

УДК: 534.1

ФАЗОВЫЕ ПОРТРЕТЫ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МОМЕНТОВ КОЛЛИМИРОВАННОГО ВОЛНОВОГО ПУЧКА В УПРАВЛЯЕМОМ И СВОБОДНОМ РЕЖИМАХ

А. В. Бланк, Н. А. Сухарева

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

Статья поступила в редакцию 8 ноября 2019 г.

Аннотация. Представлены результаты экспериментального исследования структуры фазовых траекторий энергетического центра коллимированного волнового пучка. Установлено существенное различие фазовых портретов и значений размерности пространства вложения для вертикальных и горизонтальных компонент первого пространственного момента. Рассмотрено качественное отличие фазовых портретов, реализуемых при ламинарных течениях, когерентной турбулентности. Выполнена предварительная оценка спектров времен возврата Пуанкаре. Реконструкция и анализ фазовых портретов для стационарных режимов и фазовых траекторий для нестационарных могут быть положены в основу метода визуального контроля динамических режимов пространственно-временных aberrаций пучка и классификации состояний нестационарной и неравновесной атмосферы.

Ключевые слова: коллимированный пучок, турбулентная атмосфера, фазовый портрет, карты хаоса, время возврата Пуанкаре, коррекция наклона.

Abstract. The results of an experimental study of the structure of phase trajectories of the energy center of a collimated wave beam are presented. A significant difference was found between phase portraits and values of the dimension of the embedded space for the vertical and horizontal components of the first spatial moment. A qualitative difference between phase portraits realized in laminar flows and coherent turbulence is considered. A preliminary estimation of the spectra of the Poincaré return times is performed. The reconstruction and analysis of phase portraits for stationary modes and phase trajectories for non-stationary can be the basis for the method of visual control of the dynamic modes of spatio-temporal beam aberrations and the classification of states of non-stationary and nonequilibrium atmospheres.

Key words: collimated beam, turbulent atmosphere, phase portrait, chaos maps, Poincare return time, tilt correction.

Введение

Сложную динамическую систему, каковой является коллимированный когерентный пучок в неоднородной, нестационарной и неравновесной оптически прозрачной среде, затруднительно описать через уравнения процесса или определить её уравнение состояния. Даже при записи в явном виде уравнений процесса подобные системы нелинейных дифференциальных уравнения решаются аналитически чрезвычайно редко. Поэтому важную роль приобретают методы качественного исследования динамики сложных систем, основанные на экспериментально регистрируемых последовательностях состояний. Тем не менее, для подобных систем возможно экспериментальное наблюдение последовательности переходов в пространстве допустимых состояний системы. В работе представлено описание наблюдаемых процессов на выходе протяженной атмосферной трассы в фазовом пространстве переменной размерности [1]. Фазовое пространство с реконструированными траекториями, дает «портрет» динамической системы и определяет всю совокупность движений, которые могут возникнуть при всех возможных начальных и граничных условиях.

Выбор комплекса методов нелинейной динамики для экспериментального анализа временных рядов параметров рефракционной модуляции волнового пучка связан с весьма результативным применением подобных методов и моделей в анализе задач развития турбулентности в атмосферных и океанических течениях [2–4]. Возможность восстановления значений количественных параметров стохастического процесса [5–10], характеризующих эволюцию системы на конечном интервале времени, была решающим правилом отбора методов нелинейной динамики для рассматриваемой проблемы.

Согласно выбранному методу описания и анализа эволюцию системы следует рассматривать в пространстве состояний системы, а доступные режимы можно получить из фазового портрета системы как совокупности реализуемых в фазовом пространстве траекторий [11–15]. Среди фазовых траекторий можно выделить ряд основных, определяющих качественные свойства си-

стемы. К ним относятся точки равновесия, соответствующие стационарным режимам системы, и замкнутые траектории (предельные циклы), соответствующие квазипериодическим режимам. Устойчивость конкретного режима проявляется в согласованном поведении соседних траекторий – устойчивое равновесие или предельный цикл притягивают все близлежащие траектории, неустойчивые отталкивают хотя бы некоторые траектории.

Фазовый портрет, разобранный на группы траекторий, позволяет описать все типы допустимых движений, возникающих при различных начальных условиях. Фактически, аппарат фазовых портретов при описании динамики сложных нестационарных систем сводится к визуализации решений дифференциальных или разностных уравнений движения физической системы. В общем случае, взяв за основу экспериментальную временную выборку и проанализировав ее, согласно теореме Такенса можно получить полную картину поведения физической системы [16–20].

1 Реконструкция размерности пространства вложений

В основе процедуры реконструкции фазовых траекторий и аттракторов (предельных траекторий) лежит теорема Такенса, сформулированная для вложений компактных и замкнутых множеств. Пусть A есть компактное подмножество G -мерного пространства X . Определим вложение подмножества A в m -мерное пространство Y как отображение X в Y такое, при котором совпадение образов двух элементов, принадлежащих A , возможно лишь при равенстве этих элементов. Согласно теореме Такенса, любое гладкое отображение X в Y будет задавать вложение A в пространство Y при выполнении условия:

$$m \gtrsim 2D_A + 1, \quad (1)$$

здесь D_A – фрактальная размерность множества A .

Временной ряд регистрируемых пространственных распределений интенсивности рассматривается как ансамбль состояний пучка на выходе трассы, порядок и закономерности следования которых реконструируются из получаемых в экспериментах данных. Полученные в эксперименте временные ряды для моментов функции распределения интенсивности используем для создания m -мерных векторов с временным шагом в d интервалов дискретизации

(метод временных задержек). Построим вектор состояния физической системы по следующему алгоритму:

$$\vec{k}[i] = (k[i], m[i - d], \dots, k[i - d(m - 1)]), \quad (2)$$

здесь d – интервал задержки, m – вложенная размерность.

Серия экспериментов выполнена на протяженной наклонной трассе длины более 1000 метров, проходящей над зоной индустриальной застройки [21]. В зависимости от сезона, времени суток на трассе формируются различные режимы аэродинамических течений. Для формирования коллимированного пучка использована специальная система позиционирования пучка, создаваемого одномодовым лазером на длине волны 1064 нм. Динамика распределения интенсивности на выходе трассы регистрировалась высокоскоростной камерой, позволяющей при разрешении рабочего поля 256x256 пиксель, 8-ми битном кодировании значения интенсивности проводить регистрацию последовательности кадров с частотой 1 кГц при времени экспозиции не более 1 мкс.

Определим базовые позиционные параметры распределения интенсивности в плоскости регистрации на основе пространственных моментов первого и второго порядков, следующим образом:

$$M_x^{(1)}(k) = \frac{\sum \sum_{r,c=1,256} r I(r, c, k)}{\sum \sum_{r,c=1,256} I(r, c, k)}, \quad M_y^{(1)}(k) = \frac{\sum \sum_{r,c=1,256} c I(r, c, k)}{\sum \sum_{r,c=1,256} I(r, c, k)}, \quad (3)$$

$$M_{xx}^{(2)}(k) = \frac{\sum \sum_{r,c=1,256} (r - M_x^{(1)}(k))^2 I(r, c, k)}{\sum \sum_{r,c=1,256} I(r, c, k)}, \quad (4)$$

$$M_{xy}^{(2)}(k) = \frac{\sum \sum_{r,c=1,256} (r - M_x^{(1)}(k))(c - M_y^{(1)}(k)) I(r, c, k)}{\sum \sum_{r,c=1,256} I(r, c, k)},$$

$$M_{yy}^{(2)}(k) = \frac{\sum \sum_{r,c=1,256} (c - M_y^{(1)}(k))^2 I(r, c, k)}{\sum \sum_{r,c=1,256} I(r, c, k)}.$$

Отметим, что знаменатель выражений (3) (4) соответствует регистрируемой видео матрицей мгновенной мощности излучения. Глубина модуляции её значения (или отсутствие таковой) может служить мерой степени пространственной когерентности пучка при условии корректной калибровки матрицы видеорегистратора.

Для каждой видеовыборки определяется набор эквидистантных временных рядов двух компонент вектора первого пространственного момента и трех компонент симметричного тензора второго пространственного момента [22]. Длительность выборки, как правило, составляет не менее 1000 кадров, тесты проводились в различное время суток и различные сезоны. При первичном анализе тестовых экспериментальных серий были построены карты хаоса, имитирующие опрос с различными частотами для одного и того же процесса. В зависимости от типа решаемой задачи на основе первичного временного ряда был сформирован вторичный после выполнения децимации с увеличением шага временного ряда. Подобный прием позволяет оценить характерные частоты стохастического процесса (при их наличии), выявить области "сгущения" траекторий на картах хаоса, отображающих последовательность состояний системы. На серии Рис.1, Рис.2, Рис.3 представлены типичные профили карт хаоса для первых пространственных моментов профиля интенсивности при трех различных уровнях развития рефракционных искажений [23] и четырех значений частот опроса – 100 Гц, 50 Гц, 33 Гц и 25 Гц. Как следует из визуализации стохастического процесса, структура карт хаоса для горизонтальной и вертикальной проекций существенно различна. Горизонтальные рефракционные возмущения могут быть аппроксимированы дрейфом с близким к гауссову профилем, вертикальное "блуждание" центра пучка характеризуется резкими выбросами, связанными с неоднородными конвективными течениями.

