

УДК 621.396.961

## ВЫЧИСЛЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ОСЛАБЛЕНИЯ ПРИ ОБРАТНОМ РАССЕЯНИИ ОТ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ МЕТОДОМ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

**В. В. Ахияров**  
ОАО НПК НИИДАР,  
127083, Москва, ул. 8 Марта, д. 10-5

Статья поступила в редакцию 25 октября 2019 г.

**Аннотация.** В работе рассмотрена задача вычисления множителя ослабления с учетом обратного рассеяния радиоволн от земной поверхности. Получено, что дистанционные зависимости множителя ослабления при обратном рассеянии соответствуют аналогичным кривым ослабления поля в прямом направлении как для модели плоской земли, так и для произвольной геометрии рельефа. Показано, что при моделировании радиолокационных отражений от земной поверхности в УКВ диапазоне не требуется многократно решать задачу обратного рассеяния.

**Ключевые слова:** распространение радиоволн, обратное рассеяние от земной поверхности, метод параболического уравнения, уравнение радиолокации.

**Abstract.** The paper is devoted to the problem of calculating the attenuation factor taking into account the backscattering of radio waves from the terrain. It is found that the distance dependences of the backscattering attenuation factor correspond to the same field attenuation curves in the forward direction both for a flat earth model and for an arbitrary terrain profile. It is shown that it is not necessary to solve the backscattering problem for modeling reflections from the terrain at VHF repeatedly.

**Key words:** radio wave propagation, backscattering from the terrain, parabolic equation method, radar equation.

Аналитические методы расчета множителя ослабления вблизи земной поверхности предполагают использование сферической модели земли или аппроксимацию реальных неровностей рельефа препятствиями в форме клина.

В первом случае задача сводится к суммированию ряда в дифракционной формуле В.А.Фока [1], а во втором используется равномерная теория дифракции [2], которая является дальнейшим развитием геометрической теории дифракции. Количественные результаты аналитических расчетов для сферической модели земли приведены в [3, 4], дифракция на одиночном препятствии и последовательная дифракция рассмотрена в [5]. В случае произвольной геометрии рельефа для вычисления множителя ослабления используются численные методы, наиболее общим подходом к решению данной задачи является метод интегральных уравнений. В УКВ диапазоне при скользящем падении радиоволн на земную поверхность можно считать, что на границе раздела земли и атмосферы выполняется краевое условие Дирихле и в этом случае вычисление множителя ослабления сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма первого или второго рода [6, 7]. Недостатком такого подхода являются существенные вычислительные затраты.

В [8-13] рассмотрен эффективный в вычислительном отношении алгоритм расчета множителя ослабления методом параболического уравнения (ПУ), который учитывает геометрию рельефа и вертикальную стратификацию атмосферы. Как правило, при вычислении множителя ослабления ограничиваются решением задачи дифракции на неровностях рельефа в прямом направлении без учета обратного рассеяния от земной поверхности и в большинстве случаев такой подход вполне оправдан.

Однако существует важная практическая задача, связанная с функционированием радиолокационных станций (РЛС), требующая вычисления множителя ослабления не только в прямом, но и в обратном направлении. При малых углах места РЛС принимает сигнал от земной поверхности, и для теоретической оценки его амплитуды необходимо найти решение задачи обратного рассеяния в секторе обзора РЛС с учетом дифракционного ослабления радиоволн. На рис.1 показаны типичные примеры сигналов от земной поверхности (максимальная дальность на индикаторе кругового обзора – 23 км) в различных частотных диапазонах.

Для количественной оценки амплитуды рассеянного сигнала в элементе разрешения РЛС используется понятие эффективной площади рассеяния (ЭПР) подстилающей поверхности  $\sigma_3 = \sigma_0 S$ , где  $\sigma_0$  и  $S$  – удельная ЭПР и площадь элемента разрешения. Величина  $S$  определяется техническими параметрами станции, а удельная ЭПР  $\sigma_0$  – теоретическими моделями [14], однако для малых углов падения существующие модели могут существенно расходиться с результатами экспериментов.

