

УДК 621.391

ПОЭЛЕМЕНТНЫЙ ПРИЕМ И ПРИЕМ В ЦЕЛОМ ПРИ ПЕРЕКРЫВАЮЩИХСЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ СИГНАЛАХ

В. А. Вершинин

Рыбинский государственный авиационный технический университет
им. П.А.Соловьева, 152934, г. Рыбинск Ярославской обл., ул. Пушкина, 53

Статья поступила в редакцию 18 мая 2018 г., после доработки – 26 сентября 2018 г.

Аннотация. В статье рассматривается передача двоичных сообщений. Элементы двоичного сообщения следуют с интервалом T_0 . Перед передачей двоичное сообщение делится на два потока. Элементы потоков поступают для передачи одновременно с интервалом $2T_0$ и передаются с использованием соответствующих сигналов длительностью $T = 4T_0$. Таким образом, сигналы, соответствующие элементам каждого потока, частично перекрываются во времени на величину $T/2$. Сигналы, соответствующие элементам различных потоков, полностью перекрываются во времени. Полоса частот, занимаемая передаваемым сигналом равна $2.36/T$. В указанной полосе частот сосредоточено 99% мощности сигнала. Удельные затраты полосы 0.59. Предложен вариант поэлементного приема и вариант приема в целом двух последовательных элементов потока, исходя из линейной независимости сигналов. Произведена оценка помехоустойчивости передачи при воздействии помехи в виде белого шума. Рассматриваемый способ передачи двоичного сообщения обеспечивает достаточно хорошую эффективность без использования формирователя спектра.

Ключевые слова: перекрывающиеся сигналы, полоса частот, помехоустойчивость.

Abstract. The article deals with the transmission of binary messages. The elements of the binary message follow with an interval of T_0 . The binary message is divided into two threads before transmission. The flow elements are received for transmission at the same time with an interval of $2T_0$ and transmitted using the corresponding signals with a duration of $T = 4T_0$. Thus, the signals corresponding to the elements of

each flow partially overlap in time by the value of $T/2$. The signals corresponding to the elements of different flows completely overlap in time. The frequency band occupied by the transmitted signal is $2.36/T$. 99% of the signal power is concentrated in the specified frequency band. The unit cost of the band 0.59. A variant of element-by-element reception and a variant of reception of two consecutive elements of the flow, based on the linear independence of the signals, is proposed. The estimation of transmission noise immunity under the influence of noise in the form of white noise is made. The considered method of transmitting a binary message provides a fairly good efficiency without the use of a spectrum generator.

Key words: overlapping signals, frequency band, noise immunity.

1. Введение

Под двоичным сообщением будем понимать последовательность элементов, поступающих для передачи с интервалом T_0 . Элемент сообщения может принимать два значения 0 или 1. Перед передачей двоичное сообщение делится на два потока. Элементы потоков поступают для передачи одновременно с интервалом $2T_0$.

В [1] рассматривалась передача элементов первого и второго потоков с использованием следующих сигналов длительностью $T = 4T_0$ соответственно:

$$c(t) = \frac{1}{2} [\cos 2\pi Kt/T + \cos 2\pi(K+1)t/T]; \quad s(t) = \frac{1}{2} [\sin 2\pi Kt/T + \sin 2\pi(K+1)t/T].$$

Так определены сигналы на интервале $-T/2 \leq t < T/2$, вне этого интервала они равны нулю. Здесь K – целое положительное число, определяющее положение полосы частот, занимаемой сигналом. Таким образом, сигналы, соответствующие элементам каждого потока, частично перекрываются во времени на величину $T/2$. Сигналы, соответствующие элементам различных потоков, полностью перекрываются во времени.

На рис. 1 показан в нормированном виде сигнал $c(t)$, а на рис. 2 – сигнал $s(t)$ при $K = 2$.

