

УДК 537.874; 537.624

ДИСПЕРСИЯ ГИРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ПЛАСТИНЕ ФЕРРИТА С ДИССИПАЦИЕЙ

П. А. Макаров¹, В. Г. Шавров², В. И. Щеглов²¹ Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина,
167001, Сыктывкар, Октябрьский пр-т, 55² Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН,
125009, Москва, ул. Моховая, 11-7

Статья поступила в редакцию 4 сентября 2018 г.

Аннотация. В рамках полной электродинамики рассмотрены дисперсионные свойства электромагнитных волн, распространяющихся в касательно намагниченной ферритовой пластине, обладающей бигиротропными свойствами. Рассмотрение проведено в предположении, что магнитная составляющая материала пластины обладает диссипацией. В геометрии задачи Дэймона-Эшбаха рассмотрено общее волновое уравнение для гиромагнитной волны. Получено дисперсионное соотношение, выраженное через компоненты волнового вектора, перпендикулярные к поверхностям пластины. Структура полученного соотношения приведена к виду, подобному соотношению Дэймона-Эшбаха, связывающему частоту магнитостатической волны с волновым числом в направлении ее распространения. Рассмотрены особенности дисперсионного соотношения для среды, обладающей диссипацией. Дисперсионное соотношение приведено к виду, содержащему действительную и мнимую части, сумма которых равна нулю. Равенство нулю каждой из этих частей позволило получить систему уравнений для действительной и мнимой частей волнового числа, содержащих компоненты тензора магнитной проницаемости. Отмечен универсальный вид полученной системы уравнений, означающий, что она в равной степени отвечает как полной электродинамике, так и магнитостатическому приближению. Установлено, что в случае полной электродинамики разделение общей системы на два независимых уравнения не получается, поэтому численное решение

должно состоять из поиска нуля по двум переменным. По причине высокой сложности поиска нуля по двум переменным, предложен упрощенный вариант, состоящий в выделении из полного дисперсионного соотношения действительной части, для которой осуществляется поиск нуля при варьировании только действительной части волнового числа. Отмечено, что в отсутствие диссипации дисперсионные кривые, кроме обычной ветви поверхностной волны типа Дэймона-Эшбаха, имеют еще одну ветвь, лежащую выше по частоте. Рассмотрены особенности дисперсии гиромангнитной волны в ферритовой пластине при малых значениях волнового числа. В пределах полосы поверхностного характера волны обнаружены две ветви – низкочастотная и высокочастотная, причем низкочастотная соответствует магнитоэлектростатической волне Дэймона-Эшбаха, а высокочастотная в магнитоэлектростатическом приближении отсутствует. В области объемных волн, лежащей выше волны типа Дэймона-Эшбаха, отмечены две ветви прямых волн, имеющих по волновому числу предельный характер, ограниченный скоростью света в свободном пространстве. Показано, что при наличии диссипации характер ветвей типа Дэймона-Эшбаха меняется мало, однако обе ветви прямых волн, лежащие выше частоты Дэймона-Эшбаха, поворачивают в сторону уменьшения волновых чисел, образуя участки обратных волн. Отмечено взаимное расталкивание ветвей этих волн, образующее запрещенную зону, характерную для аномальной дисперсии, известной в оптике. Рассмотрены дисперсионные кривые для гиромангнитной волны в среде с диссипацией в области больших значений волновых чисел. Показано, что ветвь типа Дэймона-Эшбаха имеет ограничение по волновому числу, подобное таковому, получаемому в магнитоэлектростатическом приближении. При увеличении частоты выше соответствующей предельному значению волнового числа эта ветвь поворачивает в сторону меньших значений волнового числа, образуя участок волн обратного характера. По мере уменьшения волнового числа эта ветвь смыкается с высокочастотной ветвью, лежащей выше ветви Дэймона-Эшбаха.

Ключевые слова: уравнения электродинамики, магнитостатическое приближение, бигиротропная среда, гиромагнитная волна.

Abstract. On the basis of whole electrodynamics it is investigated the dispersion properties of electromagnetic waves propagating on in-plane magnetized ferrite plate having bigyrotropic properties. The investigation is made in supposition that the magnetic plate has dissipation. In Damon-Eshbach geometry it is investigated the general wave equation for gyromagnetic wave. It is found the dispersion relation expressed through the wave vector components which are normal to the plate surface. The structure of these dispersion relation is transformed to the appearance of Damon-Eshbach relation which connects the magnetostatic wave frequency with wave number in the direction of wave propagation. It is investigated the special feature of dispersion relation for the medium having dissipation. The dispersion relation is transformed to the appearance having real and imaginary parts which sum is equal to zero. The equality of each these parts may be able to found the system of equations for real and imaginary parts of wave number which have the components of magnetic permeability tensor. It is established the universal character of these equation system which in equal degree is maintained in whole electrodynamics and magnetostatic approximation. It is established that in the case of whole electrodynamics the separation of whole system to two independent equations is not possible and the numeric calculation must be consist of zero search over two variable quantity. It is proposed the simplified variant of calculation which is consist of whole dispersion relation real and imaginary parts and zero search by variation only real part of wave number. It is established that when dissipation is absent the dispersion curves except of usual branch of surface Damon-Eshbach wave there is other branch having more high frequency. It is investigated the special feature of gyromagnetic wave dispersion in ferrite plate by small values of wave number. In the region of surface waves it is found two branches – low-frequency and high-frequency. This low-frequency branch is correspond to magnetostatic Damon-Eshbach wave and high-frequency branch in magnetostatic approximation is absent. In the region of volume waves which is disposed higher then Damon-Eshbach wave it is found two branches of forward

waves having over the wave number limited character which is limited by the light speed in the space.

It is shown that with dissipation the character of Damon-Eshbach branches is not changed. The both branches of volume waves which frequency is more then Damon-Eshbach frequency turned to the sin of wave number decrease and make the regions of backward waves. It is found the mutual pushing of these branches creates the forbidden zone which is connected with anomalous dispersion known in optics. It is investigated the dispersion curves for gyromagnetic wave in dissipative medium in the region of large wave number values. It is shown that the Damon-Eshbach branch has the limitation by wave number which is analog to the limitation in magnetostatic approximation. When the frequency is increased above the frequency of wave number limitation this branch turns to the small wave number values and forms the region of backward waves. When the wave number decreases this branch connects with high-frequency branch which is lying higher then Damon-Eshbach branch.

Key words: equations of electrodynamics, magnetostatic approximation, bigyrotropic medium, gyromagnetic wave.

Введение

Электромагнитные волны в магнитных средах широко используются для создания устройств обработки информации в диапазоне СВЧ. В первую очередь находят применение магнитостатические волны (МСВ), устройства на которых обладают малыми габаритами, широким частотным диапазоном и легкостью управления путем перестройки магнитного поля [1-6].

Важное значение имеют работы, направленные на обработку информации в цифровой форме, для чего используется воздействие на магнитную среду мощными импульсами света от фемтосекундного лазера [7-12]. В работе [13] непосредственно продемонстрирована возможность эффективного возбуждения МСВ с помощью фемтосекундного лазера, в том числе с целью исследования параметров анизотропии магнитоупругой среды.

Предметом рассмотрения большинства цитированных работ являются относительно короткие МСВ, длина которых на несколько порядков меньше

длины электромагнитных волн той же частоты, для чего используется приближение магнитостатики без учета диэлектрических свойств среды [14,15]. Однако в работах [16-19] показана важность рассмотрения волн в магнитных средах на основе полных уравнений электродинамики, в том числе с учетом не только чисто магнитных, но и диэлектрических параметров. Такое рассмотрение становится особенно актуальным для оценки потоков энергии распространяющихся волн [20].

Сложность математического аппарата ограничивает подобное рассмотрение только гиромагнитными волнами, характер которых задается свойствами магнитной гиротропии среды. Такая гиромагнитная волна рассматривается в касательно намагниченной ферритовой пластине, причем направление распространения волны перпендикулярно направлению постоянного поля [21]. В большинстве цитированных работ рассмотрены гиромагнитные волны в сравнительно узком диапазоне частот, охватывающем лишь прямые поверхностные волны, доступные рассмотрению в приближении магнитостатики. Учет электрического поля волны выполнен как дополнение к дисперсионным свойствам волн, описываемых в рамках магнитостатического приближения.

В работе [22] рассмотрены дисперсионные свойства гиромагнитных волн в широком диапазоне частот, от нуля и до частот, превышающих частоты традиционных МСВ в несколько раз. Выявлено существование ряда новых ветвей и диапазонов волн, свойственных специфике именно полных электромагнитных волн, в которых электрическое поле участвует наравне с магнитным. Получены дисперсионные зависимости при различных значениях диэлектрической проницаемости среды.

Распространение и дисперсия волн во всех перечисленных работах рассматривается в среде, полностью бездиссипативной, то есть не обладающей какими-либо потерями. Однако в работах [23-25] было показано, что учет магнитной диссипации уже в магнитостатическом приближении приводит к ограничению допустимого диапазона волновых чисел, а также к появлению

новых диссипативных ветвей, в среде без потерь отсутствующих. В работах [26,27] отмечено ограничение сектора допустимых направлений распространения магнитоэлектрических волн, а также получены изочастотные зависимости. В работах [28-35] получены дисперсионные соотношения для действительной и мнимой частей волнового числа, подробно исследовано его ограничение как по частоте, так и по абсолютной величине, определены диапазоны существования диссипативных волн как по частоте, так и по волновому числу.

Однако все перечисленные работы, где выполнен учет диссипации в той или иной форме, сделаны в рамках магнитоэлектрического приближения, то есть содержат все упомянутые выше ограничения, такому приближению свойственные.

Настоящая работа базируется на проведенном в работе [22] рассмотрении дисперсии полной гиромангнитной волны, причем теперь основное внимание уделяется свойствам такой волны в магнитной среде, обладающей диссипацией.

1. Общая геометрия задачи

Общая геометрия задачи совпадает с принятой в [22]. Ее схема показана на рис.1.

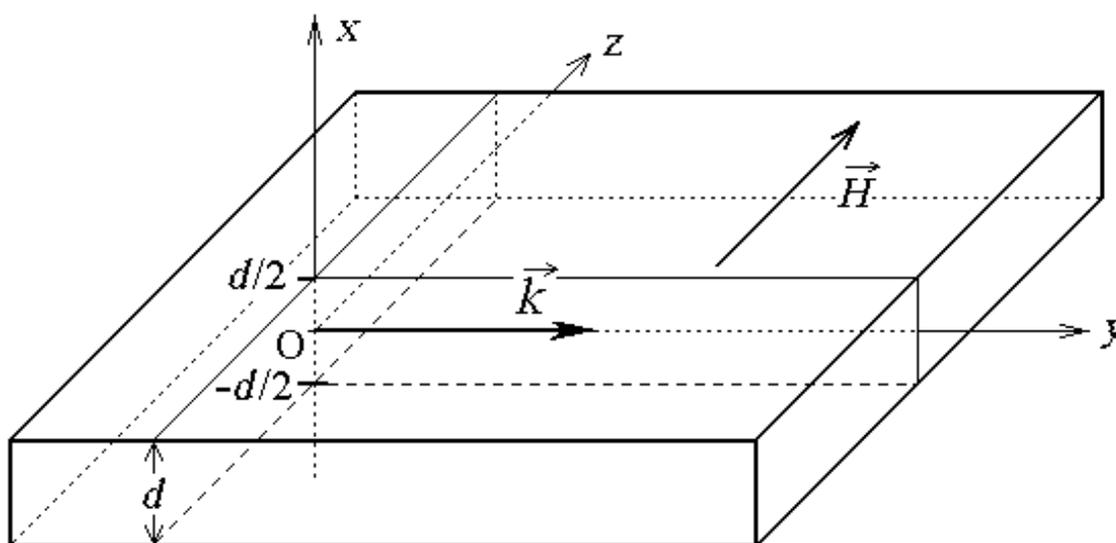


Рис.1. Общая геометрия задачи. Здесь \vec{k} – волновой вектор фазовой скорости волны.

Основу геометрии составляет пластина толщины d , намагниченная в плоскости полем \vec{H} . Введем декартову систему координат $Oxyz$, такую, что плоскость Oxy совпадает с плоскостью пластины, а ось Ox ей перпендикулярна. Поле направлено вдоль оси Oz , волна, имеющая волновой вектор \vec{k} , распространяется вдоль оси Oy .