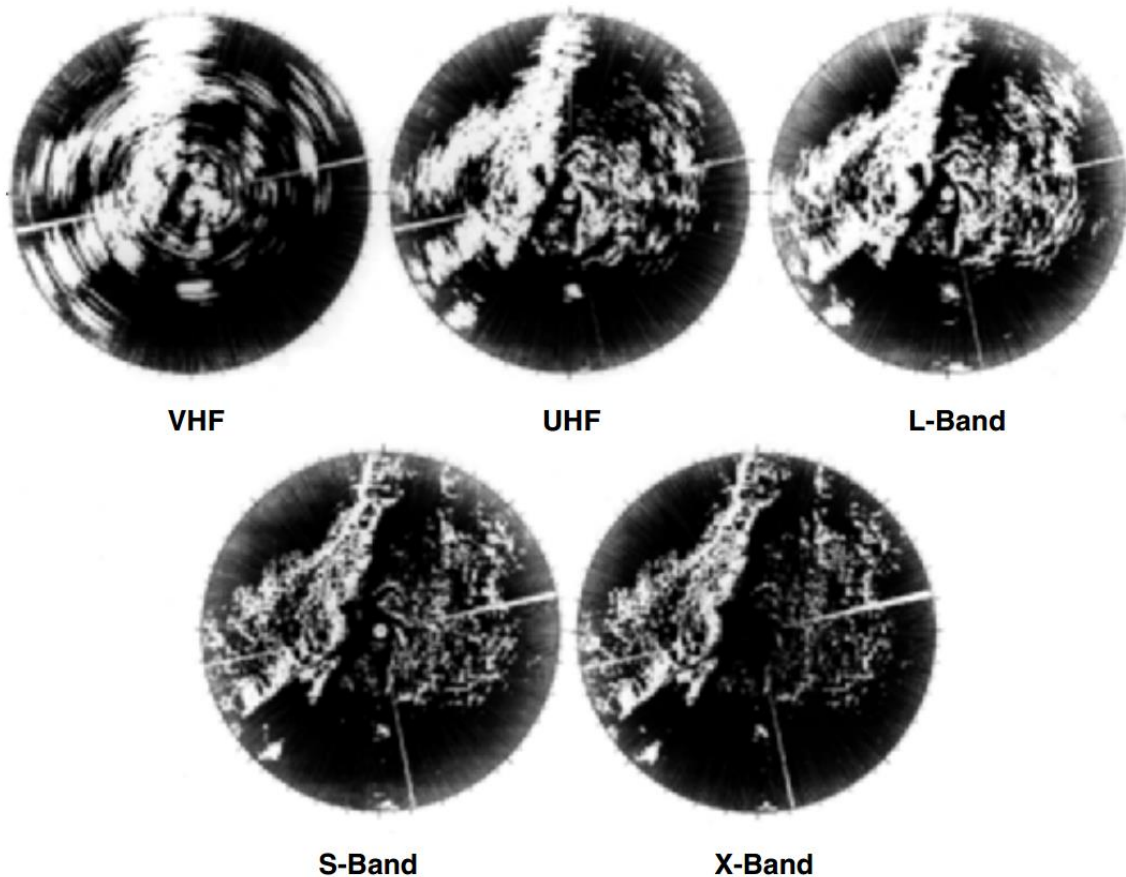


Рис.1. Радиолокационные отражения от подстилающей поверхности [14].

Поэтому чаще всего отражения от земли исследуют экспериментально, при этом в качестве характеристики подстилающей поверхности используется величина  $\sigma_0 V_f^4$ , где  $V_f$  – множитель ослабления. По данным [15], в УКВ диапазоне  $\sigma_0 V_f^4$  лежит в пределах -80...-20 дБ с наиболее вероятными значениями -65...-50 дБ. Использование такого подхода предполагает, что

множитель ослабления на трассе распространения радиоволн от источника (антенны РЛС) до рассеивающего участка земной поверхности равен соответствующему значению при распространении в обратном направлении. Это утверждение не является очевидным и для его доказательства необходимо найти решение задачи обратного рассеяния от земной поверхности. Сравнение дистанционных зависимостей множителя ослабления, полученных при распространении радиоволн «вперед» и «назад» для произвольной геометрии рельефа, позволит ответить на вопрос о том, имеется ли принципиальная необходимость решать задачу обратного рассеяния при моделировании радиолокационных отражений от земли.

Рассмотрим задачу вычисления поля, рассеянного земной поверхностью, в следующей постановке (см. рис.2): на вертикальной апертуре шириной  $d$ , расположенной на высоте  $h$  над земной поверхностью, задано поле источника  $u(0, z)$ . Требуется определить множитель ослабления с учетом геометрии рельефа как в прямом направлении (от источника до рассеивающего участка), так и в обратном (рассеяние в направлении излучающей апертуры). Для определения амплитуды поля  $u(x, z)$  требуется найти решение уравнения

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2jk \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2(n(z)^2 - 1) \right\} u(x, z) = 0 \quad (1)$$

с краевым условием Дирихле на границе раздела земля-атмосфера [8, 9].

В (1) использованы обозначения:  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина волны,  $n(z)$  – вертикальный профиль показателя преломления атмосферы.