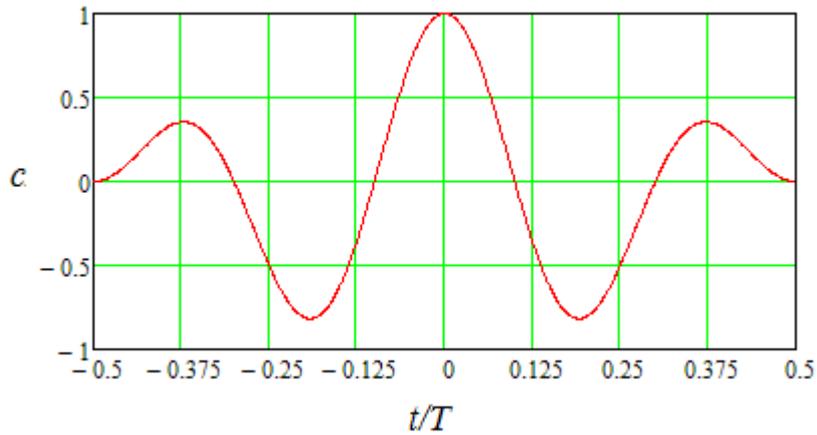


Рис. 1. Нормированный сигнал $c(t)$

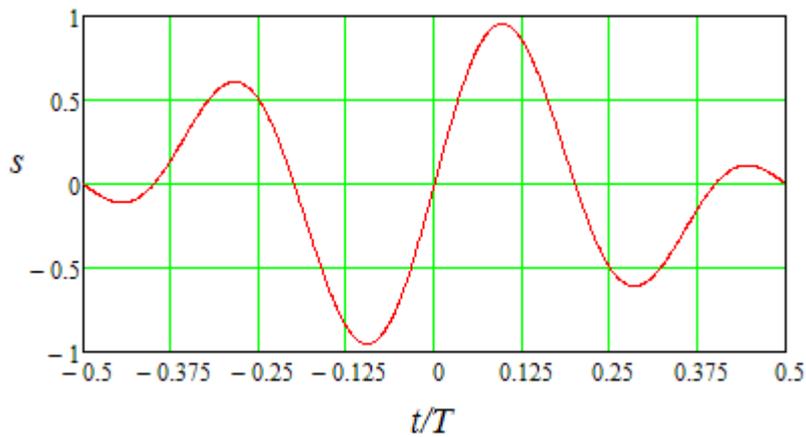


Рис. 2. Нормированный сигнал $s(t)$

Передаваемый сигнал формируется в виде:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [a_n c(t - nT/2) + b_n s(t - nT/2)], \quad (1)$$

где a_n и b_n соответствуют элементам первого и второго потоков, они принимают значения A или $-A$ в зависимости от значений 0 или 1 элементов потоков ($A > 0$). В [1] было показано, что средняя мощность сигнала (1) равна

$P = A^2$, его амплитуда $2A$, а пик-фактор $\frac{2A}{\sqrt{P}} = 2$. При этом считались элементы

двоичного сообщения независимыми случайными величинами, принимающими значения 0 или 1 с равной вероятностью. Полоса частот, в которой сосредоточено 99% мощности сигнала $y(t)$, $F \approx 2.36/T$. Удельные затраты полосы $F/R \approx 0.59$, где $R = 1/T_0 = 4/T$ – скорость передачи элементов двоичного

сообщения (бит/с). Частотная эффективность $R/F \approx 1.69$. Здесь под амплитудой понимается максимальное отклонение от нуля значения сигнала (1). Значение амплитуды легко определить моделированием. Например, при $a_{-1} = b_{-1} = a_0 = b_0 = a_1 = b_1 = A$ значение $y(-0.25T) = -2A$.

Целью данной работы является рассмотрение поэлементного приема элементов потока и приема в целом двух последовательных элементов потока.

2. Поэлементный прием

Если рассмотреть сигнал (1) на интервале $-T/2 \leq t < T/2$, то

$$y(t) = a_{-1}c(t + T/2) + b_{-1}s(t + T/2) + a_0c(t) + b_0s(t) + a_1c(t - T/2) + b_1s(t - T/2). \quad (2)$$

На этом интервале полностью реализованы сигналы: $a_0c(t)$, $b_0s(t)$. Сигналы: $a_{-1}c(t + T/2)$, $b_{-1}s(t + T/2)$, на рассматриваемом интервале реализованы частично.

На интервале $-T/2 \leq t < T/2$ определим базис сигнала (2):

$$e_0(t) = c(t), \quad e_1(t) = s(t),$$

$$e_2(t) = [c(t - T/2) + c(t + T/2)], \quad e_3(t) = [s(t - T/2) + s(t + T/2)],$$

$$e_4(t) = [s(t - T/2) - s(t + T/2)], \quad e_5(t) = [c(t - T/2) - c(t + T/2)].$$

Таким образом, в отличие от [1] увеличен интервал, на котором определен базис, соответственно изменился и сам базис.