Такая геометрия подобна геометрии классической задачи Дэймона-Эшбаха [14, 15, 21]. Существенное отличие состоит в том, что здесь, в отличие от классики, задача рассматривается не в магнитоэлектростатическом приближении, а в рамках полной электродинамики, то есть с учетом не только магнитного, но и электрического поля, изменение во времени которого в свою очередь формирует динамическое магнитное поле.

Поэтому в качестве предварительного этапа обратимся к более общему случаю распространения электромагнитной волны в бигиротропной среде, безграничной по всем направлениям.

2. Уравнения электродинамики для безграничной бигиротропной среды

Сначала рассмотрим общие уравнения, описывающие распространение электромагнитных волн в безграничной бигиротропной среде.

Гиротропную среду можно считать частным случаем бигиротропной, в которой не только магнитная, но и диэлектрическая проницаемости имеют тензорный гиротропный характер. Согласно [4-6], электродинамические свойства бигиротропной среды можно описать двумя тензорами: диэлектрической и магнитной проницаемости, в случае совпадения направлений осей гиротропии обоих тензоров, имеющими вид:

$$\vec{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & i\epsilon_a & 0 \\ -i\epsilon_a & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{||} \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{||} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

В общем случае в декартовой системе координат электрическое и магнитное поля имеют вид:

$$\vec{E} = \{E_x, E_y, E_z\}; \quad (3)$$

$$\vec{H} = \{H_x, H_y, H_z\}. \quad (4)$$

С помощью (3) и (4) находим электрическую и магнитную индукции:

$$\vec{D} = \vec{\varepsilon} \cdot \vec{E} = \begin{pmatrix} \varepsilon & i\varepsilon_a & 0 \\ -i\varepsilon_a & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{||} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \varepsilon E_x + i\varepsilon_a E_y \\ -i\varepsilon_a E_x + \varepsilon E_y \\ \varepsilon_{||} E_z \end{pmatrix}; \quad (5)$$

$$\vec{B} = \vec{\mu} \cdot \vec{H} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{||} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mu H_x + i\mu_a H_y \\ -i\mu_a H_x + \mu H_y \\ \mu_{||} H_z \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Общие уравнения электродинамики (в системе СГС Гаусса) имеют вид:

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad (7)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (8)$$

$$\text{div } \vec{D} = 0; \quad (9)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0, \quad (10)$$

где c – скорость света в свободном пространстве.

Предполагаем зависимость от времени в виде $e^{i\omega t}$, то есть оператор дифференцирования по времени имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\omega. \quad (11)$$

Введем также вспомогательное обозначение:

$$k_0 = \frac{\omega}{c}. \quad (12)$$

Это – волновое число электромагнитной волны частоты ω в свободном пространстве.

Подстановка полей (3)-(4) и индукций (5)-(6) в полные уравнения электродинамики (7)-(8), в соответствии с преобразованиями, выполненными в работе [22], позволяет получить систему связанных уравнений для E_z и H_z :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} - \frac{\varepsilon_{//}}{\varepsilon} \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + k_0^2 \varepsilon_{//} \left(\mu - \frac{\mu_a^2}{\mu} \right) E_z + \\ + k_0 \mu_{//} \left(\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon} + \frac{\mu_a}{\mu} \right) \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\mu_{//}}{\mu} \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} + k_0^2 \mu_{//} \left(\varepsilon - \frac{\varepsilon_a^2}{\varepsilon} \right) H_z - \\ - k_0 \varepsilon_{//} \left(\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon} + \frac{\mu_a}{\mu} \right) \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Предположим, что распределение полей от координаты z не зависит. То есть в уравнениях (13), (14) положим:

$$\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow 0. \quad (15)$$

При этом получаем:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + b_e \right) E_z = 0; \quad (16)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + b_m \right) H_z = 0, \quad (17)$$

где b_e и b_m определяются формулами:

$$b_e = k_0^2 \varepsilon_{||} \cdot \frac{\mu^2 - \mu_a^2}{\mu}; \quad (18)$$

$$b_m = k_0^2 \mu_{||} \cdot \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}{\varepsilon}. \quad (19)$$

Эти уравнения не связаны, каждое из них описывает отдельную волну, то есть эти волны могут распространяться независимо.

В соответствии с терминологией, принятой в [21], а также в [22], волна, описываемая первым уравнением является «гиромагнитной», а вторым – «гироэлектрической».

В рамках настоящей работы далее нас будет интересовать лишь гиромагнитная волна, описываемая уравнением (16). Решение этого уравнения дает электрическое поле волны, направленное вдоль оси Oz . При этом, в соответствии с принятой геометрией (рис.1) сама волна распространяется в направлении оси Oy .

Итак, первая система – ГИРОМАГНИТНАЯ. Задано E_z , определяются H_x и H_y . Из уравнений электродинамики (7)-(10) с учетом (5)-(6), получаем систему уравнений:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -ik_0(\mu H_x + i\mu_a H_y); \quad (20)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = -ik_0(i\mu_a H_x - \mu H_y). \quad (21)$$

Разрешая эту систему относительно H_x и H_y , находим поля гиромагнитной волны в виде:

$$H_x = -\frac{\mu_a}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{i\mu}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial y}; \quad (22)$$

$$H_y = -\frac{i\mu}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\mu_a}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial y}. \quad (23)$$

Для решения задачи типа Дэймона-Эшбаха надо найти решения уравнений типа (16) во всех трех средах, а также поля (22)-(23), которые затем подставляются в граничные условия.

Общий вид решения следующий:

$$e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} = e^{i\omega t} \cdot e^{-ik_x x} \cdot e^{-ik_y y}. \quad (24)$$

В уравнении (16) зависимость от времени уже учтена: она входит в b_e через посредство $k_0 = \omega/c$ и определяется формулой (18).

Такая процедура подробно выполнена в работе [22]. Результатом является дисперсионное соотношение, имеющее вид (формулы (177)-(179) в работе [22]):

$$\frac{e^{kd\alpha_0} - e^{-kd\alpha_0}}{e^{kd\alpha_0} + e^{-kd\alpha_0}} = \frac{2\mu\alpha_0}{\beta_0}, \quad (25)$$

где α_0 и β_0 определяются выражениями:

$$\alpha_0 = \sqrt{1 - \frac{k_0^2}{k^2} \cdot \frac{\varepsilon_{||}(\mu^2 - \mu_a^2)}{\mu}}; \quad (26)$$

$$\beta_0 = \frac{\sqrt{k^2 - k_0^2 \varepsilon_{||}}}{k} \cdot \left\{ \mu_a^2 - \mu^2 - \frac{k^2}{k^2 - k_0^2 \varepsilon_{||}} \cdot \frac{\alpha_0^2 \mu^2 - \mu_a^2}{\mu^2 - \mu_a^2} \right\}. \quad (27)$$

В работе [22] это дисперсионное соотношение рассмотрено в отсутствие диссипации, причем решение выполнено методом поиска нуля. Учет диссипации приводит к определенному усложнению задачи, к рассмотрению которой и перейдем далее.

3. Дисперсионное соотношение

Будем исходить из общего вида дисперсионного соотношения:

$$\frac{e^{kd\alpha_0} - e^{-kd\alpha_0}}{e^{kd\alpha_0} + e^{-kd\alpha_0}} = \frac{2\mu\alpha_0}{\beta_0}, \quad (28)$$

где α_0 и β_0 определяются выражениями:

$$\alpha_0 = \frac{1}{k} \sqrt{k^2 - k_0^2 \varepsilon \left(\frac{\mu^2 - \mu_a^2}{\mu} \right)}. \quad (29)$$

$$\beta_0 = - \frac{\mu^2 - \mu_a^2 + 1}{k \sqrt{k^2 - k_0^2 \varepsilon}} \left\{ k^2 - k_0^2 \varepsilon \left(\frac{\mu^2 - \mu_a^2 + \mu}{\mu^2 - \mu_a^2 + 1} \right) \right\}. \quad (30)$$

Это соотношение впервые получено в работе [22, форм. (177)-(179)]. В исходном виде оно приведено в предыдущем разделе (25)-(27). Здесь выполнено некоторое упрощение, полезное для проводимых далее преобразований. С целью упрощения записи формул обозначение $\varepsilon_{//}$ заменено на ε .

В среде с диссипацией это соотношение содержит три комплексных величины: волновое число k и компоненты магнитной проницаемости μ и μ_a .

Выполним сначала небольшое преобразование, позволяющее отделить волновое число от компонент проницаемости в явном виде.

Введем вспомогательные обозначения для величин, не зависящих от k :

$$A = -k_0^2 \varepsilon \left(\frac{\mu^2 - \mu_a^2}{\mu} \right); \quad (31)$$

$$B = -(\mu^2 - \mu_a^2 + 1); \quad (32)$$

$$C = -k_0^2 \varepsilon; \quad (33)$$

$$D = -k_0^2 \varepsilon \left(\frac{\mu^2 - \mu_a^2 + \mu}{\mu^2 - \mu_a^2 + 1} \right). \quad (34)$$

С этими обозначениями α_0 и β_0 принимают вид:

$$\alpha_0 = \frac{\sqrt{k^2 + A}}{k}. \quad (35)$$

$$\beta_0 = \frac{B(k^2 + D)}{k\sqrt{k^2 + C}}. \quad (36)$$

Показатель экспоненты принимает вид:

$$kd\alpha_0 = d\sqrt{k^2 + A}. \quad (37)$$

Правая часть дисперсионного соотношения принимает вид:

$$\frac{2\mu\alpha_0}{\beta_0} = \frac{2\mu}{B} \cdot \frac{\sqrt{k^2 + A} \sqrt{k^2 + C}}{\sqrt{k^2 + D}}. \quad (38)$$

Подставляя показатель экспоненты и правую часть в исходное дисперсионное соотношение (28), после чего умножая числитель и знаменатель левой части на

$e^{d\sqrt{k^2 + A}}$, получаем дисперсионное соотношение в окончательном виде:

$$\frac{e^{2d\sqrt{k^2 + A}} - 1}{e^{2d\sqrt{k^2 + A}} + 1} = \frac{2\mu}{B} \cdot \frac{\sqrt{k^2 + A} \sqrt{k^2 + C}}{\sqrt{k^2 + D}}. \quad (39)$$

В этом соотношении комплексными являются как волновое число, так и параметры A, B, D .

Представим параметры A, B, C, D в комплексном виде:

$$A = A' + iA''; \quad (40)$$

$$B = B' + iB''; \quad (41)$$

$$C = C' + iC''; \quad (42)$$

$$D = D' + iD'', \quad (43)$$

где A' , A'' , B' , B'' , C' , C'' , D' , D'' – действительные.

Из (6А) видно, что $C'' = 0$, однако для сохранения общности, оставим пока запись параметра C в виде суммы действительной и мнимой частей.

Эти параметры содержат компоненты проницаемости μ и μ_a , которые в свою очередь являются комплексными. Поэтому предварительным этапом является выделение в выражениях A , B , C , D действительной и мнимой частей по отдельности.

Из (31)-(34) видно, что параметры A , B , C , D содержат в своем составе компоненты тензора магнитной проницаемости μ и μ_a , которые в общем случае являются комплексными. Запишем эти компоненты в виде:

$$\mu = \mu' + i\mu''; \quad (44)$$

$$\mu_a = \mu'_a + i\mu''_a, \quad (45)$$

где μ' , μ'' , μ'_a , μ''_a – действительные.

В таком виде компоненты тензора проницаемости будут использованы далее для получения действительных и мнимых частей параметров A , B , C , D .

4. Получение компонент параметров A , B , C , D

Найдем некоторые промежуточные выражения, входящие в параметры A , B , C , D . Это будет в первую очередь $\mu^2 - \mu_a^2$, $\mu^2 - \mu_a^2 + 1$, а также $\mu^2 - \mu_a^2 + \mu$.