Метод факторизации позволяет представить (1) в виде произведения:

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} + jk(1-Q) \right) \left( \frac{\partial}{\partial x} + jk(1+Q) \right) u(x, z) = 0, \quad (2)$$

что дает два параболических уравнения (ПУ) для полей  $u_f(x, z)$  и  $u_b(x, z)$ , распространяющихся в прямом и обратном направлении:

$$\frac{\partial u_f(x, z)}{\partial x} = -jk(1-Q)u_f(x, z), \quad (3.a)$$

$$\frac{\partial u_b(x, z)}{\partial x} = -jk(1 + Q)u_b(x, z). \quad (3.6)$$

Дифференциальный оператор

$$Q = \sqrt{\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + n(x, z)} \quad (4)$$

можно аппроксимировать различными способами [8, 9]. Наиболее просто ограничиться первыми двумя членами разложения квадратного корня в ряд Тейлора, что приводит к стандартным ПУ для полей, распространяющихся «вперед» (в направлении оси  $OX$ ) и «назад» (в противоположном направлении).

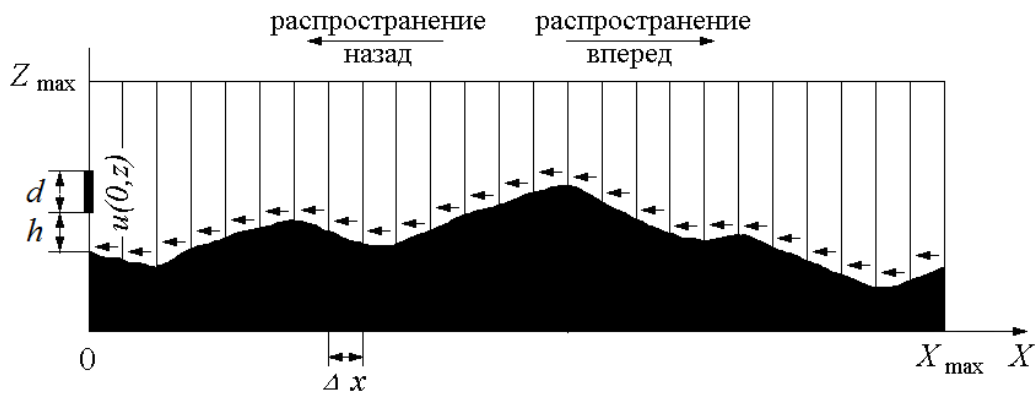


Рис.2. Геометрия задачи.

Для численного решения ПУ используется метод, основанный на вычислении прямого и обратного преобразования Фурье на каждом шаге численного решения [8, 9]. Поскольку на рассеивающей поверхности выполняется условие Дирихле, при вычислении  $u_b(x, z)$  используется граничное условие [16]:

$$u_b(P) = -e^{j2kx} u_f(P), \quad (5)$$

где  $P(x, z)$  – координаты рассеивающего участка на поверхности земли.

Общее решение определяется суммой:

$$u_{total}(x, z) = e^{jkx} u_f(x, z) + \sum_i e^{-jkx_i} u_{b_i}(x_i, z), \quad (6)$$

где поле обратного рассеяния является суперпозицией полей  $u_{b_i}(x_i, z)$ , полученных при рассеянии от земной поверхности на каждом шаге численного решения (диапазон изменения индекса  $i$  соответствует изменению дальности от нуля до текущего значения  $x$ ).

Для количественной оценки условий распространения радиоволн необходимо получить дистанционную зависимость множителя ослабления [9]:

$$V(x) = \left| \frac{2\theta_{\max}}{N} u(x) \sqrt{\frac{x}{\lambda}} \right|, \quad (7)$$

где  $N$  – число узлов сетки на апертуре антенны ( $d \cong N \Delta z$ ),  $\theta_{\max}$  - граница малоуглового приближения [8, 9], а  $u(x)$  соответствует полю при распространении вперед, назад или в обоих направлениях (координата  $z$  опускается, т.к. она соответствует известной высоте профиля рельефа на расстоянии  $x$  от РЛС).

