

УДК 621.396.67

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ ТРЕХФОКАЛЬНЫХ ГРАДИЕНТНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЛИНЗ

В. А. Калошин¹, Х. Д. Нгием²

¹ Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова Российской академии наук, 125007, г. Москва, ул. Моховая д. 11, стр.7.

² Московский физико-технический институт (ГУ), 141700, Москов. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер. 9

Статья поступила в редакцию 18 сентября 2018 г.

Аннотация. Развита методика синтеза диэлектрических градиентных трехфокальных линз, преобразующих три расходящиеся цилиндрические волны в сходящиеся или плоские. Методика основана на разбиении линзы на слои, диэлектрическая проницаемость внутри каждого из которых описывается параболическим законом и последовательного нахождения участков поверхностей линзы. Методика обеспечивает непрерывность закона изменения коэффициента преломления и его первой производной на границах слоев. В качестве примера проведен синтез двух вариантов линз и анализ их аберраций.

Ключевые слова: градиентные линзы, диэлектрические линзы, полифокальные линзы, планарные антенны, аберрации.

Abstract. Two-dimensional problems of synthesis and analysis of inhomogeneous (gradient) dielectric lenses with three foci on each side of the lens are considered. For this purpose, a technique for the synthesis of dielectric gradient three-focal lenses is developed, based on breaking the lens into layers. Inside each of the layers, the dielectric permittivity is described by a parabolic law. On the boundaries of layers, the continuity conditions for the law of variation of the refractive index and its first derivative are satisfied, as well as functions describing the lens surfaces and their two first derivatives. These functions inside the layers are found successively, by solving transcendental equations, their derived conditions of simultaneous focusing, when the source of the

cylindrical wave is located at three focal points. As two examples of the application of the developed technique, the problems of synthesis of a three-focal gradient lens with two planes of symmetry and a lens forming three ideal plane waves are solved. After finding the surface and the law of changing the refractive index inside the lens, an analysis of the mean square aberration is carried out.

Key words: gradient lenses, dielectric lenses, multifocal lenses, planar antennas, aberrations.

Введение

Синтезу бифокальных диэлектрических линз посвящено большое количество работ [1 - 9]. Для расширения угла зрения линзы представляет большой интерес задача увеличения числа фокальных точек, в частности, синтез трехфокальной линзы. Однако у однородной диэлектрической линзы имеются только две степени свободы (две функции, описывающие входную и выходную поверхности линзы), что недостаточно для решения этой задачи. У неоднородной (градиентной) диэлектрической линзы с законом изменения коэффициента преломления внутри линзы от одной координаты имеются три степени свободы. Плоская градиентная линза с законом изменения коэффициента преломления внутри линзы от поперечной декартовой координаты в отечественной литературе получила название линзы Микаэляна [5]. Задачи синтеза апланатических градиентных диэлектрических линз с криволинейными поверхностями, формирующих на выходе плоскую волну, рассматривались в работах [10 - 13].

В данной работе рассматривается двумерная задача синтеза и анализа диэлектрической линзы с градиентом коэффициента преломления внутри линзы вдоль поперечной декартовой координаты и тремя фокусами с каждой стороны линзы. Для решения этой задачи развита методика синтеза диэлектрических градиентных трехфокальных линз, основанная на разбиении линзы на слои, внутри каждого из которых диэлектрическая проницаемость описывается

параболическим законом. На границах слоев удовлетворяются условия непрерывности закона изменения коэффициента преломления и его первой производной, а также функций, описывающих поверхности линзы и двух их первых производных. Эти функции находятся последовательно, путем решения трансцендентных уравнений, выведенных их условий одновременной фокусировки при расположении источника цилиндрической волны в трех фокальных точках. В качестве двух примеров применения развитой методики решаются задачи синтеза трехфокальной градиентной линзы с двумя плоскостями симметрии и линзы, формирующей три идеальных плоских волны. После нахождения поверхности и закона изменения коэффициента преломления внутри линзы проводится анализ среднеквадратической аберрации.

Синтез трехфокальных линз

Рассмотрим двумерную задачу синтеза трехфокальной градиентной диэлектрической линзы, с каждой стороны которой расположены три фокуса, два из которых расположены симметрично относительно оси x , а третий лежит на этой оси (рис. 1). Линза фокусирует поле источника цилиндрической волны, расположенного в одном из трех фокусов (точка F , F_1 или F_2 , рис.1) слева от линзы, соответственно, в фокус F' , F_1' или F_2' справа от линзы или наоборот.

Разобьем линзу по координате y на слои и зададим закон преломления первого (центрального) слоя в виде:

$$n_1(y) = \sqrt{n_o^2 - my^2}, \quad (m > 0); \quad (1)$$

и начальный участок (AC) в центре поверхности 1 в виде четной функции:

$$x_1(y) = -d_1 + a_2y^2 + a_4y^4 + \dots, \quad (y_A \leq y \leq y_C, \quad y_C = -y_A). \quad (2)$$

Пусть $FO_1 = \rho$ - расстояние из фокуса F до центра поверхности 1 ; $F'O_2 = \rho'$ - расстояние из фокуса F' до центра поверхности 2 ; $OO_1 = d_1$ - расстояние от центра поверхность 1 до центра системы координат; $OO_2 = d_2$ - расстояние от центра поверхность 2 до центра системы координат ($d_1 > d_2$).

