ОБ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МЕТОДИКЕ АНАЛИЗА ПРОЦЕССОВ МАССО- И ТЕПЛОПЕРЕНОСА

Е. Л. Панкратов [1], Е. А. Булаева [1,2]
[1] **Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского**
[2] **Нижегородский архитектурно-строительный университет**

Статья получена 15 сентября 2015 г.

Аннотация. В данной работе рассматривается аналитическая методика анализа и анализ модели формирования полевого гетеротранзистора. Данная методика позволяет проводить анализ нелинейных массо- и теплопереноса в многослойных структурах с переменными во времени параметрами без сшивки решений на границах раздела между слоями многослойных структур. Данный метод проиллюстрирован на примере анализа формирования полевого гетеротранзистора.

Ключевые слова: массо- и теплоперенос; аналитическая методика анализа; оптимизация радиоэлектронных устройств.

Abstract. In this paper we consider an analytical approach for analysis and optimization of formation of a field-effect heterotransistors. The approach gives a possibility to analyse nonlinear mass and heat transport in a multilayer structure with time-varying parameters without crosslinking of solutions on interfaces between layers of the multilayer structure. The approach has been illustrated by analysis of manufacturing of a field-effect heterotransistor.

Keywords: mass and heat transport; analytical approach for analysis; optimization of radio-electronic devices.

Введение

Развитие твердотельной электроники приводит к необходимости уменьшения размеров элементов интегральных схем. К настоящему времени разработаны несколько методов уменьшения размеров данных элементов. Одним из этих методов является выращивание тонкопленочных устройств [1-4]. Вторым методом является диффузионное или ионное легирование необходимых участков образцов или гетероструктур с дальнейшим лазерным или микроволновым отжигом примеси и/или радиационных дефектов [5-7]. Использование данных методов отжига приводит к формированию неоднородного температурного поля и, как следствия, к формированию неоднородности легируемой структуры и уменьшению размеров элементов интегральных схем. Еще одним способом изменения свойств легируемого материала является его радиационная обработка [8,9].

В данной работе рассматривается способ формирования полевого гетеротранзистора с неоднородно легированным каналом. Неоднородное легирование канала при изготовлении полевых транзисторов позволяет изменить скорость переноса носителей заряда [10] и, уменьшив длину канала, предотвратить эффект смыкания истока со стоком [11]. Для иллюстрации предлагаемого метода оптимизации легирования канала рассмотрим гетероструктуру, представленную на рис. 1.

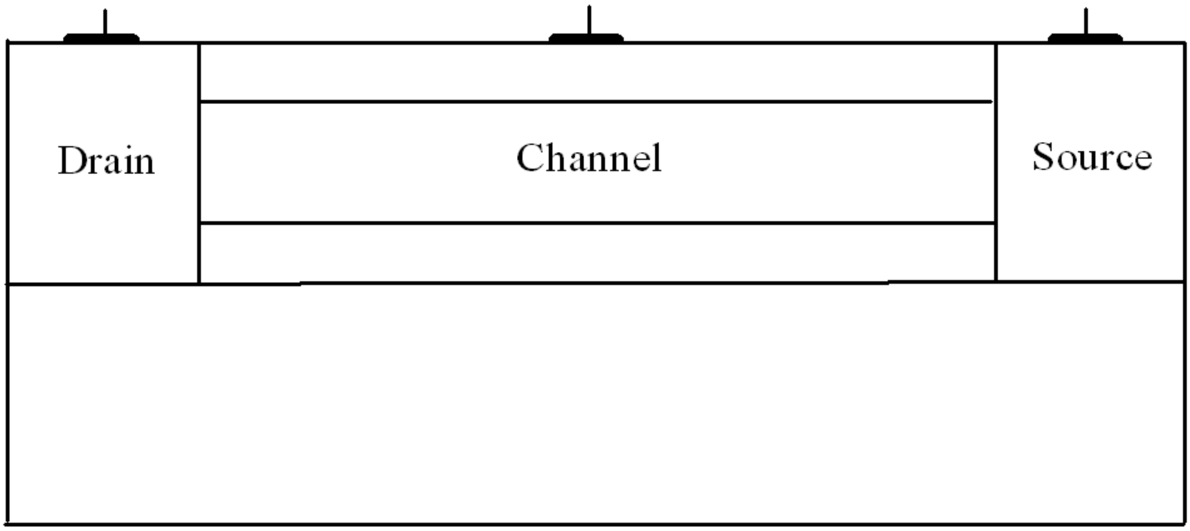

Рис. 1. Рассматриваемая структура полевого гетеротранзистора

Будем считать, что после формирования канала один из его концов легируется с помощью диффузии или ионной имплантации с целью формирования неоднородного профиля легирования. Далее рассматривается микроволновый отжиг примеси и/или радиационных дефектов. Данный тип отжига позволяет прогревать только приповерхностную область для ограничения диффузии вглубь гетероструктуры. После завершения отжига проводится заращивание канала и формирование затвора. Основной целью данной работы является оптимизация длительности отжига с целью легирования необходимой части канала.

