследования стало излучение антенн на основе метаматериалов. В работе [9] изучаются свойства собственных волн двухслойного волновода, один слой которого имеет положительные проницаемости, а второй отрицательные. В [10] авторы, в частности, показали, что антенна на основе метаматериала, расположенного на металлической подложке, может иметь максимум излучения, как в прямом направлении, так и в обратном. Исследовались так же материалы со значением относительной диэлектрической проницаемости близкой к нулю. Так в работе [11] рассматривались свойства излучения вытекающих мод волновода из такого метаматериала. В [12] показано, что в планарном волноводе из метаматериала существуют прямые, обратные и стоячие волны. Излучение планарного волновода из метаматериала без потерь исследовалось в [13]. Авторами было показано, что антенна на основе такого материала может излучать в обратном направлении. Этот эффект был подтвержден экспериментально [14].

В данной работе исследованы дисперсионные характеристики планарного волновода из метаматериала с потерями, проанализировано влияние потерь на характеристики полей волновода, а так же проведена классификация типов волн.

### **Метод расчета**

Рассмотрим планарный волновод из метаматериала (рис. 1).

Система представляет собой бесконечную пластину из метаматериала шириной  $2a$ . Поля не зависят от координаты  $y$ . Относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости волновода равны соответственно

$\varepsilon_1$  и  $\mu_1$ , а относительные проницаемости окружающего пространства –  $\varepsilon_2$  и  $\mu_2$ . Рассматриваемый метаматериал не идеальный и обладает потерями, поэтому его проницаемости являются комплексными величинами, т.е. имеют вид:  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1' + i\varepsilon_1''$ ,  $\mu_1 = \mu_1' + i\mu_1''$ .

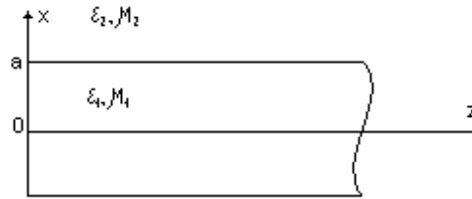


Рис. 1. Планарный волновод из метаматериала.

Поля в волноводе представим с помощью электрического вектора Герца. Для упрощения записи мы везде будем опускать временной множитель  $\exp(-i\omega t)$ . В случае четных ТМ-волн получаем:

$$\Pi_z^e = A \exp(-k_2 |x|) \exp(ihz), \quad |x| > a \quad (1)$$

$$\Pi_z^e = C \sin(k_1 |x|) \exp(ihz), \quad |x| < a \quad (2)$$

где  $k_1$  и  $k_2$  – поперечные волновые числа в волноводе и в окружающем пространстве соответственно, и определяются следующим образом:

$$k_1 = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1 - h^2} \quad (3)$$

$$k_2 = \sqrt{h^2 - k_0^2 \varepsilon_2 \mu_2} \quad (4),$$

$k_0$  – волновое число в вакууме,  $h$  – продольное волновое число.

Используя граничные условия непрерывности тангенциальных компонент полей  $E_z$  и  $H_y$ , рассчитанных с помощью вектора Герца [15], на границе раздела двух сред (т.е. при  $x=a$ ), получим дисперсионное уравнение для четных ТМ-волн:

$$k_2 a = k_1 a \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \operatorname{tg}(k_1 a) \quad (5)$$

Подставив в уравнение (5) выражения (3) и (4) для  $k_1$  и  $k_2$  (условие непрерывности продольного волнового вектора  $h$ ), приведем его к виду:

$$\cos\left[a\sqrt{k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1 - h^2}\right] \varepsilon_1 \sqrt{h^2 - k_0^2 \varepsilon_2 \mu_2} - \varepsilon_2 \sqrt{k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1 - h^2} \sin\left[a\sqrt{k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1 - h^2}\right] = 0 \quad (6)$$

Уравнение (6) решается методом Мюллера [16]. В качестве начальных приближений выбираются значения  $h$  в широком диапазоне: от 0 до нескольких  $k_0$ .

Для волновода из метаматериала с параметрами и  $\varepsilon'_1 = -2$  и  $\mu'_1 = -1$  были произведены расчеты при различных мнимых частях проницаемостей. Результаты приведены в виде графиков зависимости  $h'/k_0$  и  $h''/k_0$  от волнового числа свободного пространства  $k_0 a$  (рис. 2–7).

Большое количество волн, одновременно существующих в волноводе на данной частоте, заставляет уделить особое внимание их классификации.

### Классификация волн

На графиках действительной и мнимой частей продольного волнового числа проведены прямые  $h' = k_0$  и  $h'' = k_0$ , которые позволяют разделить волны на быстрые ( $h' < k_0$ ) и медленные ( $h' > k_0$ ), сильнозатухающие ( $h'' > k_0$ ) и слабозатухающие ( $h'' < k_0$ ) [17].

