

УДК 537.86

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСОВ НА РАБОТУ ТИПОВЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

П. С. Глазунов¹, Е. А. Воробьева¹, В. А. Вдовин², А. И. Слепков¹

¹ Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова,
119234, Москва, Ленинские Горы, 1, стр. 2

² ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 125009, Москва, ул. Моховая, 11-7

Статья поступила в редакцию 19 ноября 2019 г.

Аннотация. Представлены результаты теоретического исследования влияния коротких электромагнитных импульсов на устойчивость работы генераторов тактовой частоты. В качестве математической модели генератора тактовой частоты используется осциллятор Ван-дер-Поля. Исследуется зависимость вероятности сбоя генератора от характеристик импульсных помех, таких как амплитуда и длительность. Показано, что вероятность сбоя бита как функция амплитуды и длительности помехи при определённых условиях зависит от их произведения. Показано, что вероятность сбоя бита сильно зависит от момента времени, в которой происходит воздействие. В общем случае зависимость вероятности сбоя бита от момента начала воздействия импульсной помехи имеет два максимума. Предложено объяснение наличия данных максимумов на основе устойчивости решения уравнения Ван дер Поля при разных режимах работы генератора.

Ключевые слова: воздействие электромагнитными импульсами, генератор тактовой частоты, осциллятор Ван дер Поля, вероятность сбоя.

Abstract. The results of a theoretical study of the effect of short electromagnetic pulses on the stability of the operation of clock generators are presented. The Van der Pol oscillator is used as a mathematical model of a clock generator. The dependence of the probability of generator failure on the characteristics of impulse noise, such as amplitude and duration, is investigated. It is shown that the probability of bit failure as a function of the amplitude and duration of the interference under certain

conditions depends on their product. It is shown that the probability of a bit failure is highly dependent on the point in time at which the impact occurs. In the general case, the dependence of the probability of a bit failure on the moment of the onset of pulse interference has two maxima. An explanation is proposed for the presence of these maxima based on the stability of the solution of the Van der Pol equation for different operating modes of the generator.

Keywords: exposure to electromagnetic pulses, clock generator, Van der Pol oscillator, probability of failure.

Введение

Современные цифровые устройства чувствительны к воздействию электромагнитных полей. В настоящий момент механизмы воздействия электромагнитных импульсов на цифровые системы, приводящие к нарушению их работы, исследованы недостаточно. В этой связи теоретические и экспериментальные работы, посвященные проблеме электромагнитной совместимости электронной аппаратуры при ее работе вместе с источниками мощных импульсных электромагнитных полей, а также анализ причин нарушений функционирования радиоэлектронных систем в условиях сложной электромагнитной обстановки, представляются актуальными.

Приведём некоторые современные работы, посвященные данной проблеме. В работе [1] рассматривается влияние сверхкоротких электромагнитных импульсов на элементы электронных систем. При воздействии регистрируется снижение качества работы электронных систем. В статье [2] экспериментально исследованы воздействия радиоизлучения на современные интегральные микросхемы и электронную аппаратуру. Проводится сравнение уровня обратимых отказов в работе микросхем с уровнем функциональных сбоев аппаратуры. Из результатов сравнения делается вывод об их хорошей корреляции. В статье [3] рассмотрены возможные механизмы, вызывающие деградацию и катастрофические отказы микросхем в полях мощного радиоизлучения.

Рассмотрим механизмы воздействия мощных электромагнитных импульсов на радиоэлектронную аппаратуру более подробно. Согласно [4] эти механизмы условно можно разделить на три группы. К первой группе относятся тепловые воздействия. Ко второй – процессы, обусловленные электрическими разрядами и пробоями. К третьей – сбои и помехи, наведенные электромагнитными импульсами, не приводящие к необратимым повреждениям. В данной статье исследуются воздействия третьей группы, поскольку они встречаются чаще воздействий первых двух групп. Действительно, для возникновения разрядов, пробоев или сколько-нибудь заметных тепловых разрушений энергия, содержащаяся в электромагнитном импульсе, должна превышать некоторый энергетический порог. Если данный порог не достигается, соответствующий механизм воздействия не проявляется. Однако для третьей группы воздействия, в отличие от двух других, такого порога не существует - помехи наводятся в любом случае.

В настоящей статье для описания типовой электронной автоколебательной системы была выбрана модель генератора, которая описывается уравнением Ван дер Поля. Стоит отметить, что область применения уравнения Ван дер Поля достаточно широка и не ограничивается одной только радиофизикой (см. исторический обзор [5]).

Данное уравнение нередко применяется в физике нанотехнологий. Например, в работе [6] исследуется влияние квантовых флуктуаций на динамику двух связанных осцилляторов. Было показано, что фазовая синхронизация в квантовой модели оказывается более грубой, чем в классической.

В работе [7] исследуется синхронизация двух диссипативно связанных квантовых осцилляторов Ван дер Поля. В [8] изучается динамика обобщенного осциллятора Ван дер Поля с временным запаздывающим аргументом. В статье [9] изучается предельный цикл осциллятора Ван дер Поля. В [10] исследуется уравнения Ван дер Поля при наличии вынуждающей силы. При этом используются итерационные начальные условия.

Стоит отметить, что сами по себе генераторы тактовой частоты являются частным примером автоколебательной системы. Воздействие электромагнитных импульсов в таком случае можно рассматривать как воздействие внешней среды на систему. Между тем в современных исследованиях открытые системы (т.е. системы, подвергающиеся внешнему воздействию) представляют особый интерес (см. обзорные статьи [11-12]).

1. Математическая постановка задачи. Особенности решений уравнения Ван дер Поля

Для описания радиотехнической автоколебательной системы используется уравнение Ван дер Поля (подробный вывод уравнения приведён в работе [5]). В канонической форме уравнение выглядит следующим образом:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} - \mu(1-x^2)\frac{dx}{d\tau} + x = f(\tau) \quad (1)$$

Здесь τ является безразмерным временем, x - безразмерным напряжением, $f(\tau)$ - функция, моделирующая внешнее воздействие, μ - параметр нелинейности, величина которого определяет глубину обратной связи в системе.

При $f(\tau) = 0$ и $\mu > 0$ решения уравнения (1) вне зависимости от начальных условий стремятся к устойчивым колебаниям, которые были названы релаксационными. Фазовые траектории при этом стремятся к предельному циклу, форма которого целиком определяется параметром нелинейности μ . Поэтому и вид устойчивых колебаний, являющихся решением уравнения (1), также целиком определяется параметром μ . При малых значениях μ форма устойчивых колебаний близка к синусоидальной (рис.1). При увеличении μ форма устойчивых колебаний осциллятора всё меньше походит на гармонический сигнал и становится похожей на меандр (рис.2-3).

Характерной особенностью работы осциллятора Ван дер Поля, как автоколебательной системы, является то, что весь временной интервал периода его колебаний можно разделить на две части (см. рис.4): интервал $|x| < 1$, в

который действует положительная обратная связь и интервал $|x| > 1$, в который действует отрицательная обратная связь. Действительно, если предположить, что уравнение (1) описывает работу RLC - контура, то нелинейное слагаемое

$\mu(1 - x^2) \frac{dx}{dt}$ можно интерпретировать как диссипативный член, описывающий

падение напряжения на некотором нелинейном сопротивлении $R = R(x)$. При такой интерпретации оказывается, что коэффициент затухания колебательного контура γ зависит от безразмерного напряжения x как: $\gamma(x) = -\mu(1 - x^2)$.

Тогда при $|x| > 1$, $\gamma(x) > 0$ - в колебательном контуре присутствует некоторый резистор с сопротивлением $R(x) > 0$, который приводит к потере энергии колебательным контуром. При $|x| < 1$, $\gamma(x) < 0$ - в колебательном контуре присутствует некоторый резистор с сопротивлением $R(x) < 0$, который наоборот привносит некоторую энергию в колебательный контур.

На рис. 4 изображены интервалы действия положительной и отрицательной обратной связи на одном полупериоде колебаний осциллятора Ван дер Поля. Интервал действия отрицательной обратной связи залив розовым цветом, положительной обратной связи – зелёным. Из рис. 4 видно, что при достаточно сильной нелинейности $\mu = 10$ большую часть времени (при $\tau \in [0; 8.46] \cup [9.10; 9.58]$) на материальную точку действует отрицательная обратная связь, а положительная обратная связь действует сравнительно короткий промежуток времени (при $\tau \in [8.46; 9.1]$).

Поэтому иногда временные интервалы действия отрицательной обратной связи $|x| > 1$ называют «устойчивыми состояниями», а временные интервалы действия положительной обратной связи $|x| < 1$ называют «перескоками» или «переключениями» из одного устойчивого состояния в другое. Далее временные интервалы действия отрицательной и положительной обратной связи будут обозначаться T_- и T_+ соответственно. Например, из графика на рис.4 можно найти, что для $\mu = 10$, на первом полупериоде колебаний осциллятора $T_- = 8.94$, $T_+ = 0.64$.

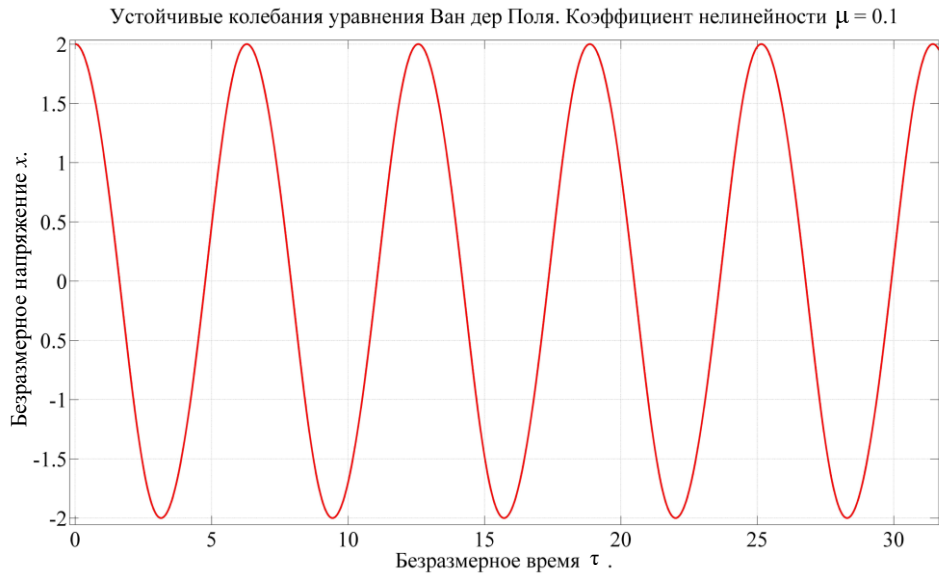


Рис.1. Колебания осциллятора Ван дер Поля при коэффициенте нелинейности $\mu = 0.1$.