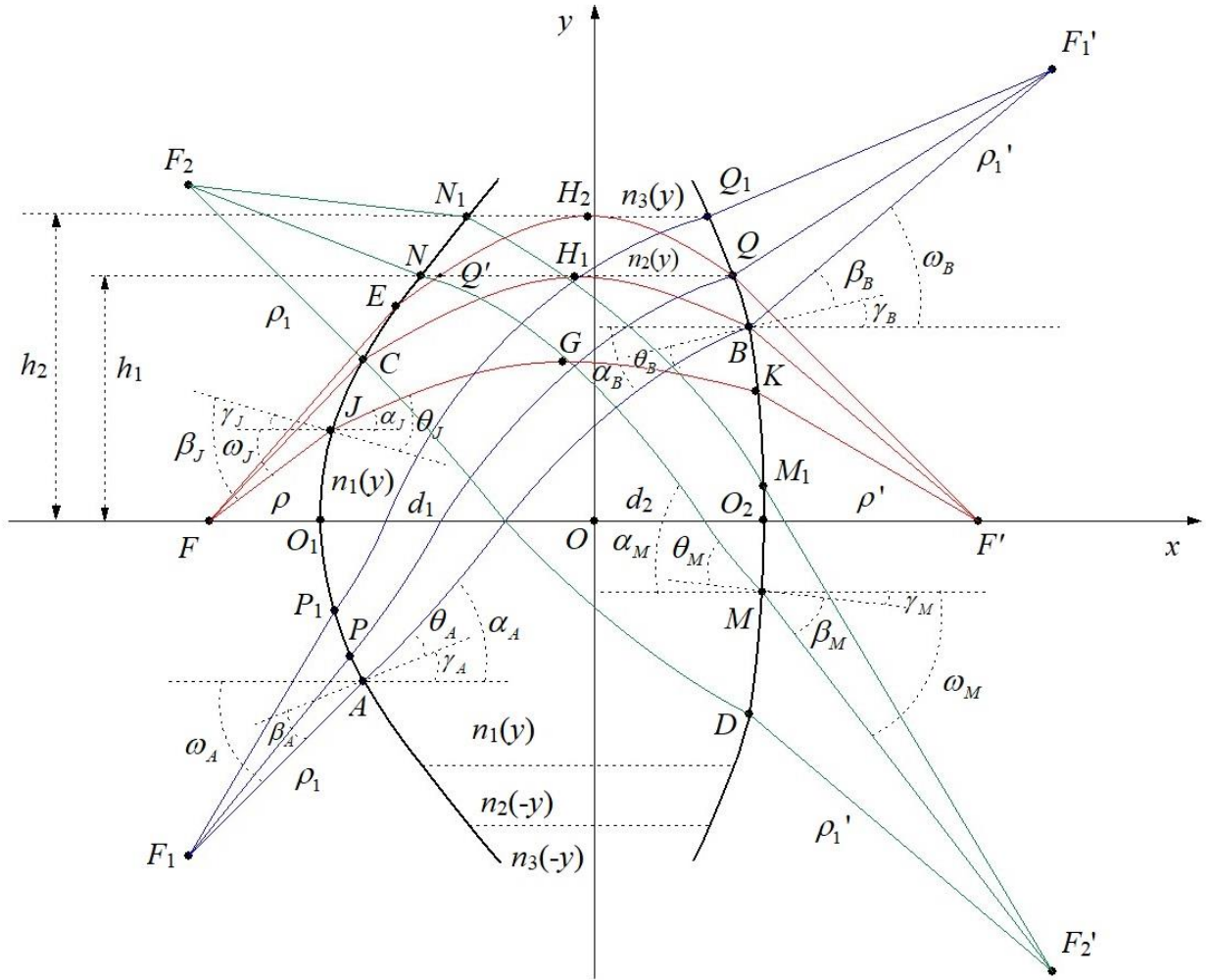


Рис. 1. Трехфокальная градиентная диэлектрическая линза.

Предположим, что луч из точки идеальной фокусировки F , проходящий через точку максимума (точку G), пересекает первую (входную) поверхность линзы в точке J , а вторую (выходную) – в точке K . Тогда лучевой параметр в точке J $a_J = n_1(y_J) \cos(\alpha_J)$, где $\alpha_J = \theta_J - \gamma_J$ - угол между осью x и касательной к лучу JGK в точке J ; $\gamma_J = \arctg(-x_1'(y_J))$ - угол между осью x и нормалью к поверхности l в точке J ; $\theta_J = \arcsin(\sin \beta_J / n_1(y_J))$ - угол между нормалью к поверхности l и касательной к лучу JKG в точке J ; $\beta_J = \omega_J + \gamma_J$ - угол между падающим лучом (F_1J) и нормалью к поверхности l в точке J ;

$\omega_J = \arctg \left[y_J / (x_J - x_{F_1}) \right]$ - угол между осью x и падающим лучом в точке J ; $x_J = x_1(y_J)$.

Лучевой параметр в точке G $a_G = n_1(y_G) \cos(0) = \sqrt{n_o^2 - m y_G^2}$. Лучевой параметр постоянен для всех точек луча, т.е. $a_J = a_G$. Отсюда можно определить y_G по формуле:

$$y_G = \sqrt{\frac{n_o^2 - a_J^2}{m}}; \quad (3)$$

Уравнение луча и уравнение эйконала отрезка JG можно записать в виде:

$$x_G = x_J + \int_{y_J}^{y_G} \frac{a_J}{\sqrt{n_1(y)^2 - a_J^2}} dy = x_J + \frac{a_J}{\sqrt{m}} \arcsin \frac{y_G \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_A^2}} - \frac{a_J}{\sqrt{m}} \arcsin \frac{y_J \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_J^2}} = x_J + \frac{a_J}{\sqrt{m}} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{y_J}{y_G} \right); \quad (4)$$

$$L_{JG} = a_J (x_G - x_J) + \int_{y_J}^{y_G} \sqrt{n_1(y)^2 - a_J^2} dy = a_J (x_G - x_J) + \sqrt{m} \left[\frac{y_G^2}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{y_J}{y_G} \right) - \frac{y_J}{2} \sqrt{-y_J^2 + y_G^2} \right]. \quad (5)$$

Аналогично, получаем уравнение луча и уравнение эйконала отрезка GK :

$$x_K = \int_{y_K}^{y_G} \frac{a_G}{\sqrt{n_1(y)^2 - a_G^2}} dy = x_G + \frac{a_J}{\sqrt{m}} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{y_K}{y_G} \right); \quad (6)$$

$$L_{GK} = \int_{y_K}^{y_G} \sqrt{n_1(y)^2 - a_J^2} dy + a_J (x_K - x_G) = \sqrt{m} \left[\frac{y_G^2}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{y_K}{y_G} \right) - \frac{y_K}{2} \sqrt{-y_K^2 + y_G^2} \right] + a_J (x_K - x_G). \quad (7)$$

Для обеспечения фокусировки потребуем равенство эйконалов всех лучей, выходящих из фокуса F после прохождения линзы через точки максимума и попадающих в точку F' . В результате, получаем уравнение:

$$|FJ| + L_{JG} + L_{GK} + |KF'| = \rho + n_o(d_1 + d_2) + \rho' \quad (8)$$

где $|KF'| = \sqrt{(x_K - \rho' - d_2)^2 + y_K^2}$; $|FJ| = \sqrt{(x_J + \rho + d_1)^2 + y_J^2}$.

Задавая y_J , решаем трансцендентное уравнение (8), находим y_K , затем определяем y_G , x_G и x_K из (3), (4) и (6), соответственно. При изменении y_J от y_A до y_C получаем участок DB на поверхности 2 (см. рис.1). Граница первого слоя определяется, когда $y_J = y_C$, высота первого слоя $h_1 = y_G$.