Рассмотрим случай, когда в метаматериале нет потерь. На низких частотах все волны являются обратными (пунктирные линии на графиках), т.е. направления фазовой скорости и вектора Пойтинга противоположны. На некоторой частоте (т. А, В на рис. 2) происходит расщепление волны на две моды: прямую (сплошные линии на графиках) и обратную.

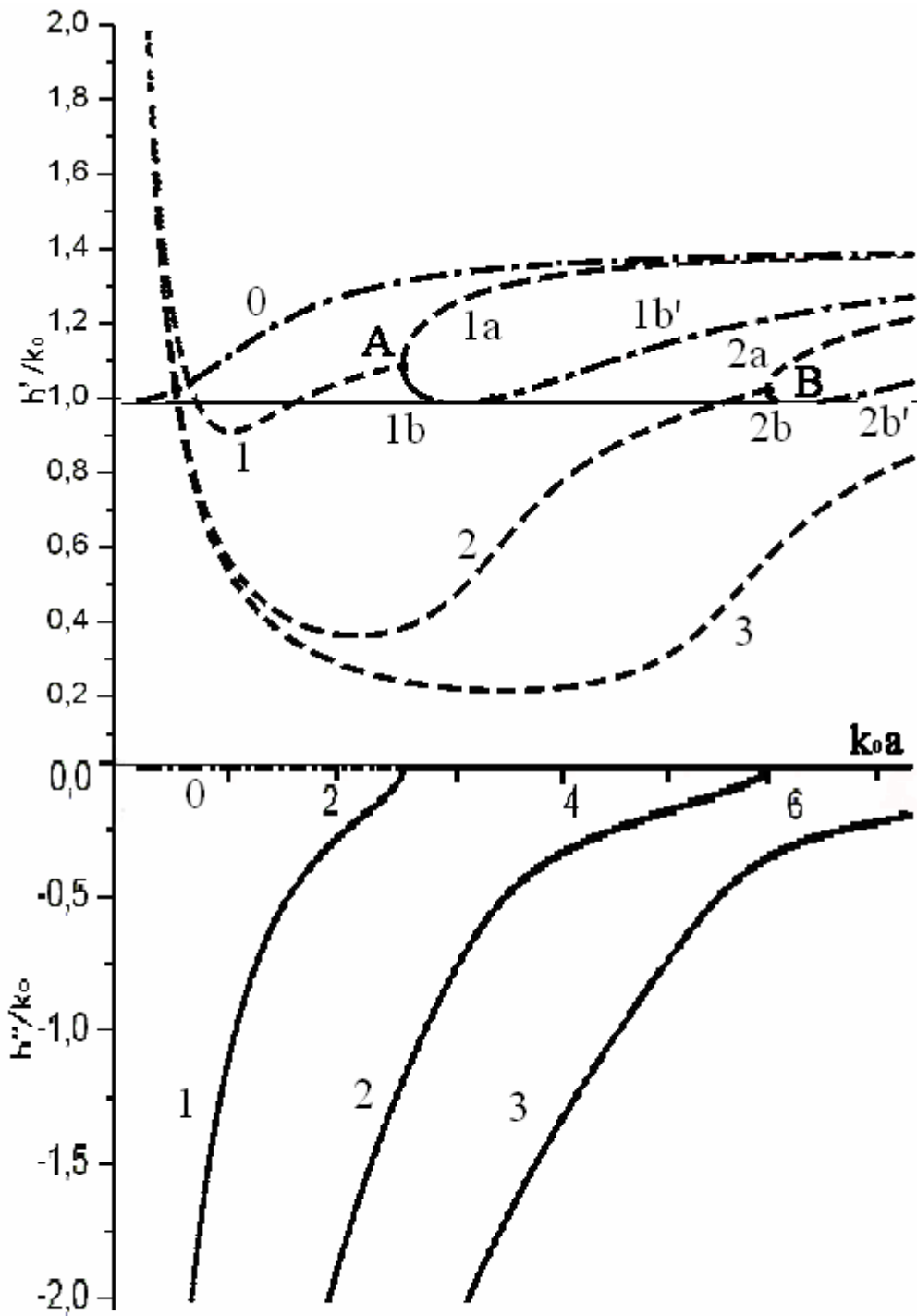


Рис. 2. Дисперсионная характеристика волновода с  $\epsilon_1 = -2$ ,  $\mu_1 = -1$

— — — — — прямая волна, - - - - - обратная волна,  
 - . - . - . антиповерхностная волна.

Поля этих волн представлены на рис. 8 и рис. 9. Обе моды начинают распространяться без потерь. При удалении от волновода поля спадают по экспоненциальному закону. Прямая волна существует только в небольшом частотном диапазоне. При дальнейшем увеличении частоты прямая волна

переходит в антиповерхностную волну [16], которая имеет лишь математический смысл (штрихпунктирные линии на графиках).