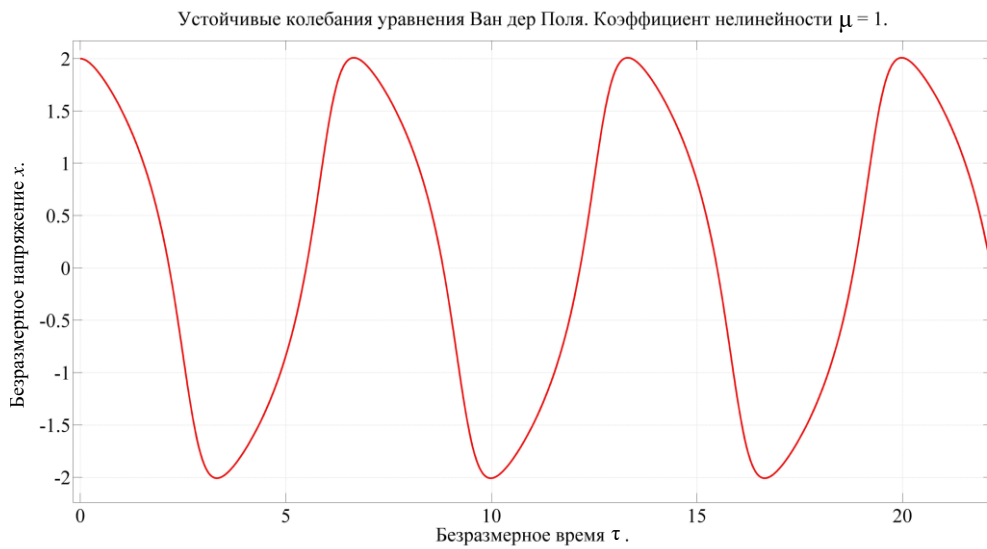


Рис.2. Колебания осциллятора Ван дер Поля при коэффициенте нелинейности $\mu = 1$.

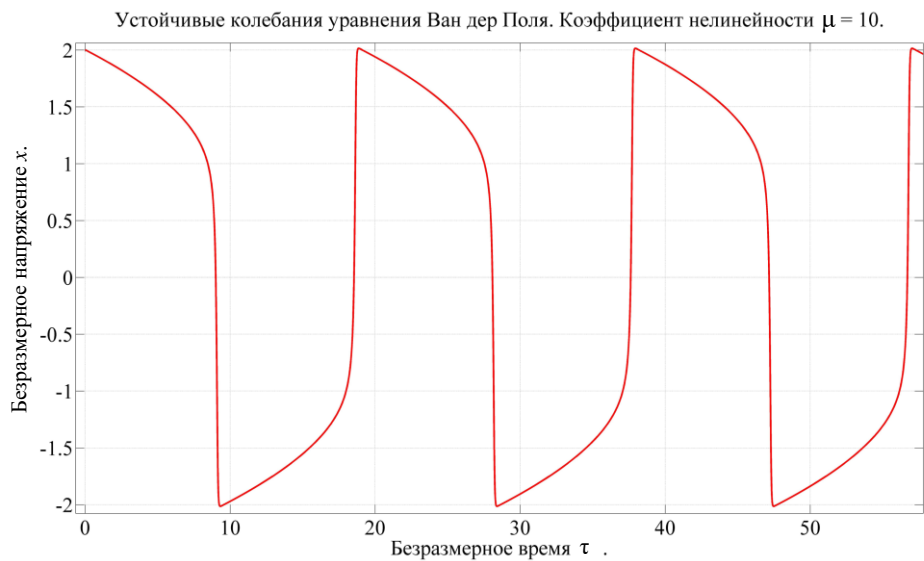


Рис.3. Колебания осциллятора Ван дер Поля при коэффициенте нелинейности $\mu = 10$.

Первый полупериод устойчивых колебаний уравнения Ван дер Поля. Коэффициент нелинейности $\mu = 10$.

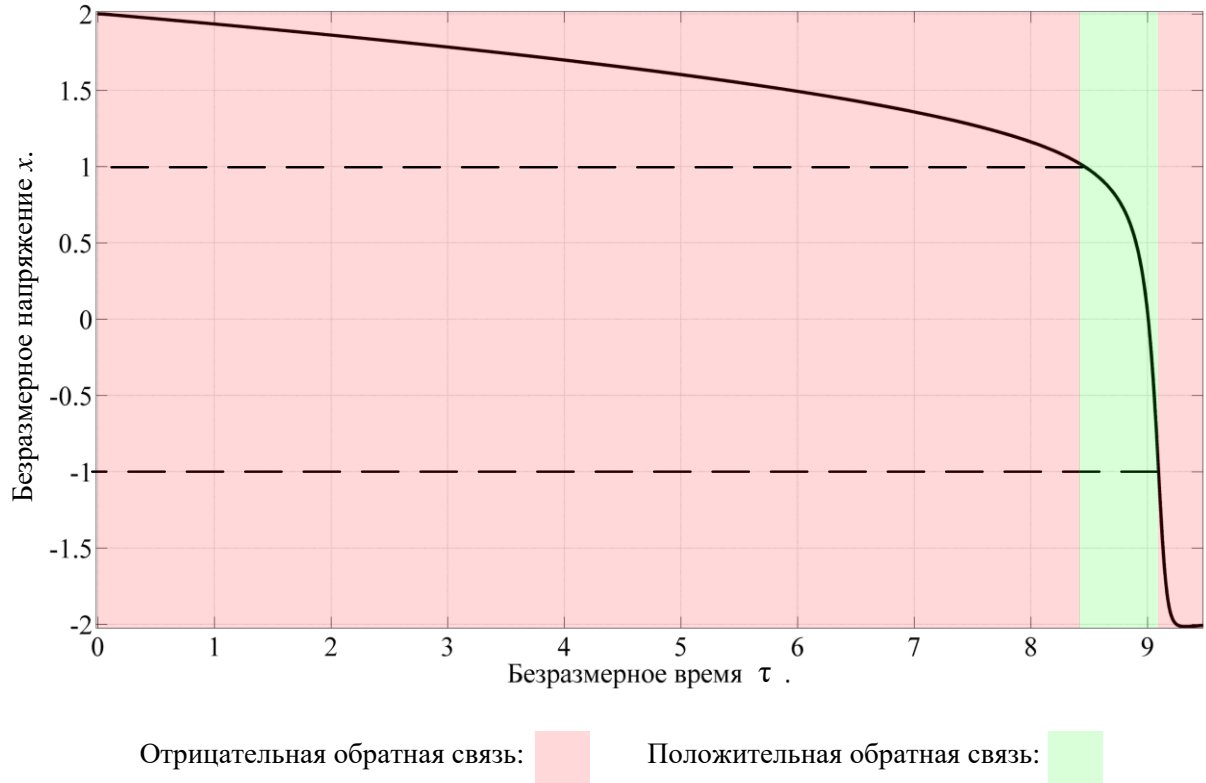


Рис.4. Временные интервалы действия положительной и отрицательной обратной связи.

Естественно, что для описания реальных электронных автоколебательных систем необходимо от безразмерных переменных x, τ уравнения (1) переходить к некоторым физически осмысленным переменным. Кроме того, необходимо правильным образом выбирать значение параметра нелинейности μ . В настоящей статье предлагается следующий способ перехода. В первую очередь следует подобрать параметр нелинейности μ (поскольку, как было сказано выше, именно он определяет форму колебаний и предельного цикла). Необходимо выбрать μ таким образом, чтобы отношение времени действия положительной обратной связи ко времени действия отрицательной обратной связи для реальной физической системы T_+^{phys} / T_-^{phys} и для математической модели осциллятора Ван дер Поля T_+^{VDP} / T_-^{VDP} были равны: $T_+^{phys} / T_-^{phys} = T_+^{VDP} / T_-^{VDP}$. При этом из численного эксперимента можно заключить, что значение параметра нелинейности μ математической модели

осциллятора Ван дер Поля является монотонной однозначной функцией отношения T_+^{VDP} / T_-^{VDP} , см. рис.5.

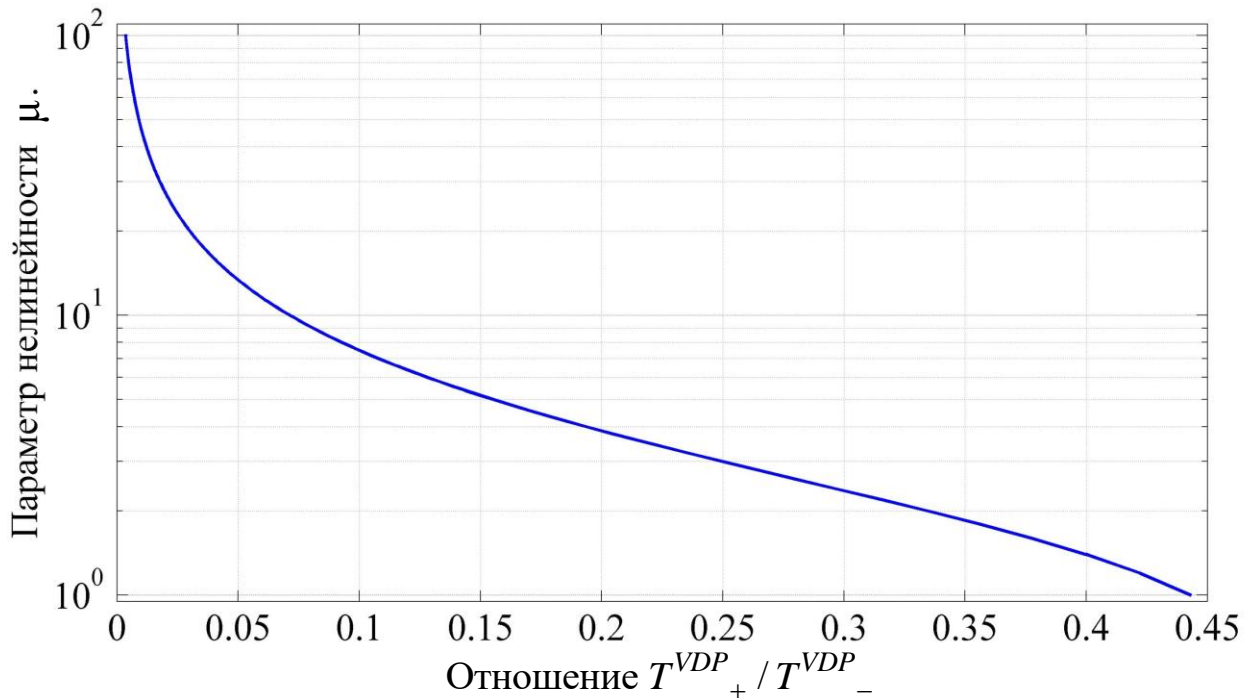


Рис.5. Зависимость параметра нелинейности μ от отношения интервалов действия положительной и отрицательной обратной связи T_+^{VDP} / T_-^{VDP} , полученная из численных экспериментов.