Для экспериментальной выборки длины N создадим $N - d(m - 1)$ векторов по правилу (2). Согласно теореме Такенса, при достаточно больших N фазовые траектории, реконструированные по временному ряду (2), будут обладать той же размерностью и математическими свойствами, что и исходная физическая система. Оптимальное значение интервала задержки может быть выбрано из дополнительных условий, например, по первому минимуму автокорреляционной функции исследуемого временного ряда или по положению локального минимума взаимной информации. Общий физический принцип состоит в выборе интервала задержки, достаточного для изменения состояния системы, но недостаточного для потери памяти об исходном состоянии. Собственно выбор размерности выполнялся по методу ложных ближайших соседей, предложенному Кеннелом. Возьмем пару векторов $\vec{k}_i^{(m)}$, $\vec{k}_j^{(m)}$. Пусть

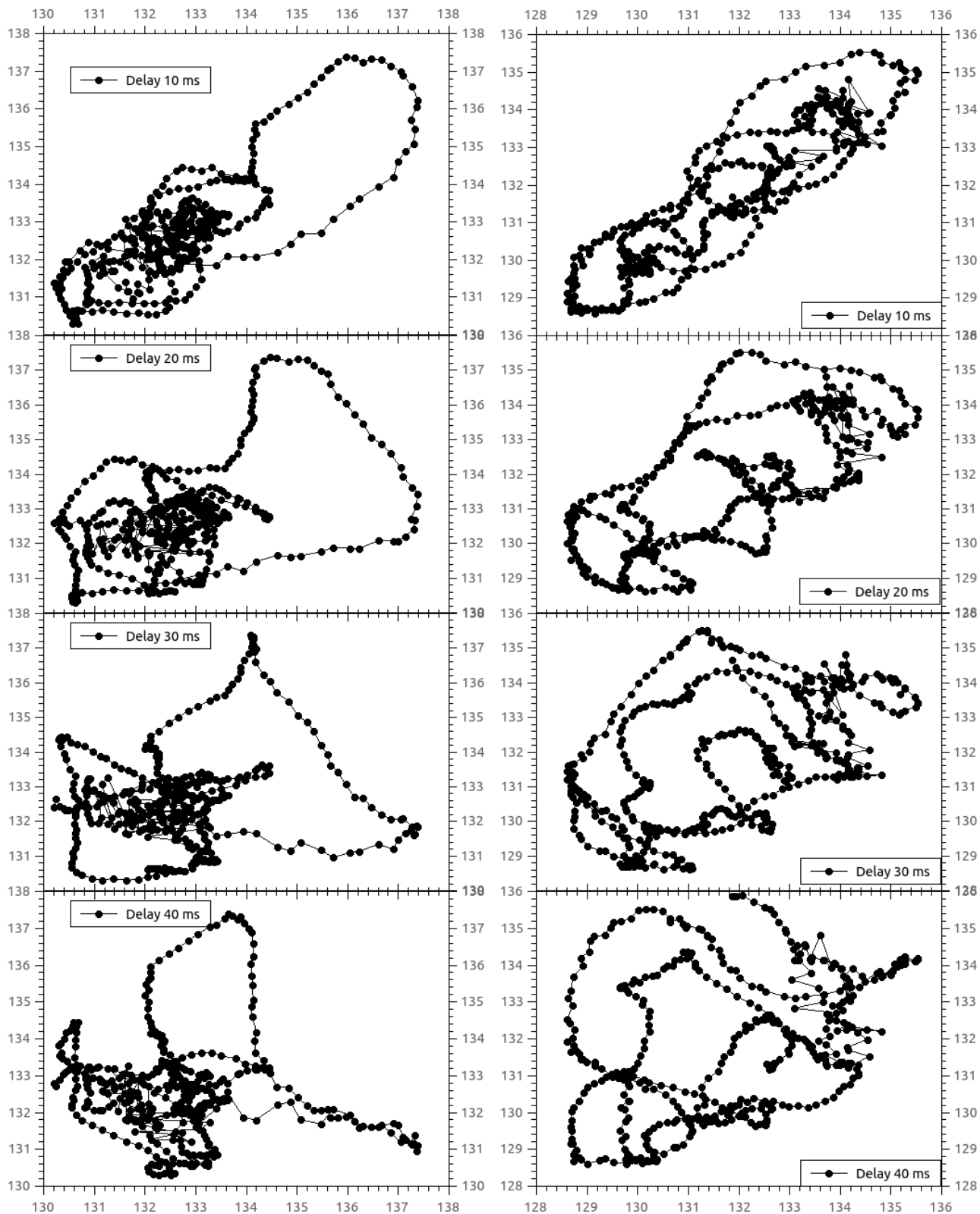


Рис. 1: Карты хаоса с различным начальным временным сдвигом для первый пространственных моментов X (слева) и Y (справа), при степени развития турбулентности $\beta^2 = 0.3$

эти два вектора являются соседями в пространстве размерности $m + 1$. Если это истинно близкие соседи, то, в основном, они будут близки в пространстве R^{m+1} . Но ложные соседи не будут близки в этом пространстве. Они стано-

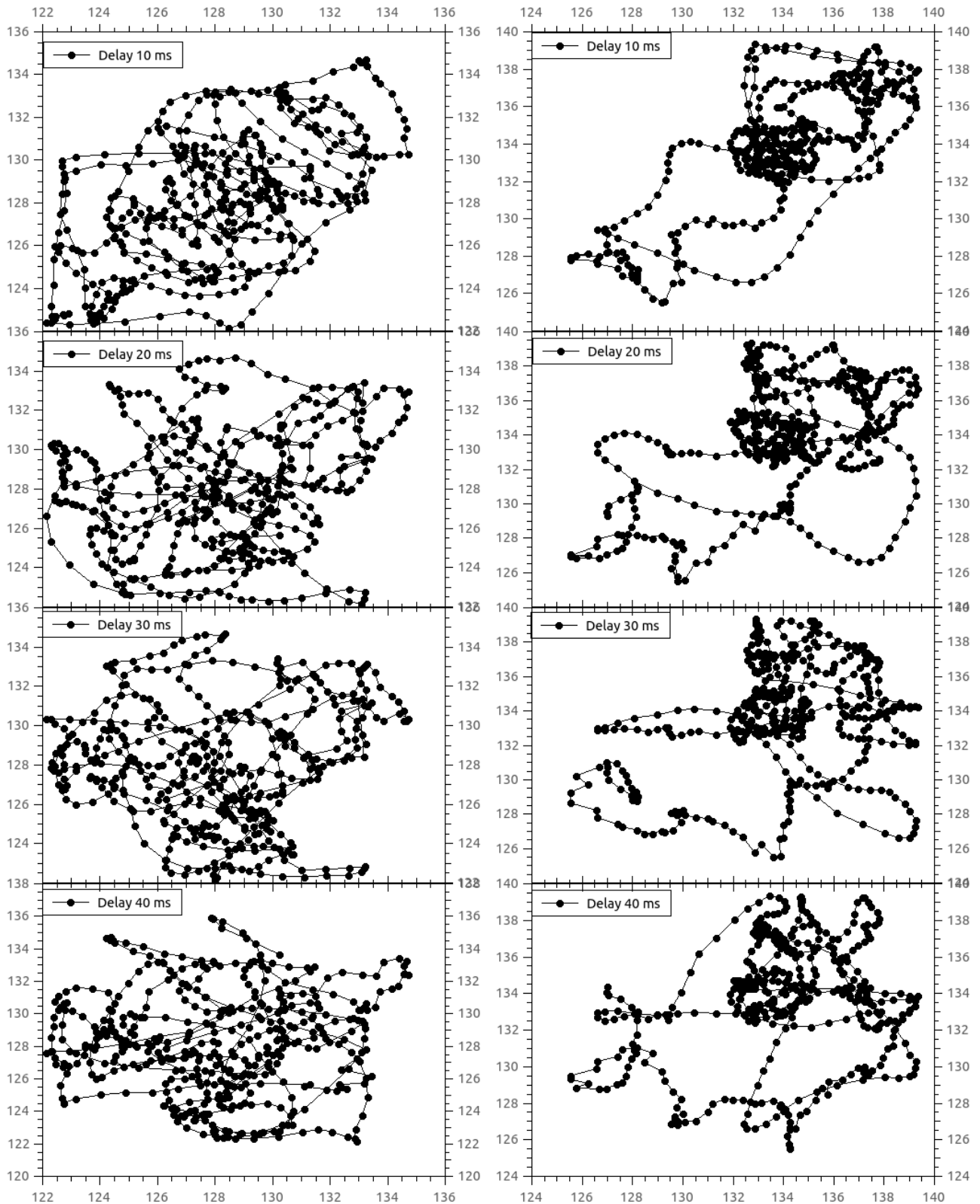


Рис. 2: Карты хаоса с различным начальным временным сдвигом для первый пространственных моментов X (слева) и Y (справа), при степени развития турбулентности $\beta^2 = 1.0$

вятся истинными лишь с ростом m . В итоге имеем, что если для векторов $\|\vec{k}_i^{(m)} - \vec{k}_j^{(m)}\|$ мало, а $\|\vec{k}_i^{(m+1)} - \vec{k}_j^{(m+1)}\|$ велико, то они называются ложными соседями. Если увеличивать m и оценивать число пар векторов, то при

