

УДК 621.391.072

## ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИЕМА СИГНАЛОВ С КВАДРАТУРНОЙ АМПЛИТУДНОЙ МАНИПУЛЯЦИЕЙ В ПРИСУТСТВИИ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ПОМЕХИ

Г. В. Куликов<sup>1</sup>, А. В. Нестеров<sup>2</sup>, А. А. Лелюх<sup>1,3</sup><sup>1</sup> МИРЭА – Российский технологический университет,  
119454, г. Москва, просп. Вернадского, д.78<sup>2</sup> АО «Концерн «Автоматика»,

127276, г. Москва, ул. Ботаническая, д. 25

<sup>3</sup> АО «Московский научно-исследовательский институт радиосвязи»,  
109029, г. Москва, ул. Нижегородская, д. 32

Статья поступила в редакцию 8 ноября 2018 г.

**Аннотация.** Сигналы с квадратурной амплитудной манипуляцией давно и успешно применяются в цифровых системах передачи информации. Характеристики помехоустойчивости их приема на фоне белого гауссовского шума хорошо изучены. В статье методами статистической радиотехники проанализирована помехоустойчивость приема сигналов с квадратурной амплитудной манипуляцией в присутствии шумовой и гармонической помехи. Получены зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум, от интенсивности помехи и от ее расстройки относительно центральной частоты спектра полезного сигнала.

Показано, что прием сигналов с квадратурной амплитудной манипуляцией сильно ухудшается при наличии гармонической помехи и с увеличением позиционности сигналов это влияние усиливается. Наиболее опасной является прицельная гармоническая помеха, частота которой совпадает с центральной частотой спектра полезного сигнала.

**Ключевые слова:** вероятность битовой ошибки, гармоническая помеха, квадратурная амплитудная манипуляция, помехоустойчивость.

**Abstract.** Quadrature amplitude modulation (M-QAM) signals, due to their spectral and energy characteristics, have long and successfully been used in the high-capacity digital data transmission systems, e.g., in the present-day satellite communication lines. Their use is also envisaged in various communications standards, namely,

DVB-S and DVB-S2/S2X standards. Noise immunity of received M-QAM signals against the backdrop of white Gaussian noise are well characterized. In real data transmission radio systems the receiver input along with the noise may have other kinds of interference, both, casual and intended. Harmonic interference is one of the most commonly known, e.g. an interfering narrow-band signal from an adjacent radio station. Harmful effect of such interference on the quality of received data was proved by some studies.

The article gives an example where the receiver input is characterized as having an additive mix of M-QAM wanted signal, white Gaussian noise and harmonic interference which is intensive and mistuned relative to the wanted signal central frequency and random phase. Noise immunity of received signals was analyzed using statistical radio-engineering methods. For this purpose, statistical characteristics of the processes distributions at the outputs of correlation receiver's integrators, conditional noise in terms of initial random phase, were calculated. The distributions of all mentioned random processes accounting for a white Gaussian noise present at the demodulator's input were taken as normal. Then, by averaging over the interference's random initial phase the dependencies of a bit error probability from the signal-to-noise ratio, interference intensity and its mistuning relative to the wanted signal's central frequency were obtained.

It was demonstrated that a signal receiver with a quadrature amplitude modulation of small size  $M \leq 16$  is quite stable to the action of harmonic interference, and the higher is the signal size the lower is the noise immunity of received signals against harmonic interference, even with the low levels of noise.

The harmful influence of interference is most noticeable, when enters the main beam of the signal spectrum. The most dangerous is a targeted harmonic interference the frequency of which coincides with the central frequency from the wanted signal's spectrum. Noise compensation or rejection algorithms shall be used to improve the noise immunity of received M-QAM signals against the backdrop of harmonic interference.

**Keywords:** bit error probability, harmonic interference, quadrature amplitude shift keying, interference immunity.

## Введение

Сигналы с многопозиционными видами манипуляции, такие как М-КАМ, благодаря своим энергетическим и спектральным характеристикам давно и успешно применяются в различных цифровых системах передачи информации с высокой пропускной способностью, например, в современных спутниковых линиях связи. Их использование заложено и в коммуникационных стандартах DVB-S и DVB-S2/S2X.

Характеристики помехоустойчивости приема таких сигналов на фоне белого гауссовского шума достаточно хорошо изучены. Так, в [1] показано, что минимально достижимая вероятность ошибки приема канального символа при оптимальной когерентной обработке для прямоугольных сигнальных созвездий определяется выражением:

$$P_{\text{М-КАМ}} = 4Q\left(\sqrt{\frac{3}{M-1}} k \gamma_{\text{бср}}\right), \quad Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2/2} dt, \quad k = \log_2 M - \text{четно.}$$

Здесь и далее величиной  $\gamma_{\text{бср}} = E_{\text{бср}} / N_0$  будем обозначать среднее отношение сигнал/шум, пересчитанное на один бит информации.