Интервалы действия положительной и отрицательной обратной связи реальной физической системы T_+^{phys}, T_-^{phys} можно найти из следующих соображений. Как правило, электронные автоколебательные системы, использующиеся на практике, работают в жёстком режиме генерации, что соответствует большому параметру нелинейности. В то же время, из численного эксперимента известно, что при достаточно большом параметре нелинейности решение x уравнения (1) в основном находится в области $|x| \leq 2$ (см. рис.4). При этом, как было указано выше, $|x| < 1$ соответствует положительной обратной связи, а $|x| > 1$ отрицательной обратной связи. Допустим, имеется экспериментально полученная осциллограмма – зависимость напряжения от времени $U(t)$, на которой изображено несколько колебаний конкретной реальной автоколебательной системы. Выполним масштабное преобразование $V(\tau) = U_0 x(\tau) / 2$, где $U_0 = (U_{max} - U_{min}) / 2$, U_{max} ,

U_{\min} - максимальное и минимальное значения напряжения осциллограммы соответственно (при этом предполагается, что осциллограмма симметрична относительно оси абсцисс). Тогда в любой момент времени $|V(\tau)| \leq U_0$, положительной обратной связи соответствует $|V(\tau)| \leq U_0/2$, а отрицательной обратной связи соответствует $U_0/2 \leq |V(\tau)| \leq U_0$. Далее по осциллограмме $U(t)$ можно определить T_+^{phys}, T_-^{phys} , а также их отношение T_+^{phys} / T_-^{phys} .

Можно также выполнить масштабное преобразование по временной шкале, сделав замену: $t = \frac{T_t}{T_\tau} \tau$, где T_t - период колебаний реальной автоколебательной системы, определённый из осциллограммы $U(t)$, T_τ - период колебаний численной модели $x(\tau)$ в безразмерных единицах. Таким образом, осциллограмме реальной автоколебательной системы $U(t)$, можно однозначно поставить в соответствие масштабированное решение уравнения Ван дер Поля $V(t)$.

Стоит заметить, что уравнение (1) описывает лишь простейшую автоколебательную систему типа лампового генератора. Однако, поскольку все автоколебательные системы обладают некоторыми схожими свойствами можно ожидать, что на качественном уровне результаты, полученные для такой простой модели будут частично воспроизводиться и для более сложных систем (например, кольцевых генераторов, включающих в себя множество электронных элементов).

2. Расчёт вероятности сбоя бита информации

Основной целью работы является изучение механизмов воздействия электромагнитных импульсов на радиоэлектронные устройства, не приводящих к необратимым повреждениям их электронных элементов. По этой причине далее считается, что единственным механизмом воздействия электромагнитных импульсов является наведение помех, способных вызвать временную неработоспособность цифровых устройств. Предполагается, что временная

неработоспособность может быть вызвана сбоями при обмене информацией между отдельными частями цифровых устройств. В свою очередь, сбои происходят в том случае, когда импульсная помеха приводит к ошибке распознавания бита (ошибка распознавания 0 или 1). Поэтому далее в качестве основной характеристики, показывающей величину воздействия импульсной помехи на генератор, была выбрана вероятность сбоя одного бита информации, которая также называется вероятностью ошибки единичного сбоя.

Вероятность ошибки бита обычно рассчитывается при помощи следующей формулы [13, с. 121-122, 209-213]:

$$P(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-z} \exp(-\lambda^2 / 2) \cdot d\lambda = 0.5 \cdot \left(1 - \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{z}{2}} \right) \right), \quad z = \frac{W_{\text{сигн}}}{W_{\text{пом}}} \quad (2)$$

где $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\theta^2} d\theta$ – функция ошибок, $z = \frac{W_{\text{сигн}}}{W_{\text{пом}}}$ – отношение энергии,

содержащейся в одном бите информационного сигнала $W_{\text{сигн}}$, к энергии, содержащейся в импульсной помехе $W_{\text{пом}}$.

Поскольку для вычисления вероятности единичного сбоя необходимо располагать лишь отношением

$W_{\text{сигн}}/W_{\text{пом}}$, можно положить: $W_{\text{пом}} = \int (U_{\text{пом}}(t))^2 dt$, $W_{\text{сигн}} = \int (U_{\text{сигн}}(t))^2 dt$, где

$U_{\text{сигн}}(t)$ – зависимость напряжения чистого информационного сигнала от времени, $U_{\text{пом}}(t)$ – зависимость напряжения импульсной помехи от времени.

Интегрирование производится по временному интервалу, соответствующему продолжительности одного бита информации. Данный способ расчета вероятности единичного сбоя используется, например, в работах [14] и [15].

В уравнении (1) воздействие импульсной помехи моделируется функцией $f(\tau)$. Пусть $x^{(0)}(\tau)$ - решение уравнения (1) при $f \equiv 0$, а $x^{(1)}(\tau)$ - решения уравнения (1) при $f = f(\tau) \neq 0$. Будем считать, что при отсутствии импульсной помехи решение уравнения Ван дер Поля представляет собой чистый информационный сигнал, то есть будем считать, что $U_{\text{сигн}}(\tau) \equiv x^{(0)}(\tau)$. Тогда $U_{\text{пом}}(\tau) \equiv x^{(0)}(\tau) - x^{(1)}(\tau)$, и, таким образом:

$$W_{\text{пом}} = \int (x^{(1)}(\tau) - x^{(0)}(\tau))^2 d\tau, W_{\text{сигн}} = \int (x^{(0)}(\tau))^2 d\tau \quad (3)$$

Моделирование импульсного воздействия предполагает, что функция $f(\tau)$ должна быть не равна нулю только в некотором конечном временном интервале $[\tau_1, \tau_2]$, здесь τ_1 - начало воздействия импульсной помехи, τ_2 - конец воздействия импульсной помехи. Под длительностью бита будем понимать период колебаний осциллятора Ван дер Поля T_{VDP} . Поэтому всюду далее интегрирование в выражениях (3) будет проводиться по временному интервалу $[\tau_1, \tau_1 + T_{VDP}]$. Это предполагает, что продолжительность помехи должна быть меньше периода колебаний осциллятора: $\tau_2 - \tau_1 < T_{VDP}$.

Везде далее будет исследоваться воздействие помех прямоугольной формы, т.е. функция $f(\tau)$ будет задаваться в виде:

$$f(\tau) = \begin{cases} A, \tau \in [\tau_1, \tau_2] \\ 0, \tau \notin [\tau_1, \tau_2] \end{cases}$$

Константу A далее будем называть амплитудой импульсной помехи.

3. Исследование зависимости вероятности сбоя бита информации от момента времени начала воздействия импульсной помехи

Для определённости всюду далее будет рассматриваться случай сильной нелинейности $\mu = 20$. Зависимость $x^{(0)}(\tau)$ при $\mu = 20$ изображена на рис. 6. Для построения численного решения использовался алгоритм Верле с шагом дискретизации по времени $d\tau = 0.001$. Из графика можно найти, что $T_{VDP} = 34.679$ безразмерных единиц. При большом μ удобно выбирать начальные условия $x^{(0)}(0) = 2, \dot{x}^{(0)}(0) = 0$. Однако точка, $x^{(0)}(0) = 2, \dot{x}^{(0)}(0) = 0$, вообще говоря, не принадлежит предельному циклу. По этой причине первый период колебаний осциллятора $\tau \in [0; 34.261]$ необходим для того, чтобы решение $x^{(0)}(\tau)$ смогло достичь предельного цикла до воздействия помехи. Начало воздействия импульсной помехи τ_1 будет происходить на втором периоде колебаний осциллятора на интервале $\tau_1 \in [34.261; 68.940]$.

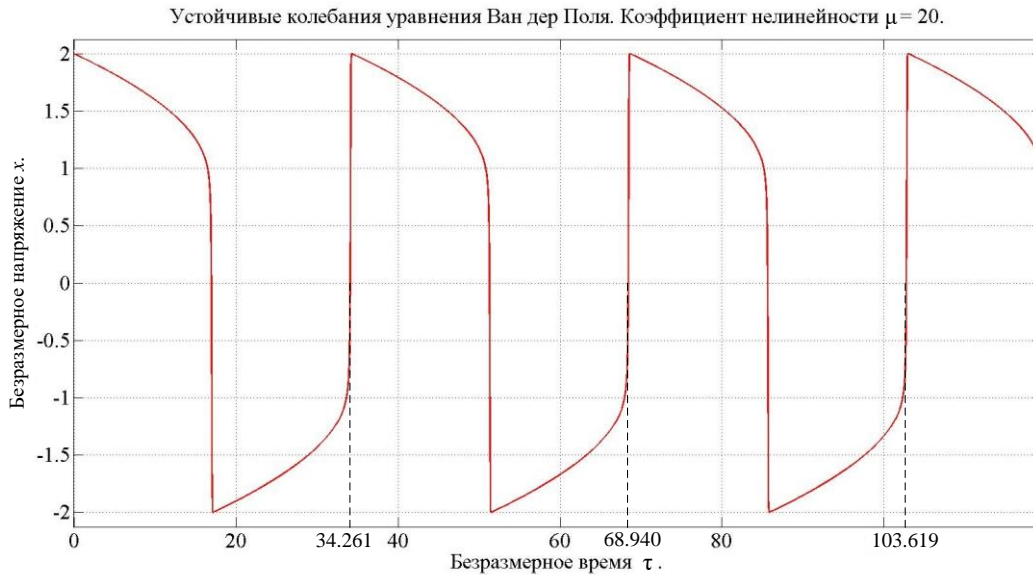


Рис.6. Колебания осциллятора Ван дер Поля при коэффициенте нелинейности $\mu = 20$.

