

УДК 621.391

ПЕРЕДАЧА ДВОИЧНЫХ СООБЩЕНИЙ ПЕРЕКРЫВАЮЩИМИСЯ СИГНАЛАМИ

В. А. Вершинин

Рыбинский государственный авиационный технический университет
им. П. А. Соловьева, 152934, г. Рыбинск Ярославской обл., ул. Пушкина, 53

Статья поступила в редакцию 16 августа 2017 г.

Аннотация. В работе рассматривается передача двоичных сообщений. Элементы двоичного сообщения следуют с интервалом T_0 . Перед передачей двоичное сообщение делится на блоки. Блок состоит из двух элементов сообщения. Блоки поступают для передачи с интервалом $2T_0$. Для передачи каждого элемента блока используются противоположные элементарные сигналы длительностью $T = 4T_0$. Таким образом, передаваемые элементарные сигналы перекрываются во времени. Элементарные сигналы, соответствующие элементам блока, полностью перекрываются во времени. Элементарные сигналы, соответствующие элементам соседних блоков перекрываются на величину $T/2$. Определена полоса частот, занимаемая передаваемым сигналом. Эта полоса равна $2.36/T$. Предполагалось, что в указанной полосе частот сосредоточено 99% мощности сигнала. Прием элементов сообщения осуществляется исходя из линейной независимости элементарных сигналов. Произведена оценка помехоустойчивости передачи при воздействии помехи в виде белого шума. Предлагаемый способ передачи двоичного сообщения позволяет получить достаточно хорошую частотную эффективность без использования формирователя спектра. Частотная эффективность (отношение полосы частот к скорости передачи элементов двоичного сообщения) равна 0.59. Предлагаемый способ передачи при определенных условиях можно считать альтернативой квадратурной амплитудной модуляции.

Ключевые слова: перекрывающиеся сигналы, полоса частот, помехоустойчивость.

Abstract. This paper considers the transmission of binary messages. Elements of binary messages follow with an interval of T_0 . Before sending the binary message is divided into blocks. The unit consists of two message elements. Blocks arrive for transmission with an interval $2T_0$. For each transmission of a block element opposite elementary signal with duration $T = 4T_0$ are used. Thus, the transmitted elementary signals overlap in time. Elementary signals corresponding to unit elements fully overlap in time. Elementary signals corresponding to elements of neighboring blocks overlap by the amount $T/2$. We determined the frequency band occupied by the transmitted signal. This frequency band is equal to $2.36/T$. 99% of the signal power is concentrated in this frequency band. The reception of message elements was carried out on the basis of linear independence of the elementary signals. The estimation of the noise immunity of transmission was carried out for the case of interference in the form of white noise. The proposed method of transmitting binary messages allows one to obtain good frequency efficiency without the use of a spectrum shaper. Frequency efficiency (the ratio of the bandwidth to the speed of transmission of binary message elements) is equal to 0.59. The proposed method of transfer, under certain conditions, can be considered as an alternative to quadrature amplitude modulation.

Key words: overlapping signals, frequency band, noise immunity.

1. Передача

Под двоичным сообщением будем понимать последовательность элементов, поступающих для передачи с интервалом T_0 . Элемент сообщения может принимать два значения 0 или 1. Перед передачей двоичное сообщение делится на блоки, каждый из которых состоит из двух элементов сообщения. Блоки поступают для передачи с интервалом $2T_0$.

Предлагается для передачи элементов блока использовать следующие сигналы длительностью $T = 4T_0$:

$$c(t) = \frac{A}{2} [\cos 2\pi Kt/T + \cos 2\pi(K+1)t/T] \left[1\left(t + \frac{T}{2}\right) - 1\left(t - \frac{T}{2}\right) \right]; \quad (1)$$

$$s(t) = \frac{A}{2} \left[\sin 2\pi Kt/T + \sin 2\pi(K+1)t/T \right] \left[1\left(t + \frac{T}{2}\right) - 1\left(t - \frac{T}{2}\right) \right].$$

Здесь A – амплитуда огибающей; K – целое положительное число, определяющее положение полосы частот, занимаемой сигналом; $1(t)$ – единичная ступенчатая функция. Сигнал вида (1) был предложен в [1]. На рис. 1 показан в нормированном виде сигнал $c(t)$, а на рис. 2 – сигнал $s(t)$ при $K = 2$.