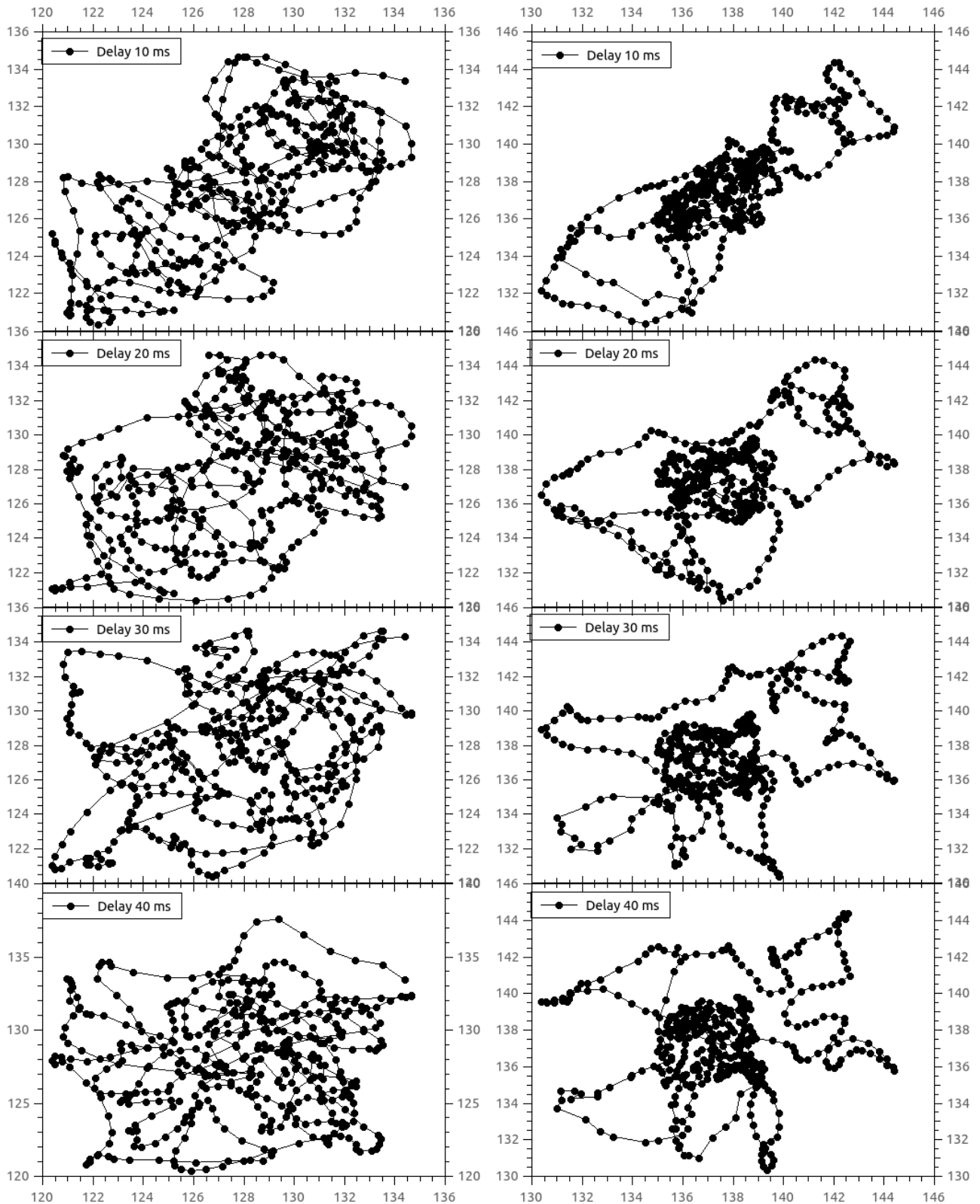
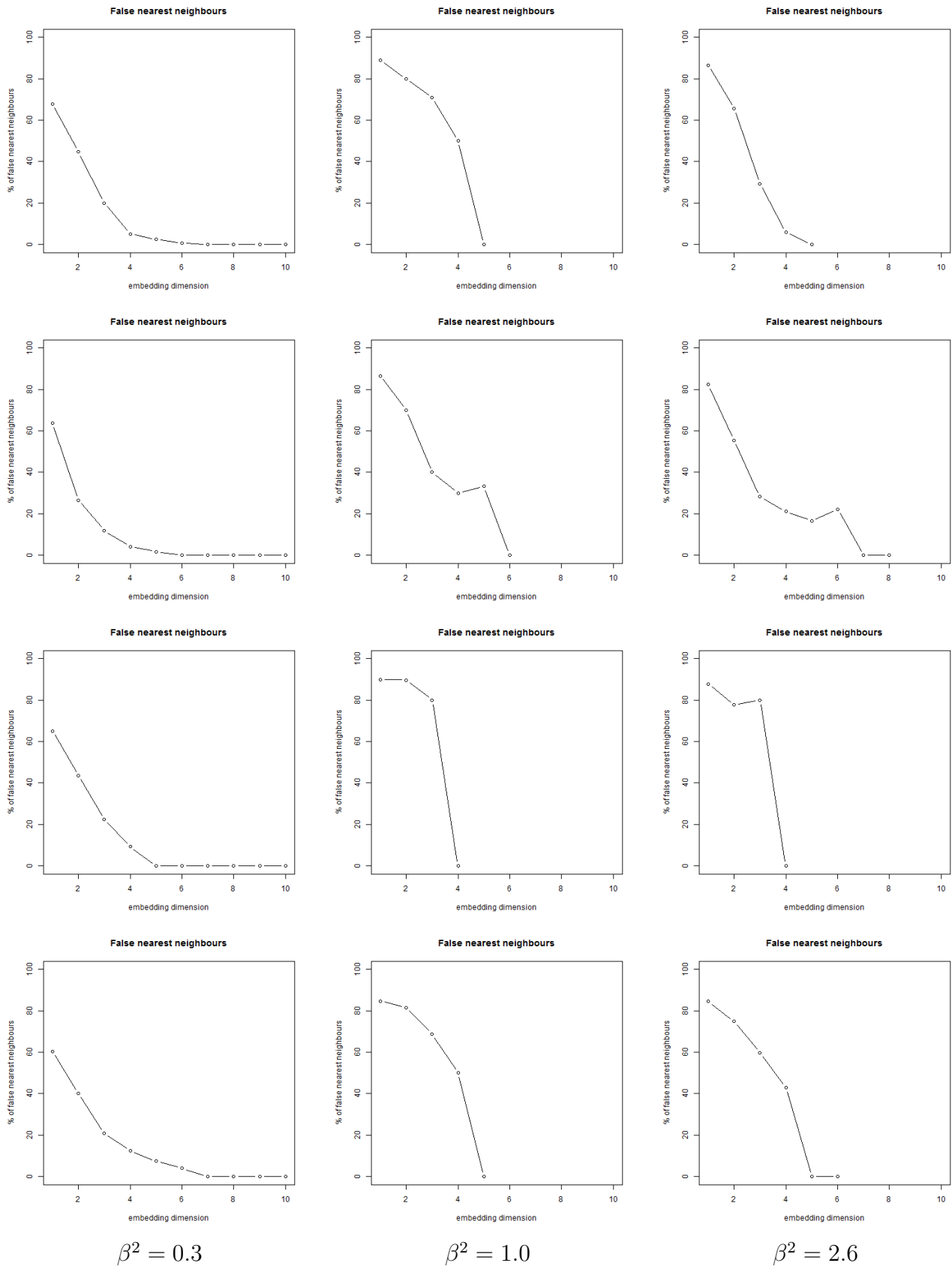


Рис. 3: Карты хаоса с различным начальным временным сдвигом для первых пространственных моментов X (слева) и Y (справа), при степени развития турбулентности $\beta^2 = 2.6$

достижении нужной размерности это количество резко уменьшается. Таким образом, можем выбрать оптимальное m .

В строгом определении для системы с N степенями свободы, возможно



$\beta^2 = 0.3$

$\beta^2 = 1.0$

$\beta^2 = 2.6$

Рис. 4: Зависимости доли ложных ближайших соседей от размерности пространства вложения, при трех степенях развития турбулентности. Первая строка – M_x , вторая строка M_y , третья строка – M_{xx} , четвертая строка M_{yy}

отображение допустимого множества фазовых траекторий в $2N$ -мерном фазовом пространстве. Орты фазового пространства в общем случае отображают исходную функцию и её производные по времени. В силу единственности решения дифференциального уравнения при необходимом наборе начальных условий фазовые траектории в пространстве "правильной" размерности не пересекаются [24]. Пересечение траекторий на реконструкциях фазовых портретов свидетельствует о "вынужденном" снижении размерности, например, при использовании метода главных компонент. Таким образом, взяв за основу одномерную временную выборку и проанализировав ее, получим полную картину поведения нашей системы.

Типичные зависимости доли ложных ближайших соседей от размерности пространства вложения для получаемых в эксперименте временных рядов первого пространственного момента для режимов слабых турбулентных возмущений представлен на Рис.4. Для обработки использовался пакет статистического анализа RStudio с дополнительными библиотеками `tseriesChaos` и `scatterplot3d`. Отметим практически пороговую зависимость доли ложных ближайших соседей от размерности вложения. Немонотонность зависимостей на Рис.4 в известных случаях связана с пространственной неоднородностью вертикальных течений на трассе. Регулярно большее значение размерности для вертикальных позиционных компонент пучка может быть объяснено большим числом влияющих на оптическую плотность внешних факторов, прежде всего солнечной радиации и сопровождающими её вертикальными градиентами температур. Оценка размерности пространства вложения необходима при отборе числа контролируемых независимых параметров системы для прогнозирования её эволюции на заданный интервал времени. Результат выполнения реконструкции размерности вложения может зависеть от интервала задержки при построении вектора состояния системы, особенно сильно такой эффект проявляется для недостаточно длинных временных рядов [1].