Третий период $\tau \in [68.940; 103.619]$ необходим для расчёта вероятности сбоя бита по формуле (3) (например, если начало воздействия помехи приходится на момент времени $\tau = 60$, интеграл в (3) необходимо брать по интервалу $\tau \in [60; 60 + 34.679]$, что также затрагивает третий период).

Для определенности возьмём прямоугольный видеоимпульс, амплитудой $A=5$ и длительностью $T_{\text{пом}} = 1$. Пусть момент начала воздействия импульсной помехи $\tau_1 = 49.261 = 34.261 + 15$. Вышеописанному случаю соответствует рис.7, на котором изображены графики зависимости $x^{(0)}(\tau)$, $x^{(1)}(\tau)$, а также показан нормированный на единичную амплитуду график зависимости $f(\tau)$. При этом вероятность сбоя бита, вычисленная по формуле (3) оказывается равна $P = 12.6\%$.

Из графиков на рис.7 видно, как импульсная помеха «выбивает» решение $x^{(0)}(\tau)$ из предельного цикла, что можно также наблюдать на масштабированной фазовой диаграмме, изображённой на рис. 8.

Возмущенное воздействием помехи решение $x^{(1)}(\tau)$ через достаточно короткое время возвращается к предельному циклу, однако при этом между решениями $x^{(0)}(\tau)$ и $x^{(1)}(\tau)$ возникает постоянная разность фаз (временная задержка составляет $\Delta\tau = 3.559$), не стремящаяся к нулю при $\tau \rightarrow \infty$. Из-за

данной разности фаз, по-видимому, и возникает сравнительно большая вероятность единичного сбоя $P = 12.6\%$

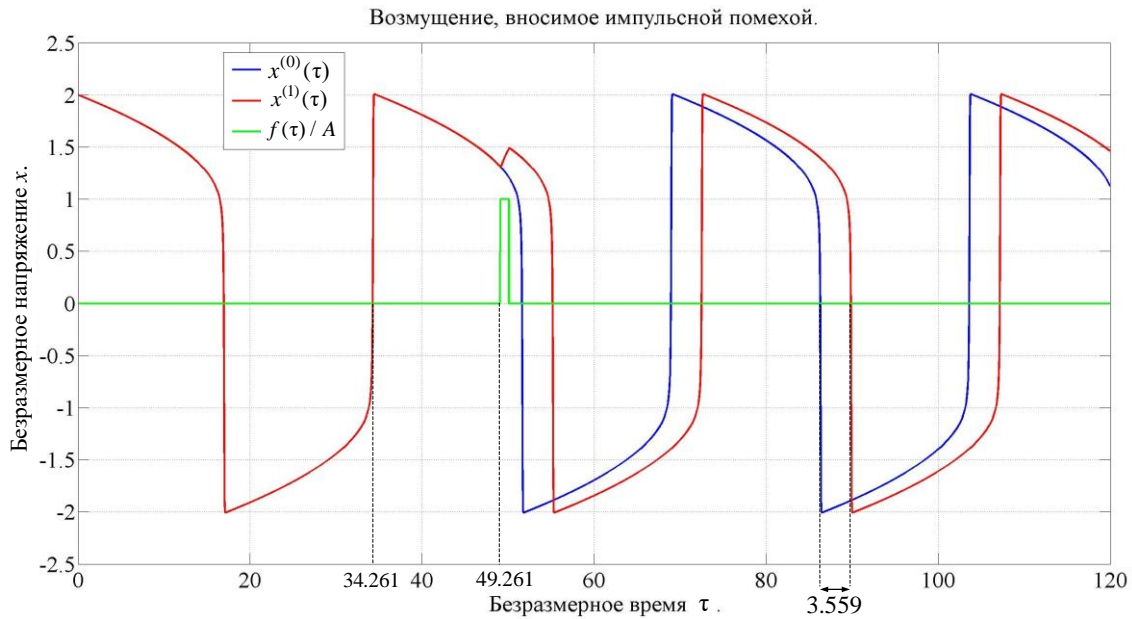


Рис.7. Воздействие импульсной помехи, длительностью $T_{\text{пом}} = 1$ и амплитудой $A=5$ на осциллятор Ван дер Поля. Начало импульсной помехи $\tau_1 = 49.261$.

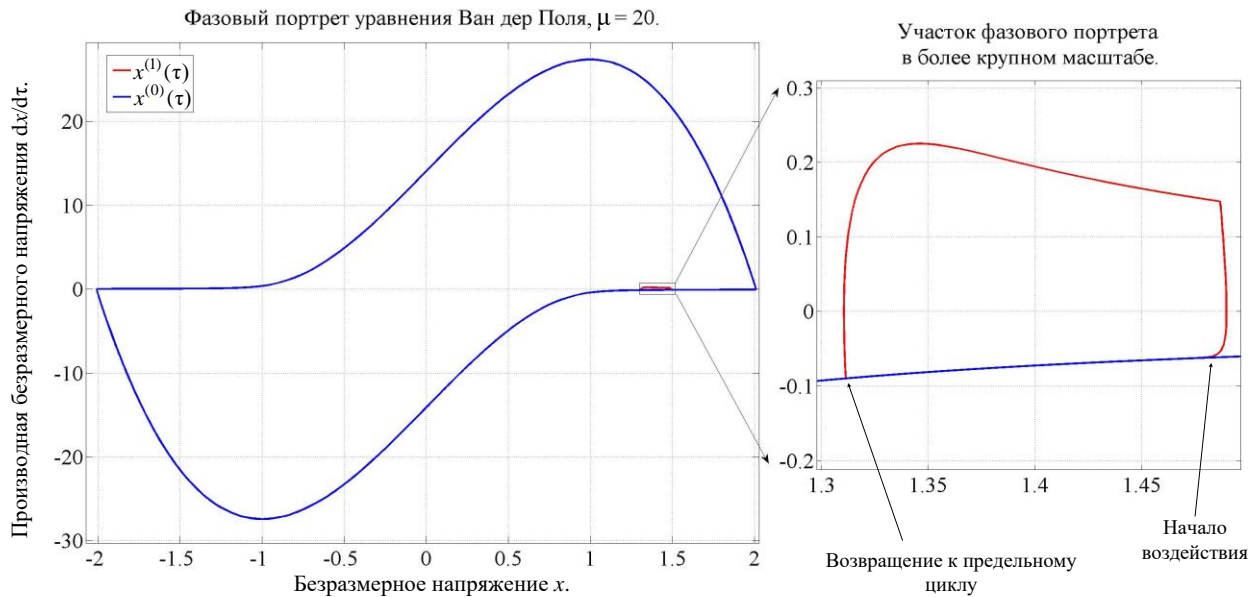


Рис.8. Фазовый портрет колебаний осциллятора Ван дер Поля. При воздействии импульсной помехи, длительностью $T_{\text{пом}} = 1$ и амплитудой $A=5$. Начало импульсной помехи $\tau_1 = 49.261$.

При дальнейшем исследовании выяснилось, что данная вероятность единичного сбоя сильно зависит от момента времени начала воздействия импульсной помехи. Для того чтобы в этом убедиться достаточно сместить

время начала воздействия. Пусть импульсная помеха обладает такими же характеристиками, что и ранее ($T_{\text{пом}} = 1$, $A = 5$), а время начала воздействия приходится на другой момент времени $\tau_1 = 66.861 = 34.261 + 32.6$. Данному случаю соответствуют рис. 9-10.

На рис. 9 чётко видны различия между $x^{(0)}(\tau)$ и $x^{(1)}(\tau)$. Возмущенное решение $x^{(1)}(\tau)$ также довольно быстро возвращается к предельному циклу, однако после возвращения разность фаз между $x^{(0)}(\tau)$ и $x^{(1)}(\tau)$ оказывается настолько малой, что её даже не видно на графиках рис. 9 (синий и красный графики после воздействия сливаются, при этом временная задержка составляет $\Delta\tau = 0.28$). Вероятность единичного сбоя оказывается равна $P = 0.0055 = 0.6\%$ (в 20 раз меньше, чем в предыдущем случае). При этом на фазовом портрете (рис.10) также отчётливо наблюдается отклонение фазовой кривой $x^{(1)}(\tau)$ от предельного цикла, даже без построений графика в более крупном масштабе.

Из результатов двух вышеописанных численных экспериментов можно сделать два вывода. Во-первых, вероятность единичного сбоя сильно зависит от момента времени, соответствующего началу воздействия импульсной помехи. Во-вторых, эта сильная зависимость возникает за счёт того, что вернувшись к предельному циклу, возмущенное решение $x^{(1)}(\tau)$ претерпевает скачок фазы, который сильно зависит от момента времени начала воздействия.

Далее проводится исследование зависимости вероятности единичного сбоя от момента времени начала воздействия импульсной помехи, длительностью $T_{\text{пом}} = 1$ и амплитудой $A = 5$. По вертикальной оси будет откладываться P - вероятность единичного сбоя в процентах, по горизонтальной оси $\Delta\tau_{\text{пом}} = \tau_1 - 34.261$ - время начала воздействия помехи, отсчитываемое от начала второго колебания осциллятора Ван дер Поля $\tau = 34.261$ (см. рис. 6). Соответствующий график изображен на рис. 11.

На рис. 11 штриховой линией также изображён график периода колебаний осциллятора Ван дер Поля. Из рис. 11 видно, что график вероятности сбоя бита

(красная линия) имеет два максимума, которые достигаются в том случае, когда начало воздействия происходит непосредственно перед моментом «переключения» генератора. Вероятность единичного сбоя в левом максимуме достигает 14.4 % , в правом -12.9%. Средняя вероятность единичного сбоя, усреднённая по всему периоду колебаний осциллятора составляет 9.1%.