Используя методику, приведенную в [2], определим взаимный базис в виде:

$$v_0(t) = X_{00}e_0(t) + X_{01}e_1(t) + X_{02}e_2(t) + X_{03}e_3(t) + X_{04}e_4(t) + X_{05}e_5(t),$$

$$v_1(t) = X_{10}e_0(t) + X_{11}e_1(t) + X_{12}e_2(t) + X_{13}e_3(t) + X_{14}e_4(t) + X_{15}e_5(t),$$

$$v_2(t) = X_{20}e_0(t) + X_{21}e_1(t) + X_{22}e_2(t) + X_{23}e_3(t) + X_{24}e_4(t) + X_{25}e_5(t),$$

$$v_3(t) = X_{30}e_0(t) + X_{31}e_1(t) + X_{32}e_2(t) + X_{33}e_3(t) + X_{34}e_4(t) + X_{35}e_5(t),$$

$$v_4(t) = X_{40}e_0(t) + X_{41}e_1(t) + X_{42}e_2(t) + X_{43}e_3(t) + X_{44}e_4(t) + X_{45}e_5(t),$$

$$v_5(t) = X_{50}e_0(t) + X_{51}e_1(t) + X_{52}e_2(t) + X_{53}e_3(t) + X_{54}e_4(t) + X_{55}e_5(t).$$

Здесь X_{ij} – элементы матрицы $X = ER^{-1}$, где E – единичная матрица; R –

матрица с элементами $R_{ij} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e_i(t)e_j(t)dt$; $i = 0, 1, \dots, 5$; $j = 0, 1, \dots, 5$.

При $K = 2$ получим $X =$

$$\begin{bmatrix} 6.802 & 0 & 0.56 & 0 & 4.402 & 0 \\ 0 & 6.802 & 0 & -0.56 & 0 & -4.402 \\ 0.56 & 0 & 4.112 & 0 & 0.88 & 0 \\ 0 & -0.56 & 0 & 4.112 & 0 & 0.88 \\ 4.402 & 0 & 0.88 & 0 & 6.914 & 0 \\ 0 & -4.402 & 0 & 0.88 & 0 & 6.914 \end{bmatrix}.$$

Для организации приема будут использоваться элементы взаимного базиса $v_0(t)$ и $v_1(t)$, они обладают следующими свойствами:

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y(t)v_0(t)dt = a_0, \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y(t)v_1(t)dt = b_0. \quad (3)$$

На основании этих свойств осуществляется независимый прием элементов первого и второго потоков. На рис. 3 показан в нормированном виде сигнал $v_0(t)$, а на рис. 4 – сигнал $v_1(t)$ при $K = 2$.

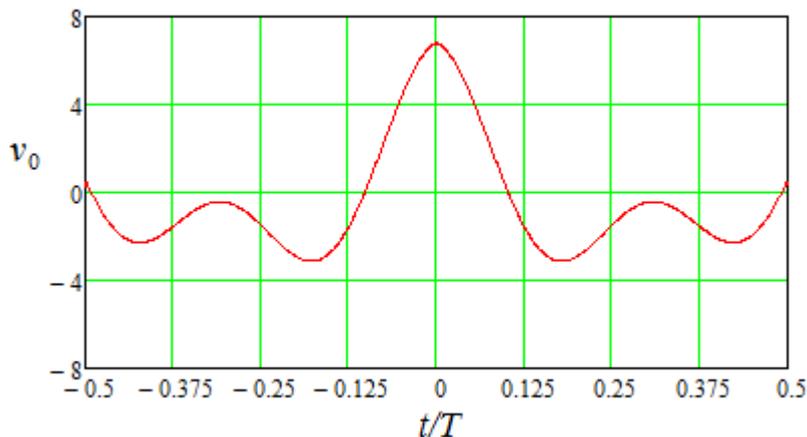


Рис. 3. Нормированная реализация сигнала $v_0(t)$

Оценим помехоустойчивость поэлементного приема. Будем полагать, что на сигнал $y(t)$, определяемый (2), в линии связи воздействует аддитивная помеха $n(t)$ в виде белого шума с односторонней спектральной плотностью