Предположим, что лучи из точек идеальной фокусировки F_1 и F_2 , проходящие через линзу, пересекают поверхность 1 линзы в точках A и C , а поверхность 2 – в точках B и D , соответственно. Уравнение луча отрезка AB могут записать в виде:

$$x_B - x_A = \int_{y_A}^{y_B} \frac{a_A}{\sqrt{n_1(y)^2 - a_A^2}} dy = \frac{a_A}{\sqrt{m}} \left(\arcsin \frac{y_B \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_A^2}} - \arcsin \frac{y_A \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_A^2}} \right); \quad (9)$$

где $a_A = n_1(y_A) \cos(\alpha_A)$ - лучевой параметр; α_A - угол между осью x и касательной к лучу AB в точке A .

Подставим в (9) найденные значения x_B , y_B из решения (8). Решая (8), получаем α_A . Тогда угол между нормалью к поверхности 1 и касательной к лучу AB в точке A $\theta_A = \alpha_A - \gamma_A$, где $\gamma_A = \arctg(-x_1'(y_A))$ - угол между осью x и нормалью к поверхности 1 в точке A ; $\beta_A = \arcsin(n_1(y_A) \sin \theta_A)$ - угол между падающим лучом (F_1A) и нормалью к поверхности 1 в точке A ; $\omega_A = \beta_A + \gamma_A$ - угол между осью x и падающим лучом в точке A ; $F_1A = \rho_1$ - левое фокальное расстояние; $\alpha_B = \arccos(n_1(y_A) \cos(\alpha_A) / n_1(y_B))$ - угол между осью x и касательной к лучу AB в точке B ; $\gamma_B = \arctg(-x_2'(y_B))$ - угол между осью x и нормалью к

поверхности 2 в точке B ; $\theta_B = \alpha_A - \gamma_B$ - угол преломления луча, выходящего из фокуса F_1 в точке B ; $\beta_B = \arcsin(n_1(y_B)\sin\theta_B)$ - угол падения луча $F_1'B$ в точке B ; $\omega_B = \beta_B + \gamma_B$ - угол между осью x и $F_1'B$; $BF_1' = \rho_1'$ - правое фокальное расстояние. Из геометрии лучей на рис.1 нетрудно получить выражения для координат фокусов F_1 и F_1' :

$$\begin{aligned} x_{F_1} &= x_A - \rho_1 \cos \omega_A; y_{F_1} = y_A - \rho_1 \sin \omega_A; \\ x_{F_1'} &= x_B + \rho_2 \cos \omega_B; y_{F_1'} = y_B + \rho_2 \sin \omega_B. \end{aligned} \quad (10)$$

Эйконал отрезка AB определяется формулой

$$\begin{aligned} L_{AB} &= \sqrt{m} \left(\frac{y_B}{2} \sqrt{-y_B^2 + \frac{n_o^2 - a_A^2}{m}} - \frac{y_A}{2} \sqrt{-y_A^2 + \frac{n_o^2 - a_A^2}{m}} \right) + \\ &+ \frac{n_o^2 - a_A^2}{2\sqrt{m}} \left(\arcsin \frac{y_B \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_A^2}} - \arcsin \frac{y_A \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_A^2}} \right) + a_A (x_B - x_A). \end{aligned} \quad (11)$$

Пусть луч выходящий из фокуса F_1 пересекает поверхность 1 в некоторой точке P , а поверхность 2 – в точке Q ($y_B \leq y_Q \leq h_1$). Тогда угол между осью x и падающим лучом в точке P $\omega_P = \arctg \left[\frac{(y_P - y_{F_1})}{(x_P - x_{F_1})} \right]$, где $\beta_P = \omega_P - \gamma_P$ - угол падения в точке P , $\gamma_P = \arctg(-x_1'(y_P))$ - угол между осью x и нормалью к поверхности 1 в точке P ; $\theta_P = \arcsin(\sin \beta_P / n_1(y_P))$ - угол преломления в точке P ; $\alpha_P = \theta_P + \gamma_P$ - угол между осью x и касательной к лучу PQ в точке P . Уравнение луча и уравнение эйконала для отрезка PQ можно записать в виде:

$$x_Q = x_P + \frac{a_P}{\sqrt{m}} \left(\arcsin \frac{y_Q \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_P^2}} - \arcsin \frac{y_P \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_P^2}} \right); \quad (12)$$

$$L_{PQ} = \sqrt{m} \left(\frac{y_Q}{2} \sqrt{-y_Q^2 + \frac{n_o^2 - a_P^2}{m}} - \frac{y_P}{2} \sqrt{-y_P^2 + \frac{n_o^2 - a_P^2}{m}} \right) + \frac{n_o^2 - a_P^2}{2\sqrt{m}} \left(\arcsin \frac{y_Q \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_P^2}} - \arcsin \frac{y_P \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_P^2}} \right) + a_P (x_Q - x_P); \quad (13)$$

где $a_P = n_1(y_P) \cos(\alpha_P)$ - лучевой параметр.

Для обеспечения фокусировки потребуем равенство эйконалов всех лучей, выходящих из фокуса F_1 и после прохождения линзы попадающих в точку F_1' . В результате получаем уравнение:

$$|F_1P| + L_{PQ} + |QF_1'| = \rho_1 + L_{AB} + \rho_1'; \quad (14)$$

где $|F_1P| = \sqrt{(x_P - x_{F_1})^2 + (y_P - y_{F_1})^2}$; $|QF_1'| = \sqrt{(x_Q - x_{F_1'})^2 + (y_Q - y_{F_1'})^2}$.

Задавая y_Q , и решая уравнение (14), находим y_P , затем определяем x_Q из (12). При изменении y_Q от y_B до h_1 получаем участок BQ на поверхности 2 (см. рис.1).

Для определения участка CN на поверхности 1, повторяем аналогичную процедуру для фокусов F_2 и F_2' .

Закон преломления второго слоя представим в виде:

$n_2(y) = \sqrt{no_2^2 + q_2(y - h_1) + m_2(y - h_1)^2}$, ($h_1 \leq y \leq h_2$). Для определения no_2 и q_2 используем условие непрерывностей функции и ее первой производной на границе слоями 1 и 2. В результате получаем: $no_2 = n_1(h_1)$; $q_2 = -2mh_1$.

Предположим, что некоторый луч из точки идеальной фокусировки F' , проходящие через его точку максимума (точку H_2), пересекает поверхность 2 линзы в точке Q ($y_Q = h_1$), границу слоев в точке Q' ($y_{Q'} = h_1$), а поверхность 1 – в точке E (см. рис.1). Тогда лучевой параметр в точке Q $a_Q = no_2 \cos(\alpha_Q)$, где

$$\alpha_Q = \theta_Q - \gamma_Q; \gamma_Q = \arctg(-x_2'(y_Q)); \theta_Q = \arcsin(\sin \beta_Q / no_2); \beta_Q = \omega_Q + \gamma_Q;$$

$$\omega_Q = \arctg \left[y_Q / (x_{F_1'} - x_Q) \right].$$

Лучевой параметр в точке E $a_E = n_1(y_E) \cos(\alpha_E)$, где $\alpha_E = \theta_E - \gamma_E$;
 $\gamma_E = \arctg(-x_1'(y_E))$; $\theta_E = \arcsin(\sin \beta_E / n_1(y_E))$; $\beta_E = \omega_E + \gamma_E$;
 $\omega_E = \arctg\left[y_E / (x_E - x_{F_1})\right]$.