Объяснить наличие данных максимумов можно следующим образом. В момент действия положительной обратной связи решение уравнения Ван дер Поля неустойчиво: в течение времени действия положительной обратной связи малые возмущения решения $x^{(0)}(\tau)$ со временем неограниченно возрастают. Поэтому для того, чтобы сдвинуть фазу колебаний достаточно даже малой силы, действующей на осциллятор на интервале действия положительной обратной связи или непосредственно перед моментом включения положительной обратной связи.

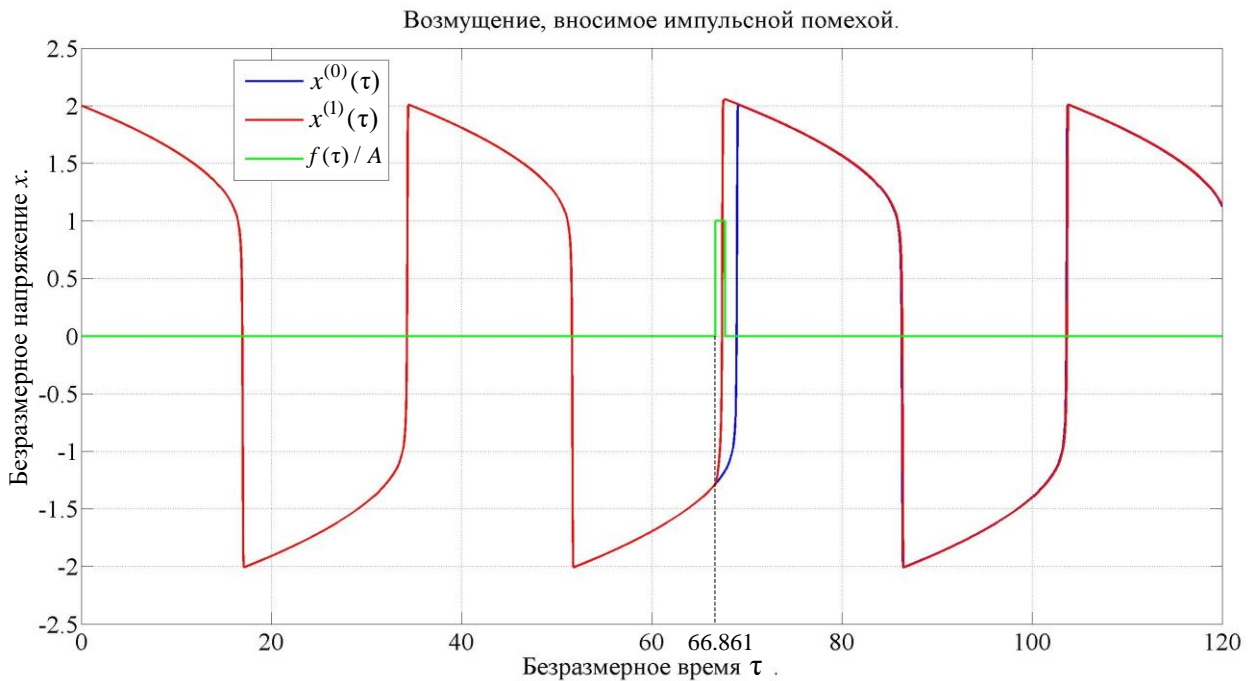


Рис.9. Воздействие импульсной помехи, длительностью $T_{\text{пом}} = 1$ и амплитудой $A = 5$ на осциллятор Ван дер Поля. Начало импульсной помехи $\tau_1 = 66.861$.

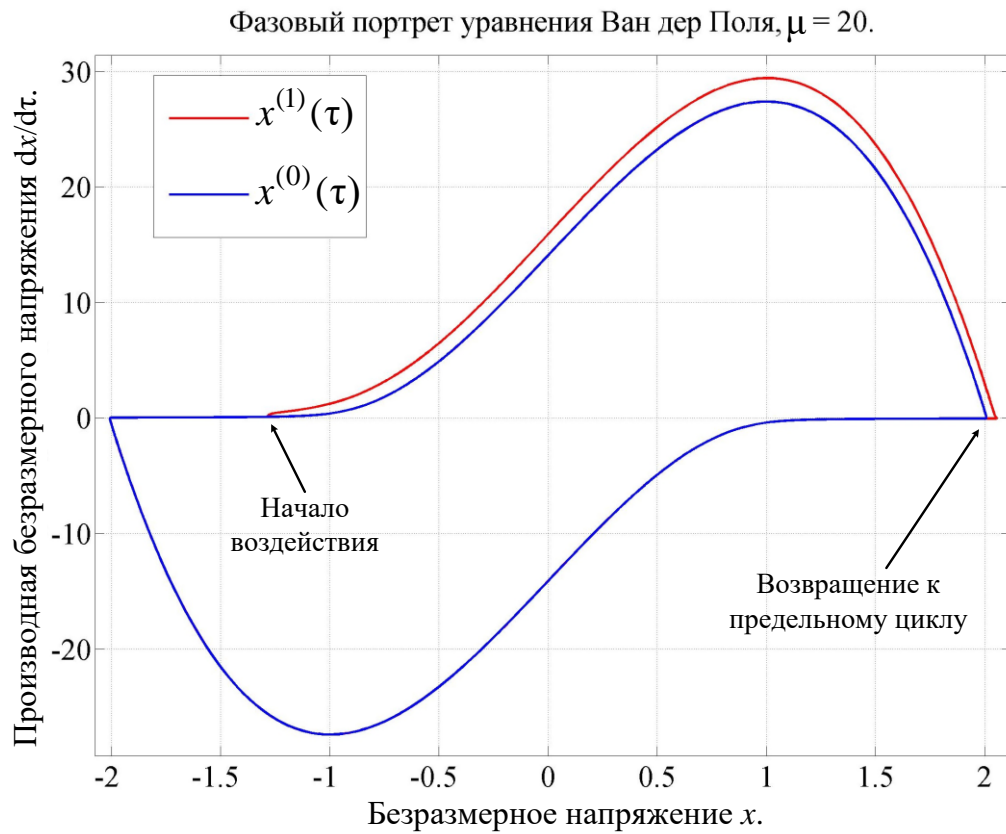


Рис.10. Фазовый портрет колебаний осциллятора Ван дер Поля. При воздействии импульсной помехи, длительностью $T_{\text{пом}} = 1$ и амплитудой $A = 5$. Начало импульсной помехи $\tau_1 = 66.861$.

Зависимость вероятности единичного сбоя от момента времени начала воздействия импульсной помехи.

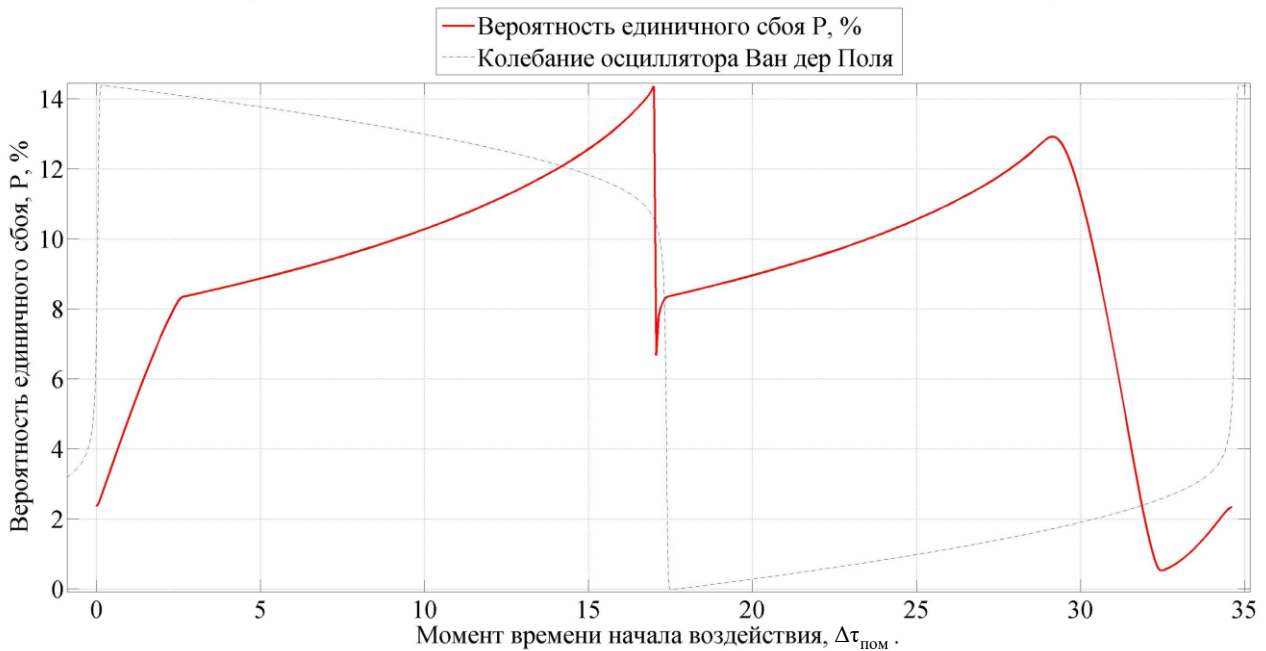


Рис.11. Зависимость вероятности единичного сбоя в процентах от момента времени начала воздействия импульсной помехи длительностью $T_{\text{пом}} = 1$ и амплитудой $A = 5$.

Стоит отметить, что наибольшее значение вероятности сбоя P достигается в левом максимуме, в котором $\frac{dx}{dt} < 0$ (при этом $f(\tau)$ всегда выбирается больше нуля). Возможно, данный факт может быть следующим образом. Для объяснения удобно использовать механическую аналогию и интерпретировать уравнение (1) как второй закон Ньютона, при этом $f(\tau)$ можно интерпретировать как внешнюю силу, действующую на осциллятор, а слагаемое $\mu(1-x^2)\frac{dx}{dt}$ как силу действия обратной связи (по сути, силу вязкого трения с нелинейным коэффициентом вязкого трения $\alpha(x) = -\mu(1-x^2)$).