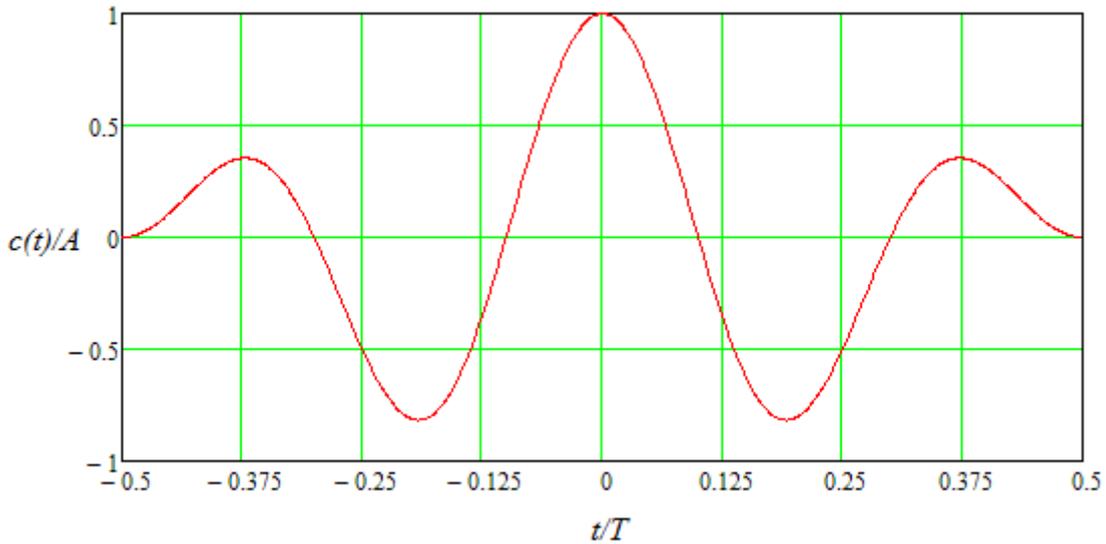


Рис. 1. Нормированный сигнал $c(t)$

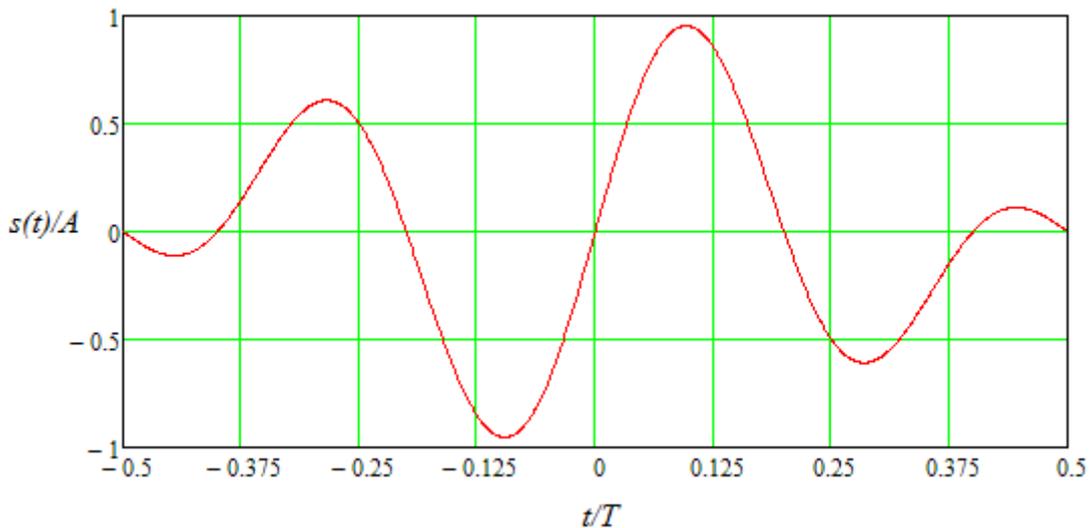


Рис. 2. Нормированный сигнал $s(t)$

Передаваемый сигнал формируется в виде:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[a_n c\left(t - n\frac{T}{2}\right) + b_n s\left(t - n\frac{T}{2}\right) \right], \quad (2)$$