Введем вспомогательные выражения:

$$M_1 = (\mu')^2 - (\mu'')^2 - (\mu'_a)^2 + (\mu''_a)^2; \quad (46)$$

$$M_2 = 2(\mu'\mu'' - \mu'_a\mu''_a). \quad (47)$$

С использованием этих выражений получаем:

$$\mu^2 - \mu_a^2 = M_1 + iM_2, \quad (48)$$

$$\mu^2 - \mu_a^2 + 1 = (M_1 + 1) + iM_2; \quad (49)$$

$$\mu^2 - \mu_a^2 + \mu = (M_1 + \mu') + i(M_2 + \mu''). \quad (50)$$

Подставляя (48)-(50), а также (44) в (31)-(34) и выполняя разделение действительной и мнимой частей, получаем:

$$A' = -k_0^2 \varepsilon \frac{M_1 \mu' + M_2 \mu''}{(\mu')^2 + (\mu'')^2}; \quad (51)$$

$$A'' = -k_0^2 \varepsilon \frac{-M_1 \mu'' + M_2 \mu'}{(\mu')^2 + (\mu'')^2}; \quad (52)$$

$$B' = -(M_1 + 1); \quad (53)$$

$$B'' = -M_2; \quad (54)$$

$$C' = -k_0^2 \varepsilon; \quad (55)$$

$$C'' = 0; \quad (56)$$

$$D' = -k_0^2 \varepsilon \frac{(M_1 + \mu')(M_1 + 1) + M_2(M_2 + \mu'')}{(M_1 + 1)^2 + M_2^2}; \quad (57)$$

$$D'' = -k_0^2 \varepsilon \frac{-(M_1 + \mu')M_2 + (M_1 + 1)(M_2 + \mu'')}{(M_1 + 1)^2 + M_2^2}. \quad (58)$$

5. Преобразование квадратного корня

В дисперсионном соотношении (38), кроме дроби вида μ/B , комплексные составляющие присутствуют в виде квадратных корней из суммы квадрата волнового числа k и одного из параметров A , B , D . При этом выделение действительной и мнимой частей из этих корней можно сделать одинаковым образом. Покажем это на примере первого корня $\sqrt{k^2 + A}$.

Рассмотрим выделение действительной и мнимой частей из квадратного корня $\sqrt{k^2 + A}$ в предположении, что как волновое число k , так и параметр A являются комплексными.

Представим волновое число k в комплексном виде:

$$k = \eta - i\xi, \quad (59)$$

где η и ξ – действительные.

Квадрат волнового числа k равен:

$$k^2 = (\eta^2 - \xi^2) - i \cdot 2\eta\xi. \quad (60)$$

Согласно (40), параметр A определяется выражением:

$$A = A' + iA''; \quad (61)$$

Подставляя (60) и (61) в квадратный корень $\sqrt{k^2 + A}$, получаем:

$$\sqrt{k^2 + A} = \sqrt{a_A + i b_A}, \quad (62)$$

где введены обозначения:

$$a_A = \eta^2 - \xi^2 + A'; \quad (63)$$

$$b_A = -2\eta\xi + A''. \quad (64)$$

Здесь a_A и b_A – действительные.

Воспользуемся формулой для квадратного корня из комплексного числа [36, стр.19, форм.(58.1)]:

$$\sqrt{a+ib} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}} + i \cdot \sqrt{\frac{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}}. \quad (65)$$

В соответствии с этой формулой, подставляя значения a и b в соответствии с (62) и (63), получаем:

$$\sqrt{k^2 + A} = \sqrt{\frac{(\eta^2 - \xi^2 + A') + \sqrt{(\eta^2 - \xi^2 + A')^2 + (-2\eta\xi + A'')^2}}{2}} + \sqrt{\frac{(\eta^2 - \xi^2 + A') + \sqrt{-(\eta^2 - \xi^2 + A')^2 + (-2\eta\xi + A'')^2}}{2}}. \quad (66)$$

Введем обозначения:

$$g_A = \sqrt{\frac{(\eta^2 - \xi^2 + A') + \sqrt{(\eta^2 - \xi^2 + A')^2 + (-2\eta\xi + A'')^2}}{2}}; \quad (67)$$

$$h_A = \sqrt{\frac{(\eta^2 - \xi^2 + A') + \sqrt{-(\eta^2 - \xi^2 + A')^2 + (-2\eta\xi + A'')^2}}{2}}. \quad (68)$$

С этими обозначениями получаем:

$$\sqrt{k^2 + A} = g_A + i h_A. \quad (69)$$

Аналогично представим два других корня:

$$\sqrt{k^2 + C} = g_C + i h_C; \quad (70)$$

$$\sqrt{k^2 + D} = g_D + i h_D. \quad (71)$$

Здесь:

$$g_C = \sqrt{\frac{(\eta^2 - \xi^2 + C') + \sqrt{(\eta^2 - \xi^2 + C')^2 + (-2\eta\xi + C'')^2}}{2}}; \quad (72)$$

$$h_C = \sqrt{\frac{(\eta^2 - \xi^2 + C') + \sqrt{-(\eta^2 - \xi^2 + C')^2 + (-2\eta\xi + C'')^2}}{2}} . \quad (73)$$

$$g_D = \sqrt{\frac{(\eta^2 - \xi^2 + D') + \sqrt{(\eta^2 - \xi^2 + D')^2 + (-2\eta\xi + D'')^2}}{2}} ; \quad (74)$$

$$h_D = \sqrt{\frac{(\eta^2 - \xi^2 + D') + \sqrt{-(\eta^2 - \xi^2 + D')^2 + (-2\eta\xi + D'')^2}}{2}} . \quad (75)$$

Здесь выражения (67)-(68), а также (72)-(75) являются действительными.

6. Преобразование левой части дисперсионного соотношения

Левая часть дисперсионного соотношения (39) имеет вид:

$$F_I = \frac{e^{2d\sqrt{k^2 + A}} - 1}{e^{2d\sqrt{k^2 + A}} + 1} . \quad (76)$$

Запишем корень в соответствии с (69):

$$\sqrt{k^2 + A} = g_A + ih_A . \quad (77)$$

Подставляя корень (77) в показатель экспоненты и выполняя преобразование с помощью формулы Эйлера, получаем:

$$e^{2d\sqrt{k^2 + A}} = e^{2dg_A} e^{i2dh_A} = e^{2dg_A} \cos(2dh_A) + ie^{2dg_A} \sin(2dh_A) . \quad (78)$$

Введем обозначения:

$$C_{IM} = e^{2dg_A} \cos(2dh_A) - 1 : \quad (79)$$

$$C_{IP} = e^{2dg_A} \sin(2dh_A) : \quad (80)$$

$$C_2 = e^{2dg_A} \sin(2dh_A). \quad (81)$$

С этими обозначениями левая часть дисперсионного соотношения (76) принимает вид:

$$F_1 = \frac{C_{1M} + i C_2}{C_{1P} + i C_2}. \quad (82)$$

Умножая числитель и знаменатель этой дроби на $(C_{1P} - i C_2)$ и выделяя действительную и мнимую части, получаем:

$$F_1 = F_{11} + i F_{12}, \quad (83)$$

где введены обозначения:

$$F_{11} = \frac{C_{1P} C_{1M} - C_2^2}{C_{1P}^2 + C_2^2}. \quad (84)$$

$$F_{12} = \frac{C_2 (C_{1P} + C_{1M})}{C_{1P}^2 + C_2^2}. \quad (85)$$

7. Преобразование правой части дисперсионного соотношения

Согласно (39), правая часть имеет вид:

$$F_2 = \frac{2\mu}{B} \cdot \frac{\sqrt{k^2 + A} \sqrt{k^2 + C}}{\sqrt{k^2 + D}}. \quad (86)$$

Выделим сначала действительную и мнимую части из первой дроби $2\mu/B$, корней не содержащей.

Запишем μ в комплексном виде:

$$\mu = \mu' + i \mu''. \quad (87)$$

Согласно (41), параметр B определяется соотношением:

$$B = B' + i B''. \quad (88)$$

Подставляя (87) и (88) в искомую дробь и выделяя действительную и мнимую части, получаем:

$$\frac{2\mu}{B} = p + iq, \quad (89)$$

где введены обозначения:

$$p = \frac{2(\mu' B' + \mu'' B'')}{(B')^2 + (B'')^2}; \quad (90)$$

$$q = \frac{2(-\mu' B'' + \mu'' B')}{(B')^2 + (B'')^2}, \quad (91)$$

оба из которых являются действительными.

Рассмотрим теперь вторую дробь, входящую в (86) и содержащую корни, для которых воспользуемся соотношениями (69), (70), (71):

$$\sqrt{k^2 + A} = g_A + i h_A. \quad (92)$$

$$\sqrt{k^2 + C} = g_C + i h_C; \quad (93)$$

$$\sqrt{k^2 + D} = g_D + i h_D. \quad (94)$$

Подставляя (89) и (92)-(94) в (86), получаем:

$$F_2 = (p + iq) \cdot \frac{(g_A + i h_A)(g_C + i h_C)}{(g_D + i h_D)}. \quad (95)$$

Найдем числитель дроби:

$$(g_A + i h_A)(g_C + i h_C) = r + is, \quad (96)$$

где введены обозначения:

$$r = g_A g_C - h_A h_C; \quad (97)$$

$$s = g_A h_C + g_C h_A. \quad (98)$$

С учетом (96), выражение (95) принимает вид:

$$F_2 = \frac{(p + iq)(g_C + i h_C)}{(g_D + i h_D)}. \quad (99)$$

Выделим действительную и мнимую части в числителе полученной дроби:

$$(p + iq)(g_C + i h_C) = u + iv, \quad (100)$$

где введены обозначения:

$$u = pr - qs; \quad (101)$$

$$v = ps + qr. \quad (102)$$

Подставляя (100) в (99) и выделяя действительную и мнимую части, получаем:

$$F_2 = F_{21} + i F_{22}, \quad (103)$$

где введены обозначения:

$$F_{21} = \frac{u g_D + v h_D}{(g_D)^2 + (h_D)^2}; \quad (104)$$

$$F_{22} = \frac{-u h_D + v g_D}{(g_D)^2 + (h_D)^2}. \quad (105)$$

8. Система уравнений для компонент волнового числа

Исходное дисперсионное соотношение (39), записанное как равенство левой и правой частей F_1 и F_2 , имеет вид:

$$F_1 = F_2, \quad (106)$$

или:

$$F_1 - F_2 = 0, \quad (107)$$

где согласно (83) и (103):

$$F_1 = F_{11} + i F_{12}; \quad (108)$$

$$F_2 = F_{21} + i F_{22}. \quad (109)$$

С помощью этих обозначений записываем (107) в виде:

$$(F_{11} - F_{21}) + i (F_{12} - F_{22}) = 0. \quad (110)$$

Комплексное число равно нулю только в том случае, если его действительная и мнимая части по отдельности равны нулю. То есть из одного уравнения (110), получаем систему двух уравнений:

$$F_{11} - F_{21} = 0; \quad (111)$$

$$F_{12} - F_{22} = 0. \quad (112)$$

Это – система двух уравнений для действительной и мнимой компонент волнового числа η и ξ , которые, согласно (59), входят в эту систему через посредство выражений (69)-(71). При этом компоненты проницаемости μ и μ_a содержатся в выражениях (31)-(34).

9. Структура полученной системы уравнений

Рассмотрим структуру полученных уравнений несколько более подробно.

Так, с помощью (84), (85), (104), (105) запишем (111) и (112) в виде:

$$\frac{C_{1P}C_{1M} - C_2^2}{C_{1P}^2 + C_2^2} - \frac{u g_D + v h_D}{(g_D)^2 + (h_D)^2} = 0; \quad (113)$$

$$\frac{C_2(C_{1P} + C_{1M})}{C_{1P}^2 + C_2^2} - \frac{-u h_D + v g_D}{(g_D)^2 + (h_D)^2} = 0; \quad (114)$$

Здесь, согласно (79), (80), (81), параметры C_{1P} , C_{1M} , C_2 определяются через параметры g_A и h_A .

Согласно (101), (102), параметры u и v определяются через параметры p , q , r , s , которые, согласно (90), (91), (97), (98), определяются через параметры g_A , g_C , g_D , h_A , h_C , h_D , а также параметры μ' , μ'' и B' , B'' .

То есть все входящие в выражения в явном виде параметры, определяются через параметры g_A , g_C , g_D , h_A , h_C , h_D , определяемые формулами (67), (72), (74), (68), (73), (75), которые в свою очередь определяются через действительные A' , B' , C' , D' и мнимые A'' , B'' , C'' , D'' части параметров A , B , C , D , определяемые формулами (31), (32), (33), (34), которые выражены через компоненты тензора магнитной проницаемости μ и μ_a .