Значение лучевого параметра не меняется в всех точках луча QE , тогда получаем уравнение:

$$a_Q = a_E. \quad (15)$$

Решая уравнение(15), определяем точку пересечения луча с поверхностью I (x_E , y_E).

Точка максимума луча QQ' внутри второго слоя определяется из условия:

$$\sqrt{no_2^2 + q_2(h_2 - h_1) + m_2(h_2 - h_1)^2 - a_Q^2} = 0 \quad (16)$$

Физическое решение уравнения (16) имеет вид:

$$h_2 = h_1 - \left(q_2 + \sqrt{q_2^2 - 4m_2(no_2^2 - a_Q^2)} \right) / 2m_2; \quad (17)$$

Уравнение луча и уравнение эйконала для отрезка QH_2 могут быть записаны в виде:

$$x_{H_2} = x_Q - \int_{h_1}^{h_2} \frac{a_Q}{\sqrt{n_2(y)^2 - a_Q^2}} dy = - \frac{a_Q}{\sqrt{-m_2}} \arcsin \frac{h_2 - h_1 + q_2/2m_2}{\sqrt{(q_2/2m_2)^2 + (a_Q^2 - no_2^2)/m_2}} + \quad (18)$$

$$+ \frac{a_Q}{\sqrt{-m_2}} \arcsin \frac{q_2/2m_2}{\sqrt{(q_2/2m_2)^2 + (a_Q^2 - no_2^2)/m_2}} + x_Q;$$

$$L_{QH_2} = \int_{h_1}^{h_2} \sqrt{n_2(y)^2 - a_Q^2} dy + a_Q(x_Q - x_{H_2}) = \quad (19)$$

$$= \sqrt{m_2}(J_2 - J_1) + (x_Q - x_{H_2}) \left(\frac{a_Q}{2} + \frac{no_2}{2a_Q} - \frac{q_2^2}{8m_2 a_Q} \right);$$

где

$$J_2 = \left(\frac{h_2 - h_1}{2} + \frac{q_2}{4m_2} \right) \sqrt{-(h_2 - h_1)^2 - \frac{q_2}{m_2}(h_2 - h_1) + \frac{a_Q^2 - no_2^2}{m_2}}; J_1 = \frac{q_2}{4m_2} \sqrt{\frac{a_Q^2 - no_2^2}{m_2}}.$$

Эйконал для отрезка $Q'E$

$$L_{Q'E} = \sqrt{m} \left(\frac{h_1}{2} \sqrt{-h_1^2 + \frac{n_o^2 - a_Q^2}{m}} - \frac{y_E}{2} \sqrt{-y_E^2 + \frac{n_o^2 - a_Q^2}{m}} \right) + \frac{n_o^2 - a_Q^2}{2\sqrt{m}} \left(\arcsin \frac{h_1 \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_Q^2}} - \arcsin \frac{y_E \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_Q^2}} \right) + a_Q (x_{Q'} - x_E); \quad (20)$$

где $x_{Q'} = 2x_{H_2} - x_Q$.

Для обеспечения фокусировки, потребуем равенство эйконала луча $F'QH_2Q'EF$ эйконалу луча $F'O_2O_1F$. В результате получаем уравнение

$$|QF'| + 2L_{QH_2} + L_{Q'E} + |FE| = \rho + n_o(d_1 + d_2) + \rho', \quad (21)$$

где $|QF'| = \sqrt{(x_Q - \rho' - d_2)^2 + y_Q^2}$; $|FE| = \sqrt{(x_E + \rho + d_1)^2 + y_E^2}$.

Из уравнения (21) определяем параметр m_2 , затем находим h_2 из (17).

Пусть луч из фокуса F_1 пересекает поверхность 1 в некоторой точке P_1 , а поверхность 2 – в точке Q_1 ($h_1 \leq y_{Q1} \leq h_2$). Тогда лучевой параметр

$$a_{P_1} = n_1(y_{P_1}) \cos(\alpha_{P_1}), \text{ где } \alpha_{P_1} = \theta_{P_1} + \gamma_{P_1}; \quad \gamma_{P_1} = \arctg(-x_1'(y_{P_1}));$$

$$\theta_{P_1} = \arcsin(\sin \beta_{P_1} / n_1(y_{P_1})); \quad \beta_{P_1} = \omega_{P_1} - \gamma_{P_1}; \quad \omega_{P_1} = \arctg\left[\frac{(y_{P_1} - y_{F_1})}{(x_{P_1} - x_{F_1})}\right].$$

Уравнение луча и уравнение эйконала отрезка P_1Q_1 можно записать в виде:

$$x_{Q_1} = x_{P_1} + \int_{y_{P_1}}^{h_1} \frac{a_{P_1}}{\sqrt{n_1(y)^2 - a_{P_1}^2}} dy + \int_{h_1}^{y_{Q_1}} \frac{a_{P_1}}{\sqrt{n_2(y)^2 - a_{P_1}^2}} dy; \quad (22)$$

$$L_{P_1Q_1} = \int_{y_{P_1}}^{h_1} \sqrt{n_1(y)^2 - a_{P_1}^2} dy + \int_{h_1}^{y_{Q_1}} \sqrt{n_2(y)^2 - a_{P_1}^2} dy + a_{P_1} (x_{Q_1} - x_{P_1}); \quad (23)$$

Для обеспечения фокусировки потребуем равенство эйконалов всех лучей, выходящих из фокуса F_1 и после прохождения линзы попадающих в точку F_1' . В результате получаем уравнение:

$$|F_1P_1| + L_{P_1Q_1} + |Q_1F_1'| = \rho_1 + L_{AB} + \rho_1'; \quad (24)$$

где $|F_1P_1| = \sqrt{(x_{P_1} - x_{F_1})^2 + (y_{P_1} - y_{F_1})^2}$; $|Q_1F_1'| = \sqrt{(x_{Q_1} - x_{F_1'})^2 + (y_{Q_1} - y_{F_1'})^2}$.

Задавая y_{Q_1} , из (24) находим y_{P_1} , определяем x_{Q_1} из (12). При изменении y_{Q_1} от h_1 до h_2 получаем участок QQ_1 на поверхности 2 (см. рис.1).