где a_n и b_n принимают значения 1 или -1 в зависимости от значений 0 или 1 элементов n -го блока;

Если рассмотреть сигнал (2) на интервале $-\frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2}$, то

$$y(t) = a_{-1}c\left(t + \frac{T}{2}\right) + b_{-1}s\left(t + \frac{T}{2}\right) + a_0c(t) + b_0s(t) + a_1c\left(t - \frac{T}{2}\right) + b_1s\left(t - \frac{T}{2}\right). \quad (3)$$

На этом интервале полностью реализован сигнал $a_0c(t) + b_0s(t)$, связанный с передачей блока, состоящего из элементов a_0 и b_0 . Сигнал $a_{-1}c\left(t + \frac{T}{2}\right) + b_{-1}s\left(t + \frac{T}{2}\right)$ передает элементы a_{-1} и b_{-1} предыдущего блока, он на рассматриваемом интервале реализован частично и на интервале $-\frac{T}{2} \leq t < 0$ перекрывается с сигналом $a_0c(t) + b_0s(t)$. Сигнал $a_1c\left(t - \frac{T}{2}\right) + b_1s\left(t - \frac{T}{2}\right)$ передает элементы a_1 и b_1 следующего блока, он на рассматриваемом интервале реализован частично и на интервале $0 \leq t < \frac{T}{2}$ перекрывается с сигналом $a_0c(t) + b_0s(t)$.

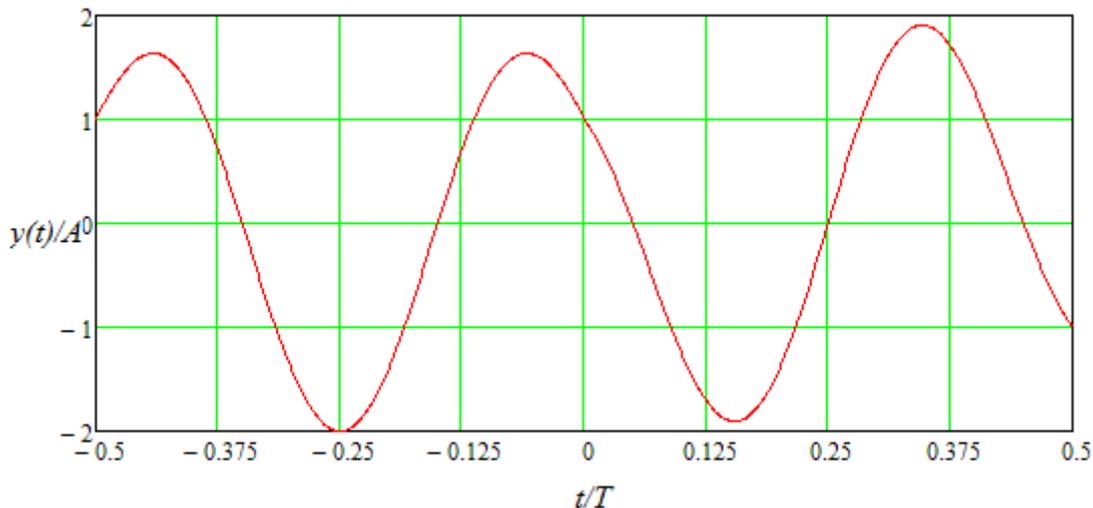


Рис. 3. Нормированная реализация сигнала

На рис. 3 приведена реализация сигнала $y(t)$ при $a_{-1}=1$, $b_{-1}=1$, $a_0=1$, $b_0=-1$, $a_1=-1$, $b_1=-1$.

Целью данной работы является исследование эффективности описанного выше способа передачи двоичных сообщений.