В том случае, когда силе положительной обратной связи противодействует внешняя сила $f(\tau)$ (что справедливо для области, в которой расположен первый максимум на рис. 11) будет происходить задержка переключения (переключение будет происходить дольше). Причем, чем сильнее и дольше будет действовать сила $f(\tau)$, тем дольше будет происходить переключение. В том случае, когда внешняя сила $f(\tau)$ сонаправлена с силой положительной обратной связи (что справедливо для области, в которой расположен второй максимум на рис. 11), наоборот, происходит ускорение процесса переключения. Однако процесс переключения даже в отсутствии внешней силы занимает небольшой промежуток времени по сравнению с периодом колебаний осциллятора. Поэтому ускорение процесса переключения меньше влияет на смещение фазы колебаний, чем замедление процесса переключения. Поэтому воздействие импульсной помехи на осциллятор оказывается меньше, в том случае, когда внешняя сила $f(\tau)$ сонаправлена с силой положительной обратной связи.

Снижение вероятности сбоя бита в областях между максимумами можно объяснить следующим образом: в данных временных интервалах действует отрицательная обратная связь, которая действует подобно классической силе вязкого трения с коэффициентом вязкости $\alpha(x) > 0$. Это означает, что решение

уравнения Ван дер Поля в данных областях устойчивы: возмущения решения $x^{(0)}(\tau)$ затухают с течением времени. Поэтому если воздействие помехи происходит в момент времени, соответствующий началу включения отрицательной обратной связи на графике наблюдаются минимумы вероятности. Если же воздействие помехи происходит в середине интервала времени действия отрицательной обратной связи, то у возмущённого решения остаётся меньше времени «срелаксировать» до предельного цикла, поэтому вероятность сбоя увеличивается.

Особенно наглядно вышеописанный механизм работает для импульсных помех малой амплитуды. Например, на рис. 12 изображён график, аналогичный графику на рис.11, но для импульсной помехи длительностью $T_{\text{пом}} = 1$ и амплитудой $A=0.5$. На графике, изображённом на рис. 12 отчётливо видны два максимума. Вероятность единичного сбоя в левом максимуме достигает $4.5 \cdot 10^{-3} \%$, в правом - $2.8 \cdot 10^{-3} \%$. Средняя вероятность единичного сбоя, усреднённая по всему периоду колебаний осциллятора, составляет $3.3 \cdot 10^{-4} \%$. На временных интервалах между данными максимумами вероятность единичного сбоя мала и практически равна нулю.

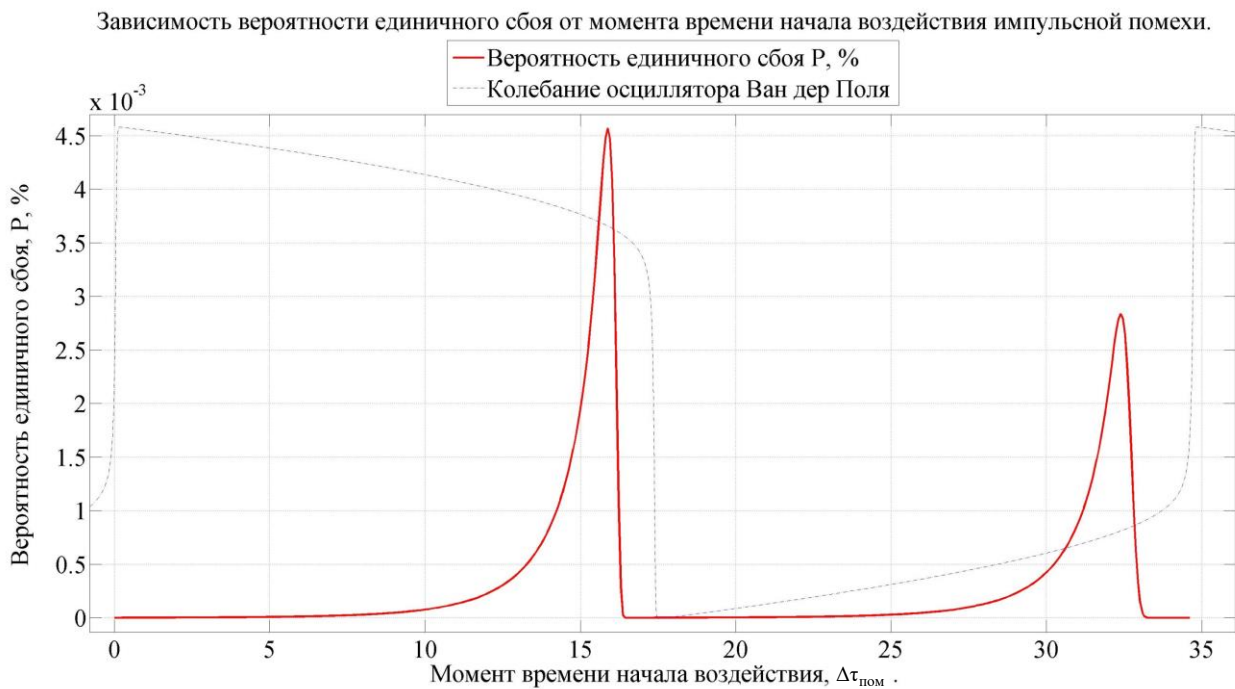


Рис.12. Зависимость вероятности единичного сбоя в процентах от момента времени начала воздействия импульсной помехи длительностью $T_{\text{пом.}} = 1$ и амплитудой $A=0.5$.

Видно, что вероятность сбоя сильно зависит как от момента времени начала воздействия помехи, так и от её амплитуды. Очевидно также, что имеется некоторая зависимость и от продолжительности помехи $T_{\text{пом}}$. Поэтому естественным образом возникает как минимум три варьируемых параметра, от которых зависит вероятность единичного сбоя. В таком случае имеет смысл строить контурные карты вероятности единичного сбоя. Цветовой гаммой можно отражать вероятность сбоя, по горизонтальной оси можно по-прежнему откладывать $\Delta\tau_{\text{пом}} = \tau_1 - 34.261$ - время начала воздействия помехи, а по вертикальной оси A - амплитуду импульсной помехи. Третий параметр следует фиксировать, однако выбор фиксируемой величины можно осуществлять по-разному. Например, контурную карту можно строить для фиксированной энергии помехи $W_{\text{пом}} = A^2 T_{\text{пом}} = \text{const}$, или для фиксированной продолжительности помехи $T_{\text{пом}} = \text{const}$, или же для фиксированного произведения амплитуды и продолжительности помехи $A \times T_{\text{пом}} = \text{const}$ и так далее. Наиболее интересный случай представляют собой контурные карты, построенные при $A \times T_{\text{пом}} = \text{const}$. Далее для краткости произведение $A \times T_{\text{пом}}$ будем называть «площадью» помехи и обозначать: $S_{\text{пом}} = A \times T_{\text{пом}}$.

На рис. 13 изображена вышеописанная контурная карта вероятности единичного сбоя для помех, обладающих площадью $S_{\text{пом}} = 1$. Главной особенностью контурной карты, изображённой на рис.13 является следующее. Лёгко видеть, что при фиксированной «площади» помехи вероятность единичного сбоя оказывается довольно слабо зависящей от амплитуды помехи, поскольку линии равного уровня $P = \text{const}$ представляют собой почти вертикальные линии (по крайней мере, при $A \in [2; 5]$). При $A \in [1; 2]$ визуально линии равного уровня $P = \text{const}$ немного изгибаются). По сути это означает, что вероятность единичного сбоя зависит в основном лишь от «площади» помехи, т.е. от произведения амплитуды помехи на её длительность.

На рис. 14 приведена аналогичная контурная карта, но для помех площадью $S_{\text{пом}} = 10$, из которой можно сделать вывод о том, что при

увеличении «площади» помехи данная закономерность выполняется намного хуже - линии равного уровня $P = \text{const}$ становятся изогнутыми.

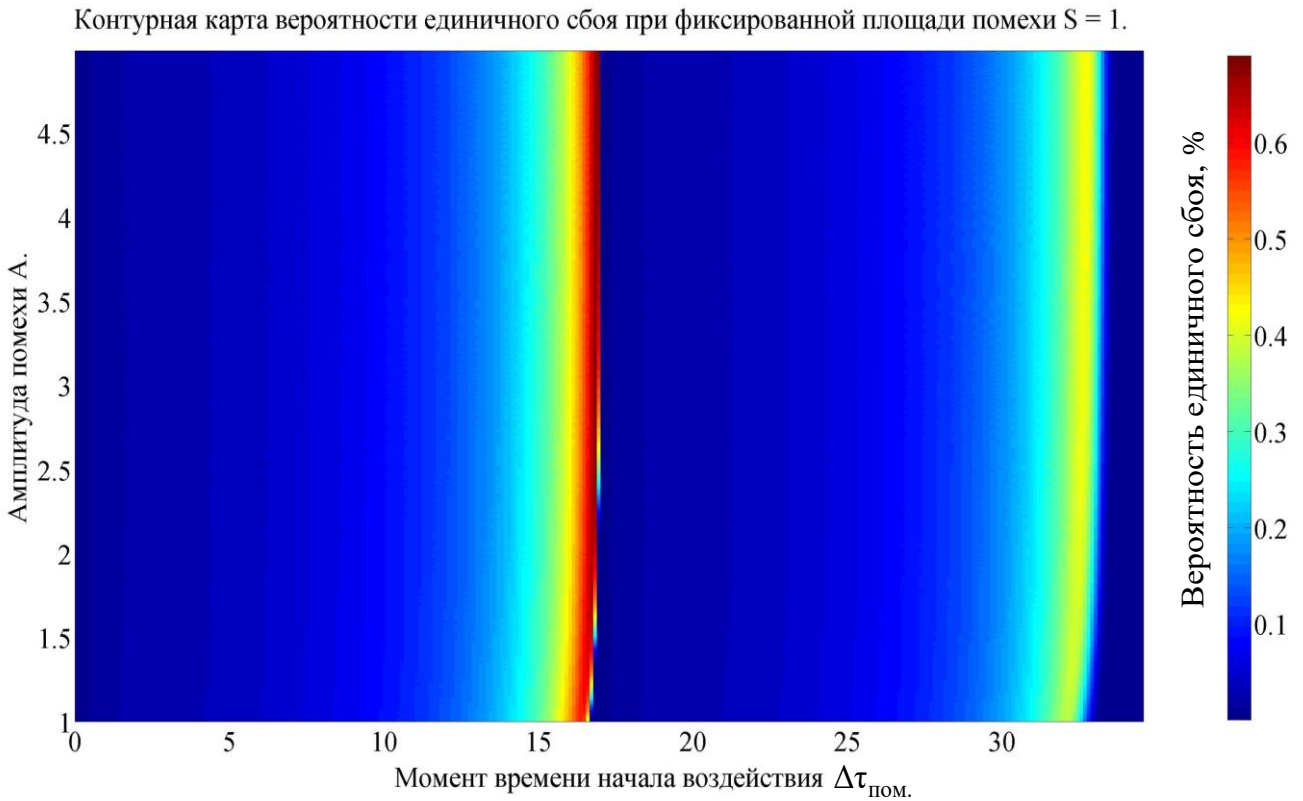


Рис.13. Контурная карта вероятности единичного сбоя в процентах при фиксированной площади помехи $S_{\text{пом}} = 1$.