Для определения участка NN_1 на поверхности 1, повторяем аналогичную процедуру для фокусов F_2 и F_2' .

Задаем законы преломления следующих слоев в виде:

$n_i(y) = \sqrt{no_i^2 + q_i(y - h_{i-1}) + m_i(y - h_{i-1})^2}$, ($h_{i-1} \leq y \leq h_i$), i – номер слоя. Для определения no_i и q_i используем условие непрерывности функции $n(y)$ и ее первой производной на границе слоев. В результате получаем: $no_i = n_{i-1}(h_{i-1})$; $q_i = q_{i-1} + 2m_{i-1}(h_{i-1} - h_{i-2})$. Параметр m_i , участок $Q_{i-2}Q_{i-1}$ на поверхности 2 и участок $N_{i-2}N_{i-1}$ на поверхности 1, последовательно определяем по аналогичной методике. Вместо (22) и (23) имеем

$$x_{Q_{i-1}} = x_{P_{i-1}} + \int_{y_{P_{i-1}}}^{h_1} \frac{a_{P_{i-1}}}{\sqrt{n_1(y)^2 - a_{P_{i-1}}^2}} dy + \sum_{s=1}^{i-2} \int_{h_s}^{h_{s+1}} \frac{a_{P_{i-1}}}{\sqrt{n_{s+1}(y)^2 - a_{P_{i-1}}^2}} dy + \int_{h_{i-1}}^{y_{Q_{i-1}}} \frac{a_{P_{i-1}}}{\sqrt{n_i(y)^2 - a_{P_{i-1}}^2}} dy; \quad (25)$$

$$L_{P_{i-1}Q_{i-1}} = \int_{y_{P_{i-1}}}^{h_1} \sqrt{n_1(y)^2 - a_{P_{i-1}}^2} dy + \sum_{s=1}^{i-2} \int_{h_s}^{h_{s+1}} \sqrt{n_{s+1}(y)^2 - a_{P_{i-1}}^2} dy + \quad (26)$$

$$+ \int_{h_{i-1}}^{y_{Q_{i-1}}} \sqrt{n_i(y)^2 - a_{P_{i-1}}^2} dy + a_{P_{i-1}} (x_{Q_{i-1}} - x_{P_{i-1}});$$

В качестве примера использования описанной выше методики были синтезированы две трехфокальные линзы с коэффициентом преломления в центре линзы $n_o=1.6$, величиной апертуры $D=1$, величиной центрального фокусного расстояния $\rho=1$ и толщиной $d_o=d_1+d_2=1$: Для первой линзы $\rho'=1$; для второй $\rho'=\infty$, $\rho_1'=\infty$.

Анализ трехфокальных линз

Для анализа качества синтезированных линз вычислим среднеквадратическую абберацию (СКА) эйконала на выходе линзы:

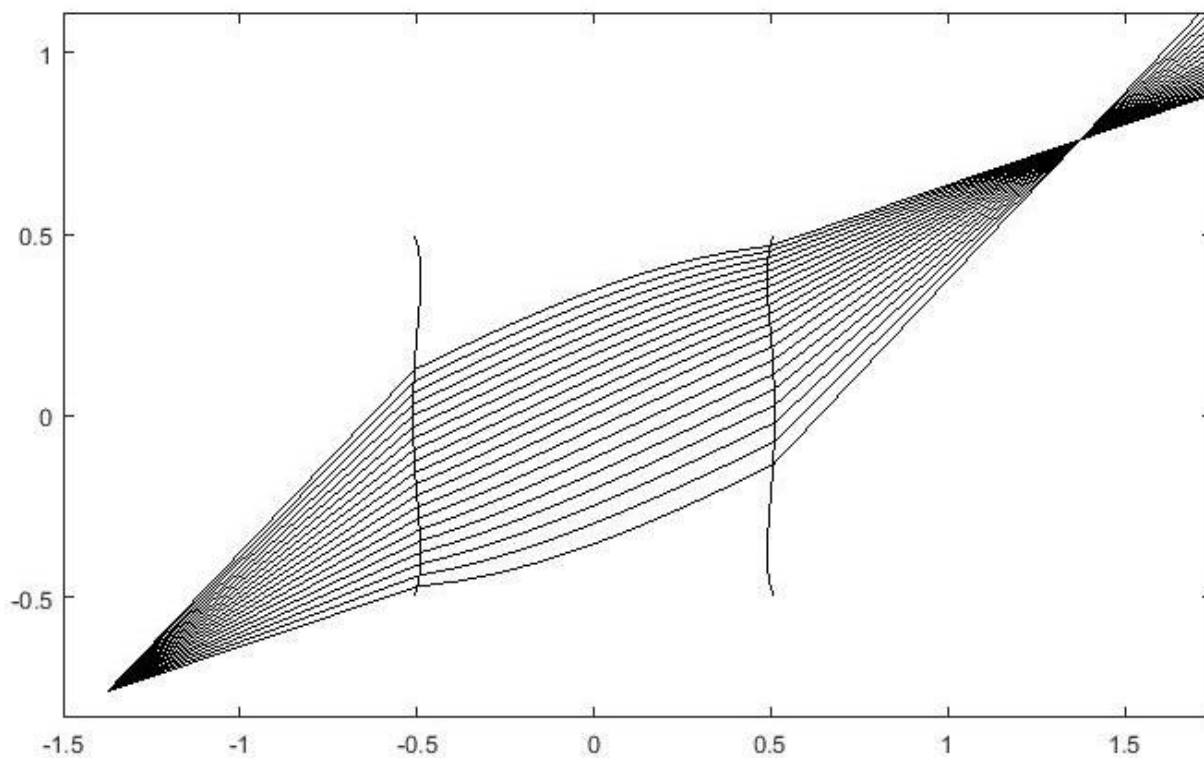
$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (L_i - L_o)^2 / N}; \quad (27)$$

где L_i – длина оптического пути луча с номером i от источника до точки фокусировки; L_o – длина центрального луча; $N = 100$ – число учтенных лучей.