Внутри волновода проекция вектора Пойтинга на ось  $z$  всегда отрицательна, а вне волновода – положительна. В точках расщепления (т. А, В на рис. 2) образуется нулевая плотность потока энергии, т.е. образуется стоячая волна, которая является интерференцией прямой и обратной волн, и проявляется эффект продольного резонанса [18,19].

При введении потерь расщепление происходит на низких частотах и во всем диапазоне существуют сразу обе моды (рис. 3). Одна мода остается обратной (рис. 3), а вторая на некоторой частоте превращается в прямую (т. Р). Диапазон частот, в котором существуют прямые волны, увеличивается по сравнению со случаем без потерь.

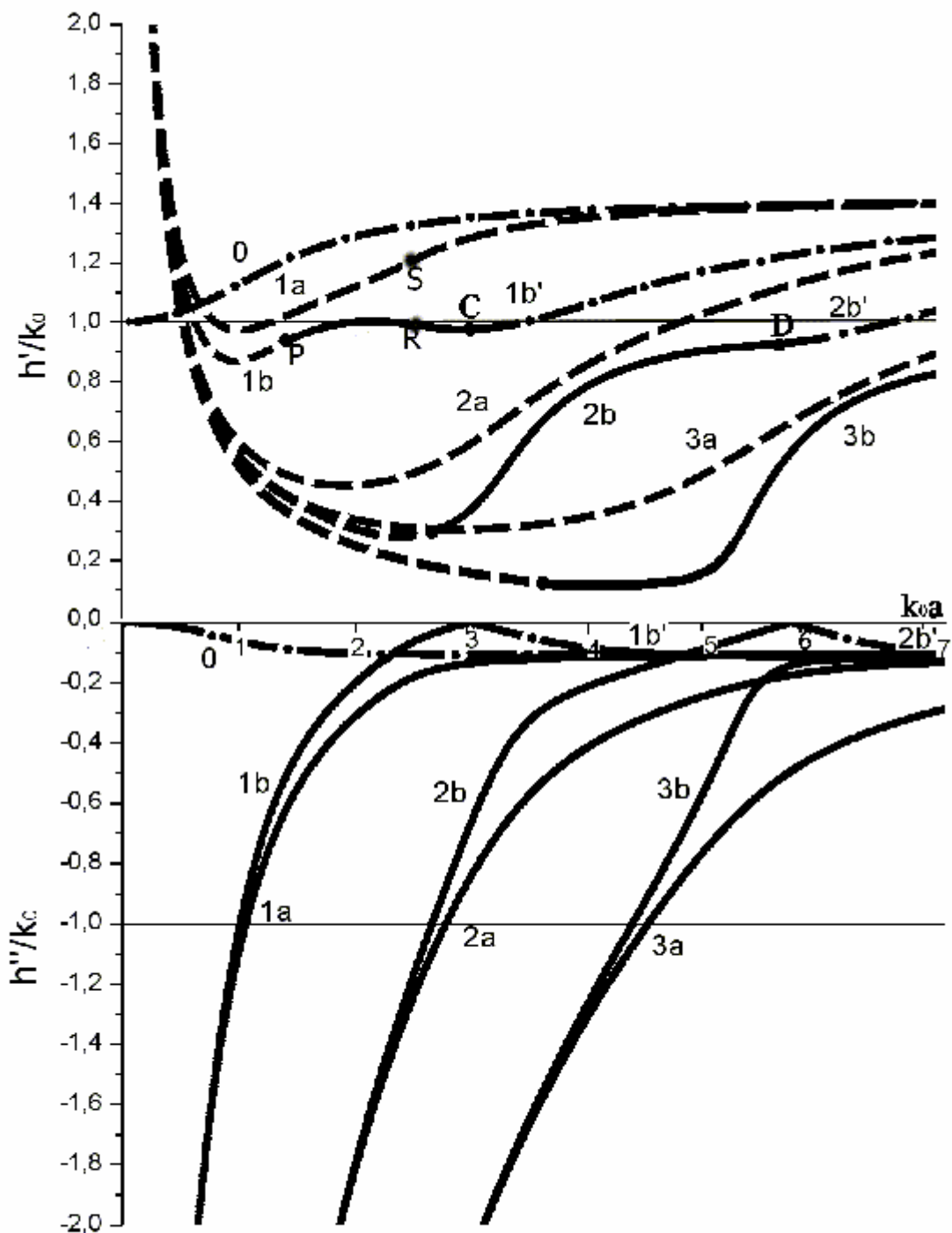


Рис. 3. Дисперсионная характеристика волновода с  $\varepsilon_1 = -2 + i0.1$ ,  $\mu_1 = -1 + i0.1$

— — — — — прямая волна, — — — — — обратная волна,  
 - . - . - . антиповерхностная волна.