Искомые компоненты волнового числа (59), такие как η и ξ , входят в параметры $g_A, g_C, g_D, h_A, h_C, h_D$ в соответствии с формулами (67), (72), (74), (68), (73), (75).

Таким образом, все входящие в уравнения (113) и (114) параметры, кроме искомых компонент волнового числа η и ξ , могут быть выражены через компоненты тензора магнитной проницаемости μ и μ_a , которые в общем случае имеют комплексный характер:

$$\mu = \mu' + i\mu'', \quad (115)$$

$$\mu_a = \mu'_a + i\mu''_a. \quad (116)$$

Заметим, что комплексный характер μ в виде формулы (87) уже использовался ранее при вычислении правой части исходного дисперсионного соотношения (39).

Итак, совместное решение системы уравнений (113) и (114) относительно компонент волнового числа η и ξ позволяет найти эти компоненты выраженными через компоненты тензора проницаемости μ и μ_a , которые задаются частотой, параметрами материала, поля и параметром затухания прецессии намагниченности. Приведем далее краткий вывод этих компонент.

10. Тензор магнитной проницаемости

Классическое описание динамических явлений в магнетиках основано на использовании уравнения Ландау-Лифшица [4-6]:

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = -\gamma [\vec{M} \times \vec{H}] + \frac{\alpha}{M_0} \left[\vec{M} \times \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} \right]. \quad (117)$$

Здесь \vec{M} – вектор намагниченности, \vec{H} – эффективное поле, γ – гиромагнитное отношение, α – параметр затухания по Гильберту [37].

Раскрывая в этом уравнении векторные произведения, получаем:

$$\dot{M}_x = -\gamma(M_y H_z - M_z H_y) + \frac{\alpha}{M_0} \cdot (M_y \dot{M}_z - M_z \dot{M}_y); \quad (118)$$

$$\dot{M}_y = -\gamma(M_z H_x - M_x H_z) + \frac{\alpha}{M_0} \cdot (M_z \dot{M}_x - M_x \dot{M}_z); \quad (119)$$

$$\dot{M}_z = -\gamma(M_x H_y - M_y H_x) + \frac{\alpha}{M_0} \cdot (M_x \dot{M}_y - M_y \dot{M}_x). \quad (120)$$

Положим поле и намагниченность в виде:

$$\vec{H} = \{h_x; h_y; H_0 + h_z\}; \quad (121)$$

$$\vec{M} = \{m_x; m_y; M_0 + m_z\}, \quad (122)$$

где H_0 и M_0 – постоянные.

Полагаем:

$$h_x \sim h_y \sim h_z \sim m_x \sim m_y \sim m_z \sim \dot{m}_x \sim \dot{m}_y \sim \dot{m}_z \ll H_0 \sim M_0. \quad (123)$$

Подставляя эти выражения в (117) и выполняя линеаризацию, состоящую в пренебрежении слагаемыми порядка $m_i m_k$, $m_i \dot{m}_k$, $m_i h_k$, получаем:

$$\dot{m}_x = -\gamma(m_y H_0 - M_0 h_y) - \alpha \dot{m}_y; \quad (124)$$

$$\dot{m}_y = -\gamma(M_0 h_x - H_0 m_x) + \alpha \dot{m}_x; \quad (125)$$

$$\dot{m}_z = 0. \quad (126)$$

Третье уравнение здесь говорит о постоянстве z -компоненты вектора намагниченности, то есть в динамике его можно не рассматривать.

Положим теперь гармоническую зависимость от времени для поля и намагниченности в виде:

$$\vec{h} = \vec{h}_0 e^{i\omega t}; \quad (127)$$

$$\vec{m} = \vec{m}_0 e^{i\omega t}. \quad (128)$$

Подставляя (127)-(128) в (124)-(125), выполняя дифференцирование, раскрывая скобки и перенося неизвестные величины (компоненты

намагниченности) в левую часть, а известные (компоненты поля) в правую, получаем:

$$i\omega m_{0x} + (\gamma H_0 + i\omega\alpha) m_{0y} = \gamma M_0 h_{0y}; \quad (129)$$

$$i\omega m_{0y} - (\gamma H_0 + i\omega\alpha) m_{0x} = -\gamma M_0 h_{0x}. \quad (130)$$

Здесь индексы «0» при переменных величинах означают, что компоненты поля и намагниченности являются амплитудами при временных множителях. Не забывая этого обстоятельства, для упрощения записи индексы «0» можно опустить. Раскрывая скобки, записывая переменные в порядке следования индексов x , y и меняя знак второго уравнения, получаем:

$$i\omega m_x + (\gamma H_0 + i\omega\alpha) m_y = \gamma M_0 h_y; \quad (131)$$

$$(\gamma H_0 + i\omega\alpha) m_x - i\omega m_y = \gamma M_0 h_x. \quad (132)$$

Решение этой системы имеет вид:

$$m_x = \chi h_x + i\chi_a h_y; \quad (133)$$

$$m_y = -i\chi_a h_x + \chi h_y, \quad (134)$$

где введены обозначения:

$$\chi = -\frac{\gamma M_0 (\gamma H_0 + i\omega\alpha)}{\omega^2 - (\gamma H_0 + i\omega\alpha)^2}; \quad (135)$$

$$\chi_a = -\frac{i\omega\gamma M_0}{\omega^2 - (\gamma H_0 + i\omega\alpha)^2}, \quad (136)$$

представляющие собой компоненты тензора восприимчивости [4-6]:

$$\vec{\chi} = \begin{pmatrix} \chi & i\chi_a & 0 \\ -i\chi_a & \chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (137)$$

так что:

$$\vec{m} = \vec{\chi} \vec{h}. \quad (138)$$

Подобно [15, 21], введем нормированные обозначения:

$$\Omega = \frac{\omega}{4\pi\gamma M_0}; \quad (139)$$

$$\Omega_H = \frac{H_0}{4\pi M_0}. \quad (140)$$

Компоненты тензора восприимчивости (135), (136) принимают вид:

$$\chi = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{(\Omega_H + i\alpha\Omega)}{\Omega_H^2 - (1 + \alpha^2)\Omega^2 + 2i\alpha\Omega\Omega_H}; \quad (141)$$

$$\chi_a = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - (1 + \alpha^2)\Omega^2 + 2i\alpha\Omega\Omega_H}. \quad (142)$$

Освобождаясь от мнимости в знаменателях, получаем:

$$\chi = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\Omega_H(\Omega_H^2 - \Omega^2)}{RS} - i\alpha \frac{\Omega(\Omega_H^2 + \Omega^2)}{RS} \right\}; \quad (143)$$

$$\chi_a = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\Omega(\Omega_H^2 - \Omega^2)}{RS} - i\alpha \frac{2\Omega^2\Omega_H}{RS} \right\}, \quad (144)$$

где введено вспомогательное обозначение:

$$RS = (\Omega_H^2 - \Omega^2)^2 + \alpha^2(2\Omega\Omega_H)^2. \quad (145)$$

Учтем теперь, что тензоры проницаемости $\vec{\mu}$ и восприимчивости $\vec{\chi}$ связаны соотношением [4-6]:

$$\vec{\mu} = 1 + 4\pi \vec{\chi}. \quad (146)$$

При этом получаем компоненты тензора проницаемости в виде:

$$\mu = \frac{(\Omega_H^2 - \Omega^2)(\Omega_H^2 - \Omega^2 + \Omega_H)}{RS} - i\alpha \frac{\Omega(\Omega_H^2 + \Omega^2)}{RS}. \quad (147)$$

$$\mu_a = \frac{\Omega(\Omega_H^2 - \Omega^2)}{RS} - i\alpha \frac{2\Omega^2\Omega_H}{RS}, \quad (148)$$

где RS определяется выражением (145).

Выражение RS содержит α^2 , то есть при малых значениях α второе слагаемое может быть значительно меньше первого. Однако это не так вблизи резонанса, когда частота Ω становится достаточно близкой к частоте Ω_H . При этом именно второе слагаемое обеспечивает конечность амплитуды колебаний на частоте резонанса, так как даже при $\Omega = \Omega_H$ знаменатели в выражениях (147)-(148) остаются конечными. Однако на некотором расстоянии от резонансной частоты второе слагаемое в выражении RS становится достаточно малым по сравнению с первым, то есть им можно пренебречь. При этом получаем:

$$RS \rightarrow (\Omega_H^2 - \Omega^2)^2. \quad (149)$$

В таком приближении компоненты проницаемости принимают вид:

$$\mu = \frac{\Omega_H^2 - \Omega^2 + \Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2} - i\alpha \frac{\Omega(\Omega_H^2 + \Omega^2)}{(\Omega_H^2 - \Omega^2)^2}. \quad (150)$$

$$\mu_a = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2} - i\alpha \frac{2\Omega^2 \Omega_H}{(\Omega_H^2 - \Omega^2)^2}. \quad (151)$$

Представим μ и μ_a в виде суммы действительной и мнимой частей:

$$\mu = \mu' + i\mu''; \quad (152)$$

$$\mu_a = \mu'_a + i\mu''_a. \quad (153)$$

При этом получаем:

$$\mu' = \frac{\Omega_H^2 - \Omega^2 + \Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}; \quad (154)$$

$$\mu'' = -\alpha \frac{\Omega(\Omega_H^2 + \Omega^2)}{(\Omega_H^2 - \Omega^2)^2}; \quad (155)$$

$$\mu'_a = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2}; \quad (156)$$

$$\mu_a'' = -\alpha \frac{2\Omega^2 \Omega_H}{(\Omega_H^2 - \Omega^2)^2}. \quad (157)$$

В дальнейшем рассмотрении для компонент проницаемости будем использовать именно такие выражения, не забывая однако о возможной их расходимости вблизи резонанса. При этом влияние диссипации будет учитываться за счет мнимых компонент проницаемости (152), (153), содержащих действительные величины μ'' и μ_a'' .

11. Универсальный характер полученного решения и его упрощенный вариант

Приведенный здесь вывод системы уравнений для действительной и мнимой частей волнового числа (113)-(114) является универсальным в том отношении, что он не зависит от того, рассматривается ли полная электродинамика или лишь магнитостатическое приближение.

Для перехода к магнитостатическому приближению в полученных уравнениях достаточно положить скорость света стремящейся к бесконечности, то есть $k_0 \rightarrow 0$.

Контрольная проверка еще на уровне соотношения (28) с параметрами (29), (30) показывает идентичность получаемых выражений приведенным в работах [29-31]. То же относится к выражениям (113)-(114), то есть приведенное здесь решение полностью переходит в закон дисперсии для магнитостатических волн в рамках классической задачи Дэймона-Эшбаха.

Приведенный в работах [29-31] вывод дисперсионного соотношения в магнитостатическом приближении, выполненный тем же путем решения граничной задачи, что и приведенный в работе [22] вывод в рамках полной электродинамики, позволяет полученную систему двух уравнений, подобную (113)-(114) разделить на два уравнения, каждое из которых зависит только от одной компоненты волнового числа η или ξ . Выполняемое далее численное решение каждого из полученных независимых уравнений методом поиска нуля,

позволяет по отдельности получить законы дисперсии для действительной и мнимой частей волнового числа.

В настоящей задаче в рамках полной электродинамики такое разделение простыми приемами, использованными в работах [29-31], по-видимому, не реализуемо, поэтому для получения законов дисперсии для действительной и мнимой частей волнового числа требуется численно решать систему (113)-(114) выполняя поиск нуля одновременно по двум параметрам η и ξ .

Поскольку за один проход можно варьировать только одну переменную η или ξ , то другая в этот момент должна быть задана постоянной. При этом последовательное варьирование сначала одной, а затем другой переменной при заданной частоте позволит найти две зависимости одной переменной от другой – первой от второй и второй от первой, точка пересечения которых и даст значения обеих переменных, соответствующие заданной частоте. Задание частоты в определенном диапазоне ее изменения позволит найти зависимости обеих переменных от частоты по отдельности, то есть законы дисперсии для действительной и мнимой частей волнового числа.

Можно полагать, что использование описанной процедуры будет крайне громоздким, поэтому в рамках настоящей работы ограничимся далее лишь вычислением закона дисперсии для действительной части волнового числа численным методом на основе поиска нуля, опираясь непосредственно на дисперсионное соотношение (28)-(30).