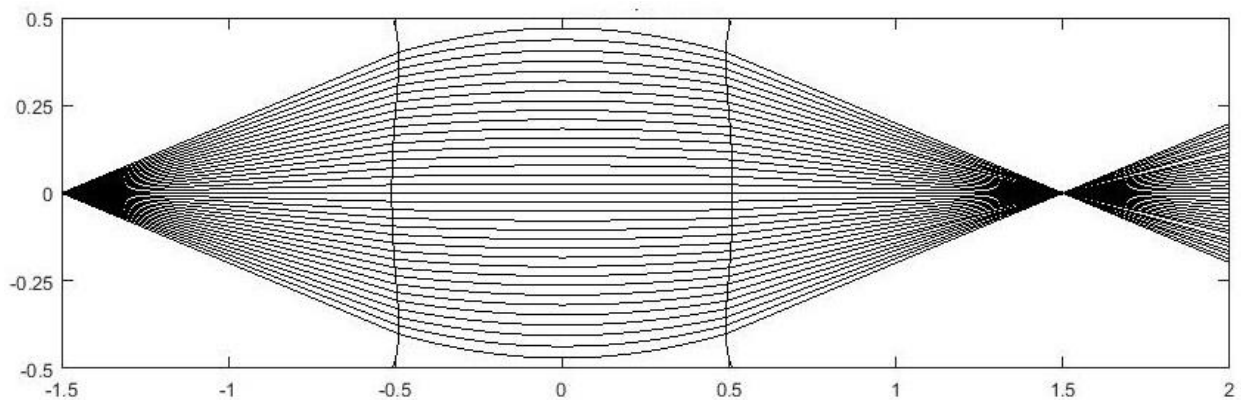
Значение свободного параметра закона преломления центрального слоя линзы m , параметров a_2 , a_4 , y_A функции $x_1(y)$, величины бокового фокусного расстояния ρ_1 и угловое положение фокусов оптимизируются таким образом, чтобы величина СКА в заданном угле зрения была наименьшей (в данной работе для угла 80 градусов). В результате получаем следующие оптимальные параметры:

- для линзы с симметричными фокальными кривыми: $m=2$; $a_2=0.2655$; $a_4=-0.2383$; $y_A=-0.2$; $\rho_1=\rho_1'=1.011$; угловое положение фокусов ± 38.4 градусов;
- для линзы, формирующей на выходе плоские фронты: $m=2.5$; $a_2=-0.0542$; $a_4=-0.7087$; $y_A=-0.1441$; $\rho_1=0.82$; угловое положение фокусов ± 34.2 градусов.

На рис. 2 показана геометрия синтезированной линзы с двумя плоскостями симметрии (симметричными фокальными кривыми) и ход лучей для положения источника в боковом фокусе (рис. 2а) и в центральном фокусе линзы (рис. 2б).



а) источник в боковом фокусе



б) источник в центральном фокусе

Рис. 2. Геометрия трехфокальной градиентной диэлектрической линзы с симметричными фокальными кривыми и ход лучей.

Зависимость СКА трехфокальной градиентной диэлектрической линзы с симметричными фокальными кривыми от угла зрения показана на рис. 3 (кривая

1). Для сравнения кривой (2) на рисунке приведена аналогичная зависимость для бифокальной диэлектрической линз, синтезированной в работе [9].

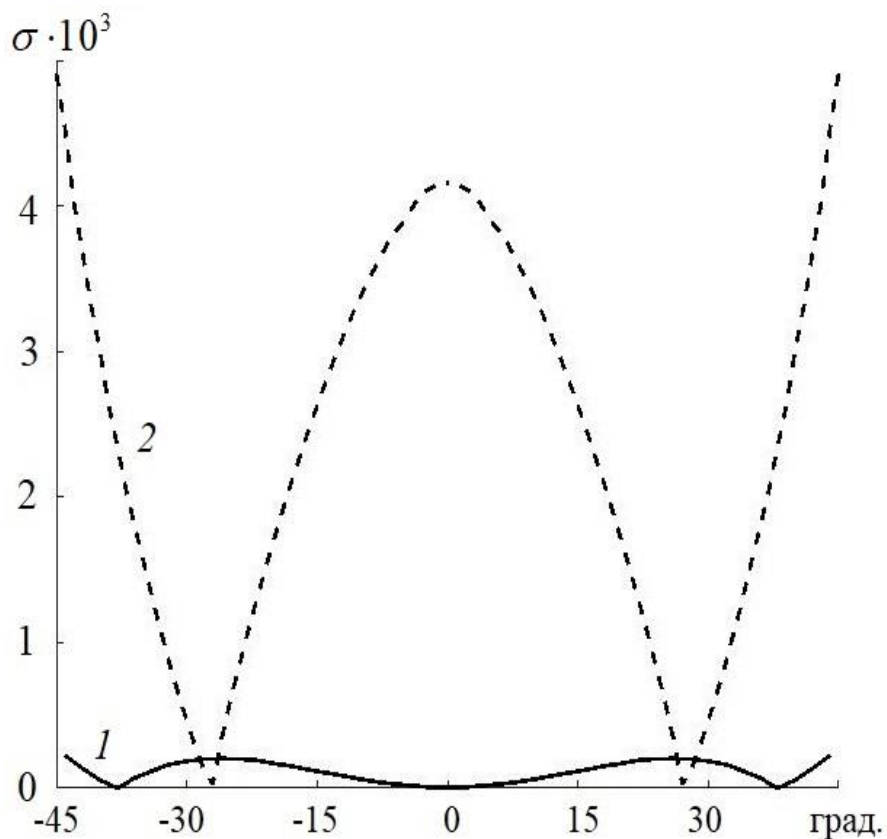
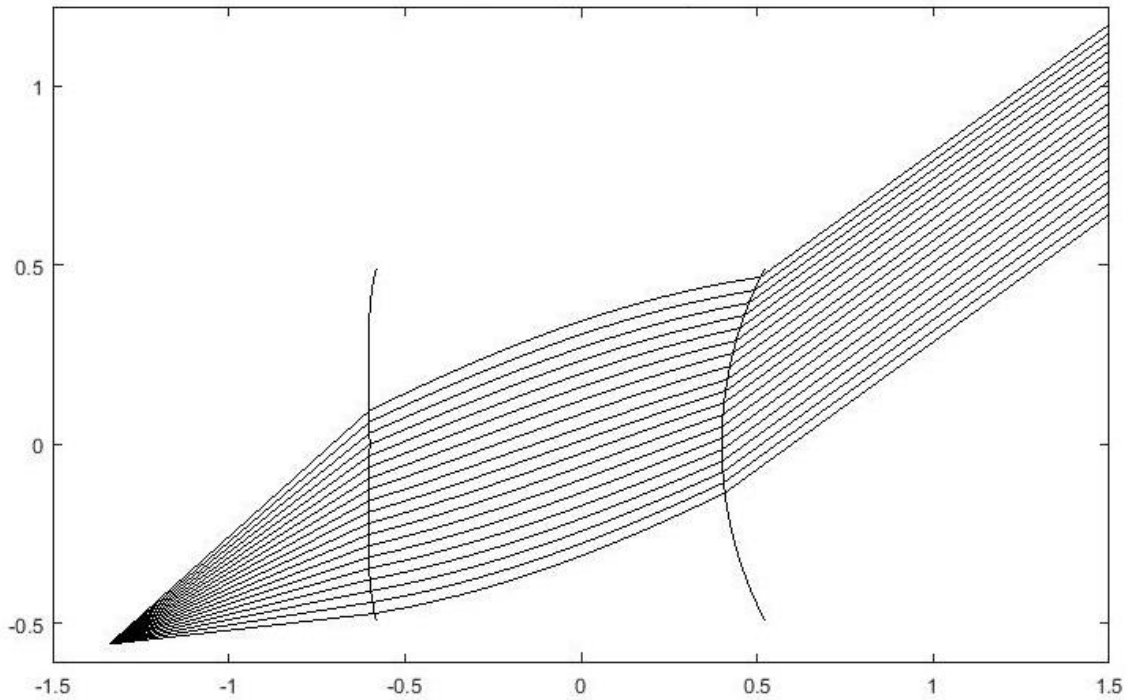