Поля этих волн становятся вытекающими (Рис. 10 а - прямая, б - обратная). Эти волны, как и в случае отсутствия потерь, с ростом частоты переходят в антиповерхностные. Однако, при достаточно больших потерях волна затухает, не достигнув точки перехода в прямую волну. В этом случае (рис. 6, т. Т) обратная волна сразу превращается в антиповерхностную.

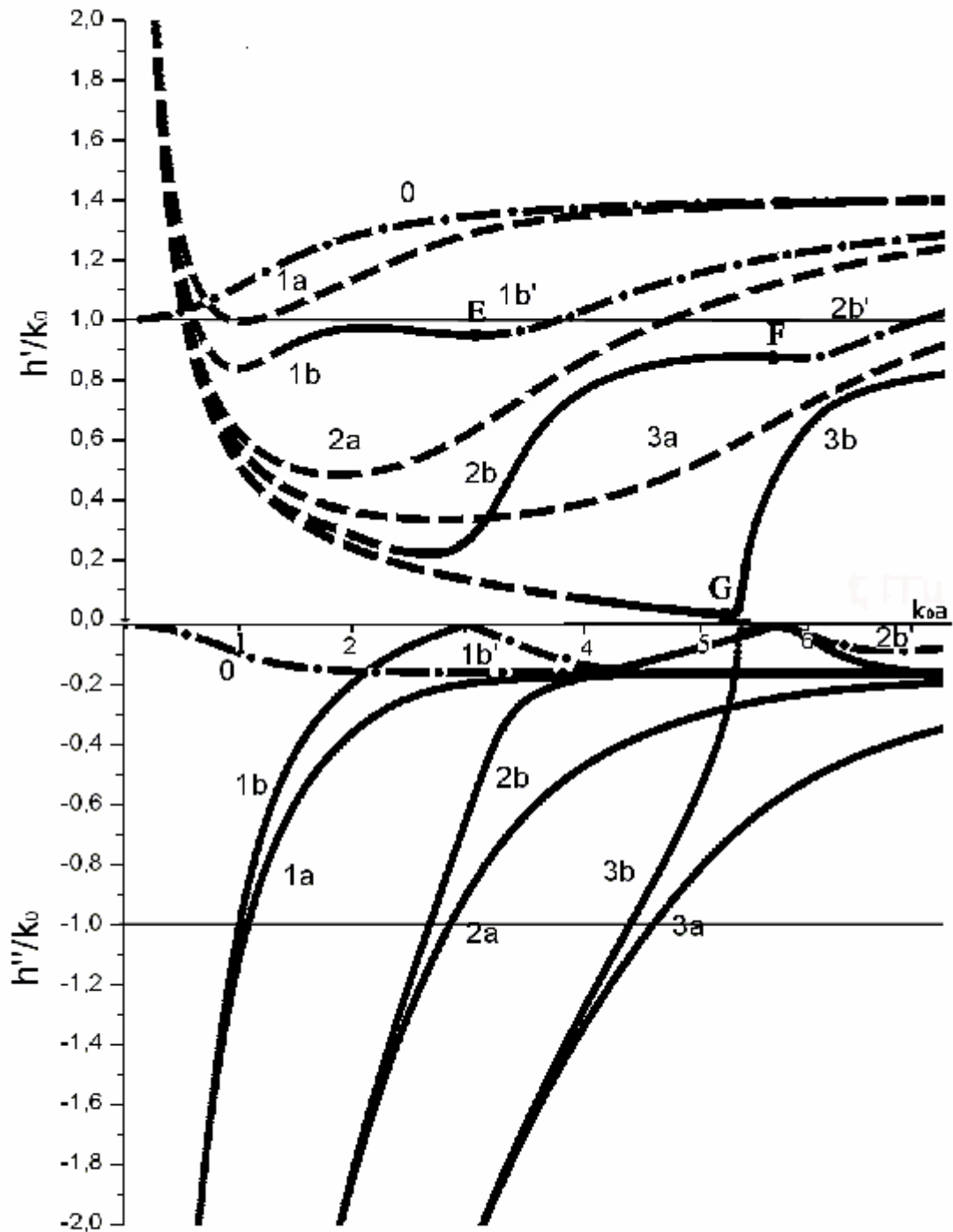


Рис. 4. Дисперсионная характеристика волновода с  $\epsilon_1 = -2 + i0.15$ ,  $\mu_1 = -1 + i0.15$

— — — — — прямая волна, - - - - - обратная волна,  
 - . - . - . антиповерхностная волна.

Некоторые результаты нуждаются в дополнительном обсуждении. При достаточно больших потерях (0.17 и более) для некоторых мод существует определенный диапазон частот, в котором прямая волна переходит в антиповерхностную. Так осуществляется переход моды 3b в 3b' на рис. 5 и моды 2b в 2b' на рис. 6.