Методика анализа

Для достижения поставленных целей определим пространственно-временные распределения концентраций примесей. Искомые распределения найдем путем решения второго закона Фика [10,12-14]

$$\frac{\partial C(x,y,z,t)}{\partial t}=$$

$$=\frac{\partial}{\partial x}\left[D_C\,\frac{\partial\, C(x,y,z,t)}{\partial\, x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[D_C\,\frac{\partial\, C(x,y,z,t)}{\partial\, y}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[D_C\,\frac{\partial\, C(x,y,z,t)}{\partial\, z}\right] \quad (1)$$

с граничными и начальным условиями

$$\left.\frac{\partial C(x,y,z,t)}{\partial x}\right|_{x=0}=0,\ \left.\frac{\partial C(x,y,z,t)}{\partial x}\right|_{x=L_x}=0,\ \left.\frac{\partial C(x,y,z,t)}{\partial y}\right|_{y=0}=0,\ \left.\frac{\partial C(x,y,z,t)}{\partial y}\right|_{x=L_y}=0,$$

$$\left.\frac{\partial C(x,y,z,t)}{\partial z}\right|_{z=0}=0,\ \left.\frac{\partial C(x,y,z,t)}{\partial z}\right|_{x=L_z}=0,\ C(x,y,z,0)=f(x,y,z). \quad (2)$$

В соотношениях (1) и (2) введены следующие обозначения: $C(x,y,z,t)$ - пространственно- временное распределение концентрации примеси, T – температура отжига, D_C - коэффициент диффузии примеси. Величина коэффициента диффузии определяется свойствами материалов в слоях гетероструктуры, скорости прогрева и охлаждения гетероструктуры (в соответствии с законом Аррениуса). Зависимости коэффициента диффузии от параметров могут быть аппроксимированы следующим соотношением [9,15,16]

$$D_C=D_L(x,y,z,T)\left[1+\xi\,\frac{C^{\gamma}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\right]\left[1+\varsigma_1\,\frac{V(x,y,z,t)}{V^*}+\varsigma_2\,\frac{V^2(x,y,z,t)}{\left(V^*\right)^2}\right], \quad (3)$$

где $D_L(x,y,z,T)$ – пространственная (за счет многослойности гетероструктуры) и температурная (по закону Аррениуса) зависимости коэффициента диффузии;

P (x,y,z,T) - предел растворимости примеси; определяемый свойствами материала параметр γ может принимать целые значения в интервале $\gamma\in[1,3]$ [15]; V $(x,y,\ z,t)$ - пространственно-временное распределение концентрации радиационных вакансий; V^* - равновесное распределение вакансий. Концентрационная зависимость коэффициента диффузии подробно обсуждается в [15]. Следует заметить, что в случае диффузионного легирования радиационные повреждения отсутствуют и $\zeta_1=\ \zeta_2=\ 0$. Пространственно-временные распределения концентраций радиационных дефектов определялись путем решения следующей системы уравнений [9,16]

$$\frac{\partial I(x,y,z,t)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left[D_I(x,y,z,T)\frac{\partial I(x,y,z,t)}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[D_I(x,y,z,T)\frac{\partial I(x,y,z,t)}{\partial y}\right]+$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left[D_I(x,y,z,T)\frac{\partial I(x,y,z,t)}{\partial z}\right]-k_{I,V}(x,y,z,T)I(x,y,z,t)V(x,y,z,t)-$$

$$-k_{I,I}(x,y,z,T)I^2(x,y,z,t) \tag{4}$$

$$\frac{\partial V(x,y,z,t)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left[D_V(x,y,z,T)\frac{\partial V(x,y,z,t)}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[D_V(x,y,z,T)\frac{\partial V(x,y,z,t)}{\partial y}\right]+$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left[D_V(x,y,z,T)\frac{\partial V(x,y,z,t)}{\partial z}\right]-k_{I,V}(x,y,z,T)I(x,y,z,t)V(x,y,z,t)-$$