В реальных радиосистемах передачи информации на входе приемника наряду с шумовой помехой могут присутствовать и другие виды помех, как непреднамеренных, так и преднамеренных. Одной из часто встречающихся является гармоническая помеха, например, мешающий узкополосный сигнал соседней радиостанции. Опасное влияние такой помехи на качество приема информации подтверждено рядом исследований [2-6]. Цель данной статьи – анализ помехоустойчивости приема сигналов с квадратурной амплитудной манипуляцией в присутствии гармонической помехи.

## 1. Методика анализа помехоустойчивости приема сигналов М-КАМ

Сигнал М-КАМ на тактовом интервале, равном длительности канального символа  $T_s$ , несущего информацию об  $k = \log_2 M$  информационных битах, может принимать одно из  $M$  возможных значений:

$$s_i(t) = A_{\text{ср}} (I_i \cos \omega_0 t - Q_i \sin \omega_0 t), \quad t \in (0, T_s], i = 0, 1, \dots, M-1, \quad (1)$$

где  $A_{cp} = \sqrt{2E_{scp} / T_s}$  – средняя амплитуда сигнала;  $E_{scp} = kE_{bcp}$  – энергия канального символа, средняя по всем информационным комбинациям,  $E_{bcp}$  – средняя энергия, приходящаяся на один бит информации,  $I_i$  и  $Q_i$  – коэффициенты, определяющие амплитуды квадратурных компонент сигнала;  $\omega_0$  – несущая частота.

Примеры сигнальных созвездий M-КАМ представлены на рис. 1. На них отмечены сигнальные точки, соответствующие канальным символам, и пунктиром изображены границы областей принятия решения. При воздействии различных помех происходит смещение сигнальной точки в «неправильную» область, что вызывает ошибку приема канального символа.

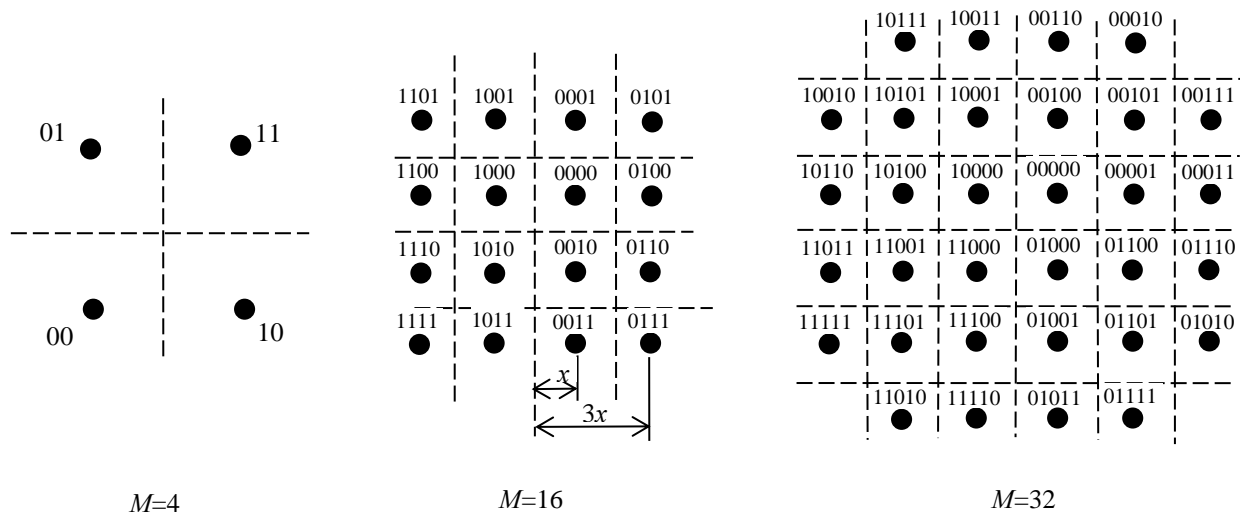


Рис. 1. Сигнальные созвездия многопозиционной квадратурной амплитудной манипуляции.

Корреляционный прием сигнала (1) в присутствии белого гауссовского шума предполагает вычисление интегралов свертки  $J_i$  принимаемого колебания  $x(t)$  и  $M$  опорных сигналов:

$$J_i = \frac{2A_{cp}}{N_0} \int_0^{T_s} x(t)(I_i \cos \omega_0 t - Q_i \sin \omega_0 t) dt, i = 0, 1, \dots, M-1. \quad (2)$$

Вероятность правильного обнаружения любого канального символа, например, с индексом «0», находится при условии:

$$J_0 - \{J_i\} > \delta_i, i=1, \dots, M-1,$$

где  $\delta_i$  – порог принятия решения, определяемый полуразностью энергий сравниваемых канальных символов.