2. Прием

На интервале $0 \leq t < \frac{T}{2}$ рассмотрим базис сигнала (3):

$$e_1(t) = \frac{1}{A}c(t)l(t), \quad e_2(t) = \frac{1}{A}c\left(t - \frac{T}{2}\right)\left[1(t) - 1\left(t - \frac{T}{2}\right)\right],$$

$$e_3(t) = \frac{1}{A}s(t)l(t), \quad e_4(t) = \frac{1}{A}s\left(t - \frac{T}{2}\right)\left[1(t) - 1\left(t - \frac{T}{2}\right)\right].$$

Используя методику, приведенную в [2], определим взаимный базис в виде

$$g_1(t) = x_{11}e_1(t) + x_{12}e_2(t) + x_{13}e_3(t) + x_{14}e_4(t),$$

$$g_2(t) = x_{21}e_1(t) + x_{22}e_2(t) + x_{23}e_3(t) + x_{24}e_4(t),$$

$$g_3(t) = x_{31}e_1(t) + x_{32}e_2(t) + x_{33}e_3(t) + x_{34}e_4(t),$$

$$g_4(t) = x_{41}e_1(t) + x_{42}e_2(t) + x_{43}e_3(t) + x_{44}e_4(t),$$

где

$$\begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \end{bmatrix} = R^{-1} \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \\ x_{24} \end{bmatrix} = R^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_{31} \\ x_{32} \\ x_{33} \\ x_{34} \end{bmatrix} = R^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_{41} \\ x_{42} \\ x_{43} \\ x_{44} \end{bmatrix} = R^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix},$$

$$R = \begin{bmatrix} \int_0^{T/2} e_1(t)e_2(t)dt & \int_0^{T/2} e_1(t)e_2(t)dt & \int_0^{T/2} e_1(t)e_3(t)dt & \int_0^{T/2} e_1(t)e_4(t)dt \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \int_0^{T/2} e_2(t)e_2(t)dt & \int_0^{T/2} e_2(t)e_2(t)dt & \int_0^{T/2} e_2(t)e_3(t)dt & \int_0^{T/2} e_2(t)e_4(t)dt \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \int_0^{T/2} e_3(t)e_2(t)dt & \int_0^{T/2} e_3(t)e_3(t)dt & \int_0^{T/2} e_3(t)e_3(t)dt & \int_0^{T/2} e_3(t)e_4(t)dt \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \int_0^{T/2} e_4(t)e_2(t)dt & \int_0^{T/2} e_4(t)e_4(t)dt & \int_0^{T/2} e_4(t)e_3(t)dt & \int_0^{T/2} e_4(t)e_4(t)dt \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

При $K = 2$

$$\begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.504 \\ 2.103 \\ -2.294 \\ 5.045 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \\ x_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.103 \\ 7.504 \\ -5.045 \\ 2.294 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_{31} \\ x_{32} \\ x_{33} \\ x_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.294 \\ -5.045 \\ 7.504 \\ -2.103 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_{41} \\ x_{42} \\ x_{43} \\ x_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.045 \\ 2.294 \\ -2.103 \\ 7.504 \end{bmatrix}.$$

Нетрудно заметить, что взаимный базис для базиса сигнала (3) на интервале $\frac{T}{2} \leq t < 0$ можно представить в виде:

$$g_1\left(t + \frac{T}{2}\right), g_2\left(t + \frac{T}{2}\right), g_3\left(t + \frac{T}{2}\right), g_4\left(t + \frac{T}{2}\right).$$

Тогда сигналы

$$v(t) = g_1(t) + g_2\left(t + \frac{T}{2}\right), w(t) = g_3(t) + g_4\left(t + \frac{T}{2}\right)$$

обладают следующими свойствами:

$$\int_{-T/2}^{T/2} y(t)v(t)dt = a_0AT, \int_{-T/2}^{T/2} y(t)w(t)dt = b_0AT. \quad (4)$$

На основании этих свойств осуществляется прием элементов двоичного сообщения. На рис. 4 показан в нормированном виде сигнал $v(t)$, а на рис. 5 – сигнал $w(t)$ при $K = 2$.