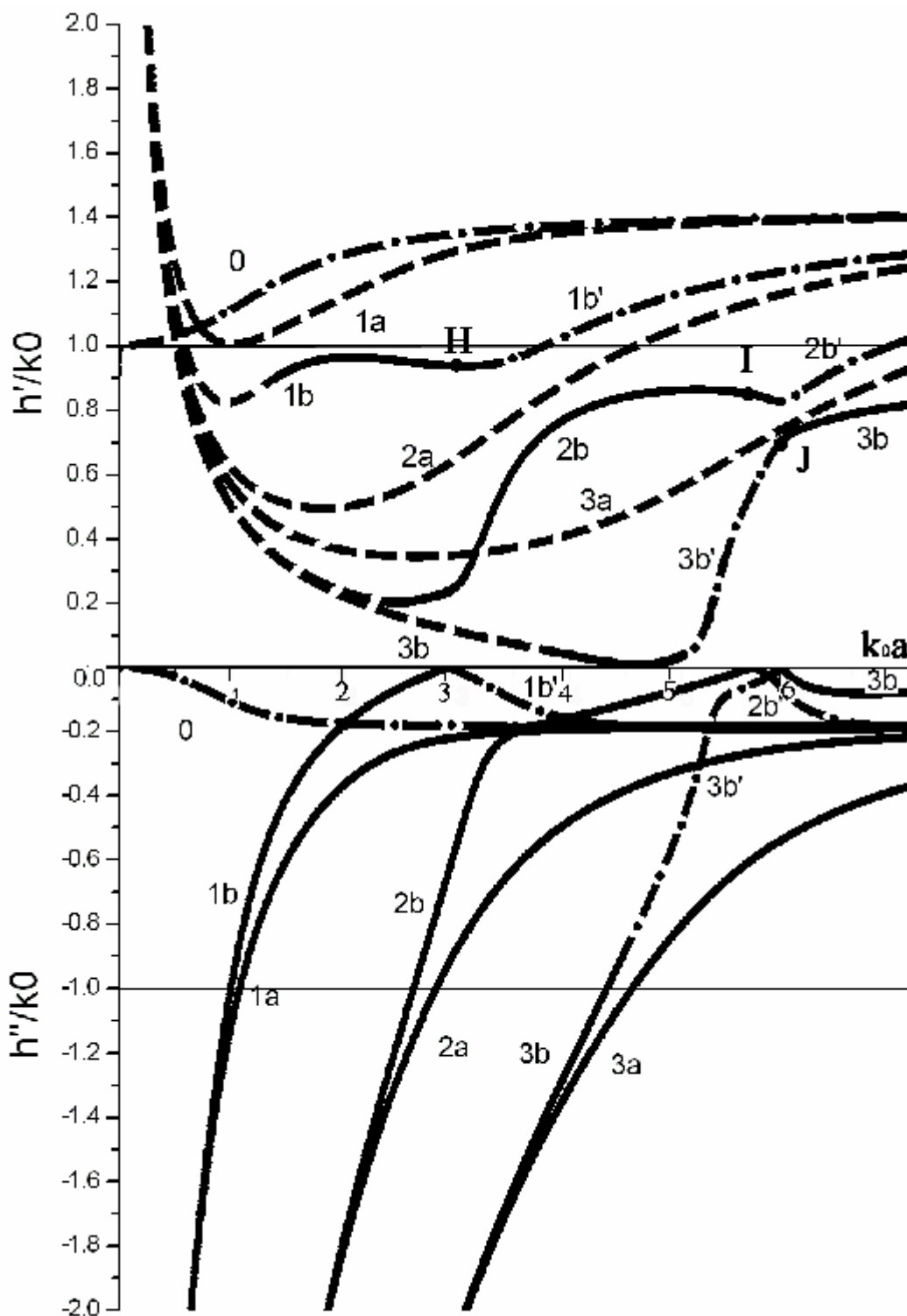


Рис. 5. Дисперсионная характеристика волновода с  $\epsilon_1 = -2 + i0.17$ ,  $\mu_1 = -1 + i0.17$

— — — — — прямая волна, - - - - - обратная волна,  
 - . - . - . антиповерхностная волна.

Вблизи точки перехода поверхностной в антиповерхностную волну и наоборот, поле волны в основном сосредоточено в пространстве вне волновода.

Даже при наличии потерь в метаматериале в таких точках волна может распространяться без потерь, т.е. мнимая часть продольного волнового вектора  $h''$  равно нулю (точки C,D,E,F,G,H,I,J,K,L,M,N).

При достаточно больших мнимых частях проницаемостей наблюдается объединение типов волн. Две прямые волны вначале объединяются антиповерхностной волной, которая с увеличением потерь исчезает. По графикам можно проследить объединение 2 и 3 мод (рис. 5), а при больших потерях, 1 и 2 (рис. 6,7).