Для этого вычислим дисперсионное соотношение в рамках описанных процедур с учетом комплексного характера проницаемости, вплоть до разделения действительной и мнимой частей, после чего возьмем только одну действительную часть, нуль которой и будем искать. В результате будет получен закон дисперсии только для действительной части в пренебрежении добавок, вносимых мнимой частью. Очевидно, что такое приближение допустимо только в рамках достаточно малых значений диссипации, причем при стремлении затухания к нулю закон дисперсии должен переходить в закон дисперсии в магнитоэлектростатическом приближении, то есть стремиться к

классическому решению задачи Дэймона-Эшбаха. К реализации подобной программы перейдем далее.

12. Изменение знака дисперсионного соотношения

Рассмотрим теперь закон дисперсии более подробно. Прежде всего, следуя [22], отметим характерные частоты, следующие из анализа расходимостей выражений для магнитной восприимчивости. Пример такого анализа можно найти в работах [15, 21]. При параметрах $H = 437,5$ Э, $4\pi M_0 = 1750$ Гс, $\gamma = 2,8$ МГц/Э эти частоты равны:

$$f_1 = \gamma H = 1225 \text{ Э}; \quad (158)$$

$$f_2 = \gamma \sqrt{H(H + 4\pi M_0)} = 2739 \text{ Э}; \quad (159)$$

$$f_3 = \gamma (H + 2\pi M_0) = 3675 \text{ Э}; \quad (160)$$

$$f_4 = \gamma \sqrt{(H + 2\pi M_0)^2 + (2\pi M_0)^2} = 4417 \text{ Э}; \quad (161)$$

$$f_5 = \gamma (H + 4\pi M_0) = 6125 \text{ Э}. \quad (162)$$

Интервал существования классической поверхностной волны Дэймона-Эшбаха заключен между частотами f_2 и f_3 . В области между частотами f_3 и f_4 магнитостатическое приближение дает существование обратной поверхностной волны диссипативного типа, то есть существующее только в среде с затуханием [28-31]. Другие решения магнитостатическое приближение получить не позволяет.

Процедура поиска нуля состоит в определении изменения знака дисперсионного соотношения при изменении варьируемого параметра с последующим уточнением полученного значения путем уменьшения шага варьирования до величины, требуемой желаемой точностью.

Следуя такой процедуре, подобно [22], будем следить за изменением знака дисперсионного соотношения (28), то есть функции

$$W(k) = \frac{e^{kd\alpha_0} - e^{-kd\alpha_0}}{e^{kd\alpha_0} + e^{-kd\alpha_0}} - \frac{2\mu\alpha_0}{\beta_0}, \quad (163)$$

где под k будем подразумевать лишь действительную часть волнового числа. Как отмечено выше, такое приближение не позволит найти закон дисперсии для мнимой части волнового числа, однако даст возможность определить характерные свойства дисперсии действительной части волнового числа и значительно упростит вычисления, ограничивая их поиском нуля лишь по одной переменной.

В этом случае решение методом поиска нуля в отсутствие диссипации ($\alpha = 0$) приводит к картине, показанной на рис.2. Этот рисунок, с точностью до масштаба по горизонтальной оси, повторяет рис.5 в работе [22], причем нумерация кривых в этом случае – та же, что в упомянутой работе.

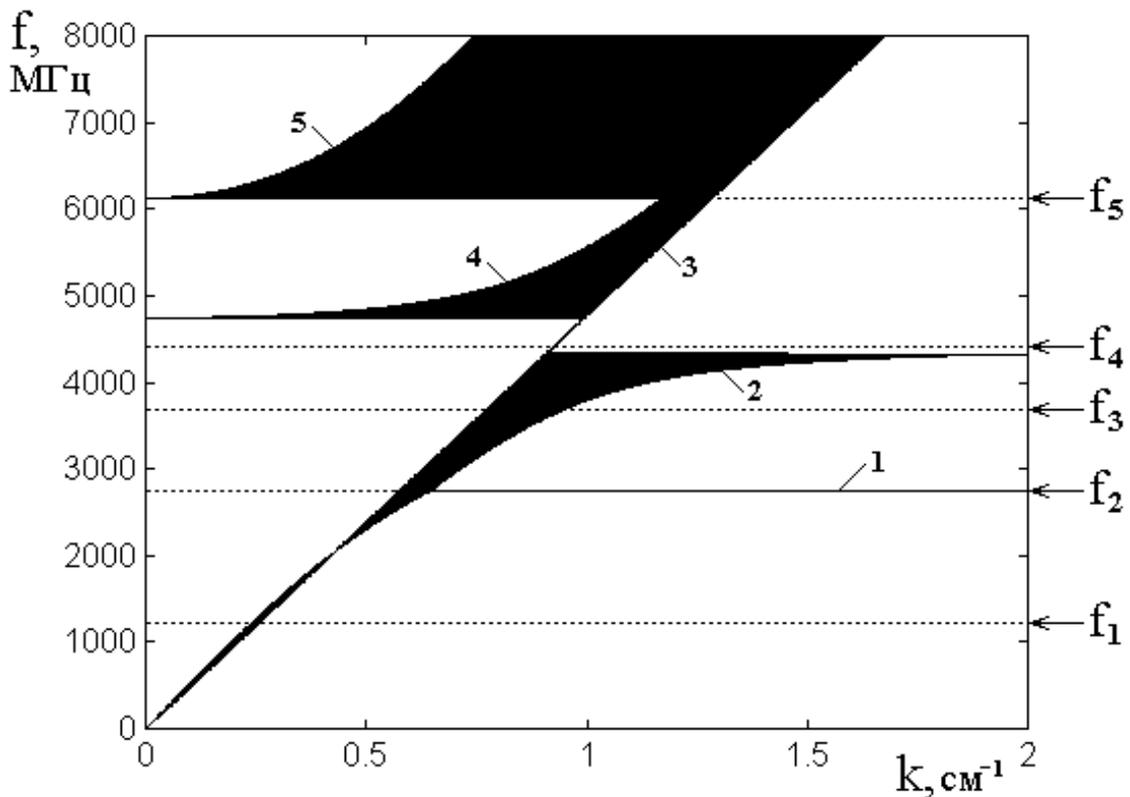


Рис.2. Области различных знаков дисперсионного соотношения (28) в отсутствие диссипации. Здесь и далее нумерация кривых пояснена в тексте. Параметры: $H_0 = 437,5$ Э, $4\pi M_0 = 1750$ Гс, $d = 15$ мкм, $\varepsilon = 1$, $\alpha = 0$.

Кривые на рисунке построены путем задания частоты с определенным

шагом и изменения волнового числа от нуля до 2 см^{-1} . При этом регистрировался знак функции $W(k)$, задаваемой формулой (163). Таким образом, зачерненные и светлые области соответствуют различным знакам выражения (163), так что в пределах областей того или другого цвета знак этого выражения сохраняется, а на границах – меняется на противоположный.

Из рисунка можно видеть, что в полной электродинамике, кроме основной ветви поверхностной волны 1, существует также другая поверхностная ветвь 2, расположенная выше по частоте.

При учете диссипации в этой области существует диссипативная ветвь, имеющая обратный характер [28-31].

Кривая 2, представляющая собой правую границу зачерненной области между частотами f_2 и f_4 , также соответствует ветви прямых волн, лежащей выше классической ветви Дэймона-Эшбаха.

Однако на левой границе той же области дисперсионное соотношение также меняет знак. В области частот выше f_4 , кроме того еще и на правой границе зачерненных областей, знак функции $W(k)$ также изменяется.

В окрестности частоты f_1 , по-видимому, также имеет место изменение знака, связанное с особенностями μ и μ_a вблизи частоты ферромагнитного резонанса. Однако оно происходит здесь дважды в очень узком интервале изменения волнового числа, вследствие чего зачерненная область сливается в единую линию. Ввиду незначительности своего проявления, здесь тонкая структура этой линии более подробно не исследовалась.

Из всего представленного на рис.5 интервала частот можно видеть, что вариации знака в ту или иную сторону имеют место на прямой линии 3, проходящей через нуль частоты и волнового числа. Такой закон дисперсии соответствует распространению волны в свободном пространстве со скоростью света.

Следует отметить, что слева от этой прямой также имеются линии 4 и 5,

на которых функция $W(k)$ меняет знак. Эти линии соответствуют случаю, когда фазовая скорость волны превышает скорость света. Можно полагать, что с физической стороны эти линии являются нереализуемыми, так как согласно специальной теории относительности [38-41], в свободном пространстве групповая скорость распространения волны, совпадающая в этом случае с ее фазовой скоростью, значения скорости света превышать не может. В работе [22] показано, что при увеличении диэлектрической проницаемости ε прямая 3 наклоняется в правую сторону, в результате чего ветви 4 и 5 частично выходят за границу, соответствующую скорости света в свободном пространстве, так что могут в какой-то степени реализоваться. Более подробно этот вопрос рассмотрен далее.

Рассмотрим теперь, что происходит с приведенной картиной в случае среды, обладающей диссипацией. Обратимся к рис.3, где изображены зависимости, подобные приведенным на рис.2 с тем отличием, что здесь параметр затухания α задан равным 0,5.

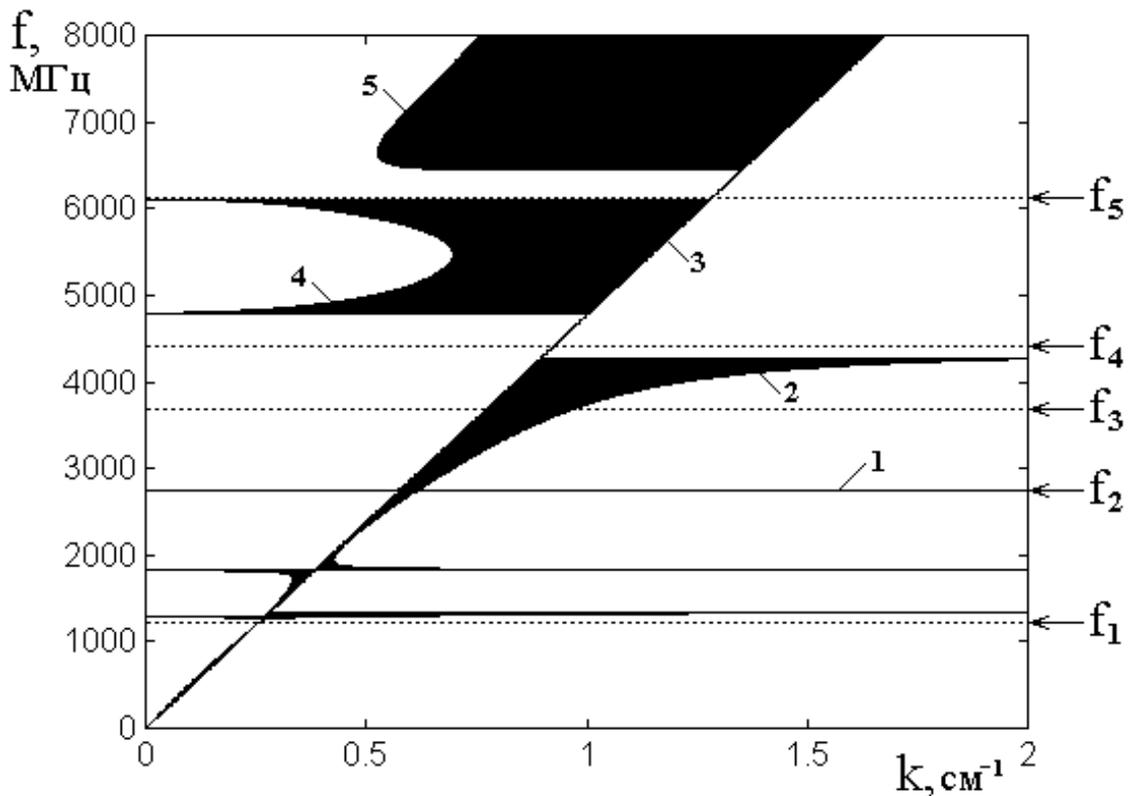


Рис.3. Области различных знаков дисперсионного соотношения (28) при наличии диссипации с параметром затухания α равным 0,5. Все остальные параметры совпадают с приведенными на рис.2.