мощности N . Тогда на входе приемника на интервале $-T/2 \leq t < T/2$ имеет место сигнал

$$z(t) = y(t) + n(t). \quad (4)$$

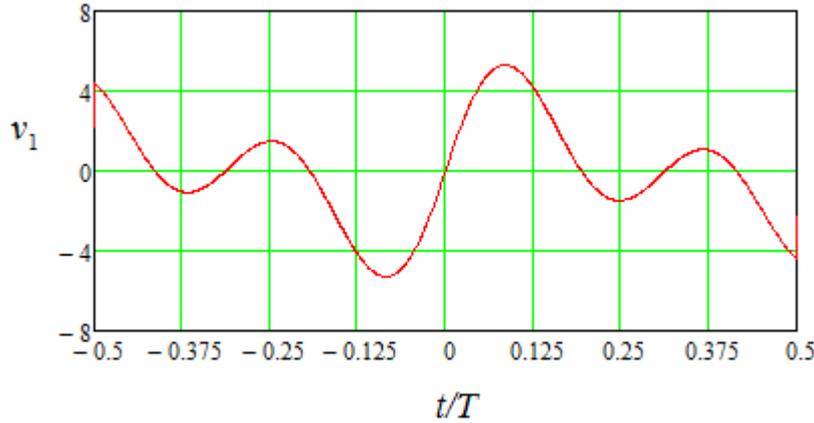


Рис. 4. Нормированная реализация сигнала $v_1(t)$

Приемник осуществляет обработку этого сигнала, в результате должно быть принято решение, какое значение a_0 и b_0 , использовалось для передачи элементов блока. Оптимальный алгоритм [3] обработки сигнала (4) при рассматриваемом базисе:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 = A \text{ нпу} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} z(t)v_0(t)dt > 0, \\ a_0 = -A \text{ нпу} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} z(t)v_0(t)dt \leq 0, \\ b_0 = A \text{ нпу} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} z(t)v_1(t)dt > 0, \\ b_0 = -A \text{ нпу} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} z(t)v_1(t)dt \leq 0. \end{array} \right.$$

С учетом (3) и (4)

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} z(t)v_0(t)dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y(t)v_0(t)dt + \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n(t)v_0(t)dt = a_0 + \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n(t)v_0(t)dt,$$

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} z(t)v_1(t)dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y(t)v_1(t)dt + \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n(t)v_1(t)dt = b_0 + \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n(t)v_1(t)dt.$$

Здесь $\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n(t)v_0(t)dt$ и $\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n(t)v_1(t)dt$ являются случайными величинами,

распределенными по нормальному закону с нулевым математическим

ожиданием и дисперсией [3] $D = \frac{N}{2T} E$, где $E = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [v_0(t)]^2 dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [v_1(t)]^2 dt$.

Пусть передается $a_0 = A$, тогда вероятность ошибки

$$p(a_0 = A) = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \exp\left(-\frac{(x-A)^2}{2D}\right) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-A/\sqrt{D}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = 1 - F\left(\frac{A}{\sqrt{D}}\right),$$

где $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-y^2/2) dy$ – функция ошибок. Аналогично

$$p(a_0 = -A) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \exp\left(-\frac{(x+A)^2}{2D}\right) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{A/\sqrt{D}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = 1 - F\left(\frac{A}{\sqrt{D}}\right),$$

$$p(b_0 = A) = p(b_0 = -A) = 1 - F\left(\frac{A}{\sqrt{D}}\right).$$

Тогда вероятность ошибки при поэлементном приеме

$$p_{\text{э}} = 1 - F\left(\frac{A}{\sqrt{D}}\right) = 1 - F\left(\sqrt{\frac{A^2}{D}}\right) = 1 - F\left(\sqrt{\frac{2A^2 T}{NE}}\right). \text{ Средняя энергия сигнала } y(t)$$

на интервале $-T/2 \leq t < T/2$, приходящаяся на элемент передаваемого

сообщения $W = \frac{PT}{4} = \frac{A^2 T}{4}$. При этом

$$p_{\text{э}} = 1 - F\left(\sqrt{\frac{8W}{NE}}\right) = 1 - F\left(\sqrt{\frac{8h^2}{E}}\right), \text{ где } h^2 = \frac{W}{N}. \quad (5)$$