Общая вероятность правильного обнаружения канального символа равна

$$P_s = \prod_{i=1}^{M-1} p_i(J_0 - J_i > \delta_i), \quad (3)$$

а вероятность ошибочного приема канального символа, соответственно, равна:

$$P_{es} = 1 - P_s. \quad (4)$$

Эта ошибка вызывает ошибку в один или более бит информации в зависимости от уровня помехового сигнала. При достаточно больших отношениях сигнал/шум, в среднем, между вероятностью ошибки при приеме канального символа  $P_{es}$  и вероятностью битовой ошибки  $P_{eb}$  справедливо соотношение [1]:

$$P_{eb} = P_{es} / \log_2 M. \quad (5)$$

Считаем, что на входе приемника кроме полезного сигнала  $s_i(t)$  присутствует белый гауссовский шум  $n(t)$  с односторонней спектральной плотностью  $N_0$ ,

$$\langle n(t) \rangle = 0; \langle n(t_1)n(t_2) \rangle = \frac{N_0}{2} \delta(t_2 - t_1)$$

и гармоническая помеха

$$s_{II}(t) = \mu A_0 \cos[(\omega_0 + \Delta\omega_{II})t + \varphi_{II}]$$

со случайной начальной фазой  $\varphi_{II}$ , расстройкой  $\Delta\omega_{II}$  относительно центральной частоты спектра сигнала М-КАМ и относительной интенсивностью  $\mu$ , то есть

$$x(t) = s_i(t) + s_{II}(t) + n(t).$$

Для оценки помехоустойчивости приема воспользуемся методикой [3]. Рассчитаем статистические характеристики условных распределений случайных процессов  $J_i$  на выходах всех корреляторов демодулятора по параметру «случайная начальная фаза гармонической помехи  $\varphi_{II}$ », а именно, средние значения  $m_0, \dots, m_i, \dots, m_{M-1}$ , дисперсии  $D_0, \dots, D_i, \dots, D_{M-1}$  и взаимные корреляционные моменты  $M_{0i}$ . При этом учтем, что распределения всех указанных случайных

процессов с учетом наличия на входе демодулятора белого гауссовского шума являются нормальными, а также  $\omega_0 T_s \gg 1$ .

## 2. Результаты расчетов

В результате расчетов были получены средние значения:

$$m_0 = \langle J_0 \rangle = \frac{2E_{\text{ссп}}}{N_0} (I_0^2 + Q_0^2) + \frac{2E_{\text{ссп}}}{N_0} \mu \frac{\sin \frac{\Delta\omega_{\Pi} T_s}{2}}{\frac{\Delta\omega_{\Pi} T_s}{2}} (I_0 \cos \eta + Q_0 \sin \eta),$$

$$m_i = \langle J_i \rangle = \frac{2E_{\text{ссп}}}{N_0} (I_0 I_i + Q_0 Q_i) + \frac{2E_{\text{ссп}}}{N_0} \mu \frac{\sin \frac{\Delta\omega_{\Pi} t}{2}}{\frac{\Delta\omega_{\Pi} t}{2}} (I_i \cos \eta + Q_i \sin \eta),$$

где параметр  $\eta = \frac{\Delta\omega_{\Pi} T_s}{2} + \varphi_{\Pi}$ , также как и  $\varphi_{\Pi}$ , является случайной величиной, равномерно распределенной на полуинтервале  $(-\pi, +\pi]$ .

Дисперсии определяются следующим образом:

$$D_0 = \langle J_0^2 \rangle - \langle J_0 \rangle^2 = \langle J_0^2 \rangle - m_0^2 = \frac{2E_{\text{ссп}}}{N_0} (I_0^2 + Q_0^2),$$

$$D_i = \langle J_i^2 \rangle - \langle J_i \rangle^2 = \langle J_i^2 \rangle - m_i^2 = \frac{2E_{\text{ссп}}}{N_0} (I_i^2 + Q_i^2),$$

а смешанный момент:

$$M_{0i} = \frac{2E_{\text{ссп}}}{N_0} (I_0 I_i + Q_0 Q_i).$$

Статистические параметры суммарных процессов  $y_i = J_0 - J_i - \delta_i$  на входе устройства сравнения корреляционных интегралов можно найти следующим образом:

$$m_{y_i} = \langle y_i \rangle = m_0 - m_i - \delta_i$$

и

$$D_{y_i} = D_0 + D_i - 2M_{0i}.$$

Расчеты показали, что с учетом величины порога

$$\delta_i = \frac{E_{s0} - E_{si}}{N_0} = \frac{E_{scp}}{N_0} [(I_0^2 + Q_0^2) - (I_i^2 + Q_i^2)]$$