2 Фазовые портреты уравнений движения при различных режимах турбулентности

Статистические свойства рефракционной модуляции профиля коллимированного волнового пучка коррелируют со значением количественной характе-

ристики – параметром Рытова. Однако регистрируемая в экспериментальных тестах зависимость существенно нелинейна и может быть разделена на три области, как это показано на Рис.5 [25].

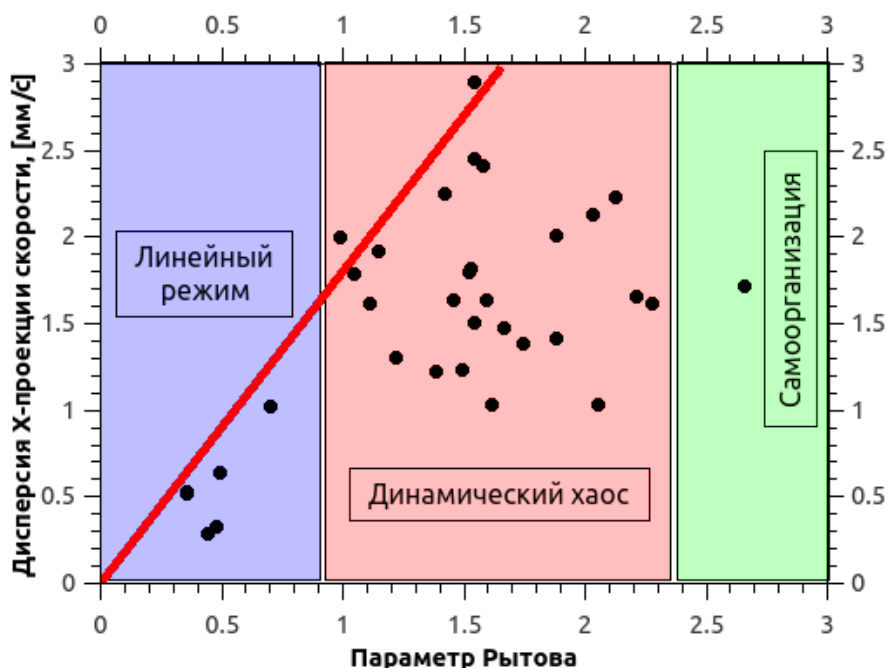


Рис. 5: Согласование значений параметра Рытова и дисперсии проекции горизонтальной скорости энергетического центра коллимированного пучка на выходе 1350 метровой трассы

В режиме слабых возмущений дисперсия всех контролируемых центральных пространственных моментов пропорциональна значению параметра Рытова. При переходе в область значений $\beta^2 \in [1, 2.5)$ исходная линейная аппроксимация становится фактически верхней асимптотикой области допустимых значений. При превышении значения $\beta^2 < 2.5$ наблюдается развитие режима когерентной турбулентности и фактически постоянное значение нормированной дисперсии центральных пространственных моментов.

Построим семейства фазовых траекторий на основе одномерной эквидистантной во времени выборки, создавая двумерные и трехмерные векторы с варьируемой временной задержкой между компонентами вектора [1; 26]:

$$\vec{R}^{(2)}[i] = (R[i], R[i - d]), \quad \vec{R}^{(3)}[i] = (R[i], R[i - d], R[i - 2d]). \quad (5)$$

Профиль фазовой траектории зависит от соотношения собственных частот анализируемой системы и шага дискретизации. При выполнении соотноше-

ний $\tau s \omega_i = \pi/2$ (где τ – временной интервал дискретизации, ω_i – одна из собственных частот), профиль фазовой траектории может приблизиться к эллипсу. Оптимальное значение интервала задержки выбираем по первому минимуму автокорреляционной функции исследуемого временного ряда или по положению локального минимума взаимной информации. Примеры 3D фазовых портретов для режимов турбулентности с тремя различными значениями параметра Рытова представлены на Рис.6 и Рис.7. Время задержки d для всех шести реконструкций составляет 10 мс, координаты компонент вектора указаны в миллиметрах. Отметим существенное различие топологии траекторий для горизонтальной и вертикальной проекций, хорошо выраженные собственные частотные компоненты при слабо развитой турбулентности на трассе, переход позиционных характеристик пучка в режим динамического хаоса для средней степени развития турбулентности и зарождение режима когерентной турбулентности при максимально высоких значениях параметра Рытова (из наблюдавшихся в эксперименте). В ряде задач информативны временные развертки 2D фазовых траекторий, позволяющие оценить время пребывания системы в заданном фазовом объеме, построить аппроксимации движения вблизи особых точек фазовых траекторий.

Структура 3D и 2D+T фазовых траекторий при различных значениях степени развития турбулентности на оптической трассе лишь частично отображает динамику интегральной модуляции оптической плотности из-за существенного снижения размерности пространства вложения со значений 4 - 5 - 6, как это следовало из оценки по методу ложных ближайших соседей, до значений 2 - 3, удобных для традиционной визуализации. Однако для количественной оценки пространственно-временных параметров рефракционного потенциал $V(\vec{r}, \vec{k}; t)$ следует использовать профили траекторий в пространстве соответствующей размерности. Свойства рефракционного потенциала отображаются в классе доступных решений, прежде всего в спектре собственных значений.

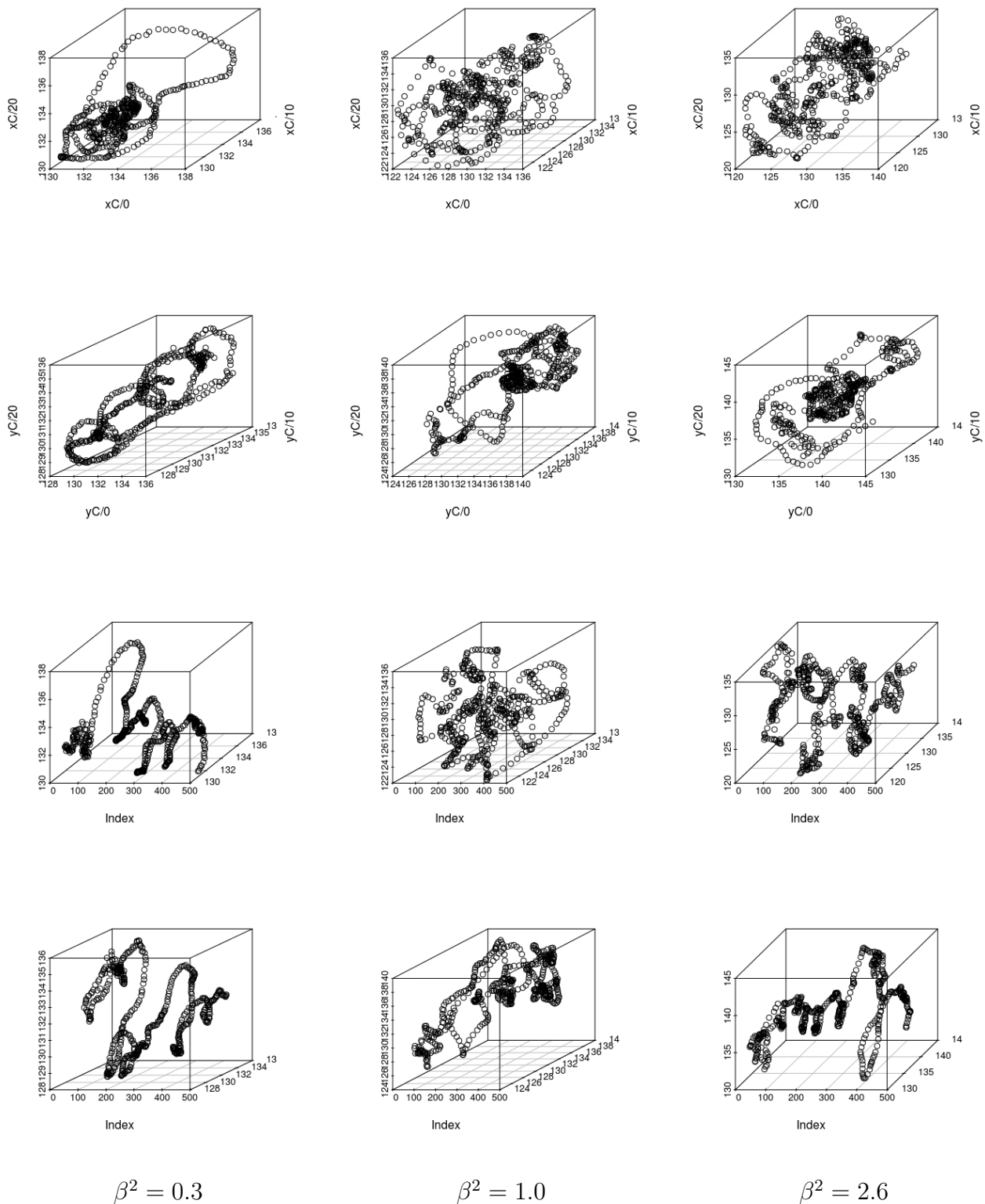


Рис. 6: Фазовые траектории для X (первый ряд), Y (второй ряд) и временные развертки для фазовых траекторий X (третий ряд) и Y (четвертый ряд) компонент первого пространственного момента при трех значениях β^2