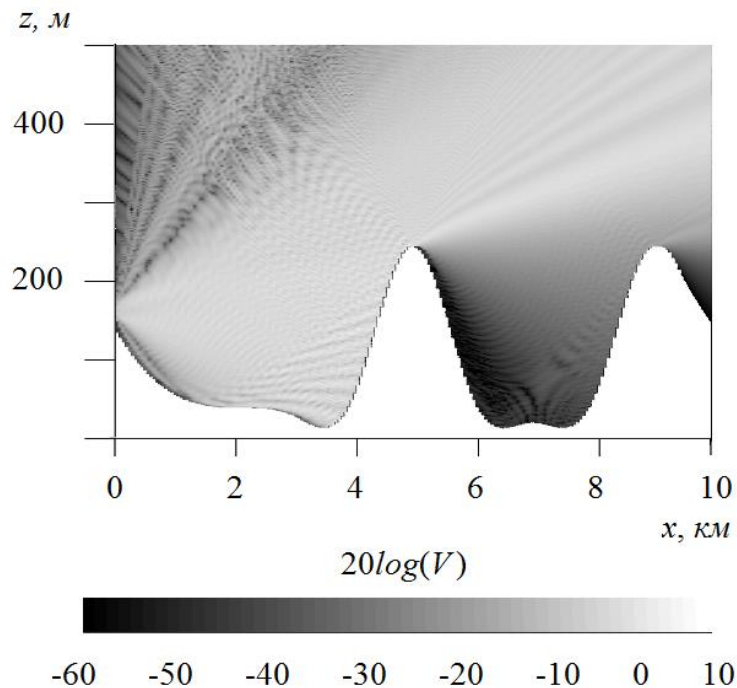


Рис.3. Множитель ослабления для модельного профиля рельефа с учетом обратного рассеяния.

На рис.3 представлены результаты расчетов множителя ослабления для модельного профиля рельефа, полученные с учетом обратного рассеяния. В

качестве примера выбраны два препятствия высотой 250 м, расположенные на расстояниях 5 км и 9 км от источника, длина волны  $\lambda = 1$  м. Видно, что обратное рассеяние наблюдается как от первого препятствия в освещенной области, так и от второго в зоне тени. Такой подход использовался в [17...19] для оценки влияния рельефа на множитель ослабления с учетом обратного рассеяния. Также следует отметить книгу [20], авторы которой обобщили результаты своих исследований по решению задачи дифракции радиоволн над земной поверхностью методом параболического уравнения (в том числе и с учетом обратного рассеяния).

Однако, при моделировании радиолокационных отражений от земной поверхности задача формулируется иначе: в данном случае требуется определить не распределение рассеянного поля (или множителя ослабления) в пространстве, а оценить отношение сигнал/шум с учетом технических параметров РЛС. Для этого необходимо установить связь решений, полученных методом ПУ, с уравнением радиолокации. В самом общем случае отношение сигнал/шум при обратном рассеянии от земли на дальности  $x$  вычисляется следующим образом:

$$q(x) = \frac{P_u G^2 \lambda^2 \sigma_3}{(4\pi)^3 K T \Delta f} \left( \frac{V_f(x)}{x} \right)^4, \quad (8)$$

где  $P_u$  – импульсная мощность передатчика,  $G$  – коэффициент усиления приемно-передающей антенны,  $K = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана,  $T$  и  $\Delta f$  – шумовая температура антенны и полоса приемника.

При известных технических параметрах РЛС отношение сигнал/шум определяется величиной  $\sigma_3 V_f(x)^4$ . Зная теоретическую оценку множителя ослабления  $V_f(x)$  и площадь элемента разрешения  $S$ , можно примерно определить удельную ЭПР  $\sigma_0$  при скользящем распространении радиоволн и сопоставить полученный результат с известными теоретическими моделями [14]. При стандартных условиях рефракции теоретически возможно наблюдение отражений от земной поверхности до дальности радиогоризонта.

Таким образом, радиолокационные отражения от земли определяются удельной ЭПР  $\sigma_0$  и величиной  $V_f(x)^4$ , полученной при решении ПУ (3.а) для распространения «вперед». Такой подход не учитывает дифракционные эффекты, связанные с обратным рассеянием, поэтому при расчетах отношения сигнал/шум логично использовать  $V_f(x)^2 V_b(x)^2$ , где  $V_b(x)^2$  соответствует множителю ослабления при рассеянии поля участком поверхности в направлении РЛС (распространение «назад»). Поскольку рассматривается задача вычисления множителя ослабления, а не рассеянного поля, граничное условие (5) при расчетах  $V_b(x)^2$  не используется.

Решение задачи обратного рассеяния начнем со случая плоской земли. На рис.4 представлены дистанционные зависимости множителя ослабления, полученные при следующих исходных данных:  $\lambda = 1$  м, шаг сетки по высоте и дальности –  $\Delta z = 1$  м и  $\Delta x = 50$  м, высота подъема апертуры антенны – 10 м, ее ширина – 1 м (т.е., равна шагу  $\Delta z$  по высоте). Верхние кривые на данном рисунке соответствуют распространению радиоволн в одну сторону (вперед или назад), нижние – распространению в обоих направлениях. Видно, что в радиолокационном случае ослабление поля достигает 75 дБ на дальности 10 км. Основной вывод, который следует из представленных на рис.4 дистанционных зависимостей, заключается в том, что для модели плоской земли справедлива формула

$$V_f(x)^4 \cong V_f(x)^2 V_b(x)^2, \quad (9)$$

отклонение  $V_f(x)^2 V_b(x)^2$  от  $V_f(x)^4$  не превышает 1 дБ и обусловлено погрешностью численного решения. Данный результат является вполне ожидаемым, поскольку для модели плоской земли должна выполняться теорема взаимности.