средние значения  $m_{yi}$  определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} m_{yi} &= \frac{2E_{scp}}{N_0} (I_0^2 + Q_0^2 - I_0 I_i - Q_0 Q_i) + \frac{2E_{scp}}{N_0} \mu \frac{\sin \frac{\Delta\omega_{\Pi} T_s}{2}}{\frac{\Delta\omega_{\Pi} T_s}{2}} [(I_0 - I_i) \cos \eta + \\ &+ (Q_0 - Q_i) \sin \eta] - \frac{E_{scp}}{N_0} [(I_0^2 + Q_0^2) - (I_i^2 + Q_i^2)] = \\ &= \frac{2E_{scp}}{N_0} \{0,5[(I_0 - I_i)^2 + (Q_0 - Q_i)^2] + \\ &+ \mu \frac{\sin \frac{\Delta\omega_{\Pi} T_s}{2}}{\frac{\Delta\omega_{\Pi} T_s}{2}} [(I_0 - I_i) \cos \eta + (Q_0 - Q_i) \sin \eta]\}, \end{aligned}$$

а дисперсии определяются по формуле:

$$D_{yi} = \frac{2E_{scp}}{N_0} [(I_0 - I_i)^2 + (Q_0 - Q_i)^2].$$

Условные по параметру  $\eta$  вероятности, входящие в (3) и (4), могут быть вычислены по формуле:

$$p_i(J_0 - J_i > \delta_i) = 1 - Q\left(\frac{m_{yi}}{\sqrt{D_{yi}}}\right), Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2/2} dt.$$

Для получения безусловной вероятностей ошибки приема канального символа (4) и битовой ошибки (5) необходимо провести усреднение полученных результатов  $P_{es}(\eta)$  и  $P_{eb}(\eta)$  по случайной величине  $\eta$ . Осуществить аналитически вычисление интегралов

$$P_{es} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P_{es}(\eta) d\eta \quad \text{и} \quad P_{eb} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P_{eb}(\eta) d\eta$$

и вывести точную формулу для вероятностей ошибок не удастся, поэтому для получения окончательных результатов воспользуемся численным усреднением. Заметим,

что при численном усреднении необходимо провести вычисления, перебирая все возможные комбинации канальных символов.

Так как энергии посылок сигнала М-КАМ могут принимать различные значения, определяемые формой сигнального созвездия (рис. 1), то с целью адекватного сравнения полученных результатов и результатов, полученных для других видов сигналов, необходимо провести нормировку энергий сигналов. Это можно сделать, пронормировав величины коэффициентов  $I_i$  и  $Q_i$ . При этом логично положить, чтобы средние энергии сравниваемых сигналов были одинаковы.

В случае 16КАМ в соответствии с положением сигнальных точек имеем три уровня энергии посылок:

$$E_1 = \frac{(x^2 + x^2)}{2} T_s = E_{\min}, E_2 = \frac{(x^2 + 9x^2)}{2} T_s, E_3 = \frac{(9x^2 + 9x^2)}{2} T_s = E_{\max}.$$

$$E_{\text{ср}} = \frac{4E_1 + 8E_2 + 4E_3}{16} = 10 \frac{x^2 T}{2} = \frac{A_{\text{ср}}^2 T}{2},$$

откуда

$$x = \frac{1}{\sqrt{10}} A_{\text{ср}}.$$

Следовательно, для 16КАМ при вычислениях в зависимости от выбора сигнальной точки необходимо использовать корректирующие коэффициенты

$$\frac{1}{\sqrt{10}} \text{ и } \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

Подобные расчеты для 32КАМ дают корректирующие коэффициенты

$$\frac{1}{\sqrt{20}}, \frac{3}{\sqrt{20}} \text{ и } \frac{5}{\sqrt{20}},$$

а для 64КАМ:

$$\frac{1}{\sqrt{42}}, \frac{3}{\sqrt{42}}, \frac{5}{\sqrt{42}} \text{ и } \frac{7}{\sqrt{42}}.$$

На рис. 2 – 5 показаны зависимости вероятности ошибки  $P_{eb}$  от отношения сигнал/шум  $\gamma_{\text{бср}} = E_{\text{бср}} / N_0 = E_{\text{ср}} / kN_0$  при нулевой расстройке гармониче-



ской помехи  $\Delta\omega_{IT_s}$ , то есть при прицельной помехе. Кривые на каждом рисунке различаются величиной интенсивности помехи  $\mu$ .