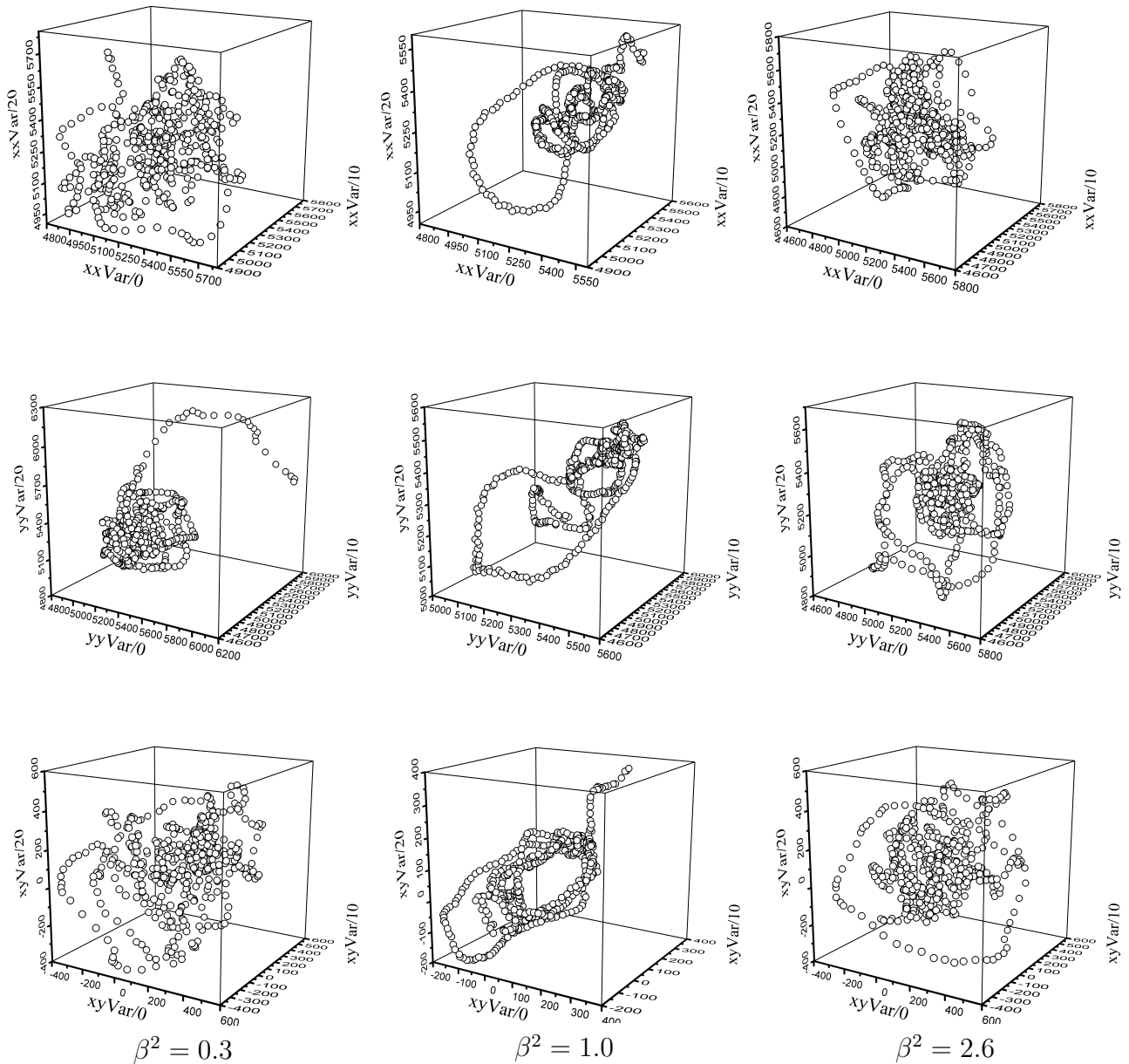


Рис. 7: Фазовые траектории для ХХ (первый ряд), YY (второй ряд) и ХУ (третий ряд) компонент вторых пространственных моментов при трех степенях развития турбулентности

3 Спектры времен возврата Пуанкаре для позиционных параметров

Повторяемость является фундаментальной характеристикой рассматриваемого типа динамических систем и была введена Пуанкаре в 1890 году. Фактически повторения следует определять, исходя из трех типов параметров:

- числом различных видов орбит фазовых траекторий,
- асимптотикой распределения и статистикой движения по допустимым орбитам,
- типами повторений.

Для рассматриваемой системы важен спектр времен возврата в заданную окрестность координаты фазового пространства. На Рис.8 представлены восстановленные спектры собственных значений по реконструированным фазовым траекториям. Использован метод сечения Пуанкаре в пространстве соответствующей размерности. Для каждой точки фазовой траектории определяем время возврата Пуанкаре, совокупность полученных времен в грубом приближении будем рассматривать как спектр доступных периодов возврата. При реконструкции фазовых траекторий и определения времен возврата использованы пятимерные пространства и различные значения степени развития турбулентности.

За исключением режима слабо развитой турбулентности, типичного для низкого уровня солнечной активности, отсутствия ветровой нагрузки; в полученных спектрах наблюдается кратное различие масштабов времени возврата Пуанкаре для горизонтальных и вертикальных компонент тензора вторых пространственных моментов. Относительно малое число значений времен возврата в представленных спектрах связано с ограничением числа обрабатываемых точек, продление регистрируемого временного ряда пропорционально увеличит "плотность" отображения фазового портрета и степенным образом увеличит число удовлетворяющих условиям возврата сечений. Характерные значения времен возврата принципиальны для принудительного управления пространственной структурой коллимированного волнового пучка, прежде всего углами наклона оси распространения или значениями первых пространственных моментов. Очевидно, что допустимое запаздывание

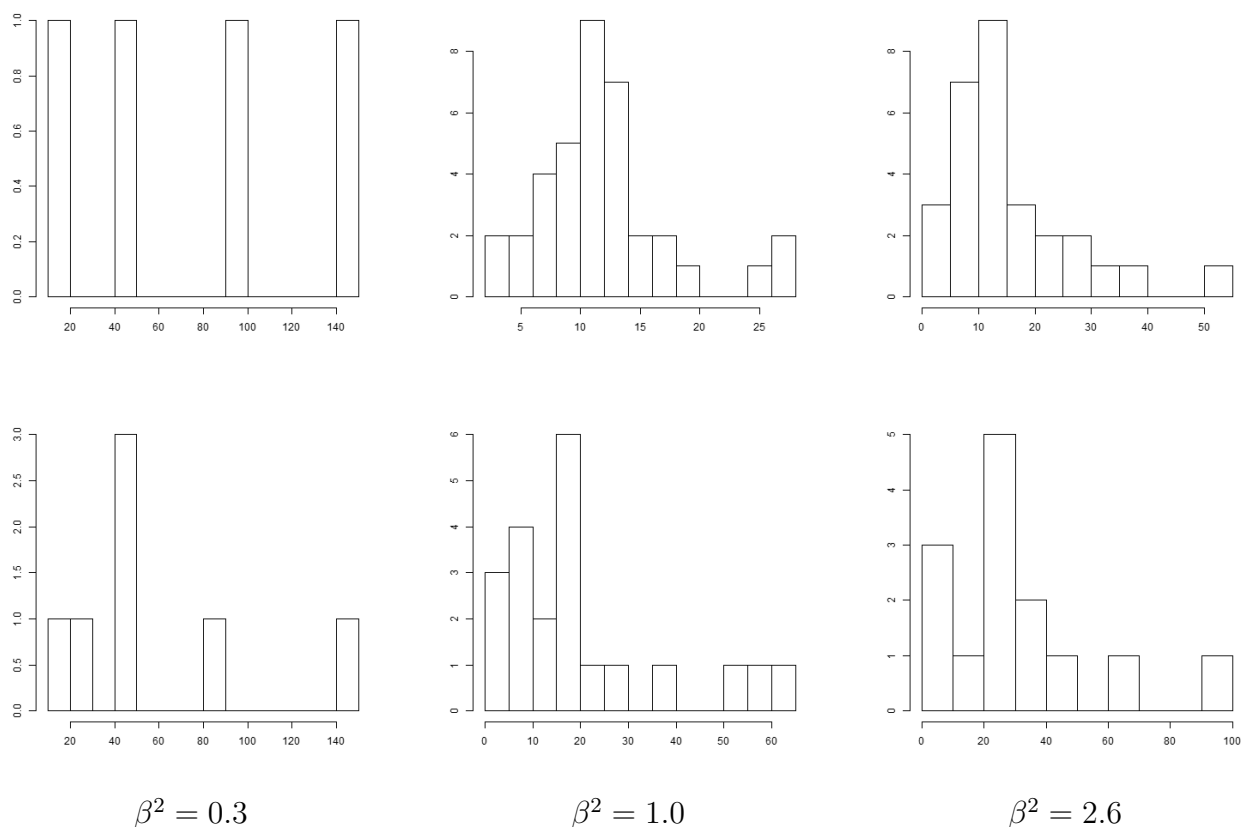


Рис. 8: Спектры времен возврата Пуанкаре для фазовых портретов вторых центральных пространственных моментов; верхний ряд – $xxVar$, нижний ряд $yyVar$; время возврата дано в миллисекундах

между моментом детектирования положения пучка и исполнением команды на коррекцию должно проходить на интервале, меньшем значения времени возврата. Это ограничение действует только на первые пространственные моменты, поскольку управление размерами сечения пучка, как правило, связано с согласованием размера пучка и фотоприемника и выполняется в начале проведения сеанса.