Из рисунка видно, что здесь, в основном, сохранились те же ветви, что и в отсутствие затухания. Эти ветви пронумерованы теми же цифрами. Так ветвь 1, отвечающая классической задаче Дэймона-Эшбаха, не изменилась совсем. Ветвь 2, соответствующая высокочастотной ветви поверхностных волн, лежащих по частоте выше ветви Дэймона-Эшбаха, если и изменилась, то в весьма малой степени. Ветвь 3, соответствующая электромагнитной волне в свободном пространстве, никаких изменений не претерпела. Однако ветви 4 и 5 деформировались в значительно большей степени. Так ветвь 4 сохранила свой ход только в низкочастотной части, но выше по частоте, где-то посередине области своего первоначального существования, изогнулась вверх и затем пошла в обратную сторону, образуя ветвь обратных волн, подходящую высокочастотным концом к частоте f_5 , где в отсутствие затухания эта ветвь заканчивалась, оставаясь на всем своем протяжении ветвью прямых волн. Ветвь 5 перестала исходить от частоты f_5 , где она соответствовала нулевому волновому числу и теперь перенесла свое начало на той же частоте на волновое число, соответствующее волне в свободном пространстве (ветвь 3). Из этой точки ветвь 5 повернула в сторону меньших волновых чисел в сопровождении роста по частоте, что придало обратный характер ее волне. Дойдя до волнового числа около $0,5 \text{ см}^{-1}$ и частоты около 6600 МГц эта ветвь изменяет свое направление снова в сторону увеличения волновых чисел и далее продолжает свою высокочастотную часть подобно такой ветви в отсутствие затухания.

Таким образом, ветви 4 и 5, изменяя свое направление в окрестности частоты f_5 , образуют два участка обратных волн, разделенных запрещенным промежутком шириной порядка 200 МГц, начинающимся с частоты f_5 .

Кроме перечисленных ветвей в низкочастотной области образовались две дополнительные ветви, одна вблизи частоты f_1 и другая выше этой частоты примерно на 500 МГц. Низшая из этих ветвей соответствует расходимости выражений для компонент проницаемости μ и μ_a вблизи частоты,

соответствующей $\Omega = \Omega_H$. Причина второй ветви в явном виде из структуры обеих компонент проницаемости не просматривается, однако возможной причиной может быть прохождение через нуль выражения $\mu^2 - \mu_a^2 + 1$, присутствующего в знаменателе второго слагаемого выражения для β_0 вида (30). Точная причина появления и структуры этой второй ветви требует более подробного рассмотрения, выходящего за рамки настоящей работы.

13. Дисперсионные кривые

Рассмотрим теперь дисперсионные кривые, соответствующие границам областей, приведенных на рис.2 и рис.3.

Обратимся к рис.4, где соответствующие кривые приведены вместе для наилучшей возможности сравнения. При этом сплошные линии и номера без штрихов соответствуют отсутствию диссипации, а пунктирные линии и номера со штрихами соответствуют параметру затухания α , равному 0,5.

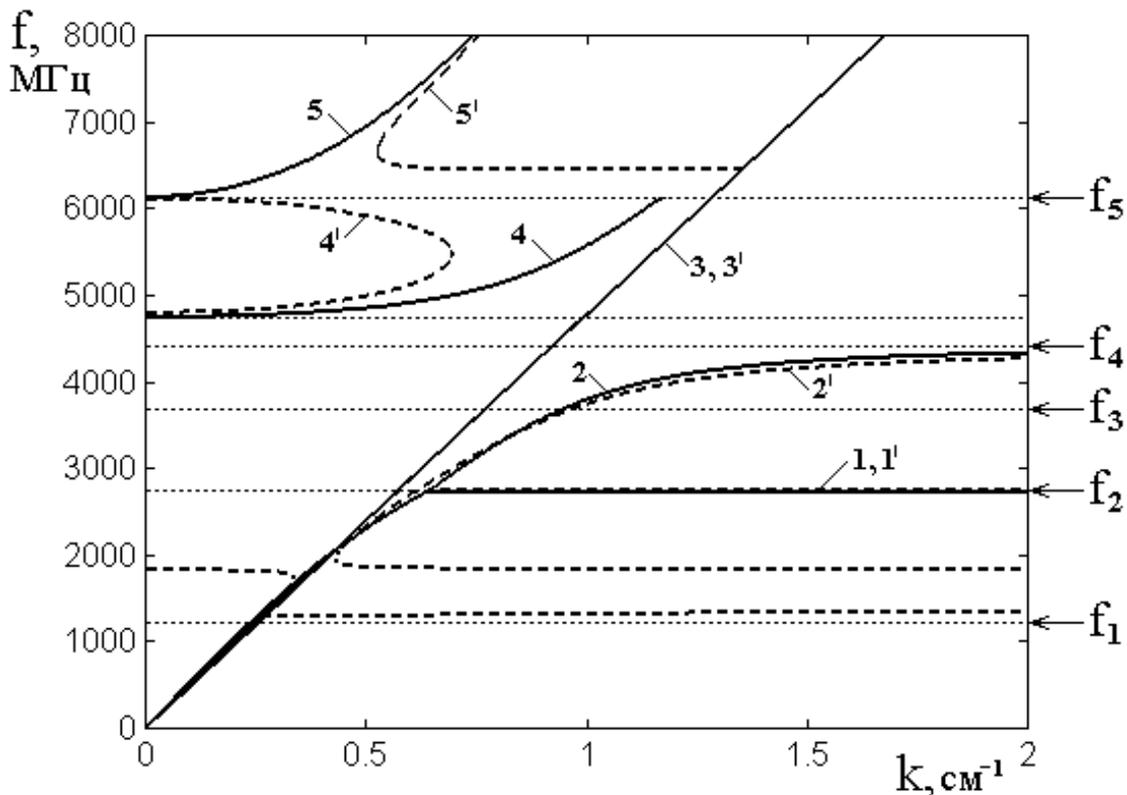


Рис.4. Дисперсионные кривые для соотношения (28) в отсутствие диссипации (сплошные линии) и при параметре затухания равном 0,5 (пунктирные линии). Параметры совпадают с приведенными на рис.2 и рис.3.

Из рисунка можно видеть, что сплошные и пунктирные линии для кривых 1 и 1' полностью совпадают, то есть при малых значениях волнового числа (по крайней мере, начиная со значения $0,7 \text{ см}^{-1}$, задаваемого кривой 3), решение задачи Дэймона-Эшбаха для поверхностных волн в рамках магнитостатики и полной электродинамики от величины диссипации не зависит. Сплошные и пунктирные линии для кривых 2 и 2' также, если и отличаются, то весьма незначительно, так что и для второй ветви поверхностных волн дисперсия от диссипации практически не зависит. Кривые 3 и 3' полностью совпадают, так как они описывают одну и ту же дисперсию электромагнитных волн в свободном пространстве. Кривые 4 и 4' более или менее близки только на низкочастотном участке, а кривые 5 и 5' близки на высокочастотном. Между этими участками кривые 4' и 5' сильно раздвигаются, образуя за счет диссипации значительную область аномальной дисперсии, подобную известной в оптике [42,43]. В отсутствие затухания кривые 4 и 5 заканчиваются точно на частоте f_5 , так что их концы, соответствующие этой частоте, по волновому числу сильно различаются (нуль для кривой 5 и около $1,2 \text{ см}^{-1}$ для кривой 4). При увеличении параметра диссипации раздвижка по частоте между этими кривыми растет, но по волновому числу меняется мало, оставаясь довольно большой.

Низкочастотные ветви на частоте f_1 и выше на 500 МГц, отмеченные ранее при рассмотрении рис.3, имеют место только при наличии диссипации. Можно полагать, что, поскольку они вызваны расходимостью дисперсионного соотношения на этих частотах, то в отсутствие диссипации соответствующие им резонансные линии по частоте настолько узки, что примененный при расчете шаг по частоте (10 МГц) их разрешить не может, тогда как при наличии диссипации резонансная кривая расширяется и разрешение становится возможным. На более высокочастотной из этих кривых в области пересечения с кривой 3 наблюдается раздвижка ветвей, характерная для аномальной дисперсии.

14. Изменение диэлектрической проницаемости

Рассмотрим теперь, что происходит с дисперсионными свойствами гиромагнитной волны в среде с диссипацией при изменении диэлектрической проницаемости.

Обратимся к рис.5, где показаны дисперсионные кривые, подобные приведенным на рис.4 (пунктирные линии) с тем отличием, что там диэлектрическая проницаемость ε равна единице, здесь же она положена равной 10.

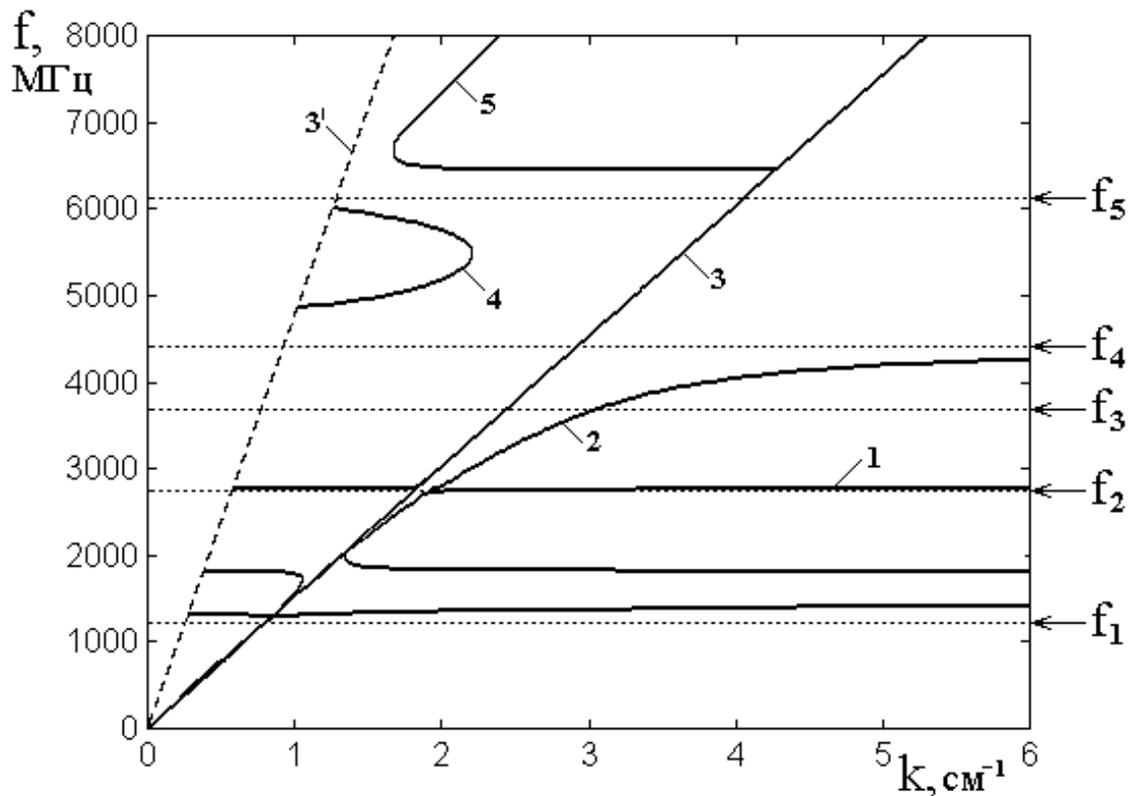


Рис.5. Дисперсионные кривые для соотношения (28) при диэлектрической проницаемости $\varepsilon = 10$ и параметре затухания $\alpha = 0,5$. Остальные параметры построения совпадают с приведенными на рис.2 и рис.3.

Из рисунка видно, что общий характер кривых, в основном, сохранился, однако имеет место смещение всех кривых в направлении увеличения волнового числа. Кривая 3, соответствующая электромагнитной волне в отсутствие намагниченности, но при диэлектрической проницаемости равной 10, сильно отклонена в правую сторону относительно кривой 3', соответствующей волне в свободном пространстве. Подобным образом

смещены направо все остальные кривые. Для кривых 1 и 2 при сохранении подобия просто произошло смещение начала в сторону больших значений волнового числа: с $0,6 \text{ см}^{-1}$ на $2,0 \text{ см}^{-1}$.

Подобное смещение по горизонтали претерпели также кривые 4 и 5, однако здесь примечательно отметить, что теперь они выдвинулись за границу, определяемую кривой 3', причем кривая 5 выдвинулась вся целиком, а у кривой 4 выдвинулся участок, соответствующий ее повороту в сторону меньших значений волнового числа, то есть соответствующий обратным волнам.