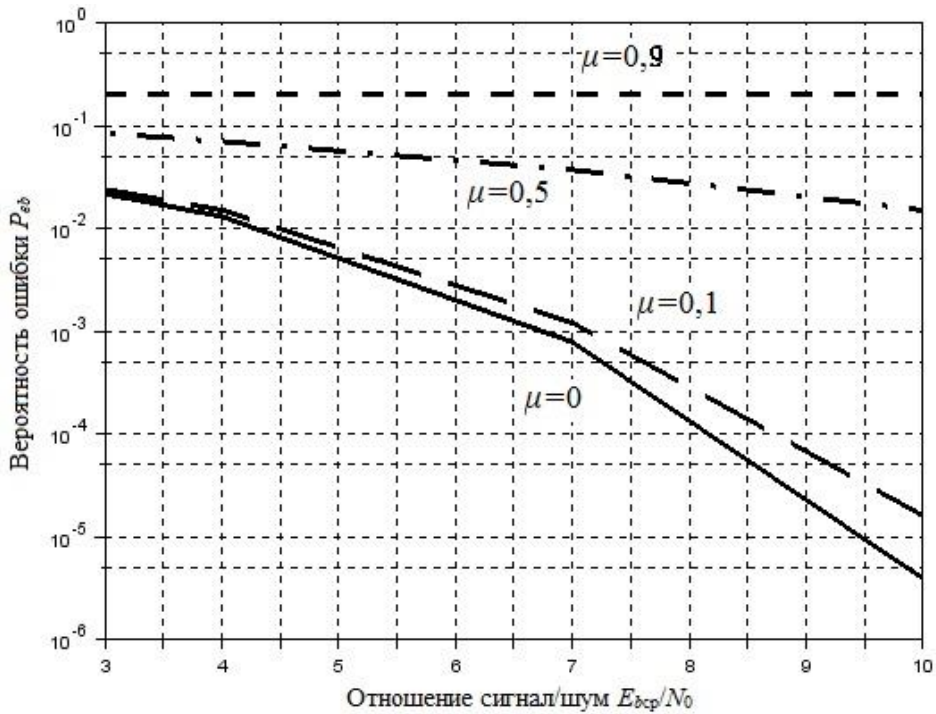


Рис. 2. Зависимость вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум для 4КАМ в присутствии гармонической помехи.

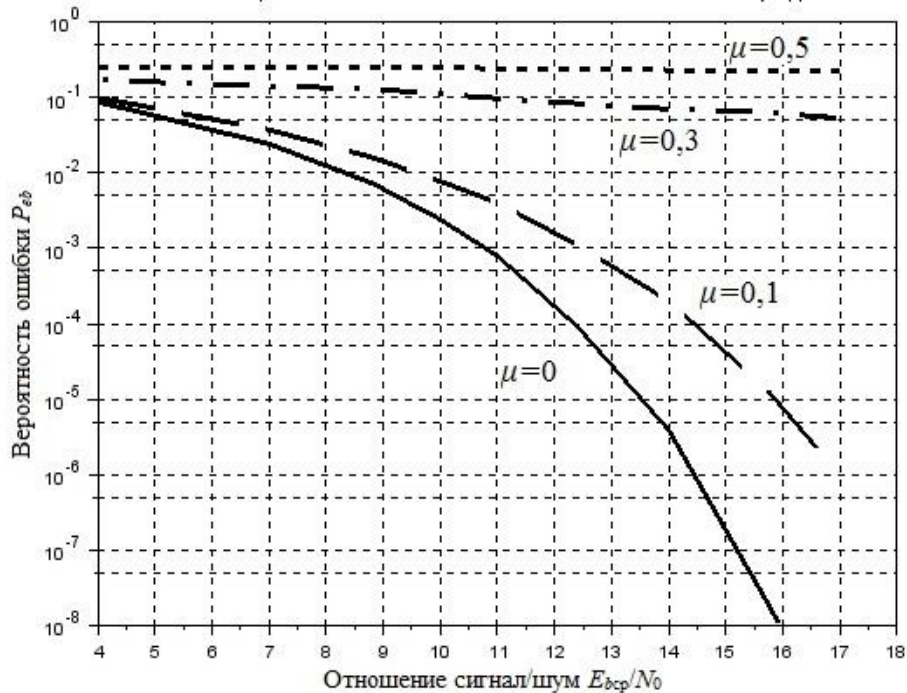


Рис. 3. Зависимость вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум для 16КАМ в присутствии гармонической помехи.