При $K = 2$ значение $E = 6.802$ и (5) запишется в виде:

$$p_{\text{э}} = 1 - F\left(\sqrt{1.176h^2}\right).$$

3. Прием в целом

Если рассмотреть сигнал (1) на интервале $-T/2 \leq t < T$, то

$$y(t) = a_{-1}c(t+T/2) + b_{-1}s(t+T/2) + a_0c(t) + b_0s(t) + a_1c(t-T/2) + b_1s(t-T/2) +$$

$$+ a_2c(t - T) + b_2s(t - T). \quad (6)$$

На этом интервале полностью реализованы сигналы: $a_0c(t)$, $b_0s(t)$, $a_1c(t - T/2)$, $b_1s(t - T/2)$. Сигналы: $a_{-1}c(t + T/2)$, $b_{-1}s(t + T/2)$, $a_2c(t - T)$, $b_2s(t - T)$ на рассматриваемом интервале реализованы частично.

На интервале $-T/2 \leq t < T$ определим базис сигнала (6):

$$\begin{aligned} e_0(t) &= c(t) + c(t - T/2), \quad e_1(t) = c(t) - c(t - T/2), \\ e_2(t) &= s(t) - s(t - T/2), \quad e_3(t) = s(t) + s(t - T/2), \\ e_4(t) &= c(t + T/2) + c(t - T), \quad e_5(t) = c(t + T/2) - c(t - T), \\ e_6(t) &= s(t + T/2) - s(t - T), \quad e_7(t) = s(t + T/2) + s(t - T). \end{aligned}$$

Используя методику, приведенную в [2], определим взаимный базис в виде: $v_i(t) = \sum_{j=0}^7 X_{ij}e_j(t)$, $i = 0, 1, \dots, 7$. Здесь X_{ij} – элементы матрицы $X = ER^{-1}$,

где E – единичная матрица; R – матрица с элементами $R_{ij} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T e_i(t)e_j(t)dt$.

Для организации приема будут использоваться элементы взаимного базиса $v_0(t)$, $v_1(t)$, $v_2(t)$, $v_3(t)$. Они обладают следующими свойствами:

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^T y(t)v_0(t)dt = \begin{cases} A \text{ при } a_0 = A \text{ и } a_1 = A \\ 0 \text{ при } a_0 = -a_1 \\ -A \text{ при } a_0 = -A \text{ и } a_1 = -A \end{cases}, \quad (6)$$

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^T y(t)v_1(t)dt = \begin{cases} A \text{ при } a_0 = A \text{ и } a_1 = -A \\ 0 \text{ при } a_0 = a_1 \\ -A \text{ при } a_0 = -A \text{ и } a_1 = A \end{cases}, \quad (7)$$

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^T y(t)v_2(t)dt = \begin{cases} A \text{ при } b_0 = A \text{ и } b_1 = A \\ 0 \text{ при } b_0 = -b_1 \\ -A \text{ при } b_0 = -A \text{ и } b_1 = -A \end{cases}, \quad (8)$$

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y(t)v_3(t)dt = \begin{cases} A \text{ при } b_0 = A \text{ и } b_1 = -A \\ 0 \text{ при } b_0 = b_1 \\ -A \text{ при } b_0 = -A \text{ и } b_1 = A \end{cases}. \quad (9)$$

На основании (6) и (7) осуществляется прием в целом двух последовательных элементов первого потока, а на основании (8) и (9) – двух последовательных элементов второго потока. На рис. 5 и рис. 6 показаны в нормированном виде сигналы $v_0(t)$ и $v_1(t)$ соответственно при $K = 2$.