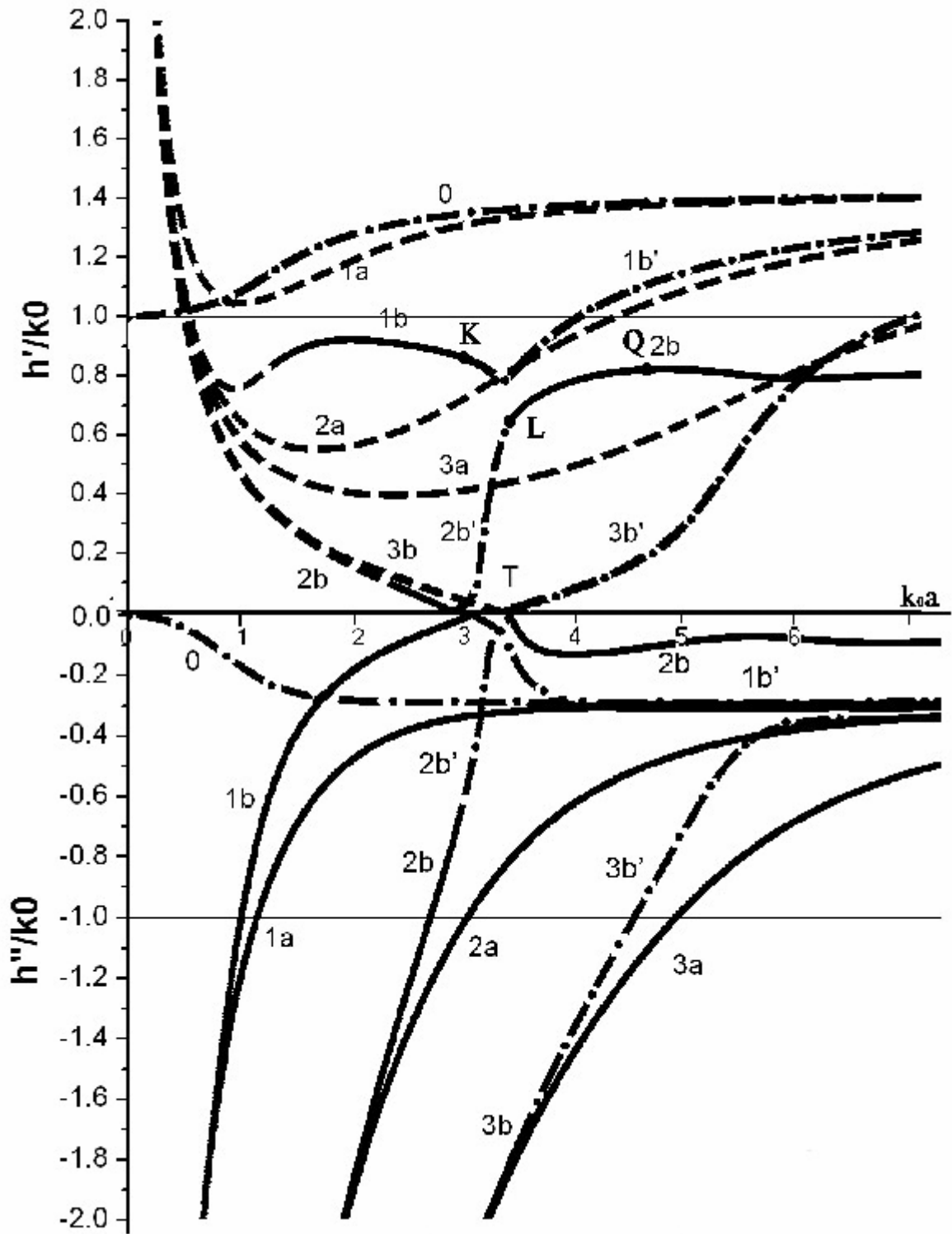


Рис. 6. Дисперсионная характеристика волновода с  $\epsilon_1 = -2 + i0.27$ ,  $\mu_1 = -1 + i0.27$

————— прямая волна,    - - - - - обратная волна,  
 - . - . - антиповерхностная волна.