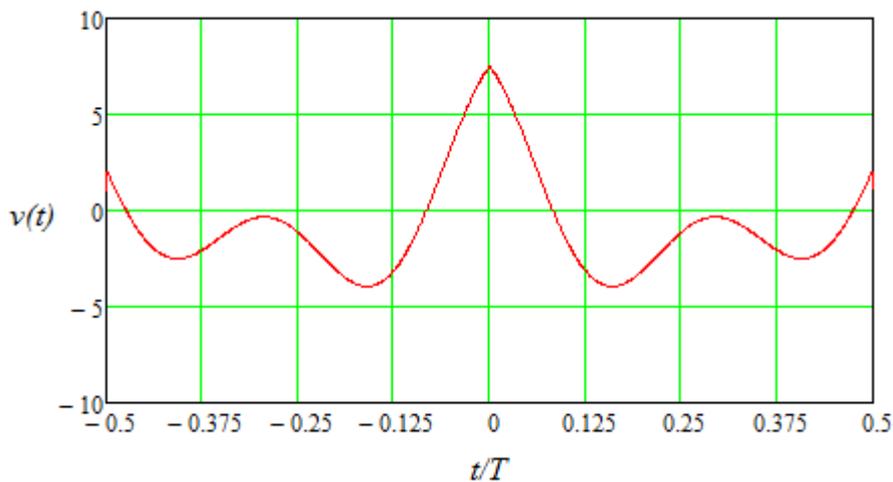


Рис. 4. Нормированная реализация сигнала $v(t)$

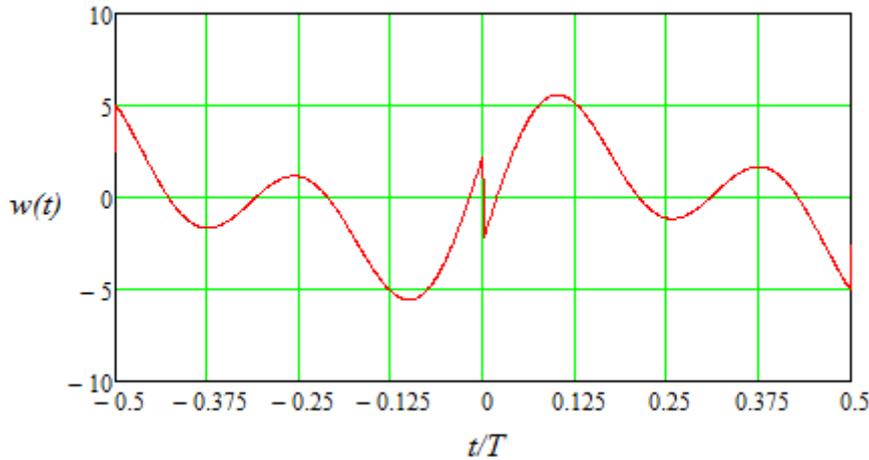


Рис. 5. Нормированная реализация сигнала $w(t)$

3. Полоса частот, занимаемая сигналом

Сигнал (2) можно представить следующим образом:

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) + y_4(t), \quad (5)$$

$$\text{где } y_1(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{2i} c(t - iT), \quad y_2(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_{2i} s(t - iT),$$

$$y_3(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{2i-1} c\left[t - \left(i - \frac{1}{2}\right)T\right], \quad y_4(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_{2i-1} s\left[t - \left(i - \frac{1}{2}\right)T\right].$$

Здесь a_{2i} и b_{2i} – элементы блока с четным номером, a_{2i-1} и b_{2i-1} – элементы блока с нечетным номером. Каждый из сигналов $y_1(t)$, $y_2(t)$, $y_3(t)$ и $y_4(t)$ состоит из последовательности неперекрывающихся во времени элементарных сигналов.