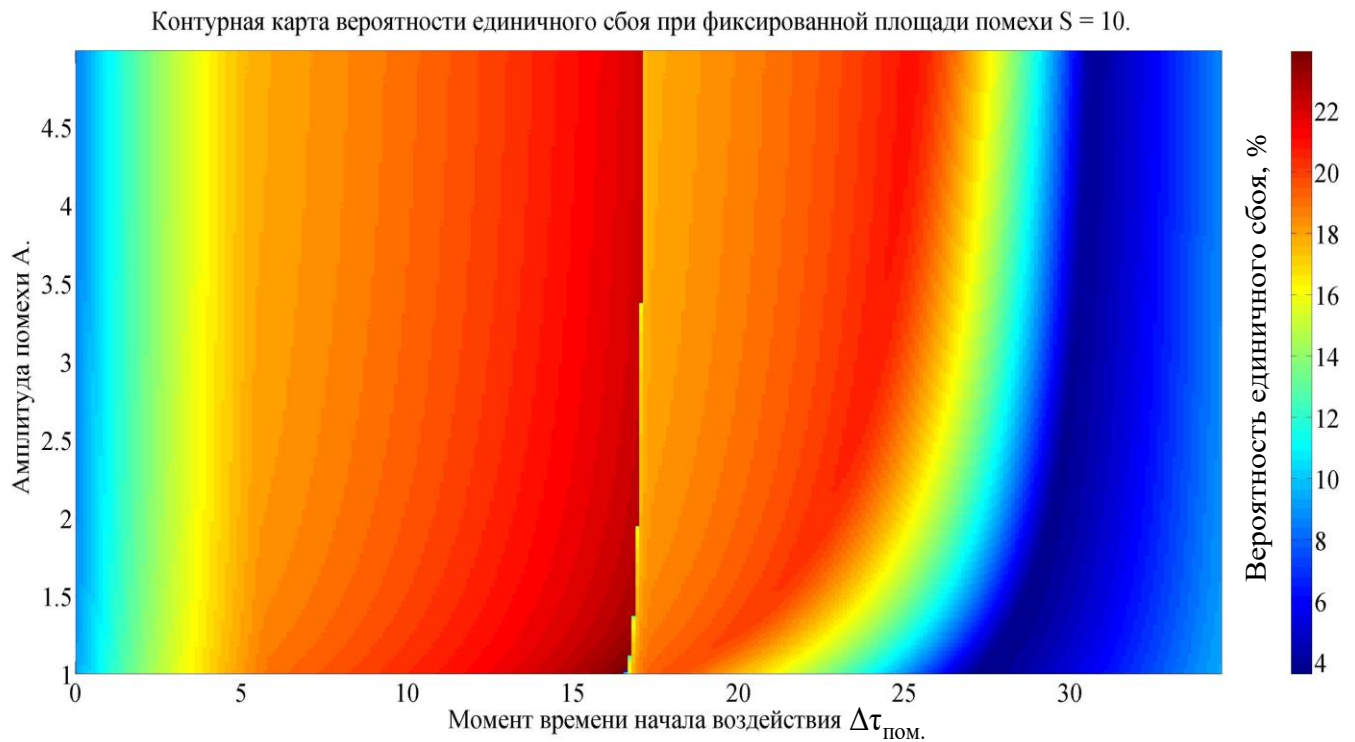


Рис.14. Контурная карта вероятности единичного сбоя в процентах при фиксированной площади помехи $S_{\text{пом}} = 10$.

В итоге можно выдвинуть предположение о том, что при достаточно маленьких площадях импульсных помех, вероятность единичного сбоя зависит главным образом от площади помехи. Для подтверждения этого, построим контурную карту усреднённой по периоду колебаний осциллятора Ван дер Поля вероятности единичного сбоя $\langle P \rangle$ (усреднение будет происходить по 100 различным временам начала воздействия помехи $\Delta\tau_{\text{пом}}$). По горизонтальной оси отложим продолжительность помехи $T_{\text{пом}}$, а по вертикальной оси амплитуду помехи A . Если предположение верно, то в достаточно близкой к началу координат области линии равного уровня $\langle P \rangle = \text{const}$ должны являться гиперболами (поскольку гипербола $y(x) = \text{const} / x$ есть геометрическое место точек – вершин прямоугольников равной площади $y \times x = \text{const}$). Данная контурная карта изображена на рис. 15. На контурной карте действительно «просматриваются» гиперболические линии равного уровня, что свидетельствует в пользу выдвинутого предположения.

Стоит отметить, что площади помехи $S_{\text{пом}} = A \times T_{\text{пом}}$ можно придать физический смысл. Т.к. в уравнении (1) $x(t)$ - напряжение, то под амплитудой помехи A следует понимать напряжение импульсной помехи, наведённое в RLC контуре внешним электромагнитным воздействием. В общем случае, когда амплитуда помехи зависит от времени, получаем: $S_{\text{пом}} = \int A(t)dt$. Теперь если записать закон электромагнитной индукции для индуктивности в RLC контуре, получим: $A(t) = -d\Phi/dt$, где $\Phi = LI$ – магнитный поток, наводящийся помехой, L - индуктивность в RLC контуре, I - соответствующий потоку Φ ток. Интегрируя по времени закон электромагнитной индукции, в итоге получаем, что $S_{\text{пом}} = \int A(t)dt = -LI$. Таким образом, «площадь» помехи, по сути, представляет суммарный ток, наведённый импульсной помехой.

Стоит отметить, что обратная связь в автоколебательной системе типа лампового генератора осуществляется именно через взаимную индуктивность, то есть, по сути, через нелинейную связь токов в различных участках цепи.

Поэтому, с учётом соотношения $S_{\text{пом}} = -LI$ кажется весьма логичным предположение о том, что вероятность единичного сбоя зависит главным образом от «площади» помехи.

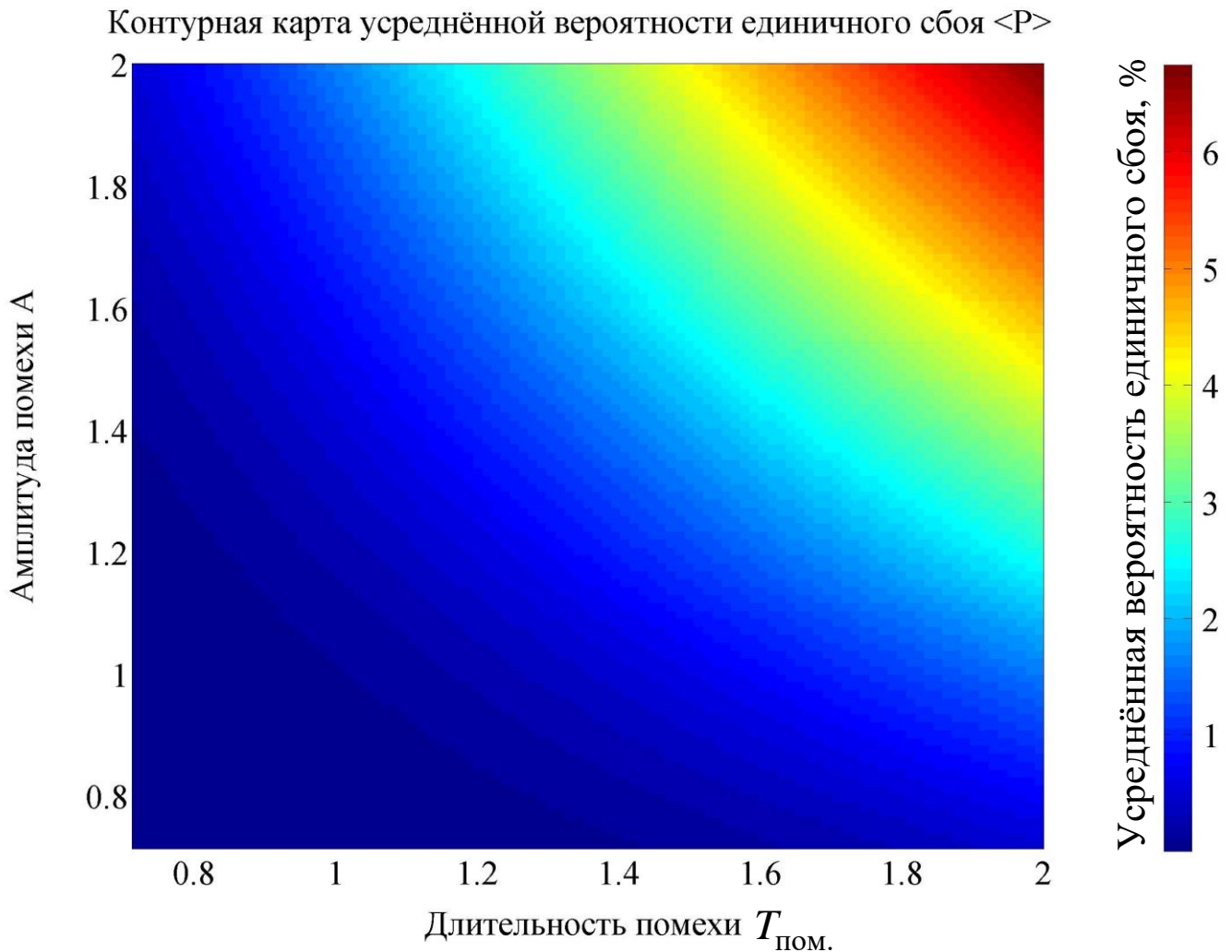


Рис.15. Контурная карта усреднённой по одному периоду колебаний осциллятора вероятности единичного сбоя в процентах в зависимости от амплитуды помехи A и от продолжительности помехи $T_{\text{пом}}$.