Таким образом, в отличие от случая, соответствующего $\varepsilon = 1$, где реализация кривых 4 и 5 не представлялась возможной (из-за нарушения общего постулата теории относительности), здесь, то есть при $\varepsilon = 10$, возможность реализации появляется. Очевидно, выход каких-то участков кривых 4 и 5 за пределы кривой 3', возможен только при достижении диэлектрической проницаемостью определенного критического значения, различного для этих кривых. Так нижний участок кривой 5 выдвигается сразу, как только диэлектрическая проницаемость начинает превышать единицу, тогда как верхний ее участок и правая выпуклость кривой 4 требуют вполне несколько больших конечных значений проницаемости. Поскольку характер кривых 4 и 5 сильно зависит от параметра затухания (как это видно из рис.4), то критические значения диэлектрической проницаемости также будут сильно зависеть от параметра затухания. Более подробное рассмотрение этого вопроса авторы оставляют для будущих исследований.

15. Дисперсия при больших волновых числах

Проведенное выше рассмотрение касается малых значений волновых чисел, где имеет место близость между длинами волн в магнитной среде и в свободном пространстве. Однако в работах [22-35] показано, что при достаточно больших волновых числах диссипация приводит к ограничению предельного значения волнового числа и появлению ветви обратных диссипативных волн. Рассмотрим с той же точки зрения закон дисперсии

гиромагнитной волны в среде с диссипацией при волновых числах, значительно превышающих рассмотренные ранее, где длину волны в среде можно считать на несколько порядков меньше длины волны в свободном пространстве.

Обратимся к рис.6, где показаны дисперсионные кривые для соотношения (28) при диэлектрической проницаемости $\varepsilon = 1$ и параметре затухания $\alpha = 0,5$ в интервале волновых чисел от нуля до 250 см^{-1} . Нумерация кривых – та же, что на предыдущих рисунках. Здесь кривая 1 соответствует ветви поверхностных волн типа Дэймона-Эшбаха, кривая 2 – дополнительной ветви поверхностной волны, лежащей выше по частоте, кривая 3 – электромагнитной волне в свободном пространстве (эта кривая совпадает с левым краем рисунка).

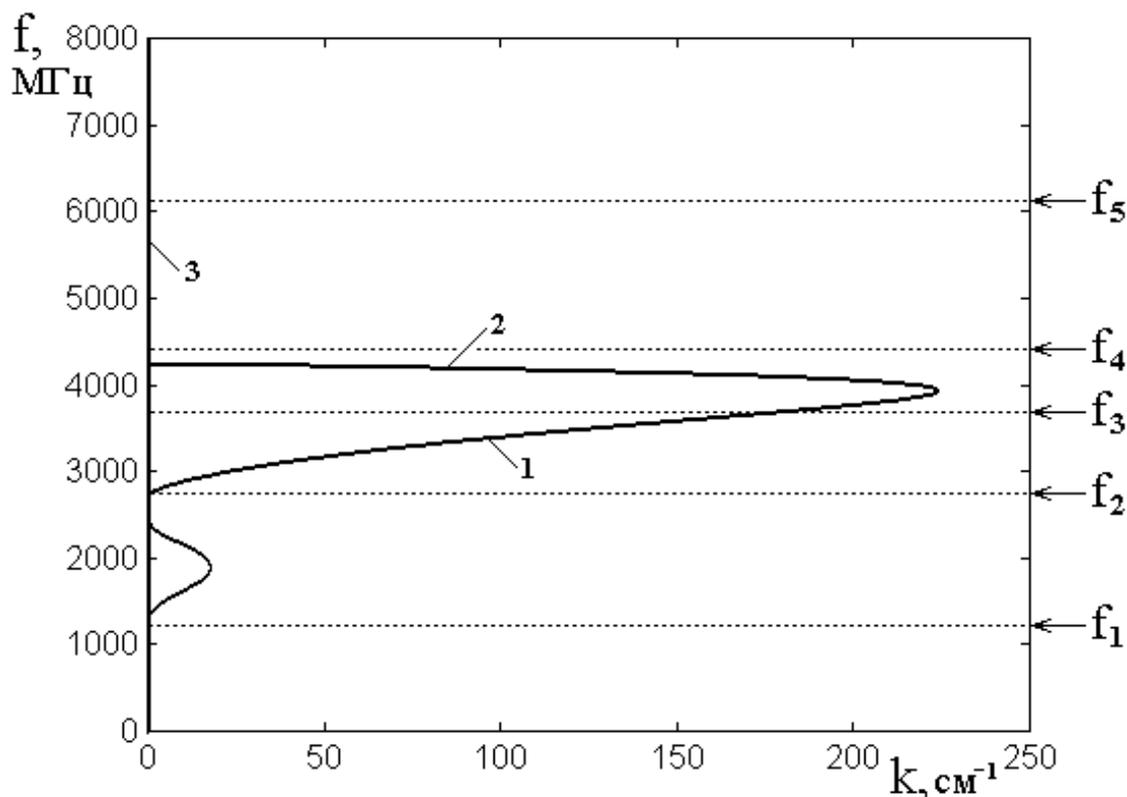


Рис.6. Дисперсионные кривые для соотношения (28) при диэлектрической проницаемости $\varepsilon = 1$ и параметре затухания $\alpha = 0,5$. Остальные параметры построения совпадают с приведенными на рис.2 и рис.3.

Из рисунка можно видеть, что волна типа Дэймона-Эшбаха, начинаясь на частоте f_2 , претерпевает ограничение по волновому числу на уровне около 220 см^{-1} , причем с этого значения дисперсионная кривая загибается вверх и поворачивает обратно к частоте f_4 , вливаясь в продолжение кривой 2 на рис.4.

То есть здесь роль диссипативной ветви играет продолжение кривой 2, имеющее обратный характер.

Таким образом, можно полагать, что качественный характер поведения дисперсии гиромангнитной волны в диссипативной среде подобен таковому для волны типа Дэймона-Эшбаха в приближении магнитостатики.

Для более подробного количественного сравнения обратимся к рис.7, где показаны дисперсионные кривые 1, 2, 3, построенные по соотношению (1А) при тех же условиях, что на рис.6, а также для сравнения приведены кривая 1', соответствующая соотношению Дэймона-Эшбаха без диссипации, а также кривая 1'', соответствующая соотношению Дэймона-Эшбаха, с диссипацией, полученному в магнитостатическом приближении.

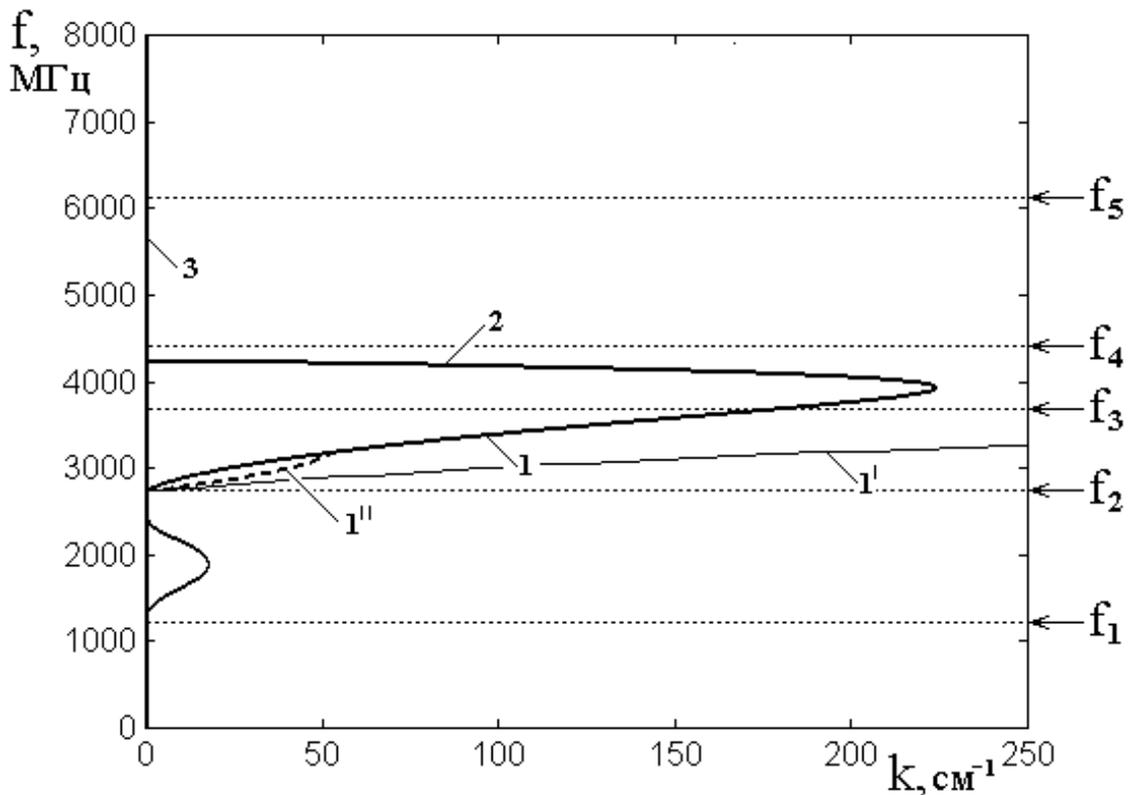


Рис.7. Дисперсионные кривые для соотношения (1А) при диэлектрической проницаемости $\varepsilon = 1$ и параметре затухания $\alpha = 0,5$ (кривые 1-3), а также кривые для соотношения Дэймона-Эшбаха в полном (1') и магнитостатическом (1'') приближениях.

Из рисунка можно видеть, что соотношение (28), полученное в рамках полной электродинамики, в отсутствие диссипации дает ту же самую кривую 1',

что и соотношение Дэймона-Эшбаха, полученное в магнитостатическом приближении также без диссипации. В обоих случаях получается одна и та же кривая $1'$, полностью совпадающая. То есть в отсутствие диссипации в области достаточно больших волновых чисел, как полная электродинамика, так и магнитостатическое приближение дают один и тот же закон дисперсии.

При наличии диссипации, то есть при $\alpha = 0,5$, полная электродинамика дает кривую 1, а магнитостатическое приближение – кривую $1''$ (показана пунктиром). Обе они на начальном участке до волнового числа порядка 50 см^{-1} близко совпадают, проходя несколько выше бездиссипативной кривой $1'$. Однако далее кривая $1''$ обрывается, давая начало диссипативной ветви, которая здесь не реализуется из-за довольно большого затухания, тогда как кривая 1 продолжается вплоть до волнового числа порядка 220 см^{-1} , после чего переходит на диссипативную ветвь 2.

Отсутствие диссипативной ветви в магнитостатическом приближении, по-видимому, здесь связано с ограничением применимости магнитостатики на частотах выше предельной частоты кривой Дэймона-Эшбаха. Более подробно вопрос об условиях, когда диссипативная ветвь отсутствует, рассмотрен в работах [28-31], где определены области ее существования в зависимости от параметра затухания.

В качестве заметного расхождения следует отметить различие предельных значений волнового числа, даваемых в том и другом приближениях. Так приближение магнитостатики дает около 50 см^{-1} , тогда как полная электродинамика приводит к значению 220 см^{-1} , большему примерно в четыре раза.

Можно предположить две причины такого различия. Во-первых, оба приближения используют укороченные значения компонент тензора магнитной проницаемости вида (150), (151), что затрудняет точное определение ограничения в магнитостатическом приближении из-за разрыва дисперсионных кривых на частоте, соответствующей такому ограничению. При этом дисперсионная кривая асимптотически приближается к этой частоте, допуская

определенный произвол определению точки обрыва. То есть в магнитоэлектродинамическом приближении ограничение получается несколько заниженным. Во-вторых, задача в рамках полной электродинамики требует поиска нуля по обеим компонентам комплексного волнового числа, что, как отмечено выше, требует значительной затраты вычислительных ресурсов, поэтому в рамках настоящей работы выполнен поиск только по одной действительной компоненте. То есть такое приближение допустимо только при достаточно малых значениях параметра затухания. Можно полагать, что более подробный учет мнимой компоненты приведет к уточненным кривым и для действительной компоненты волнового числа. Более подробному выяснению этого вопроса авторы предполагают посвятить отдельную работу.

Заключение

В рамках полной электродинамики рассмотрены дисперсионные свойства электромагнитных волн, распространяющихся в касательно намагниченной ферритовой пластине, обладающей бигиротропными свойствами. Рассмотрение проведено в предположении, что магнитная составляющая материала пластины обладает диссипацией.