На рис.5 представлены результаты расчетов множителя ослабления, полученные при решении задачи обратного рассеяния от плоской поверхности. Данный рисунок является наглядным подтверждением тождества (9): при



вычисления ослабления поля источника в прямом направлении получим точно такой же результат, как и на рис.5.

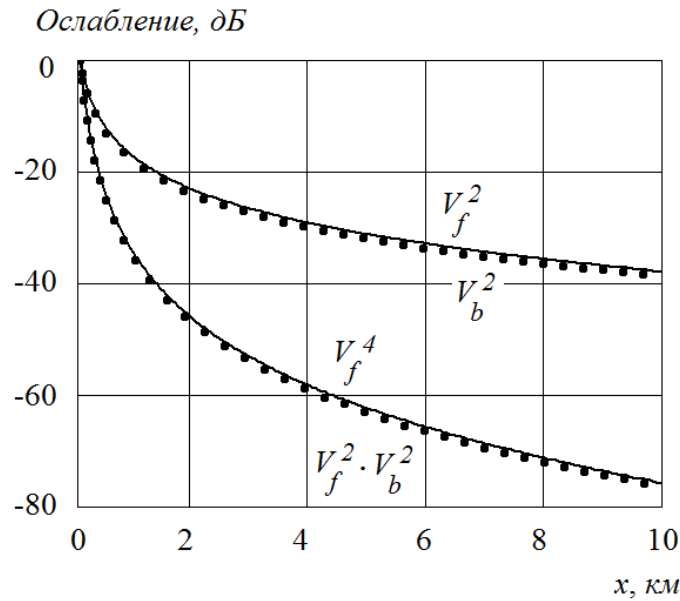


Рис.4. Множитель ослабления вблизи плоской поверхности. Сплошная линия – без учета обратного рассеяния, точки – с учетом обратного рассеяния.

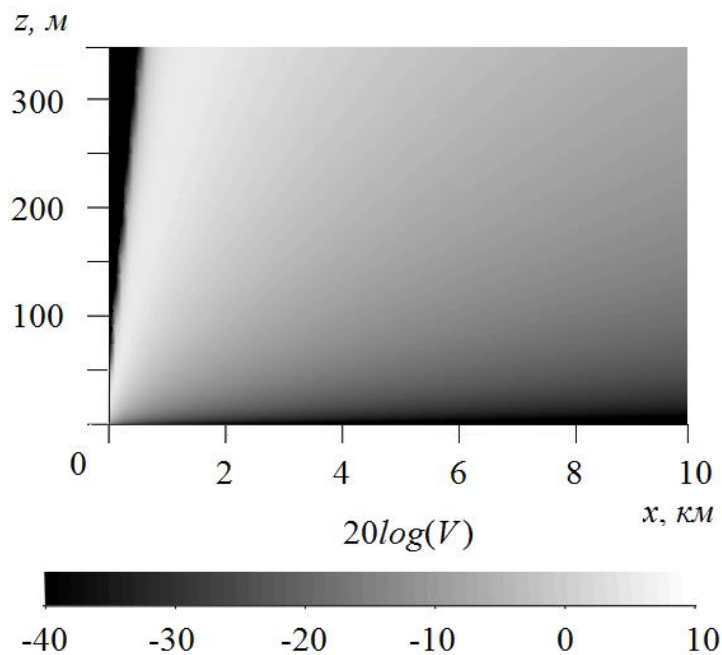


Рис.5. Множитель ослабления при обратном рассеянии для модели плоской земли.

На рис.6 приведены результаты расчетов множителя ослабления при обратном рассеянии от фрагмента плоской поверхности, расположенного на дальности 10 км от РЛС. Данный рисунок позволяет качественно оценить

ослабление поля при распространении в обратном направлении для модели плоской земли. Видно, что приемной апертуры достигает очень малая часть рассеянного поля, этим и объясняется столь высокое ослабление вблизи плоской поверхности (см. рис.4). Отметим, что полученный результат полностью соответствует интерференционной формуле Введенского, согласно которой для модели плоской земли поле изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния между источником и рассеивающим участком.