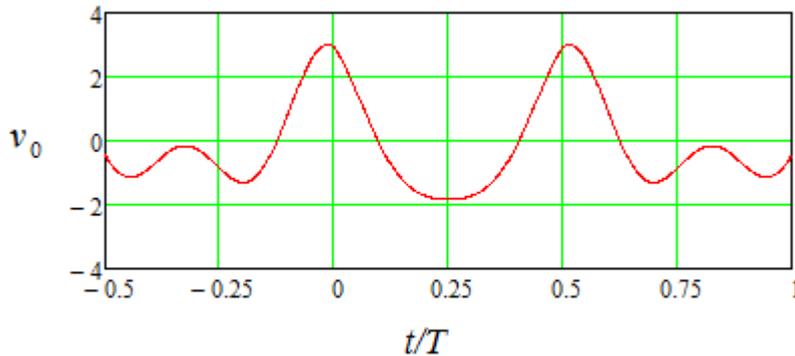


Рис. 5. Нормированная реализация сигнала $v_0(t)$

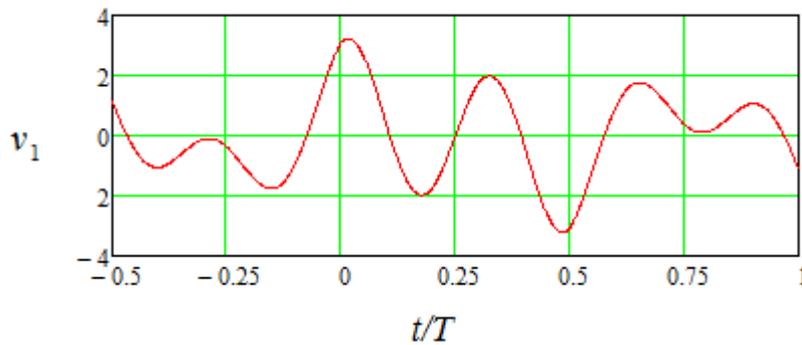


Рис. 6. Нормированная реализация сигнала $v_1(t)$

Оценим помехоустойчивость приема в целом. Будем полагать, что на сигнал $y(t)$, определяемый (6), в линии связи воздействует аддитивная помеха $n(t)$ в виде белого шума с односторонней спектральной плотностью мощности N . Пусть на входе приемника на интервале $-T/2 \leq t < T$ имеет место сигнал

$$z(t) = y(t) + n(t). \quad (10)$$

Приемник осуществляет обработку этого сигнала, в результате должно быть принято решение, какие элементы a_0 и a_1 , b_0 и b_1 были переданы. Оптимальный алгоритм [3] обработки сигнала (10) с учетом (6), (7), (8) и (9):

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 = A \text{ и } a_1 = A \text{ нпу } |r_0| > |r_1| \text{ и } r_0 > 0 \\ a_0 = -A \text{ и } a_1 = -A \text{ нпу } |r_0| > |r_1| \text{ и } r_0 < 0 \\ a_0 = A \text{ и } a_1 = -A \text{ нпу } |r_0| < |r_1| \text{ и } r_1 > 0 \\ a_0 = -A \text{ и } a_1 = A \text{ нпу } |r_0| < |r_1| \text{ и } r_1 < 0 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} b_0 = A \text{ и } b_1 = A \text{ нпу } |r_2| > |r_3| \text{ и } r_2 > 0 \\ b_0 = -A \text{ и } b_1 = -A \text{ нпу } |r_2| > |r_3| \text{ и } r_2 < 0 \\ b_0 = A \text{ и } b_1 = -A \text{ нпу } |r_2| < |r_3| \text{ и } r_3 > 0 \\ b_0 = -A \text{ и } b_1 = A \text{ нпу } |r_2| < |r_3| \text{ и } r_3 < 0 \end{array} \right\},$$

где $r_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T z(t)v_0(t)dt$, $r_1 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T z(t)v_1(t)dt$,

$$r_2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T z(t)v_2(t)dt, \quad r_3 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T z(t)v_3(t)dt.$$

Пусть передавалось $a_0 = A$ и $a_1 = A$, тогда с учетом (10), (6) и (7)

$$r_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T y(t)v_0(t)dt + \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T n(t)v_0(t)dt = A + \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T n(t)v_0(t)dt,$$

$$r_1 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T y(t)v_1(t)dt + \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T n(t)v_1(t)dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T n(t)v_1(t)dt.$$

Здесь $\frac{1}{T} \int_{-T/2}^T n(t)v_0(t)dt$ и $\frac{1}{T} \int_{-T/2}^T n(t)v_1(t)dt$ являются случайными величинами,

распределенными по нормальному закону с нулевым математическим

ожиданием и дисперсией [3] $D_0 = \frac{N}{2T} E_0$ и $D_1 = \frac{N}{2T} E_1$ соответственно, где

$$E_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T [v_0(t)]^2 dt, \quad E_1 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T [v_1(t)]^2 dt.$$

Вероятность правильного решения

$$P(a_0 = A, a_1 = A) = \int_0^{\infty} P(|r_0| > |r_1|, r_0 > 0) p(r_0) dr_0,$$

где $P(|r_0| > |r_1|, r_0 > 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_1}} \int_{-r_0}^{r_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2D_1}\right) dx$, $p(r_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_0}} \exp\left(-\frac{(r_0 - A)^2}{2D_0}\right)$.