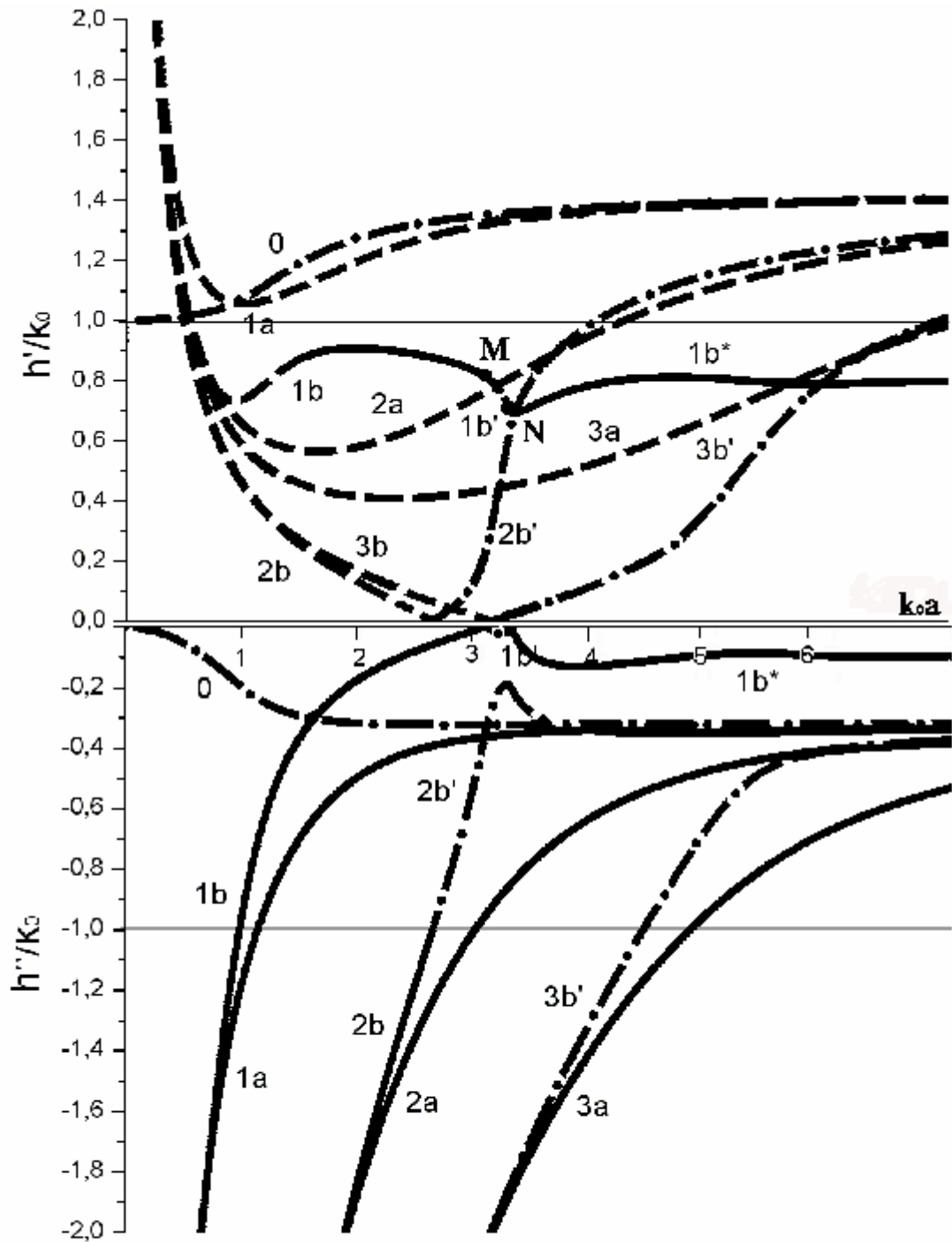


Рис. 7. Дисперсионная характеристика волновода с  $\epsilon_1 = -2 + i0.3$ ,  $\mu_1 = -1 + i0.3$ .

————— прямая волна, — — — — — обратная волна,  
 - . - . - . антиповерхностная волна.

У этих волн, несмотря на наличие потерь в метаматериале ( $\epsilon'' \neq 0$ ,  $\mu'' \neq 0$ ), существуют точки (например, рис. 6, т. Q), в которых мнимая часть  $h$  близка к нулю. Поля этих волн сосредоточены вблизи границы метаматериал-

окружающее пространство и в волновод практически не просачиваются (рис. 11).

С ростом частоты фазовая скорость обычно возрастает, начиная с некоторого момента, когда мнимая часть  $h$  становится достаточно малой, чтобы эти волны могли распространяться.

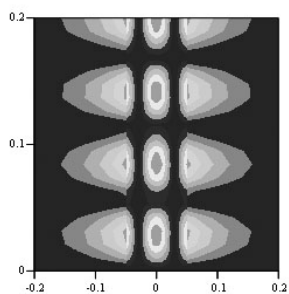


Рис.8. Нормированное распределение магнитного поля вблизи т. А (Рис. 2), прямая волна

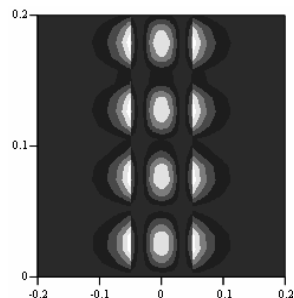


Рис.9. Нормированное распределение магнитного поля вблизи т. А (Рис. 2), обратная волна

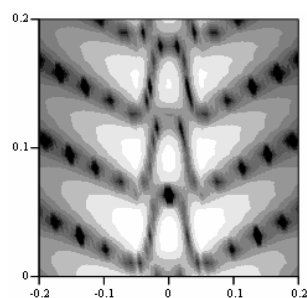
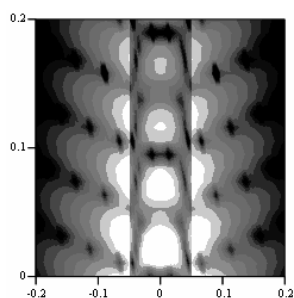


Рис. 10. Нормированное распределение магнитного поля а) обратная волна, т. S; б) прямая волна, т. R (Рис. 3).