4. Вывод расчётных формул для реализации скоростного алгоритма Верле

Приведём вывод основных соотношений, используемых при реализации численного алгоритма Верле. Основная идея этого метода состоит в записи разложения $x(t + \Delta t)$ в ряд Тейлора

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \dot{x}\Delta t + \frac{1}{2} \ddot{x}(t) \Delta t^2 + o(\Delta t^3), \quad (4)$$

где $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$, $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$. Так же напишем разложение для $\dot{x}(t + \Delta t)$

$$\dot{x}(t + \Delta t) = \dot{x}(t) + \frac{1}{2} \frac{\ddot{x}(t + \Delta t) + \ddot{x}(t)}{\Delta t}. \quad (5)$$

Запишем уравнение Ван дер Поля (1) в моменты времени t и $t + \Delta t$ при воздействии на систему вынуждающей силы

$$\ddot{x}(t) - \mu(1 - x^2(t))\dot{x}(t) + x(t) = f(t) \quad (6)$$

$$\ddot{x}(t + \Delta t) - \mu(1 - x^2(t + \Delta t))\dot{x}(t + \Delta t) + x(t + \Delta t) = f(t + \Delta t) \quad (7)$$

и выразим из уравнений (6)-(7) $\ddot{x}(t)$ и $\ddot{x}(t + \Delta t)$

$$\ddot{x}(t) = \mu(1 - x^2(t))\dot{x}(t) - x(t) + f(t) \quad (8)$$

$$\ddot{x}(t + \Delta t) = \mu(1 - x^2(t + \Delta t))\dot{x}(t + \Delta t) - x(t + \Delta t) + f(t + \Delta t) \quad (9)$$

Подставляя в уравнение (5) $\ddot{x}(t)$ и $\ddot{x}(t + \Delta t)$ из соотношений (8)-(9) получим

$$\begin{aligned} \dot{x}(t + \Delta t) = & \dot{x}(t) + \frac{\Delta t}{2} \left(\mu(1 - x^2(t))\dot{x}(t) - x(t) + f(t) \right) + \\ & + \frac{\Delta t}{2} \left(\mu(1 - x^2(t + \Delta t))\dot{x}(t + \Delta t) - x(t + \Delta t) + f(t + \Delta t) \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Далее выразим из формулы (10) $\dot{x}(t + \Delta t)$:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t + \Delta t) \left(1 - \mu \frac{\Delta t}{2} (1 - x^2(t + \Delta t)) \right) = & \dot{x}(t) \left(1 - \mu \frac{\Delta t}{2} (1 - x^2(t)) \right) + \\ & + \frac{\Delta t}{2} (f(t + \Delta t) + f(t)) - \frac{\Delta t}{2} (x(t + \Delta t) + x(t)) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\dot{x}(t + \Delta t) = \frac{\dot{x}(t + \Delta t) \left(1 - \mu \frac{\Delta t}{2} (1 - x^2(t)) \right) + \frac{\Delta t}{2} (f(t + \Delta t) + f(t)) - \frac{\Delta t}{2} (x(t + \Delta t) + x(t))}{\left(1 - \mu \frac{\Delta t}{2} (1 - x^2(t + \Delta t)) \right)} \quad (12)$$

Формула (12) является окончательной расчётной формулой, необходимой для нахождения $\dot{x}(t)$ по алгоритму Верле. Выведем такую же формулу для $x(t)$. Подставляя в (4) $\ddot{x}(t)$ (из соотношения (8)) и пренебрегая $o(\Delta t^3)$, получим формулу для $x(t + \Delta t)$:

$$\begin{aligned}
 x(t + \Delta t) &= x(t) + \dot{x}(t) \Delta t + \frac{1}{2} \left(\mu (1 - x^2(t)) \dot{x}(t) + f(t) - x(t) \right) \Delta t^2 = \\
 &= x(t) + \dot{x}(t) \Delta t + \frac{\mu \Delta t^2}{2} (1 - x^2(t)) \dot{x}(t) + \frac{f(t) \Delta t^2}{2} - \frac{x(t) \Delta t^2}{2} = \\
 &= x(t) + \dot{x}(t) \left(\Delta t + \frac{\mu \Delta t^2}{2} (1 - x^2(t)) \right) + f(t) \frac{\Delta t^2}{2} - \frac{x(t) \Delta t^2}{2}
 \end{aligned} \tag{13}$$

и окончательно расчётная формула для $x(t + \Delta t)$:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \dot{x}(t) \left(\Delta t + \frac{\mu \Delta t^2}{2} (1 - x^2(t)) \right) + f(t) \frac{\Delta t^2}{2} - \frac{x(t) \Delta t^2}{2} \tag{14}$$

Выводы

Проведенные исследования показывают, что вероятность сбоя бита как функция амплитуды A и длительности помехи $T_{\text{пом}}$ зависит, главным образом, от их произведения, т.е. от «площади» помехи $S_{\text{пом}} = A \times T_{\text{пом}}$ при достаточно малых площадях. При этом, «площадь» помехи пропорциональна току, наведённому электромагнитным воздействием в контуре автоколебательной системы.

Рассмотрены случаи воздействия помех с амплитудами $A=5$, $A=0.5$ и длительностью $T_{\text{пом}} = 1$. Показано, что вероятность сбоя бита сильно зависит от момента времени, в которой происходит воздействие: в общем случае вероятность сбоя бита имеет два максимума. Предложено объяснение наличия данных максимумов на основе устойчивости решения уравнения Ван дер Поля при разных режимах работы генератора (режимов положительной и отрицательной обратной связи).

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 16-29-09581.

Литература

1. Gaynutdinov R. R., Chermoshentsev S. F. Immunity research of the electronic systems elements at the influence of intentional electromagnetic pulses. // 17th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices EDM, 30 June – 4 July 2016. P.214-218 DOI: [10.1109/edm.2016.7538727](https://doi.org/10.1109/edm.2016.7538727)
2. Ключник А.В., Пирогов Ю.А., Солодов А.В. Обратимые отказы интегральных микросхем в полях радиоизлучения. // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2013. No.1. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jan13/18/text.pdf>
3. Пирогов Ю.А., Солодов А.В. Повреждения интегральных микросхем в полях радиоизлучения. // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2013. No.6. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jun13/15/text.pdf>
4. Вдовин В.А., Кулагин В.В., Черепенин В.А.. Помехи и сбои при нетепловом воздействии короткого электромагнитного импульса на радиоэлектронные устройства. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2003. Т.8. N 1. С. 64.
5. Кузнецов А.П., Селиверстова Е.С., Трубецков Д.И., Тюрюкина Л.В.. Феномен уравнения ван дер Поля. // Известия вузов «ПНД». 2014. Т. 22. N 4. С. 3-42. URL: <https://andjournal.sgu.ru/ru/articles/fenomen-uravneniya-van-der-polya>
6. Tony E.L., Sadeghpour H.R. Quantum synchronization of quantum van der Pol oscillators with trapped ions // Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 111. No.23-6. December. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.234101> URL: <https://arxiv.org/pdf/1306.6359.pdf>
7. Walter S., Nunnenkamp A., Bruder C. Quantum synchronization of two Van der Pol oscillators. // Annalen Der Physik. 2014. Vol. 527. No.1-2. P.131–138. URL: <https://arxiv.org/abs/1406.7134>
8. Huang, C. Multiple scales scheme for bifurcation in a delayed extended van der Pol oscillator.// Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications. 2017. Vol.

490. P.643–652. DOI:[10.1016/j.physa.2017.08.035](https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.08.035)

9. Amore P., Boyd J.P., Francisco M.F. High order analysis of the limit cycle of the van der Pol Oscillator // Journal of Mathematical Physics. 2017. Vol.59. No.1.

URL: <https://arxiv.org/pdf/1711.09978.pdf>

10. Cooper M., Heidlauf P., Sands T. Controlling Chaos—Forced van der Pol Equation. // Mathematics. 2017. Vol. 70. URL: <https://www.mdpi.com/2227-7390/5/4/70>

11. Климонтович Ю.Л. Энтропия и информация открытых систем. // УФН 1999. Т.169. №4. С.443-452. URL: <https://ufn.ru/ru/articles/1999/4/e/>

12. Климонтович Ю.Л. Критерий относительной степени упорядоченности открытых систем. // УФН. 1996. Т.166. №11. С.1231-1243.

URL: <https://ufn.ru/ru/articles/1996/11/f/>

13. Sklar B. *Digital communications: Fundamentals and Applications, Second Edition*. University of California, Los Angeles, Prentice Hall, 2001.

URL:https://www.academia.edu/38995331/DIGITAL_COMMUNICATIONS_Fundamentals_and_Applications_Second_Edition

14. Здухов Л.Н., Исаев А. П., Парфёнов Ю. В., Титов Б. А. Методика оценки вероятности сбоя цифровых устройств при воздействии сверхкоротких электромагнитных импульсов // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2011. No.5

URL: <http://jre.cplire.ru/jre/may11/1/text.html>

15. Нуриев М.Г., Гизатуллин Р.М., Мухаммадиев А.А. Исследование помехоустойчивости вычислительной техники при электромагнитных воздействиях через металлоконструкцию здания на основе физического моделирования // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2019. No.4

URL: <http://jre.cplire.ru/jre/apr19/8/text.pdf>

Для цитирования:

Глазунов П.С., Воробьёва Е.А., Вдовин В.А., Слепков А.И. Численное моделирование влияния электромагнитных импульсов на работу типовых электронных автоколебательных систем. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. № 11. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/nov19/20/text.pdf>. DOI 10.30898/1684-1719.2019.11.20