Будем считать элементы двоичного сообщения независимыми случайными величинами, принимающими значения 0 или 1 с равной вероятностью. Тогда $y_1(t)$, $y_2(t)$, $y_3(t)$ и $y_4(t)$ являются независимыми случайными сигналами. Определим полосу частот F , занимаемую сигналом (5), исходя из спектральной плотности мощности этого сигнала $S(f)$, где f – частота. При этом будем считать, что в полосе частот F должно быть сосредоточено 99% мощности сиг-

$$\text{нала } P = \int_0^{\infty} S(f) df. \text{ Тогда}$$

$$F = f_2 - f_1, \quad (6)$$

где f_1 и f_2 – нижняя и верхняя граничные частоты определяются из выраже-

$$\text{ний: } \int_0^{f_1} S(f)df = 0.005P; \int_{f_2}^{\infty} S(f)df = 0.005P.$$

$$\text{Спектральная плотность мощности } S(f) = S_1(f) + S_2(f) + S_3(f) + S_4(f),$$

где $S_1(f)$, $S_2(f)$, $S_3(f)$ и $S_4(f)$ – спектральные плотности мощности сигналов $y_1(t)$, $y_2(t)$, $y_3(t)$ и $y_4(t)$ соответственно. Нетрудно заметить, что $S_1(f) = S_3(f)$, а $S_2(f) = S_4(f)$, тогда

$$S(f) = 2S_1(f) + 2S_2(f) \quad (7)$$

Спектральная плотность мощности $S_1(f)$ и $S_2(f)$ могут быть определены по формулам [1]:

$$S_1(f) = \frac{2}{T} |C(f)|^2; \quad S_2(f) = \frac{2}{T} |S(f)|^2,$$

где $C(f) = \int_{-T/2}^{T/2} c(t)e^{-j2\pi ft} dt$ и $S(f) = \int_{-T/2}^{T/2} s(t)e^{-j2\pi ft} dt$ – спектральные плотности сигнала $c(t)$ и $s(t)$.

Тогда можно получить:

$$S_1(f) = \frac{A^2 T}{8} \left\{ \left[\frac{\sin \pi(fT - K)}{\pi(fT - K)} + \frac{\sin \pi(fT + K)}{\pi(fT + K)} + \frac{\sin \pi(fT - K - 1)}{\pi(fT - K - 1)} + \frac{\sin \pi(fT + K + 1)}{\pi(fT + K + 1)} \right]^2 \right\},$$

$$S_2(f) = \frac{A^2 T}{8} \left\{ \left[\frac{\sin \pi(fT - K)}{\pi(fT - K)} - \frac{\sin \pi(fT + K)}{\pi(fT + K)} + \frac{\sin \pi(fT - K - 1)}{\pi(fT - K - 1)} - \frac{\sin \pi(fT + K + 1)}{\pi(fT + K + 1)} \right]^2 \right\},$$

$$S(f) = \frac{A^2 T}{4} \left\{ \left[\frac{\sin \pi(fT - K)}{\pi(fT - K)} + \frac{\sin \pi(fT + K)}{\pi(fT + K)} + \frac{\sin \pi(fT - K - 1)}{\pi(fT - K - 1)} + \frac{\sin \pi(fT + K + 1)}{\pi(fT + K + 1)} \right]^2 + \left[\frac{\sin \pi(fT - K)}{\pi(fT - K)} - \frac{\sin \pi(fT + K)}{\pi(fT + K)} + \frac{\sin \pi(fT - K - 1)}{\pi(fT - K - 1)} - \frac{\sin \pi(fT + K + 1)}{\pi(fT + K + 1)} \right]^2 \right\}. \quad (7)$$

Средняя мощность сигнала $y(t)$ равна $P = \int_0^{\infty} S(f) df = A^2$, его амплитуда

$2A$, а пик-фактор $\frac{2A}{\sqrt{P}} = 2$.

На рис. 4 показана нормированная зависимость $S(f)$, полученная с использованием (7) при $K = 2$. Здесь $W = \sigma^2 T = A^2 T$ – средняя энергия сигнала $y(t)$ на интервале $-\frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2}$.