После несложных преобразований можно получить

$$P(a_0 = A, a_1 = A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-y\sqrt{D_0/D_1}}^{y\sqrt{D_0/D_1}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \right) \exp\left(-\frac{(y - A/\sqrt{D_0})^2}{2}\right) dy =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} (2F(ky) - 1) \exp\left(-\frac{(y - A/\sqrt{D_0})^2}{2}\right) dy, \text{ где } k = \sqrt{D_0/D_1} = \sqrt{E_0/E_1}.$$

Вероятность ошибки $p(a_0 = A, a_1 = A) = 1 - P(a_0 = A, a_1 = A) =$

$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} (2F(ky) - 1) \exp\left(-\frac{(y - \sqrt{8h^2/E_0})^2}{2}\right) dy.$$

Пусть передавалось $a_0 = -A$ и $a_1 = -A$, тогда с учетом (10), (6) и (7)

$$r_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T y(t)v_0(t)dt + \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T n(t)v_0(t)dt = -A + \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T n(t)v_0(t)dt,$$

$$r_1 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T y(t)v_1(t)dt + \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T n(t)v_1(t)dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T n(t)v_1(t)dt.$$

Вероятность правильного решения

$$P(a_0 = -A, a_1 = -A) = \int_{-\infty}^0 P(|r_0| > |r_1|, r_0 < 0) p(r_0) dr_0, \text{ где}$$

$$P(|r_0| > |r_1|, r_0 < 0) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi D_1}} \int_{-r_0}^{r_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2D_1}\right) dx, \quad p(r_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_0}} \exp\left(-\frac{(r_0 + A)^2}{2D_0}\right).$$

Тогда

$$P(a_0 = -A, a_1 = -A) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-y\sqrt{D_0/D_1}}^{y\sqrt{D_0/D_1}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \right) \exp\left(-\frac{(y + A/\sqrt{D_0})^2}{2}\right) dy =$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 (2F(ky) - 1) \exp\left(-\frac{(y + A/\sqrt{D_0})^2}{2}\right) dy.$$

Вероятность ошибки $p(a_0 = -A, a_1 = -A) = 1 - P(a_0 = -A, a_1 = -A) =$

$$= 1 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 (2F(ky) - 1) \exp\left(-\frac{(y + \sqrt{8h^2/E_0})^2}{2}\right) dy.$$

Аналогично можно получить

$$p(a_0 = A, a_1 = -A) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} (2F(y/k) - 1) \exp\left(-\frac{(y - \sqrt{8h^2/E_1})^2}{2}\right) dy,$$

$$p(a_0 = -A, a_1 = A) = 1 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 (2F(y/k) - 1) \exp\left(-\frac{(y + \sqrt{8h^2/E_1})^2}{2}\right) dy.$$

Можно показать, что

$$p(a_0 = -A, a_1 = -A) = p(a_0 = A, a_1 = A), \quad p(a_0 = A, a_1 = -A) = p(a_0 = -A, a_1 = A).$$

Тогда вероятность ошибки при приеме двух последовательных элементов первого потока $p = 0.5p(a_0 = A, a_1 = A) + 0.5p(a_0 = A, a_1 = -A) =$

$$= 1 - \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} (2F(ky) - 1) \exp\left(-\frac{(y - \sqrt{8h^2/E_0})^2}{2}\right) dy -$$

$$- \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} (2F(y/k) - 1) \exp\left(-\frac{(y - \sqrt{8h^2/E_1})^2}{2}\right) dy.$$

Поскольку $E_2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T [v_2(t)]^2 dt = E_0$, $E_3 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^T [v_3(t)]^2 dt = E_1$, вероятности

ошибки при приеме двух последовательных элементов первого и второго потоков равны.