$$-k_{V,V}(x,y,z,T)V^2(x,y,z,t)$$

с начальными

$$\rho(x,y,z,0)=f_\rho(x,y,z) \tag{5a}$$

и граничными условиями

$$\left.\frac{\partial\rho(x,y,z,t)}{\partial x}\right|_{x=0}=0,\ \left.\frac{\partial\rho(x,y,z,t)}{\partial x}\right|_{x=L_x}=0,\ \left.\frac{\partial\rho(x,y,z,t)}{\partial y}\right|_{y=0}=0,\ \left.\frac{\partial\rho(x,y,z,t)}{\partial y}\right|_{y=L_y}=0,$$

$$\left.\frac{\partial\rho(x,y,z,t)}{\partial z}\right|_{z=0}=0,\ \left.\frac{\partial\rho(x,y,z,t)}{\partial z}\right|_{z=L_z}=0. \tag{5б}$$

В системе уравнений (4) и условиях (5) используются следующие обозначения: ρ =I,V; I (x,y,z,t) - пространственно-временное распределение концентрации междоузельных атомов; $D_\rho(x,y,z,T)$ – коэффициенты диффузии междоузельных атомов и вакансий; слагаемые $V^2(x,y,z,t)$ и $I^2(x,y,z,t)$ соответствуют образованию дивакансий и аналогичных комплексов междоузельных атомов; $k_{I,V}(x,y,z,T)$, $k_{I,I}(x,y,z,T)$ и $k_{V,V}(x,y,z,T)$ - соответственно, параметры рекомбинации точечных дефектов и образования комплексов.

Пространственно-временные распределения концентраций дивакансий $\Phi_V(x, y,z,t)$ и аналогичных комплексов междоузельных атомов $\Phi_I(x,y,z,t)$ определим с помощью следующей системы уравнений [9,16]

$$\frac{\partial \Phi_I(x,y,z,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[D_{\Phi I}(x,y,z,T)\frac{\partial \Phi_I(x,y,z,t)}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[D_{\Phi I}(x,y,z,T)\frac{\partial \Phi_I(x,y,z,t)}{\partial y}\right] +$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left[D_{\Phi I}(x,y,z,T)\frac{\partial \Phi_I(x,y,z,t)}{\partial z}\right] + k_{I,I}(x,y,z,T)I^2(x,y,z,t) - k_I(x,y,z,T)I(x,y,z,t) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Phi_V(x,y,z,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[D_{\Phi V}(x,y,z,T)\frac{\partial \Phi_V(x,y,z,t)}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[D_{\Phi V}(x,y,z,T)\frac{\partial \Phi_V(x,y,z,t)}{\partial y}\right] +$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left[D_{\Phi V}(x,y,z,T)\frac{\partial \Phi_V(x,y,z,t)}{\partial z}\right] + k_{V,V}(x,y,z,T)V^2(x,y,z,t) - k_V(x,y,z,T)V(x,y,z,t)$$

с граничными и начальными условиями

$$\left.\frac{\partial \Phi_\rho(x,y,z,t)}{\partial x}\right|_{x=0} = 0,\ \left.\frac{\partial \Phi_\rho(x,y,z,t)}{\partial x}\right|_{x=L_x} = 0,\ \left.\frac{\partial \Phi_\rho(x,y,z,t)}{\partial y}\right|_{y=0} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial \Phi_\rho(x,y,z,t)}{\partial y}\right|_{y=L_y} = 0,\ \left.\frac{\partial \Phi_\rho(x,y,z,t)}{\partial z}\right|_{z=0} = 0,\ \left.\frac{\partial \Phi_\rho(x,y,z,t)}{\partial z}\right|_{z=L_z} = 0,$$

$$\Phi_I(x,y,z,0)=f_{\Phi I}(x,y,z),\ \Phi_V(x,y,z,0)=f_{\Phi V}(x,y,z). \quad (7)$$

В последних соотношениях введены следующие обозначения: $D_{\Phi I}(x,y,z,T)$ и $D_{\Phi V}(x,y,z,T)$ - коэффициенты диффузии комплексов точечных радиационных дефектов; $k_I(x,y,z,T)$ и k_V (x,y,z,T) - параметры распада комплексов точечных дефектов.