4 Карты хаоса первых пространственных моментов распределения интенсивности в режиме коррекции наклонов коллимированного пучка

Адаптивные системы коррекции наклонов лазерных пучков хорошо разработаны для различных типов прикладных задач, в том числе и задач для атмосферных трасс различной протяженности [27; 28]. Основным критерий эффективности работы системы опирается на статистику и динамику рассогласования ориентации пучка и рабочей оси системы. Разработка алгоритма

адаптивной коррекции даже в простейшей пропорциональной версии требует контроля профиля пучка, частоты опроса датчиков смещения и коэффициент обратной связи в уравнении процесса. На первом этапе экспериментального анализа заменим показания конечного числа датчиков смещения пучка полным набором значений матрицы распределения интенсивности. Установим два варьируемых параметра адаптивного алгоритма и один параметр для размера пучка. Размеры пучка будем изменять в диапазоне от 24-х мм до 80-ти мм в диаметре, перестраивая оптические параметры коллимирующей системы.

Описываемые экспериментальные результаты были получены в условиях слабо возмущенной атмосферы при значениях параметра Рытова не более 1.0 [29]. Частота опроса датчика смещения варьировалась в интервале от 10 Гц до 100 Гц с шагом 10 Гц, коэффициент обратной связи в адаптивном канале менялся в пределах $[0.1, 2]$, где единичный коэффициент соответствует полной компенсации регистрируемого смещения центра пучка за один такт позиционирования. Дискретное уравнение для проекций вектора $\vec{R} = (R_x, R_y)$ энергетического центра пучка запишем следующим образом:

$$\frac{R_i[n+1] - R_i[n]}{\Delta} = \frac{4}{S}(R_{0i} - R_i[n]) + N_i[n], \quad (6)$$

здесь Δ – интервал дискретизации, R_{0i} – координаты целевой точки на плоскости регистрации, S – предварительно калиброванный масштабный коэффициент адаптивного отклика, N_i – анизотропная шумовая рефракционная компонента. Начальное положение пучка для всех видеовыборок находилось в верхнем правом углу рабочего поля, в точке с координатами (128, 0), целевая координата соответствовала значению (64, 64).

Проанализируем изменение структуры 2D фазовых траекторий при фиксированных значениях частоты опроса датчиков смещения в 30 Гц и оптимальной группировке пучка в пятно диаметра 28 мм. На Рис.9 и Рис.10 показаны обработанные результаты экспериментальных выборок при изменении масштабного коэффициента в пределах от 2-х (избыточный отклик) до 28-ми (слабый отклик). Даже для простейшего алгоритма адаптивной коррекции наблюдается существенное различие фазовых портретов для горизонтального и вертикального направлений коррекции. При выбранной частоте

дискретизации и компактной группировке пучка в плоскости регистрации фазовые портреты для X-компоненты демонстрируют типичные для пропорционального алгоритма автоколебательный режим при малом значении шага коррекции и статическое смещение при большом [27; 28]. Для Y-компоненты автоколебательный режим для выбранной частоты и профиля пучка практически отсутствует. Как следует из представленных фазовых траекторий для горизонтальной компоненты, выбранный диапазон изменения шага отклика позволяет исследовать все три режима работы адаптивного алгоритма – автоколебательный в диапазоне шага отклика $S \in [2, 8]$, квазирегулярный $S \in [10, 20]$ и статического смещения $S \in [22, 28]$.

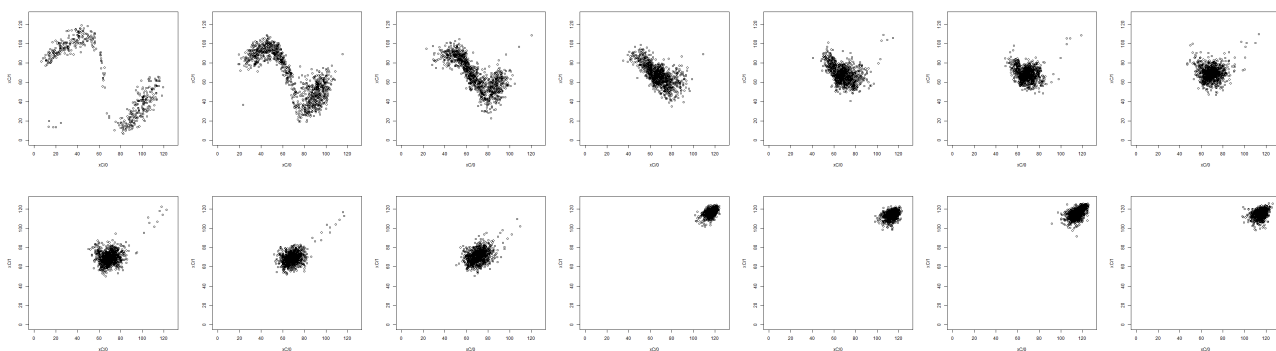


Рис. 9: Фазовые траектории для горизонтального направления коррекции при изменении шага отклика от 2-х до 24-х

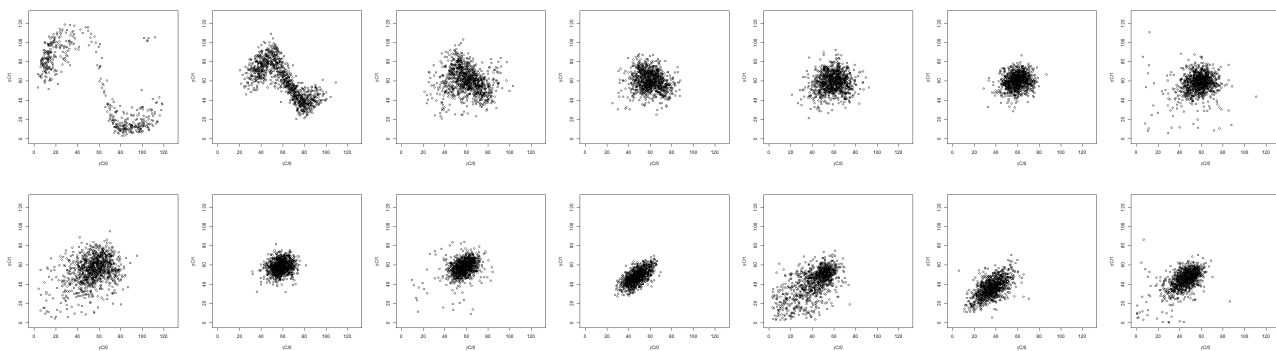


Рис. 10: Фазовые траектории для вертикального направления коррекции при изменении шага отклика от 2-х до 24-х

4.1 Вариация времени опроса и коррекции

Случайный нестационарный процесс вариации оптической плотности атмосферы имеет набор собственных частот, связанных как турбулентными течениями, так и акустическими индустриальными помехами. Возможно определить подобный спектр помех либо методами нелинейного время-частотного

анализа одномерных временных рядов для компонент вектора центра волнового пучка, либо через спектр времен возврата Пуанкаре для фазовой траектории пучка (без адаптивного воздействия).

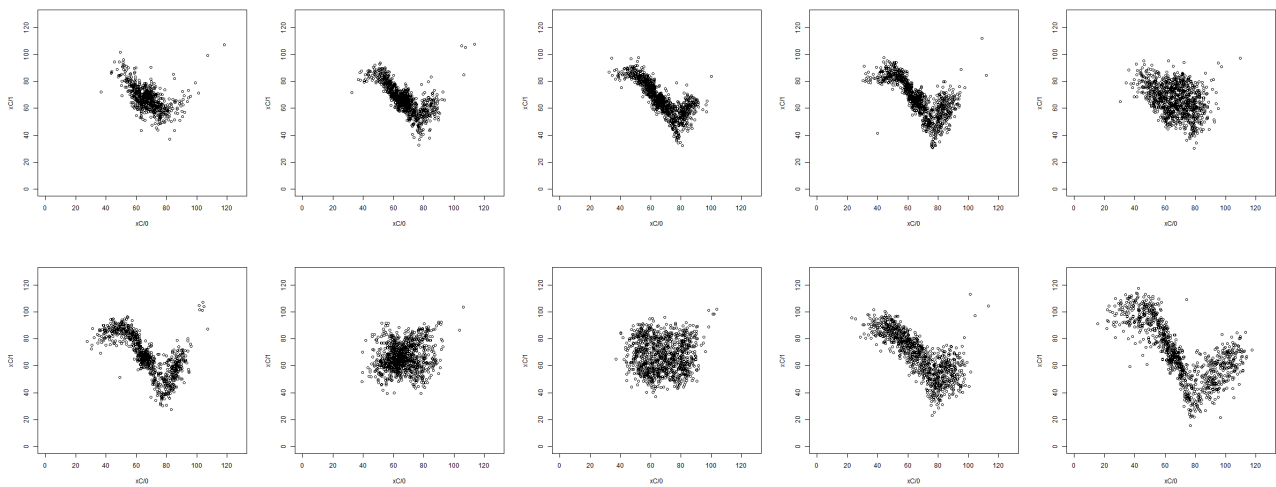


Рис. 11: Фазовые траектории для X-координаты при изменении частоты от 10 Гц до 100 Гц с шагом 10 Гц