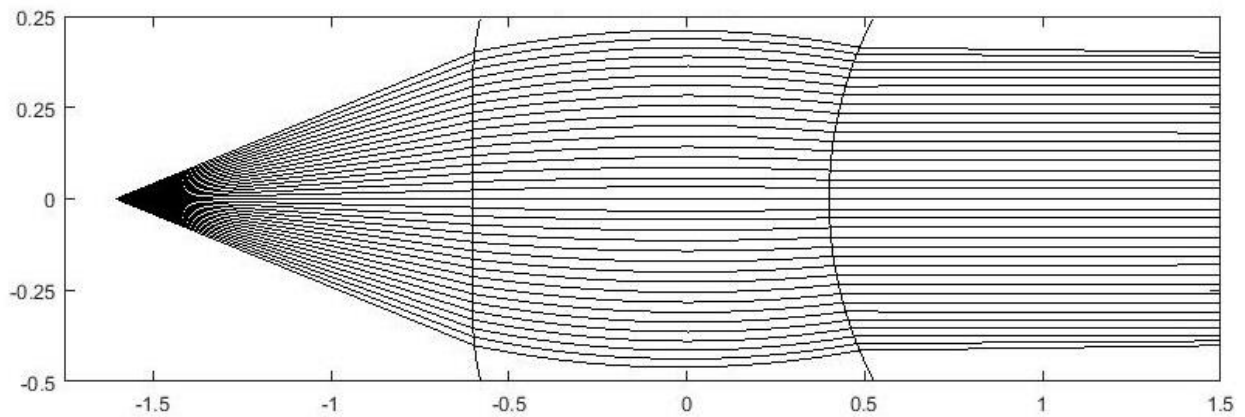
Рис. 3. Зависимость СКА от угла зрения линзы с симметричными фокальными кривыми. Кривая 1 – для трехфокальной градиентной диэлектрической линзы, кривая 2 – для бифокальной диэлектрической линзы.

Как видно на рис. 3, в угле зрения 80 градусов значение СКА ($2 \cdot 10^{-4}$) трехфокальной линзы в двадцать раз меньше, чем бифокальной линзы ($4 \cdot 10^{-3}$).

На рис. 4 показаны геометрия синтезированной трехфокальной градиентной диэлектрической линзы, формирующей плоские фронты и ход лучей для положения источника в боковом фокусе (рис. 4а) и в центральном фокусе линзы (рис. 4б).



а) источник в боковом фокусе



б) источник в центральном фокусе

Рис. 4. Геометрия трехфокальной градиентной диэлектрической линзы, формирующей плоские фронты, и ход лучей

Зависимость величины СКА от угла зрения трехфокальной градиентной диэлектрической линзы, формирующей плоские фронты, показана на рис. 5 (кривая 1). Для сравнения кривой 2 на рисунке приведена аналогичная зависимость для бифокальной диэлектрической линзы, синтезированной в работе

[9]. Как видно на рисунке, в угле зрения 80 градусов значение СКА ($1.1 \cdot 10^{-4}$) трехфокальной линзы в 4 раза меньше, чем бифокальной линзы ($4.4 \cdot 10^{-4}$).

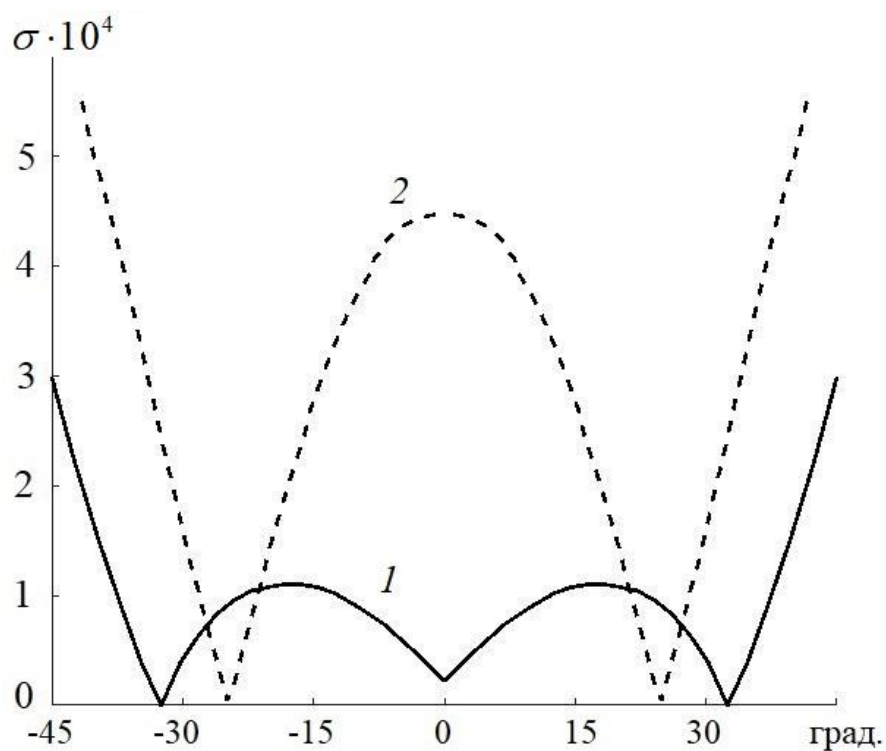


Рис. 5. Зависимость СКА от угла зрения линзы, формирующей плоские фронты. Кривая 1 – для трехфокальной градиентной диэлектрической линзы, кривая 2 – для бифокальной диэлектрической линзы.

Из сравнения рис. 3 и рис. 5 видно, что у трехфокальной линзы, формирующей плоские фронты, уровень СКА в два раза меньше, чем у трехфокальной линзовой антенны с симметричными фокальными кривыми.