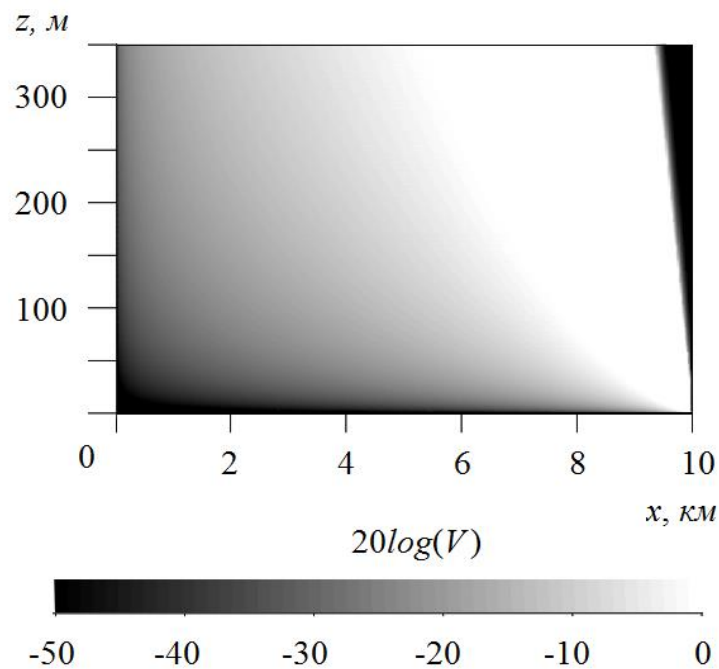


Рис.6. Рассеяние от участка плоской земли на дальности 10 км.

Далее перейдем к вопросу о вычислении множителя ослабления в прямом и обратном направлении для произвольной геометрии рельефа. На рис.7 показан выбранный профиль и дистанционная зависимость множителя ослабления при распространении радиоволн от источника в прямом направлении, на рис.8 – дистанционные зависимости множителя ослабления при распространении вперед, назад и в обоих направлениях (радиолокационный случай). Исходные данные – те же, что и для модели плоской земли, за исключением шага по дальности, для которого было выбрано значение  $\Delta x = 200$  м. Представленные на рис.8 результаты свидетельствуют о том, что в случае произвольной геометрии рельефа условие (9) выполняется

точно так же, как и для модели плоской земли. Это означает, что отношение сигнал/шум рассеянного землей сигнала можно вычислять без учета обратного рассеяния. Также отметим еще одну интересную особенность полученных результатов: благодаря тому, что уровень рельефа изменяется от нуля до 60 м (см. рис. 7), ослабление на дальности 40 км такое же, как и на дальности 10 км для модели плоской земли (см. рис.4 и рис.8).

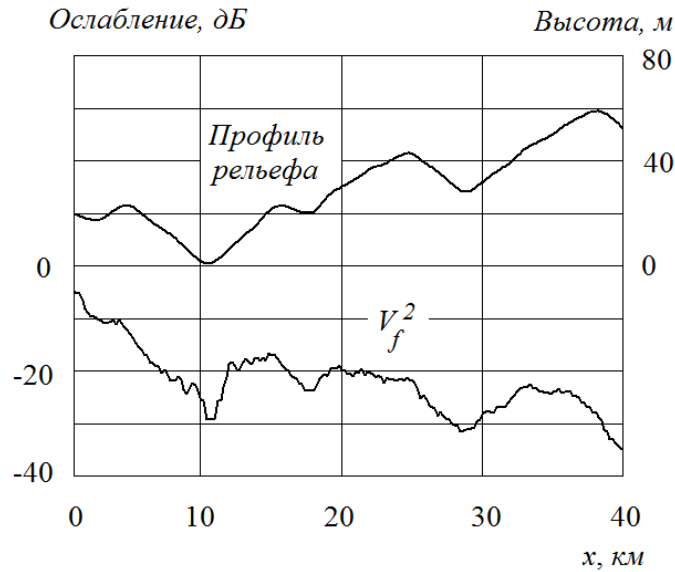


Рис.7. Профиль рельефа и множитель ослабления вблизи земли.

На рис.9 представлены результаты расчетов множителя ослабления при обратном рассеянии для исследуемого профиля рельефа. Как и для модели плоской земли (см. рис.5), вертикальное распределение  $V_b(x, z)^2$  соответствует ослаблению поля при условии, что источник (рассеивающий участок земной поверхности) находится на дальности  $x$ , а положение приемника соответствует значению  $x = 0$  м. Минимальная высота  $z \approx 20$  м на рис. 9 примерно равна высоте крайней левой точки на профиле рельефа (см. рис. 7). Полученный результат не обладает простотой и наглядностью, как в случае плоской земли (см. рис. 5), однако его сравнение с дистанционными зависимостями на рис.8 позволяет наглядно представить влияние рельефа на амплитуду поля, рассеянного в обратном направлении (светлые вертикальные полосы соответствуют рассеянию от возвышенных участков рельефа, темные — от

участков, расположенных в зоне геометрической тени).

На рис.10 показано распределение поля обратного рассеяния при условии, что источник (фрагмент профиля рассеивающей поверхности) находится на дальности 20 км от РЛС. Хорошо видно, что точно так же, как и для модели плоской земли (см. рис.6), приемной апертуры достигает очень малая часть рассеянного поля.