Показано, что гиротропный характер тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей позволяет сформировать из общих уравнений электродинамики единую систему, состоящую из двух связанных уравнений второго порядка волнового типа, содержащих компоненты электрического и магнитного полей, направленные вдоль оси гиротропии. Волна, для которой нормальные к оси гиротропии компоненты магнитного поля определяются параллельной оси гиротропии компонентой электрического поля, названа гиромагнитной.

В геометрии задачи Дэймона-Эшбаха для касательно намагниченной ферритовой пластины рассмотрено общее волновое уравнение для гиромагнитной волны. Получено дисперсионное соотношение, выраженное через компоненты волнового вектора, перпендикулярные к поверхностям

пластины, связанные с волновым числом волны, распространяющейся вдоль плоскости пластины перпендикулярно оси гиротропии. Структура полученного соотношения приведена к виду, подобному соотношению Дэймона-Эшбаха, связывающему частоту магнитостатической волны с волновым числом в направлении ее распространения.

Рассмотрены особенности дисперсионного соотношения для среды, обладающей диссипацией. Диссипация введена через учет в уравнении Ландау-Лифшица диссипативного члена Гильберта с соответствующим параметром затухания.

В линейном приближении получены компоненты тензора магнитной проницаемости, содержащие действительную и мнимую части. Показано, что компоненты проницаемости в первом приближении можно представить в виде, действительная часть которого от диссипации не зависит, а мнимая прямо пропорциональна параметру затухания.

Дисперсионное соотношение приведено к виду, содержащему квадрат волнового числа в сочетании с компонентами, от волнового числа не зависящими. Волновое число представлено в комплексном виде, содержащем действительную и мнимую части. Показано, что не зависящие от волнового числа компоненты дисперсионного соотношения полностью определяются компонентами тензора магнитной проницаемости.

Дисперсионное соотношение приведено к виду, содержащему действительную и мнимую части, сумма которых равна нулю. Равенство нулю каждой из этих частей позволило получить систему уравнений для действительной и мнимой частей волнового числа, содержащих компоненты тензора магнитной проницаемости.

Установлен универсальный вид полученной системы уравнений, означающий, что она в равной степени отвечает как полной электродинамике, так и магнитостатическому приближению. Отмечено, что в магнитостатическом приближении систему можно разделить на два уравнения, каждое из которых содержит только одну из компонент волнового числа –

действительную или мнимую. Численное решение полученных независимых уравнений методом поиска нуля позволяет получить закон дисперсии для действительной и мнимой частей волнового числа по отдельности.

Установлено, что в случае полной электродинамики такое разделение общей системы на два независимых уравнения не получается, поэтому численное решение должно состоять из поиска нуля по двум переменным.

По причине высокой сложности поиска нуля по двум переменным, предложен упрощенный вариант, состоящий в выделении из полного дисперсионного соотношения действительной части, для которой осуществляется поиск нуля при варьировании только действительной части волнового числа.

Рассмотрены дисперсионные кривые в случаях отсутствия и наличия диссипации. Отмечено, что в отсутствие диссипации дисперсионные кривые, кроме обычной ветви поверхностной волны типа Дэймона-Эшбаха, имеют еще одну ветвь, лежащую выше по частоте. Рассмотрены особенности дисперсии гиромагнитной волны в ферритовой пластине при малых значениях волнового числа. Показано, что в полном диапазоне частот от нуля до бесконечности имеется полоса, где гиромагнитная волна имеет поверхностный характер, а выше и ниже этой полосы – объемный характер. В пределах полосы поверхностного характера волны обнаружены две ветви – низкочастотная и высокочастотная, причем низкочастотная соответствует магнитостатической волне Дэймона-Эшбаха, а высокочастотная в магнитостатическом приближении отсутствует. В области объемных волн, лежащей выше волны типа Дэймона-Эшбаха, отмечены две ветви прямых волн, имеющие по волновому числу предельный характер, ограниченный скоростью света в свободном пространстве. Показано, что при наличии диссипации характер ветвей типа Дэймона-Эшбаха меняется мало, однако обе ветви прямых волн, лежащие выше частоты Дэймона-Эшбаха, поворачивают в сторону, противоположную первоначальному изменению, образуя участки обратных волн. Отмечено взаимное расталкивание ветвей этих волн, образующее

запрещенную зону, характерную для аномальной дисперсии, известной в оптике.

Показано, что при диэлектрической проницаемости равной единице обе эти ветви целиком лежат в области волновых чисел, ограниченной скоростью света в свободном пространстве, то есть в физическом отношении не реализуются. При диэлектрической проницаемости большей единицы эти ветви смещаются в сторону больших волновых чисел, так что значительная часть их, в том числе участки обратных волн, становится реализуемой.

Рассмотрены дисперсионные кривые для гиромагнитной волны в среде с диссипацией в области больших значений волновых чисел. Показано, что ветвь типа Дэймона-Эшбаха имеет ограничение по волновому числу, подобное таковому, получаемому в магнитостатическом приближении. При увеличении частоты выше соответствующей предельному значению волнового числа, эта ветвь поворачивает в сторону меньших значений волнового числа, образуя участок волн обратного характера. По мере уменьшения волнового числа эта ветвь смыкается с высокочастотной ветвью, лежащей выше ветви Дэймона-Эшбаха. Отмечено некоторое различие между характером ограничения по волновому числу в магнитостатическом приближении и в рамках полной электродинамики. В качестве возможной причины такого различия отмечен недостаточный учет влияния мнимой составляющей волнового числа.

Благодарность

Авторы признательны В.С.Власову (Сыкт ГУ) за стимулирующее внимание к работе и многочисленные полезные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке за счет гранта Российского Научного Фонда (проект № 14-22-00279).

Численный расчет дисперсионных кривых выполнен за счет гранта РФФИ (проект №17-02-01138-а).

Литература

1. Адам Дж.Д. Аналоговая обработка сигналов с помощью СВЧ-ферритов. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.73.
2. Исхак В.С. Применение магнитостатических волн: обзор. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.86.
3. Adam J.D., Davis L.E., Dionne G.F., Schloemann E.F., Stitzer S.N. Ferrite devices and materials. // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. 2002. V.50. №3. P.721.
4. Гуревич А.Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. М.: Гос. Изд. физ.-мат. лит. 1960.
5. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука. 1973.
6. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны – М.: Физматлит. 1994.
7. Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order. // Rev. Mod. Phys. 2010. V.82. №3. P.2731.
8. Walowski J., Münzenberg M. Perspective: Ultrafast magnetism and THz spintronics. // Journ. Appl. Phys. 2016. V.120. №14. P.140901(16).
9. Janusonis J., Chang C.L., Jansma T., Gatilova A., Vlasov V.S., Lomonosov A.M., Temnov V.V., Tobey R.I. Ultrafast magnetoelastic probing of surface acoustic transients. // Phys. Rev. B. 2016. V.94. №2. P.024415(7).
10. Janusonis J., Jansma T., Chang C.L., Liu Q., Gatilova A., Lomonosov A.M., halagatskyi V., Pezeril T., Temnov V.V., Tobey R.I. Transient grating spectroscopy in magnetic thin films: simultaneous detection of elastic and magnetic dynamics. // Scientific reports. 2016. 6:29143. DOI: 10.1038/serp29143. Available at: www.nature.com/scientificreports. P.1-10.
11. Chang C.L., Lomonosov A.M., Janusonis J., Vlasov V.S., Temnov V.V., Tobey R.I. Parametric frequency mixing in a magnetoelastically driven linear ferromagnetic oscillator. // Phys. Rev. B. 2017. V.95. №6. P.060409(5).

12. Власов В.С., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ориентационные характеристики возбуждения магнитоупругих волн фемтосекундным импульсом света. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. №6. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jun17/5/text.pdf>.

13. Чернов А.И., Кожаев М.А., Ветошко П.М., Додонов Д.В., Прокопов А.Р., Шумилов А.Г., Шапошников А.Н., Бержанский В.Н., Звездин А.К., Белотелов В.И. Локальное зондирование магнитных пленок с помощью оптического возбуждения магнитостатических волн. // ФТТ, 2016, т.58, №6, с.1093.

14. Damon R.W., Eshbach J.R. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab // J. Phys. Chem. Solids. 1961. V.19. №3/4. P.308.

15. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях – М.: Физматлит. 2016.

16. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Характеристики поверхностной магнитостатической волны в структуре феррит-диэлектрик, помещенной в медленно меняющееся неоднородное магнитное поле. // РЭ. 2001. Т.46. №10. С.1257.

17. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик, окруженной полупространствами с отрицательной диэлектрической проницаемостью // РЭ. 2002. Т.47. №1. С.97.

18. Локк Э.Г. Магнитостатические волны в ферритовых пленках и структурах на их основе – Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. М. ИРЭ РАН. 2007.

19. Вашковский А.В., Локк Э.Г. О механизме преобразования поверхностной магнитостатической волны в электромагнитную. // РЭ. 2009. Т.54. №4. С.476.

20. Вашковский А.В., Локк Э.Г. О взаимосвязи энергетических и дисперсионных характеристик магнитостатических волн в ферритовых структурах // УФН. 2011. Т.181. №3. С.293.

21. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. – М.: Физматлит. 2017.
22. Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Дисперсионные свойства электромагнитных волн в касательно намагниченной ферритовой пластине. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. №4. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/apr18/7/text.pdf>.
23. Вызулин С.А., Розенсон А.Э., Шех С.А. О спектре поверхностных магнитостатических волн в ферритовой пленке с потерями. // РЭ. 1991. Т.36. №1. С.164.
24. Вызулин С.А. Обобщенные плоские волны в задачах электродинамики магнитогириротропных сред. Диссертация. на соискание уч. ст. д.ф.-м.н. Краснодар. 2000.
25. Ползикова Н.И., Раевский А.О. Особенности законов дисперсии поверхностных спиновых волн в структурах, содержащих сверхпроводник. // ФТТ. 1996. Т.38. №10. С.2937.
26. Annenkov A.Yu., Gerus S.V. // Book of Abstracts of Moscow International Symposium on Magnetism (MISM). 2014. Published by «Изд-во Физ.фак. МГУ». Москва. P.863.
27. Анненков А.Ю., Герус С.В. // Сборник трудов XXII Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы». Москва: НИУ МЭИ. 2014. С.99.
28. Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Влияние диссипации на свойства поверхностных магнитостатических волн в касательно намагниченной пластине феррита. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2014. №7. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jul14/8/text.pdf>.
29. Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в пластине феррита с диссипацией. Часть 1. Дисперсионные соотношения. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2016. №2. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/feb16/2/text.pdf>.

30. Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в пластине феррита с диссипацией. Часть 2. Распространение волны перпендикулярно направлению поля. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2016. №3. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/mar16/1/text.pdf>.
31. Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в пластине феррита с диссипацией. Часть 3. Распространение волны в произвольном направлении относительно поля. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2016. №3. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/mar16/2/text.pdf>.
32. Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Дисперсионные свойства поверхностных магнитостатических волн в пластине феррита с диссипацией. // РЭ. 2018. Т.63. №6. С.577.
33. Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Распространение поверхностных магнитостатических волн в пластине феррита с диссипацией. // РЭ. 2018. Т.63. №9. С.974.
34. Makarov P., Maltceva L., Kotov L., Shcheglov V. Magnetostatic waves in a medium with damping. // Eur. Phys. Journ. 2018. V.185. P.02012(3).
35. Makarov P., Maltceva L., Kotov L., Shcheglov V. Dispersion of the magnetostatic volume waves in a medium with damping. // Eur. Phys. Journ. 2018. V.185. P.02015(4).
36. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука. 1973.
37. Gilbert T.L. A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials. // IEEE Trans. on Magn. 2004. V.40. №6. P.3443.
38. Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука. 1964.
39. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.3. Электричество. М.: Наука. 1977.
40. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля (Теоретическая физика, т.II). М.: Наука. 1967.

41. Левич В.Г. Курс теоретической физики. Т.1. М.: Наука. 1969.
42. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Наука. 1976.
43. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука. 1970.

Для цитирования:

П. А. Макаров, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов. Дисперсия гиромагнитной волны в пластине феррита с диссипацией. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 9. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/sep18/10/text.pdf>
DOI 10.30898/1684-1719.2018.9.10