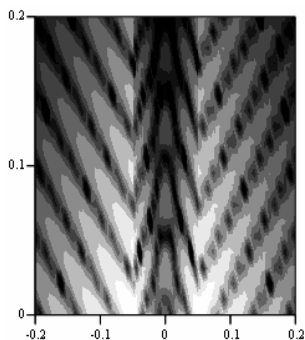


Рис. 11. Нормированное распределение магнитного поля в точке Q.

Но для объединенных мод такой зависимости не наблюдается: фазовая скорость остается почти постоянной при увеличении частоты. Причем скорость становится постоянной при меньших потерях, т.е. до объединения волн у мод

3b на рис. 5 и 2b на рис. 6. Поля и потоки мощности таких волн в основном сосредотачиваются на границе волновода. Вне волновода поле так же спадает по экспоненте, кроме случаев, описанных выше (точки C,D,E,F,G,H,I,J,K,L,M,N).

### **Заключение**

В работе исследованы математические модели типов волн планарного волновода из метаматериала с потерями, показано, что в такой структуре могут распространяться прямые и обратные волны. Указано на возможность распространения волн без затухания, т.е. с  $h'' \approx 0$ , на определенных частотах, несмотря на наличие потерь в метаматериале. При введении потерь наблюдается объединение типов волн, причем объединенные моды распространяются с постоянной фазовой скоростью, не зависящей от частоты. Эти волны являются прямыми, но в отличие от других прямых волн не вырождаются в антиповерхностные волны, а существуют во всем диапазоне частот, начиная с некоторой частоты. Их поля практически не просачиваются в волновод, сосредотачиваясь вблизи его границы.

Отметим, что реальные метаматериалы обладают сильной частотной дисперсией, потому создать материал с постоянными проницаемостями во всем рассматриваемом нами диапазоне частот не возможно. Но для каждого небольшого участка частот можно создать метаматериал с заданными проницаемостями, и в волноводе на его основе будут наблюдаться указанные выше свойства.

Авторы выражают благодарность В.В. Шевченко за полезные обсуждения.

### **Литература**

- 1 Катин С.В., Титаренко А.А.// Антенны. 2006. выпуск 5 (108). С.24
- 2 Шевченко В.В.// Радиотехника и электроника. 1969. Т.10. С.1768.
- 3 Веселаго В.Г.// Успехи физ. наук. 1967. Т.92. С.517.

- 4 Lagarkov A.N., Semenenko V.N., Chistyayev V.A. et al.// Electromagnetics. 1997. V.17. P. № 3.213
- 5 Lagarkov A.N., Semenenko V. N., Kisel V. N., and Chistyayev V. A., J. Magn. Mater. 258–259, 161(2003).
- 6 Smith D.R., Padilla W.T., Vier D.C. et al.// Phys. Rev. 2000. V. 84. P. 584.
- 7 Pendry J.B.// Phys. Rev. Lett. 2000. V.85. №18. P.3966
- 8 Lagarkov A.N., Kissel V.N.//Phys. Rev. Lett..2004. V.92. №92. P.077401.
- 9 Nefedov I.S., Tretyakov S.A.// Radio Science 2003. V. 38. №6. P. 1101.
- 10 Caloz C., Itoh T. Electromagnetic metamaterials: transmission line theory and microwave applications. N.Y.: John Wiley and Sons, Inc., 2006.
- 11 Alu A., Bilotti F., Engheta N., Vegni L.//IEEE Trans. 2007. V. AP-55. №6 Pt 2. P. 1698.
- 12 Шевченко В.В. //Радиотехника и электроника. 2005. Т. 50. №11. С. 1363.
- 13 Балабуха Н.П., Башарин А.А., Семененко В.Н.// Радиотехника и электроника. 2009. V. 54. №8. С. 946.
- 14 Балабуха Н.П., Башарин А.А., Семененко В.Н.// Письма в ЖЭТФ. Т.89, №10. 2009.
- 15 Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979
- 16 Muller D.E.// Mathematical Tables and Aids to Computation. 1965. Т.10. P.208.
- 17 Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
- 18 Шатров А.Д., Шевченко В.В.// Известия ВУЗов. Радиофизика. 1974. Т. 17. №11. С.1692.
- 19 Шевченко В.В. //Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45. №10. С. 1157.