Вероятность ошибки приема элемента при приеме в целом оценим допустив, что вероятность любого ошибочного набора при передаче конкретного набора из двух элементов равна $\frac{p}{3}$. Конкретный передаваемый

набор может превращаться в два с одной ошибкой с вероятностью $\frac{2p}{3}$ и в один

с двумя ошибками с вероятностью $\frac{p}{3}$. Среднее число ошибок в наборе равно

$1\frac{2p}{3} + 2\frac{p}{3} = \frac{4p}{3}$. Поделив среднее число ошибок на число элементов в наборе,

получим среднюю вероятность ошибки приема элемента $p_3 = \frac{2p}{3}$.

На рис. 3 показана зависимости p_3 от h^2 при $K = 2$: прием в целом – красная линия (при этом $E_0 = 2.913$, $E_1 = 3.103$, $k = 0.969$); поэлементный прием – синяя линия; зависимость, полученная в [1] – зеленая линия.

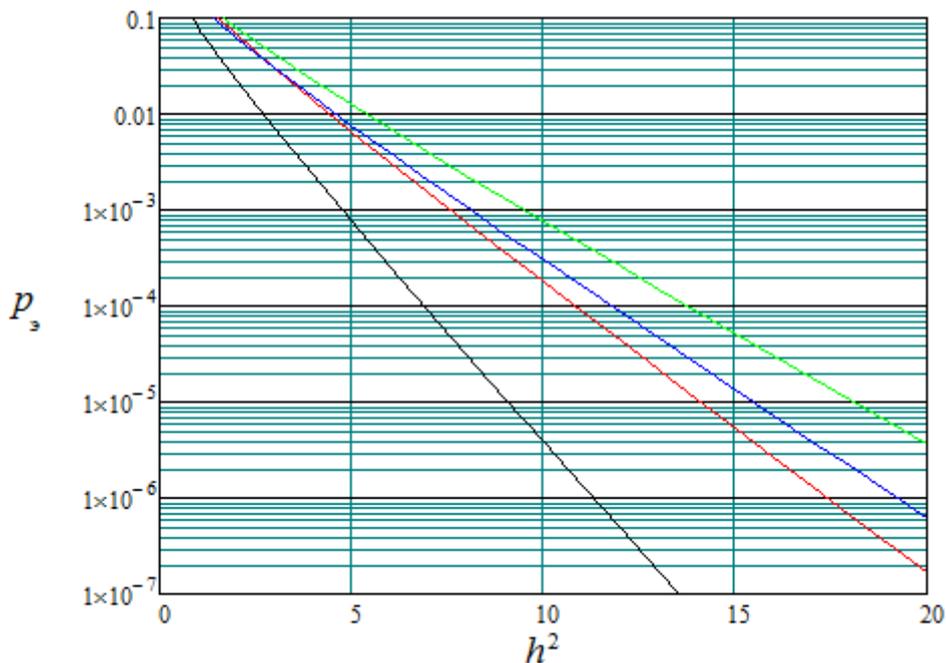


Рис. 3. Зависимости p_3 от h^2 при $K = 2$

Для ФМ2 и ФМ4 без формирования спектра вероятность ошибки на элемент [3] определяется формулой $p_3 = 1 - F(\sqrt{2h^2})$. Эта зависимость показана на рис. 3 черной линией. При использовании формирователя спектра вероятность ошибки увеличится. Она будет иметь тот же порядок, что при рассматриваемом в статье способе передачи.

4. Выводы

Рассматриваемый способ передачи двоичного сообщения обеспечивает достаточно высокую частотную эффективность и помехоустойчивость без использования формирователя спектра.

Полученные выражения для вероятности ошибки позволяют оценить потенциальную помехоустойчивость вариантов приема.

Литература

1. В.А. Вершинин. Передача двоичных сообщений перекрывающимися сигналами. // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2017. N10. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/oct17/5/text.pdf>
2. Дядюнов Н.Г., Сенин А.И. Ортогональные и квазиортогональные сигналы. Под ред. А.М. Тарасенко. М.– Связь, 1977.– 224 с.
3. Прокис Джон. Цифровая связь. Пер. с англ./ Под ред. Д.Д. Кловского.– М.: Радио и связь. 2000.– 800 с.: ил.

Для цитирования:

В. А. Вершинин. Поэлементный прием и прием в целом при перекрывающихся элементарных сигналах. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 10. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/oct18/5/text.pdf>
DOI 10.30898/1684-1719.2018.10.5