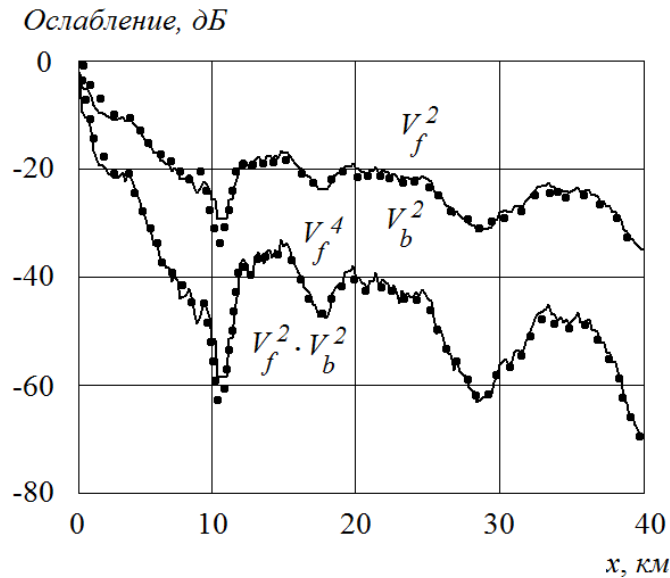


Рис.8. Множитель ослабления вблизи земли. Сплошная линия – без учета обратного рассеяния, точки – с учетом обратного рассеяния.

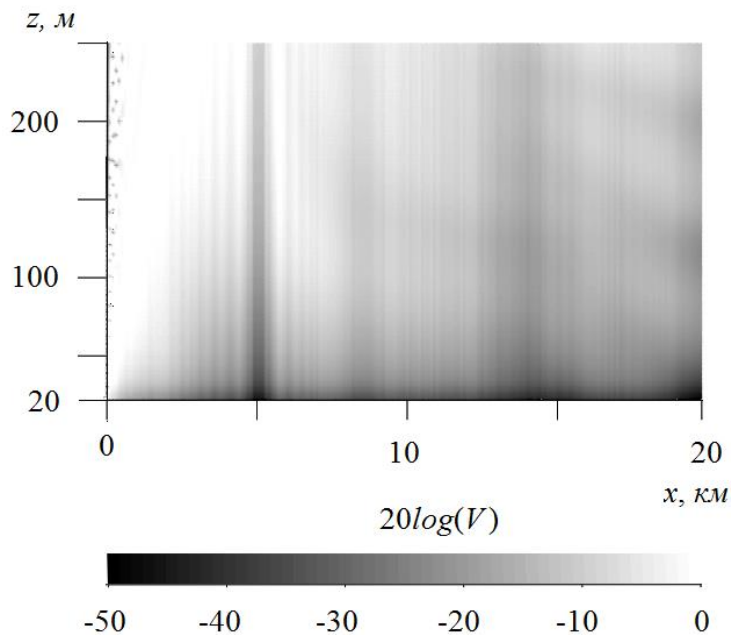


Рис.9. Множитель ослабления при обратном рассеянии для выбранной геометрии рельефа.

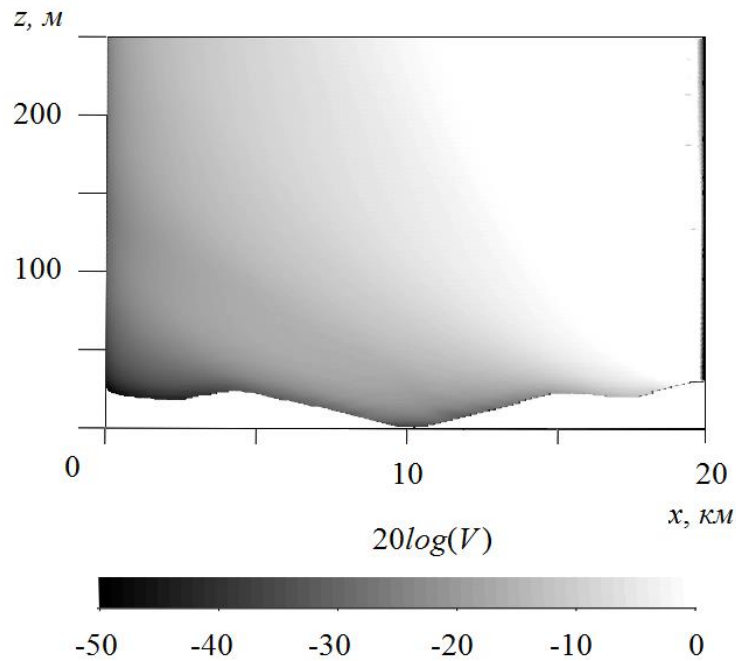


Рис.10. Рассеяние от участка земли на дальности 20 км.