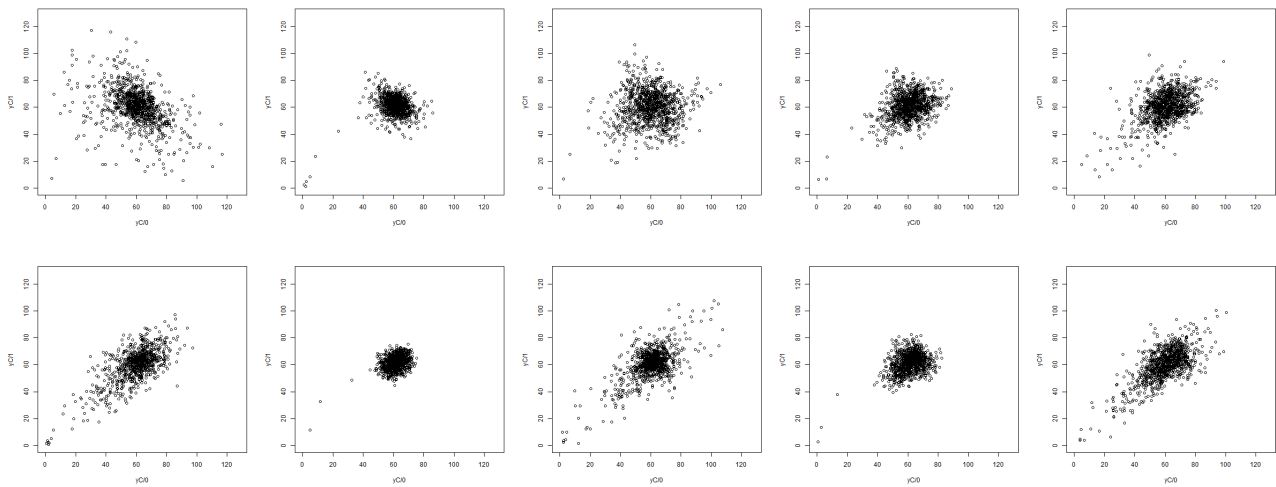


Рис. 12: Фазовые траектории для Y-координаты при изменении частоты от 10 Гц до 100 Гц с шагом 10 Гц

На Рис.11 и Рис.12 представлены фазовые траектории для горизонтальной и вертикальной компонент смещения при значении частот от 10 Гц до 100 Гц с шагом в 10 Гц. Группировка пучка выбрана такой-же, как и при анализе отклика на вариацию масштабного коэффициента коррекции – 28 мм в диаметре, масштаб коррекции – 6. Частота нарастает слева направо сверху вниз. Характерной особенностью наблюдаемых фазовых портретов можно считать чередование регулярных автоколебательных и неустойчивых хаотических ре-

жимов для горизонтальной компоненты и хаотических и регулярных квази-стационарных устойчивых для вертикальной компоненты.

4.2 Вариация линейного размера пучка

Линейный размер пучка в ряде случаев может быть управляемым параметром, как и угол распространения. Подобные преобразования позволяет выполнить используемая в эксперимента система наведения и фокусировки гауссова волнового пучка, перестраивающая позиции линзовой группы с точностью до длины волны используемого излучения [30]. При работе вблизи перетяжки волнового пучка возможно сформировать в плоскости наблюдения пятно различного размера. При этом пятно может быть, как существенно меньше размеров регистратора, так и полностью покрывать его.

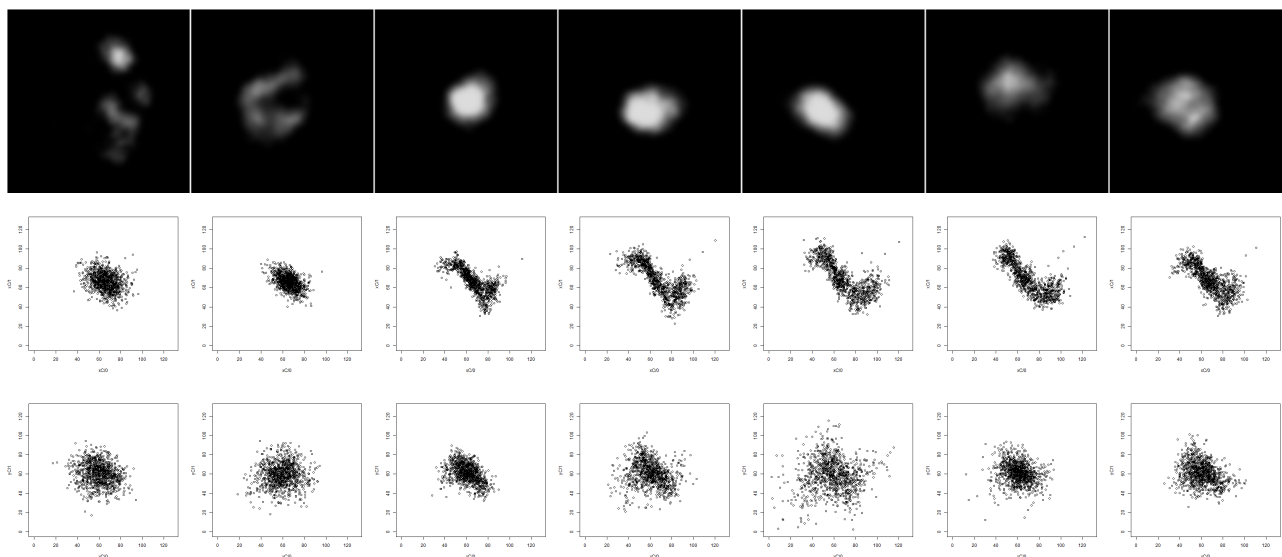


Рис. 13: Примеры кадров видеовыборки (верхний ряд), фазовые траектории для горизонтального смещения (средний ряд) и вертикального смещения (нижний ряд)

Манипуляция размерами пятна разумна в условиях относительно слабой турбулентности, при которой рефракционное расплывание относительно мало. Но даже при спокойной атмосфере на протяженной трассе с уширенными пучками в их сечении возникает локальная спекл-структура, порожденная стохастическими искажениями волнового фронта. [31]. Именно такой процесс можно наблюдать на двух левых мгновенных распределениях интенсивности на верхней строке Рис.13 (левый верхний). В условиях промышленных помех к случайным рефракционным искажениям зачастую примешиваются

регулярные с характерным спектром в области низких акустических частот. В подобной ситуации разумно дополнить первичный адаптивный корректор частотно-селективным каскадом, вырезающим регулярную помеху.

5 Геометрия детекторов положения пучка

Представленные экспериментальные результаты получены в приближении "идеального" мультиканального сенсора, фиксирующего матрицу значений мгновенного распределения интенсивности и передающего адаптивному процессу значение смещения центра пучка с малым временным запаздыванием, не более 10 миллисекунд. Реальная ситуация не позволяет снимать значения со всего рабочего поля детектора излучения. Наиболее распространены варианты квадрантного и периферийного или лепесткового детекторов. Число параллельно действующих каналов ограничено временем принятия решения и пропускной способностью канала обратной связи. В экспериментальной реализации были протестированы два геометрических типа размещения датчиков – центрованный квадратный детектор различной апертуры и восьмилепестковый периферийный детектор с различным разнесением лепестков заданного размера.

Для различных реализаций пучка сохраняются основные свойства корреляционных характеристик детекторов различной геометрии:

- различие значения корреляции для вертикальных и горизонтальных компонент смещения пучка от центра рабочей площадки,
- существование оптимального радиуса разнесения лепестков от центра для конкретного состояния турбулентного возмущения атмосферы.

Результаты сравнения процесса адаптивной коррекции положения центра пучка для квадрантной и периферийной геометрии размещения датчиков представлены на Рис.14. На первой и третьей строках отображены последовательности состояния пучка на плоскости регистрации с частотой следования кадров 30 Гц, соответствующей частоте дискретизации адаптивного алгоритма. Первый и второй столбцы фазовых портретов соответствуют горизонтальной и вертикальной компонентам смещения центра пучка, третий и четвертый столбцы – аналогичные смещения при работе пропорционального

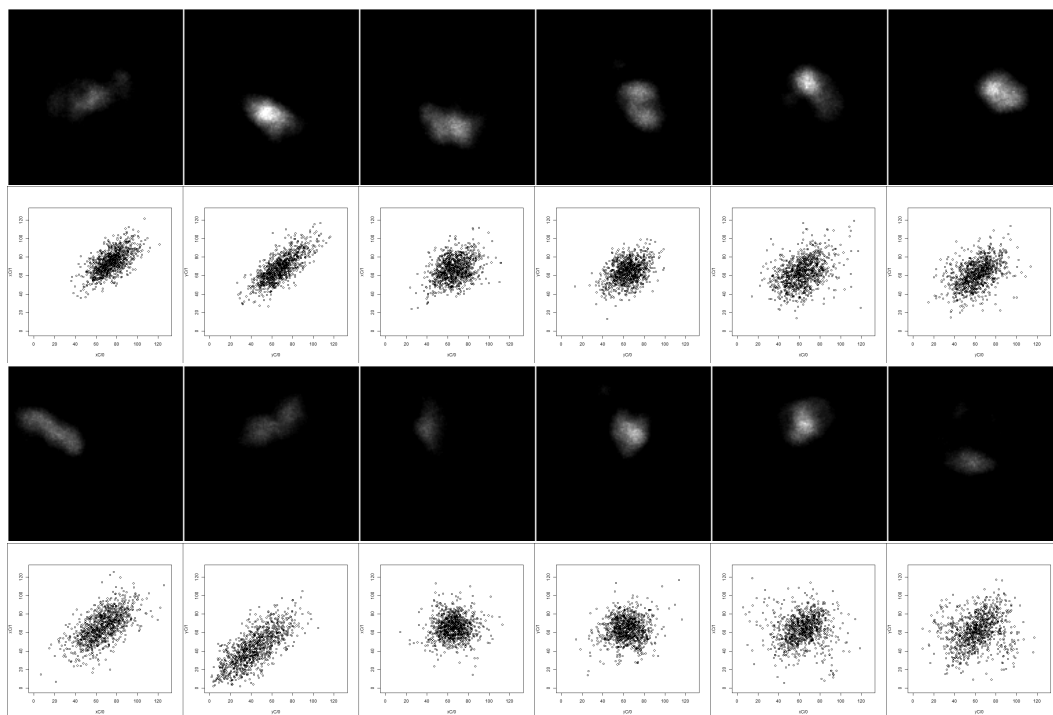


Рис. 14: Примеры последовательностей кадров видеовыборок (первый и третий ряды) и соответствующие им фазовые портреты (второй и четвертый ряды)