Для определения пространственно-временных распределений точечных радиационных дефектов, следуя работам [17-19], представим коэффициенты диффузии точечных дефектов в следующем виде: $D_\rho(x,y,z,T)=D_{0\rho}[1+\varepsilon_\rho g_\rho(x,y,z,T)]$, где $D_{0\rho}$ - средние значения коэффициентов диффузии, $0\le\varepsilon_\rho< 1$, $|g_\rho(x,y,z,T)|\le 1$, $\rho=I,V$. В аналогичной форме представим и параметры рекомбинации точечных дефектов и генерации их комплексов: $k_{I,V}(x,y,z,T)=k_{0I,V}[1+\varepsilon_{I,V}\, g_{I,V}(x,y,z,T)]$, $k_{I,I}(x,y,z,\ T)=k_{0I,I}[1+\varepsilon_{I,I}\, g_{I,I}(x,y,z,T)]$ и $k_{V,V}(x,y,z,T)$ $=k_{0V,V}[1+\varepsilon_{V,V}g_{V,V}(x,y,z,T)]$, где $k_{0\rho1,\rho2}$ – соответствующие средние значения, $0\le\varepsilon_{I,V}<$ 1, $0\le\varepsilon_{I,I}< 1$, $0\le\varepsilon_{V,V}< 1$, $|\, g_{I,V}(x,y,z,T)|\le 1$, $|g_{I,I}(x,y,z,T)|\le 1$, $|g_{V,V}(x,\ y,z,T)|\le 1$. Введем следующие безразмерные величины: $\tilde{I}\left(x,y,z,t\right)=I\left(x,y,z,t\right)/I^*$, $\chi=x/L_x$, $\eta=y/L_y$, $\phi = z/L_z$, $\tilde{V}\left(x,y,z,t\right)=V\left(x,y,z,t\right)/V^*$, $\vartheta=\sqrt{D_{0I}D_{0V}}\,t/L^2$, $\omega=L^2k_{0I,V}/\sqrt{D_{0I}D_{0V}}$, $\Omega_\rho=L^2k_{0\rho,\rho}/\sqrt{D_{0I}D_{0V}}$. Такая замена изменяет форму записи уравнений (4) и условий (5)

$$\frac{\partial\tilde{I}\left(\chi,\eta,\phi,\vartheta\right)}{\partial\vartheta}=\frac{D_{0I}}{\sqrt{D_{0I}D_{0V}}}\frac{\partial}{\partial\chi}\left\{\left[1+\varepsilon_I g_I\left(\chi,\eta,\phi,T\right)\right]\frac{\partial\tilde{I}\left(\chi,\eta,\phi,\vartheta\right)}{\partial\chi}\right\}+\frac{D_{0I}}{\sqrt{D_{0I}D_{0V}}}\times$$

$$\times\frac{\partial}{\partial\eta}\left\{\left[1+\varepsilon_I g_I\left(\chi,\eta,\phi,T\right)\right]\frac{\partial\tilde{I}\left(\chi,\eta,\phi,\vartheta\right)}{\partial\eta}\right\}+\frac{D_{0I}}{\sqrt{D_{0I}D_{0V}}}\frac{\partial}{\partial\phi}\left\{\left[1+\varepsilon_I g_I\left(\chi,\eta,\phi,T\right)\right]\times\right.$$

$$\left.\times\frac{\partial\tilde{I}\left(\chi,\eta,\phi,\vartheta\right)}{\partial\phi}\right\}-\omega\left[1+\varepsilon_{I,V}g_{I,V}\left(\chi,\eta,\phi,T\right)\right]\tilde{I}\left(\chi,\eta,\phi,\vartheta\right)\tilde{V}\left(\chi,\eta,\phi,\vartheta\right)-$$

$$-\Omega_I\tilde{I}^{\,2}\left(\chi,\eta,\phi,\vartheta\right)\left[1+\varepsilon_{I,I}g_{I,I}\left(\chi,\eta,\phi,T\right)\right] \quad (8)$$

$$\frac{\partial\tilde{V}\left(\chi,\eta,\phi,\vartheta\right)}{\partial\vartheta}=\frac{D_{0V}}{\sqrt{D_{0I}D_{0V}}}\frac{\partial}{\partial\chi}\left\{\left[1+\varepsilon_V g_V\left(\chi,\eta,\phi,T\right)\right]\frac{\partial\tilde{V}\left(\chi,\eta,\phi,\vartheta\right)}{\partial\chi}\right\}+\frac{D_{0V}}{\sqrt{D_{0I}D_{0V}}}\times$$

$$\times\frac{\partial}{\partial\eta}\left\{\left[1+\varepsilon_I g_I\left(\chi,\eta,\phi,T\right)\right]\frac{\partial\tilde{V}\left(\chi,\eta,\phi,\vartheta\right)}{\partial\eta}\right\}+\frac{D_{0V}}{\sqrt{D_{0I}D_{0V}}}\frac{\partial}{\partial\phi}\{\left[1+\varepsilon_I g_I\left(\chi,\eta,\phi,T\right)\right]\times$$