Представленные результаты позволяют сделать вывод о том, что условие (9) является справедливым для произвольной геометрии рельефа и это означает, что при моделировании радиолокационных отражений от земной поверхности в УКВ диапазоне не требуется решать трудоемкую в вычислительном отношении задачу обратного рассеяния. Наличие рельефа с не слишком большим перепадом высот (от нуля до 60 м) приводит к незначительным отклонениям  $V_b(x)^2$  от  $V_f(x)^2$  по сравнению со случаем плоской земли (см. рис.4 и рис.8). Очевидно, что с увеличением неровностей рельефа отклонения могут возрастать, однако для решения локационных задач это не слишком существенно, поскольку погрешности при определении удельной ЭПР  $\sigma_0$  будут намного превосходить отклонения, связанные с отказом от решения задачи обратного рассеяния.

### Литература

1. Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. Радио. 1970. 520 с.
2. McNamara D.A., Pistorius C.W.I., Malherbe J.A.G. Introduction to the Uniform Geometrical Theory of Diffraction. Artech House. 1990. 471 p.

3. Ахияров В.В. Дифракция метровых и дециметровых радиоволн над земной поверхностью // Электромагнитные волны и электронные системы. 2006. Т. 11. № 9. С. 28-32.
4. Ахияров В.В. Распространение и рассеяние радиоволн // Успехи современной радиоэлектроники. 2008. № 12. С. 3-25.
5. Ахияров В.В. Асимптотическое решение задачи однократной и последовательной дифракции // Электромагнитные волны и электронные системы. 2013. Т. 18. № 7. С. 4-11.
6. Nviid, J.T., Andersen, J.B., Toftgard, J. Terrain-based Propagation Model for Rural Area – an Integral Equation Approach // IEEE Transaction on Antennas and Propagation. 1995. Vol. 43. № 1. P. 41-46.
7. Ахияров В.В. Методы численного решения задачи дифракции радиоволн над земной поверхностью // Электромагнитные волны и электронные системы. 2010. Т. 15. № 3. С. 39-46.
8. Levy M.F. Parabolic equation method for electromagnetic wave propagation. London, IEE. 2000. 336 p.
9. Ахияров В.В. Метод параболического уравнения в теории дифракции // Успехи современной радиоэлектроники. 2010. № 9. С. 72-80.
10. Ахияров В.В., Чернавский С.В. Использование численных методов для изучения условий распространения радиоволн // Радиотехника. 2011. № 10. С. 101-110.
11. Ахияров В.В. Вычисление множителя ослабления над земной поверхностью методом параболического уравнения // Журнал радиоэлектроники. 2012. № 1. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jan12/16/text.pdf>.
12. Ахияров В.В. Решение задач дифракции методом параболического уравнения // Электромагнитные волны и электронные системы. 2012. Т.17. № 11. С. 24-30.
13. Permyakov V.A., Mikhailov M.S., Malevich E.S. Analysis of Propagation of Electromagnetic Waves in Difficult Conditions by the Parabolic Equation

- Method // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2019. Vol. 67. № 4., P. 1-9.
14. Fen S., Chen J. Low-Angle Reflectivity Modeling of Land Clutter // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. 2006. Vol. 3. № 2. P. 254-258.
15. Billingsley J.B. Low-Angle radar land clutter: measurements and empirical models. William Andrew Publishing, Inc. 2002. 703 p.
16. Ахияров В.В. Результаты решения скалярных задач излучения и дифракции методом параболического уравнения // Электромагнитные волны и электронные системы. 2014. Т. 19. № 2. С. 12-18.
17. Ozgun O. Recursive Two-Way Parabolic Equation Approach for Modelling Terrain Effects in Tropospheric Propagation // IEEE Transaction on Antennas and Propagation. 2009. Vol. 57. № 9. P. 2706-2714.
18. Apaydin A., Ozgun O., Kuzuoglu M., Sevgi L. A Novel Two-Way Finite-Element Parabolic Equation Groundwave Propagation Tool: Test With Canonical Structures and Calibration // IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing. 2011. Vol. 49. № 8. P. 2887-2899.
19. Ozgun O., Apaydin A., Kuzuoglu M., Sevgi L. PETOOL: MATLAB-based one-way and two-way split-step parabolic equation tool for radiowave propagation over variable terrain // Computer Physics Communications. 2011. Vol. 182. P. 2638-2654.
20. Apaydin A., Sevgi L. Radio Wave Propagation and Parabolic Equation Modeling. IEEE Press. 2017. 136 p.

**Для цитирования:**

Ахияров В.В. Вычисление множителя ослабления при обратном рассеянии от земной поверхности методом параболического уравнения. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. № 11. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/nov19/1/text.pdf>  
DOI 10.30898/1684-1719.2019.11.1