адаптера для квадратного детектора, пятый и шестой столбцы – для восьмилепесткового периферийного детектора. Как показывает сравнительный анализ работы адаптивного корректора с различной геометрией датчиков в широком диапазоне значений масштабного коэффициента коррекции S , интервала дискретизации Δ и при различных размерах пятна, периферийное детектирование имеет низкий порог срыва в автоколебательный и хаотический режимы. Дисперсия функции распределения для координат центра пучка при квадрантном позиционировании существенно меньше, нежели при периферийном. Однако периферийное детектирование практически исключает статическое смещение центра пучка в значимом диапазоне настроек адаптивного корректора.

Заключение

Восстановленные из временных рядов первых пространственных моментов распределения интенсивности в плоскости регистрации значения размерности пространства вложения хорошо согласуются с аналогичной характеристикой, получаемой для временных рядов скорости аэродинамических течений

в данной точке пространства. Установлено существенное различие фазовых портретов и значений размерности пространства вложения для вертикальных и горизонтальных компонент первого пространственного момента. Рассмотрено качественное отличие фазовых портретов, реализуемых при ламинарных течениях, когерентной турбулентности. Выполнена предварительная оценка спектров времен возврата Пуанкаре. Реконструкция и анализ фазовых портретов для стационарных режимов и фазовых траекторий для нестационарных могут быть положены в основу метода визуального контроля динамических режимов пространственно-временных аббераций пучка и классификации состояний нестационарной и неравновесной атмосферы.

Результаты экспериментального исследования процесса адаптивной коррекции первых пространственных моментов распределения интенсивности пучка на выходе протяженной трассы позволяют сформулировать ряд утверждений о стохастических и динамических свойствах процесса, – динамика и статистика рефракционных искажений в горизонтальном и вертикальном направлениях протяженной трассы существенно различаются, соответственно должны отличаться настройки алгоритмов адаптивной коррекции для ортогональных направлений; перестройка частоты опроса детекторов положения пучка и выполнения корректирующих процедур выявляет множественные смены режимов движения центра пучка (локализованного вблизи центра регистратора, автоколебательного, стохастического), связанные со структурой низкочастотной компоненты спектра смещений пятна в диапазоне до 100 Гц; регулярные и спонтанные изменения размера регистрируемого пятна под действием рефракционных помех приводят к сменам режимов движения центра пучка.

Литература

1. Sauer T., Yorke J. A., Casdagli M. Embedology // *Statistical Physics*. — 1991. — Vol. 65. — Pp. 579–616.
2. Ruelle D., Takens F. On the nature of turbulence // *Communications in mathematical physics*. — 1971. — Vol. 20. — Pp. 167–192.
3. Hasegawa A., MacLennan C., Kodama Y. Nonlinear behavior and turbulence spectra of drift waves and Rossby waves // *The Physics of Fluids*. — 1979. —

Vol. 22. — Pp. 2122–2129.

4. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence. — Berlin: Springer, 1981. — P. 381.
5. Wolf A., Swift J., Swinney H. Determining Lyapunov exponents from a time series // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. — 1985. — Vol. 16. — Pp. 285–317.
6. Ruelle D. Strange attractors // *The Mathematical Intelligencer*. — 1980. — Vol. 2. — Pp. 126–137.
7. Casdagli M. Nonlinear prediction of chaotic time series // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. — 1989. — Vol. 35. — Pp. 335–356.
8. Temam R. Navier-Stokes equations and nonlinear functional analysis. — Philadelphia: Siam, 1987. — P. 160.
9. Sagaut P., Cambon C. Homogeneous turbulence dynamics. — Berlin: Springer, 2008. — P. 481.
10. Fraedrich K. Estimating the dimensions of weather and climate attractors // *Journal of the atmospheric sciences*. — 1986. — Vol. 43. — Pp. 419–432.
11. Hoover W. Canonical dynamics: equilibrium phase-space distributions // *Physical review A*. — 1985. — Vol. 31. — Pp. 1–3.
12. Trahan C., Wyatt R. Evolution of classical and quantum phase-space distributions: A new trajectory approach for phase space hydrodynamics // *The Journal of chemical physics*. — 2003. — Vol. 119. — Pp. 7017–7029.
13. van der Veen R., Huisman S., Dung O. Exploring the phase space of multiple states in highly turbulent Taylor-Couette flow // *Physical review fluids*. — 2016. — Vol. 1. — Pp. 1–14.
14. Berera A., Ho R. Chaotic properties of a turbulent isotropic fluid // *Physical Review Letters*. — 2018. — Vol. 120. — Pp. 1–5.
15. Lacorata G., Vulpiani A. Chaotic Lagrangian models for turbulent relative dispersion // *Physical Review E*. — 2017. — Vol. 95. — Pp. 1–9.
16. Hilborn R. Chaos and nonlinear dynamics: an introduction for scientists and engineers. — Oxford University Press on Demand, 2000. — P. 654.

17. Thompson J., Stewart H. Nonlinear dynamics and chaos. — NY: John Wiley & Sons, 2002. — P. 458.
18. Gutman Y., Qiao Y., Szabo G. The embedding problem in topological dynamics and Takens' theorem // Nonlinearity. — 2018. — Vol. 31. — Pp. 1–25.
19. Harnack D., Laminski E., Schunemann M. Topological Causality in Dynamical Systems // Physical review letters. — 2017. — Vol. 119. — Pp. 1–5.
20. Jiang H., He H. State space reconstruction from noisy nonlinear time series: An autoencoder-based approach // Neural Networks (IJCNN). — 2017. — Pp. 3191–3198.
21. Kapranov V.V., Matsak I.S., Blank A.V., et al. Atmospheric turbulence effects on the performance of the laser wireless power transfer system // Free-Space Laser Communication and Atmospheric Propagation XXIX. — 2017. — Vol. 10096. — Pp. 1–13.
22. Arsenyan T.I., Grebennikov D. Yu., Sukhareva N.A., et al. Reconstruction of phase trajectories of a laser beam propagated through a turbulent medium // Atmospheric and Oceanic Optics. — 2014. — Vol. 27. — Pp. 205–210.
23. Babanin E.A., Kapranov V.V., Suhareva N.A., et al. Space-temporal stochastic characteristics of complex amplitude for the sounding vector optical beam // 2017 Progress In Electromagnetics Research Symposium-Spring (PIERS). — 2017. — Pp. 902–908.
24. Deyle E. R., Sugihara G. Generalized theorems for nonlinear state space reconstruction // PLoS One. — 2011. — Vol. 6. — Pp. 1–8.
25. Babanin E. A., Blank A.V., Nasonov A. A., et al. Profile management of astigmatic energy-carrying collimated beam // Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. — 2019. — Pp. 1–13.
26. Noakes L. The Takens embedding theorem // International of Bifurcation and Chaos. — 1991. — Vol. 1. — Pp. 867–872.
27. Pikulev S., Semenkov V., Chernykh A. Tests of an adaptive optical system on a model atmospheric turbulent path // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. — 2012. — Vol. 48. — Pp. 166–173.

28. Tomashevsky A. I., Kapranov M. V. Fractal properties of chaotic dynamical systems in reverse time and its applications // International Conference Physics and Control. — 2005. — Pp. 443–446.
29. Blank A.V., Kapranov V.V., Mikhailov R.V., et al. Non-linear dynamics of positional parameters of the collimated coherent beam at the end of the long atmospheric path // Progress In Electromagnetics Research Symposium-Spring. — 2017. — Pp. 708–714.
30. Matsak I.S., Kapranov V.V., Tugaenko V. Yu. Super narrow beam shaping system for remote power supply at long atmospheric paths // Laser Resonators, Microresonators, and Beam Control XIX. — 2017. — Vol. 10090. — Pp. 1–12.
31. Klyatskin V. I. Stochastic Equations: Theory and Applications in Acoustics, Hydrodynamics, Magnetohydrodynamics, and Radiophysics, Coherent Phenomena in Stochastic Dynamic Systems. — Berlin: Springer, 2016. — P. 491.

Для цитирования:

Бланк А.В., Сухарева Н.А. Фазовые портреты пространственных моментов коллимированного волнового пучка в управляемом и свободном режимах. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. № 11. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/nov19/9/text.pdf> DOI 10.30898/1684-1719.2019.11.9