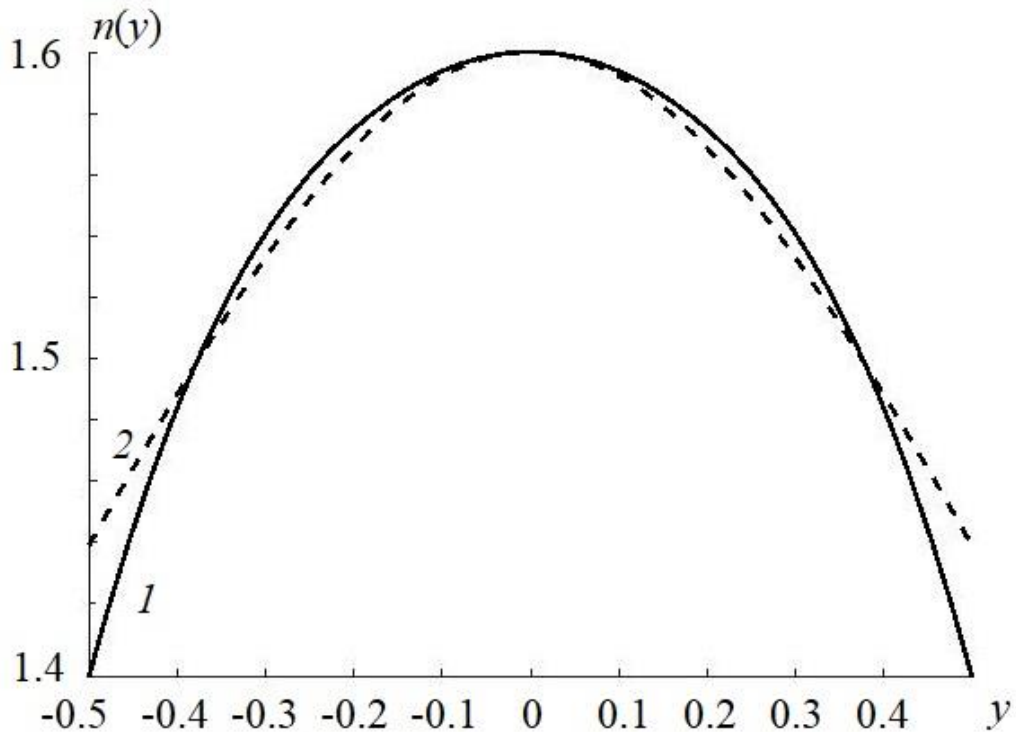


Рис. 6. Зависимость коэффициента преломления $n(y)$. Кривая 1 – для линзы с симметричными фокальными кривыми, кривая 2 – для линзы, формирующей плоские фронты.

На рис. 6 сплошной и штриховой линиями приведены законы изменения коэффициента преломления $n(y)$, соответственно, трехфокальной градиентной диэлектрической линзы с симметричными фокальными кривыми и линзы, формирующей плоские фронты. Видно, что в обеих линзах коэффициент преломления меняется незначительно. Закон изменения коэффициента преломления можно реализовать с использованием различных технологий. В случае планарной однополяризационной линзы можно использовать неоднородную EBG структуры на основе однородного диэлектрика [14].

Заключение

Как показал анализ aberrаций синтезированных бифокальных линз, развитая в работе методика позволяет получать точное решение задачи синтеза трехфокальной линзы при расположении источника в боковых фокусах и приближенное - для положения источника в центральном фокусе. Несмотря на

приближенный характер полученных решений задачи синтеза, синтезированные трехфокальные линзы позволяет существенно (от 4-х – до 20-ти раз) уменьшить среднеквадратическую абберацию по сравнению с однородными бифокальными диэлектрическими линзами.

Литература

1. R. Brown. Dielectric bifocal lenses //IRE International Convention Record, vol. 4, part 1, Mar. 1956. pp. 180-187.
2. R.L.Stenberg. J. Math. Phys., 1956. V.34. P.29.
3. F. S. Holt and A. Mayer. A design procedure for dielectric microwave lenses of large aperture ratio and large scanning angle // IRE Trans. Antennas and Propag., 1957. V. 5, no. 1, pp. 25–30.
4. A.L. Peebles. A dielectric bifocal lens for multi-beam antenna applications // IRE Trans. Antennas and Propag., 1988. V. 36, part 5, pp. 599 - 606.
5. Е.Г.Зелкин, Р.А. Петрова. Линзовые антенны. М.: Сов. Радио. 1974. - с 279.
6. Zhe Wang, Jianhua Deng and Bing-Zhong Wang. Equivalent optical design of the bifocal lens antenna in passive millimeter imaging system, 2010 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology //2010 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology, pp. 1739 - 1742, July 2010.
7. Tran Vu La, Ngoc Tinh Nguyen, Massimiliano Casaletti and Ronan Sauleau. Design of medium-size dielectric bifocal lenses for wide-angle beam scanning antennas // 2012 6th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP), pp. 3287 - 3291, June 2012.
8. H. Gulan, S. Marahrens, C. Rusch, B. Goettel and T. Zwick. Bifocal wide angle lens with optimized construction algorithm for 60 GHz // 2014 International Workshop on Antenna Technology: Small Antennas, Novel EM

Structures and Materials, and Applications (iWAT), pp. 43 – 46, November 2014.

9. Калошин В.А., Нгием Х.Д. Синтез и анализ диэлектрических бифокальных линз // Журнал радиоэлектроники. 2018. № 8. <http://jre.cplire.ru/jre/aug18/17/text.pdf>
10. А.С.Венецкий, В.А.Калошин, Синтез градиентной линзовой антенны с осевой симметрией и заданной формой одной из преломляющих поверхностей. ДАН. 1994. Т.335. №1. С.39-41.
11. V.Kaloshin, A.Venetsky, Synthesis of Gradient Lens Antenna with Axial Symmetry. Proc. 15 Intern. Symp. on Electromagn. Wave Theory, St. Petersburg, 1995, pp.831-833.
12. А.С.Венецкий, В.А.Калошин, Синтез градиентной линзовой антенны с осевой симметрией и криволинейной формой преломляющих поверхностей // РЭ. 1997. Т.42. №12. С.1452-1458.
13. А.С.Венецкий, В.А.Калошин, Синтез неоднородной диэлектрической линзы с осевой симметрией // Письма в ЖТФ. 2006. Т.32. №7. С.74-79.
14. В.А.Калошин. Планарная анизотропная линза Микаэляна на основе ЕВГ структуры // ДАН. 2016. Т.470. №2. С. 153-156.

Для цитирования:

В. А. Калошин, Х. Д. Нгием. Синтез и анализ трехфокальных градиентных диэлектрических линз. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 9. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/sep18/21/text.pdf>
DOI 10.30898/1684-1719.2018.9.21