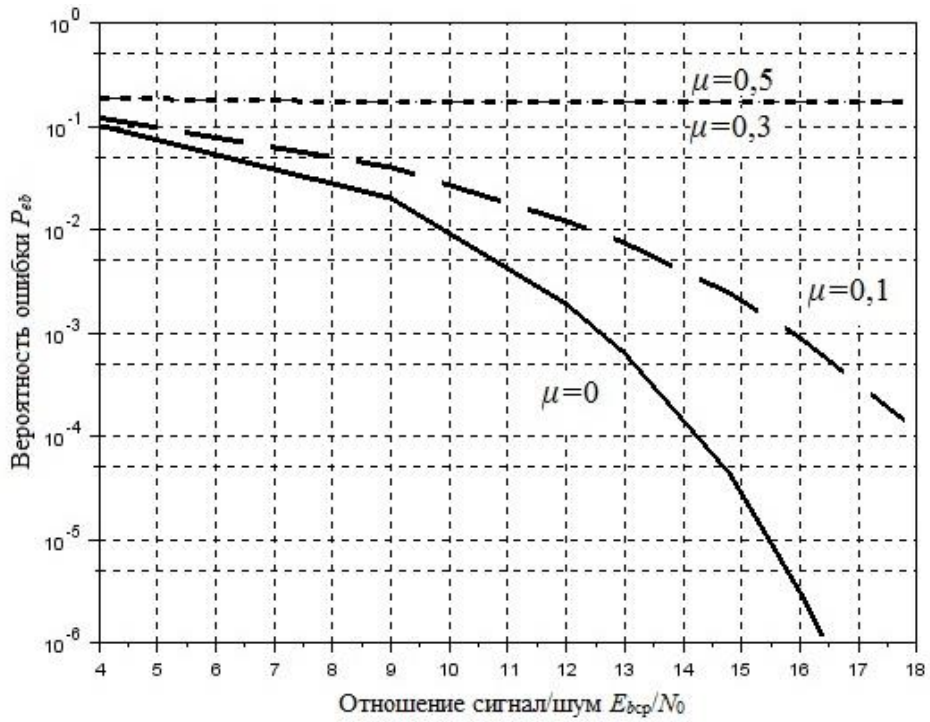


Рис. 4. Зависимость вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум для 32КАМ в присутствии гармонической помехи.

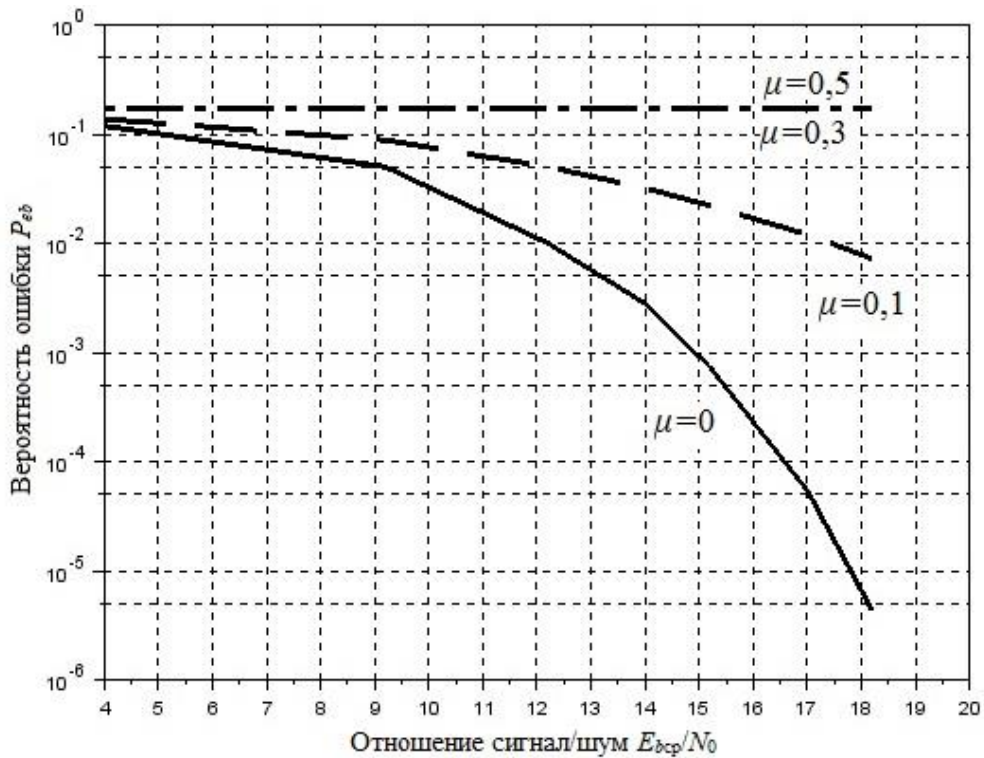


Рис. 5. Зависимость вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум для 64КАМ в присутствии гармонической помехи.