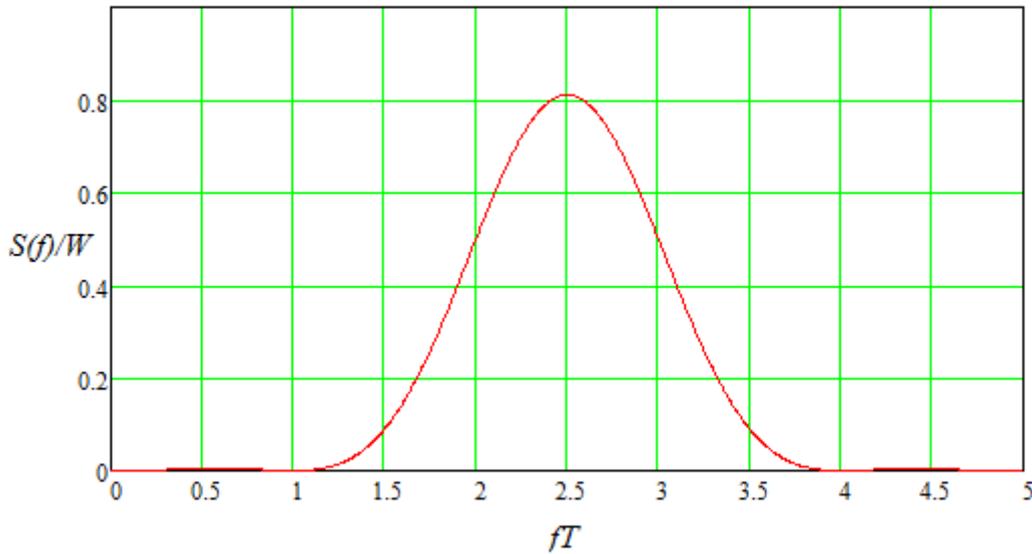


Рис. 4. Нормированная зависимость $S(f)$ при $K = 2$

На основании (6) и (7) можно получить значение полосы частот $F \approx 2.36/T$, занимаемой сигналом $y(t)$. Заметим, что полоса частот, вычисленная таким образом, практически не зависит от K . Обозначим $R = 1/T_0 = 4/T$ – скорость передачи элементов двоичного сообщения (бит/с). Тогда частотная

эффективность передачи элементов двоичного сообщения, определяемая как $R/F \approx 0.59$.

3. Помехоустойчивость

Пусть на вход приемника на интервале $-T/2 \leq t < T/2$ поступает сигнал

$$z(t) = y(t) + n(t), \quad (8)$$

где $y(t)$ определяется (3); $n(t)$ – аддитивная помеха в виде белого шума с односторонней спектральной плотностью мощности N .

Приемник осуществляет обработку этого сигнала, в результате должно быть принято решение, какое значение a_0 и b_0 , использовалось для передачи элементов блока. Оптимальный алгоритм [2] обработки сигнала (8):

$$a_0 = \begin{cases} 1 & \text{при } a \geq 0, \\ -1 & \text{при } a < 0, \end{cases} \quad \text{где } a = \int_{-T/2}^{T/2} z(t)v(t)dt;$$

$$b_0 = \begin{cases} 1 & \text{при } b \geq 0, \\ -1 & \text{при } b < 0, \end{cases} \quad \text{где } b = \int_{-T/2}^{T/2} z(t)w(t)dt.$$

С учетом (8) и (4)

$$a = \int_{-T/2}^{T/2} y(t)v(t)dt + \int_{-T/2}^{T/2} n(t)v(t)dt = a_0AT + \int_{-T/2}^{T/2} n(t)v(t)dt,$$

$$b = \int_{-T/2}^{T/2} y(t)w(t)dt + \int_{-T/2}^{T/2} n(t)w(t)dt = b_0AT + \int_{-T/2}^{T/2} n(t)w(t)dt.$$

Величины $\int_{-T/2}^{T/2} n(t)v(t)dt$ и $\int_{-T/2}^{T/2} n(t)w(t)dt$ являются случайными, распределенными по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и диспер-

сией [3]
$$D = \frac{N}{2} \int_{-T/2}^{T/2} [v(t)]^2 dt = \frac{N}{2} \int_{-T/2}^{T/2} [w(t)]^2 dt.$$