Анализ графиков позволяет сделать вывод, что с увеличением степени позиционности  $M$  полезного сигнала влияние гармонической помехи значительно усиливается. Так, если слабая помеха ( $\mu=0,1$ ) для  $M=4$  практически не увеличивает вероятность ошибки  $P_{eb}$ , то для  $M=16, 32$  и  $64$  снижение помехоустойчивости становится очень заметным – при  $\gamma_{\text{вср}} > 15$  дБ вероятность ошибки увеличивается на несколько порядков. Прицельные помехи с интенсивностью  $\mu \geq 0,3$  опасны для всех видов сигналов М-КАМ с  $M > 4$  и практически разрушают прием. Этот вывод подтверждают и графики, приведенные на рис. 6, где для сравнения даны кривые помехоустойчивости для всех исследованных сигналов в зависимости от величины  $\mu$ .

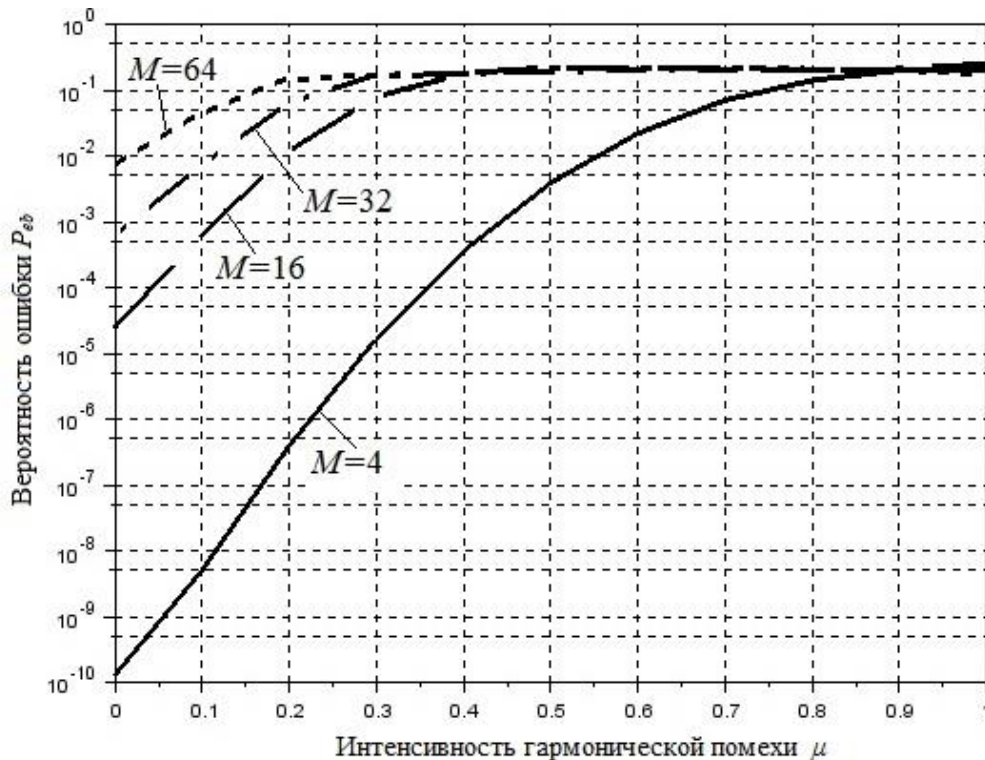


Рис. 6. Зависимость вероятности битовой ошибки для М-КАМ от интенсивности гармонической помехи при  $E_b/N_0=13$  дБ.

Был исследован характер изменения помехоустойчивости приема сигналов М-КАМ в зависимости от величины расстройки гармонической помехи  $\Delta\omega_{\text{ПТ}}$ . Соответствующие кривые показаны на рис. 7.

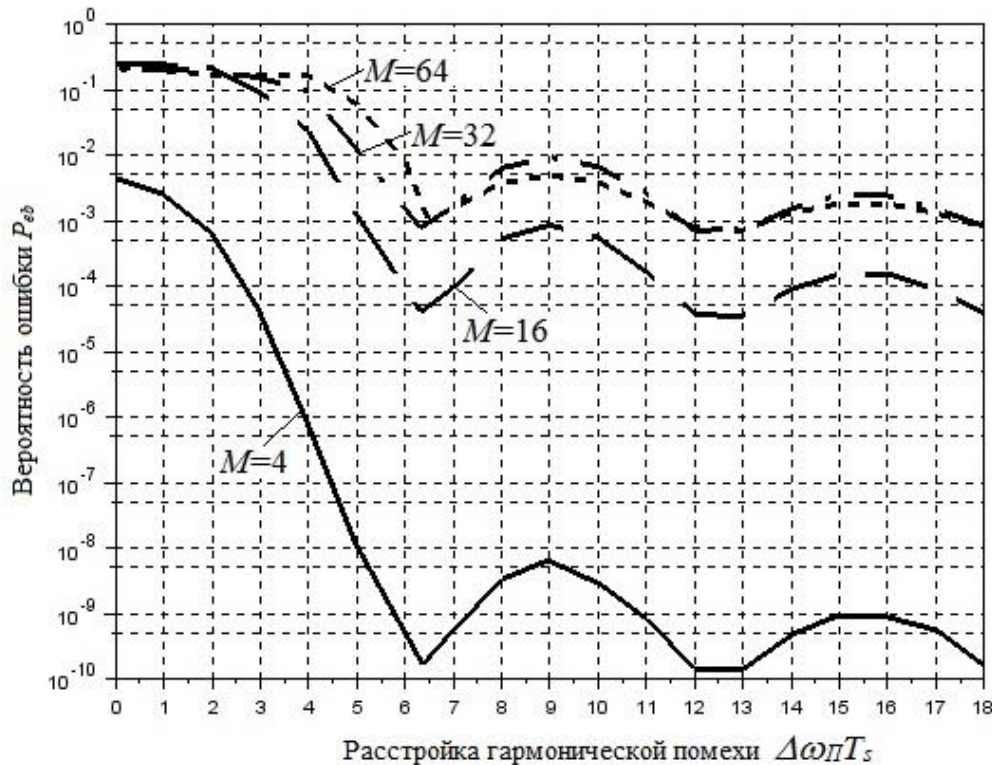


Рис. 7. Зависимость вероятности битовой ошибки для M-КАМ от расстройки гармонической помехи при  $E_b/N_0=13$  дБ,  $\mu=0,5$ .

Наглядно видно, что во всех случаях помехоустойчивость приема растет при увеличении расстройки помехи и в пределе стремится к помехоустойчивости приема без помехи. Точки, в которых вероятность ошибки достигает своих минимумов, соответствуют нулям огибающей энергетического спектра полезного сигнала. При этих расстройках поражающее действие помехи никак не проявляется. Можно также сделать вывод, что при больших расстройках помехи ( $\Delta\omega_{П} > 5/T_s$ ) ее влиянием можно пренебречь.

## Заключение

По результатам анализа полученных данных можно сделать следующие выводы:

1. Сигналы M-КАМ с малой позиционностью  $M \leq 16$  являются достаточно устойчивыми к воздействию гармонической помехи. С увеличением позиционности сигналов помехоустойчивость приема на фоне гармонической помехи сильно снижается, даже при малых уровнях помехи.

2. Поражающее действие помехи наиболее сильно проявляется при ее попадании в главный лепесток спектра сигнала. Наиболее опасной является прицельная гармоническая помеха, частота которой совпадает с центральной частотой спектра полезного сигнала.
3. Для повышения помехоустойчивости приема сигналов М-КАМ на фоне гармонической помехи необходимо использовать алгоритмы компенсации помех, например, адаптивные режекторные фильтры.

### Литература

1. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. - М.: Радио и связь, 2000. - 800 с.
2. Ложкин К.Ю., Стиценко А.И. Помехоустойчивость некогерентного и когерентного приема ДФРМ-сигнала в условиях воздействия фазоманипулированной, гармонической или гауссовской помех // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Техника и технологии, 2017. Т. 10. № 2. с. 260-270.
3. Куликов Г.В. Влияние гармонической помехи на помехоустойчивость корреляционного демодулятора сигналов МЧМ // Радиотехника, 2002, № 7, с. 42-44.
4. Перов А.И. Синтез оптимального алгоритма обработки сигналов в приемнике спутниковой навигации при воздействии гармонической помехи // Радиотехника, 2005, № 7, с. 37-42.
5. Кондратенко А. Е., Поддубный В. Н. Эффективность воздействия гармонической и гауссовской помех на линии многоканальной радиосвязи с синхронным нелинейным кодовым уплотнением каналов // Радиотехника, 2009, № 6, с. 52-56.
6. Зеленевский В.В. Помехоустойчивость приема избыточных частотно-манипулированных сигналов на фоне гармонических помех // Радиотехника, 2002, № 7, с. 32-36.

#### Для цитирования:

Г. В. Куликов, А. В. Нестеров, А. А. Лелюх. Помехоустойчивость приема сигналов с квадратурной амплитудной манипуляцией в присутствии гармонической помехи. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 11. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/nov18/9/text.pdf>  
DOI 10.30898/1684-1719.2018.11.9