Тогда вероятность ошибки при приеме [3]

$$p = 1 - F\left(\frac{AT}{\sqrt{D}}\right) = 1 - F\left(\sqrt{\frac{A^2 T^2}{D}}\right),$$

где $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-y^2/2) dy$ – функция ошибок. Средняя энергия сигнала

$y(t)$, приходящаяся на элемент передаваемого сообщения $W_0 = \frac{W}{4} = \frac{A^2 T}{4}$. Тогда

$$p = 1 - F\left(\sqrt{\frac{4W_0 T}{D}}\right).$$

При $K = 2$ значение $D = 3.752NT$, в этом случае

$$p = 1 - F\left(\sqrt{\frac{1.066W_0}{N}}\right) = 1 - F\left(\sqrt{1.066h^2}\right),$$

где $h^2 = \frac{W_0}{N}$. На рис. 5 показана зависимость p от h^2 при $K = 2$.

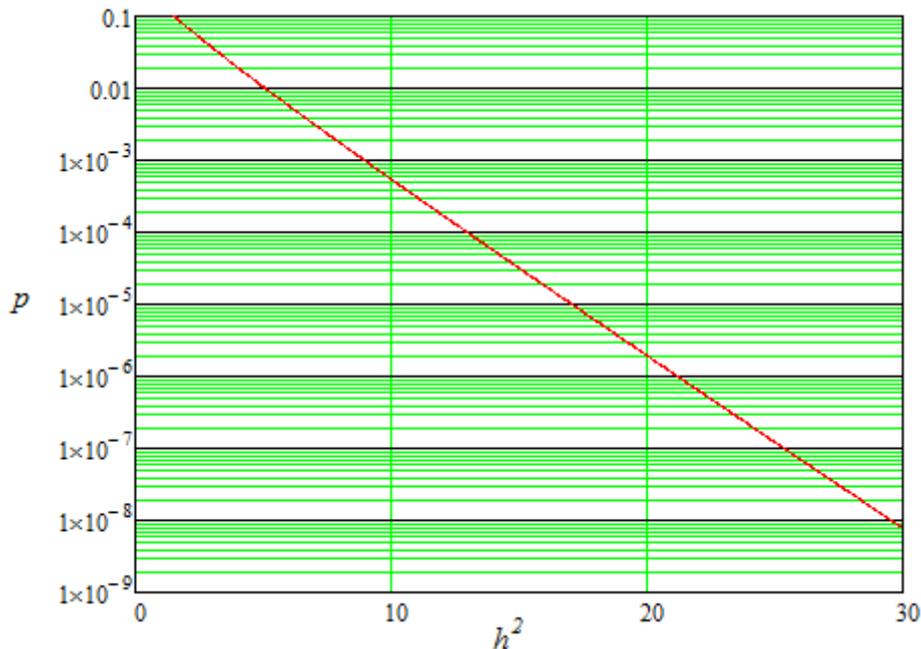


Рис. 5. Зависимость p от h^2 при $K = 2$

4. Выводы

Предлагаемый способ передачи двоичного сообщения позволяет получить достаточно высокую частотную эффективность без использования формирователя спектра.

Двоичное сообщение можно делить на блоки, содержащие не два элемента, а число элементов, кратное степени числа 2. Элементы n -го блока делятся на две группы. Комбинациям элементов первой группы соответствует множество значений a_n , а комбинациям элементов второй группы – множество значений b_n в (2). При этом предлагаемый способ передачи можно считать альтернативой квадратурной амплитудной модуляции.

Литература

1. В. А. Вершинин. Передача двоичных сообщений симплексными сигналами. // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2013. N11. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/nov13/5/text.pdf>
2. Дядюнов Н.Г., Сенин А.И. Ортогональные и квазиортогональные сигналы. Под ред. А.М. Тарасенко. М.– Связь, 1977.– 224 с.
3. Теория электрической связи: Учебник для вузов / А.Г. Зюко, Д.Д. Кловский, В.И. Коржик, М.В. Назаров; Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 1998. – 432 с.

Ссылка на статью:

В. А. Вершинин. Передача двоичных сообщений перекрывающимися сигналами. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. №10. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/oct17/5/text.pdf>