$$\times\frac{\partial\tilde{V}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi}\bigg\}-\omega\left[1+\varepsilon_{I,V}g_{I,V}(\chi,\eta,\phi,T)\right]\tilde{I}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)-$$

$$-\Omega_V\tilde{V}^2(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\left[1+\varepsilon_{V,V}g_{V,V}(\chi,\eta,\phi,T)\right]$$

$$\left.\frac{\partial\tilde{\rho}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi}\right|_{\chi=0}=0,\ \left.\frac{\partial\tilde{\rho}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi}\right|_{\chi=1}=0,\ \left.\frac{\partial\tilde{\rho}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta}\right|_{\eta=0}=0,$$

$$\left.\frac{\partial\tilde{\rho}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta}\right|_{\eta=1}=0,\ \left.\frac{\partial\tilde{\rho}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi}\right|_{\phi=0}=0,\ \left.\frac{\partial\tilde{\rho}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi}\right|_{\phi=1}=0,$$

$$\tilde{\rho}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=\frac{f_\rho(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\rho^*}. \tag{9}$$

Решение уравнений (8) с условиями (9) будем искать, следуя [17-19], в виде степенных рядов

$$\tilde{\rho}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=\sum_{i=0}^{\infty}\varepsilon_\rho^i\sum_{j=0}^{\infty}\omega^j\sum_{k=0}^{\infty}\Omega_\rho^k\tilde{\rho}_{ijk}(\chi,\eta,\phi,\vartheta). \tag{10}$$

Подстановка ряда (10) в уравнения (8) и условия (9) позволяет получить уравнения для исходных приближений концентраций точечных дефектов $\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)$ и $\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)$ и поправочных функций к ним $\tilde{I}_{ijk}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)$ и $\tilde{V}_{ijk}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)$, $i\geq1$, $j\geq1$, $k\geq1$. Данные уравнения и условия к ним приведены в Приложении. Их решения получены стандартным методом Фурье (см., например, [20,21]). Полученные решения приведены в Приложении.

Далее определим пространственно-временные распределения концентраций комплексов точечных радиационных дефектов. Для этого представим соответствующие коэффициенты диффузии в следующей форме: $D_{\Phi\rho}(x,y,z,T)=D_{0\Phi\rho}[1+\varepsilon_{\Phi\rho}g_{\Phi\rho}(x,y,z,T)]$, где $D_{0\Phi\rho}$ - средние значения коэффициентов диффузии. Тогда уравнения (6) преобразуются к следующей форме

$$\begin{cases}\dfrac{\partial \Phi_I(x,y,z,t)}{\partial t}=D_{0\Phi I}\dfrac{\partial}{\partial x}\left\{[1+\varepsilon_{\Phi I}g_{\Phi I}(x,y,z,T)]\dfrac{\partial \Phi_I(x,y,z,t)}{\partial x}\right\}+D_{0\Phi I}\times\\ \times\dfrac{\partial}{\partial y}\left\{[1+\varepsilon_{\Phi I}g_{\Phi I}(x,y,z,T)]\dfrac{\partial \Phi_I(x,y,z,t)}{\partial y}\right\}+D_{0\Phi I}\dfrac{\partial}{\partial z}\left\{[1+\varepsilon_{\Phi I}g_{\Phi I}(x,y,z,T)]\times\right.\\ \left.\times\dfrac{\partial \Phi_I(x,y,z,t)}{\partial z}\right\}+k_{I,I}(x,y,z,T)\,I^2(x,y,z,t)-k_I(x,y,z,T)I(x,y,z,t)\\ \dfrac{\partial \Phi_V(x,y,z,t)}{\partial t}=D_{0\Phi V}\dfrac{\partial}{\partial x}\left\{[1+\varepsilon_{\Phi V}g_{\Phi V}(x,y,z,T)]\dfrac{\partial \Phi_V(x,y,z,t)}{\partial x}\right\}+D_{0\Phi V}\times\\ \times\dfrac{\partial}{\partial y}\left\{[1+\varepsilon_{\Phi V}g_{\Phi V}(x,y,z,T)]\dfrac{\partial \Phi_V(x,y,z,t)}{\partial y}\right\}+D_{0\Phi V}\dfrac{\partial}{\partial z}\left\{[1+\varepsilon_{\Phi V}g_{\Phi V}(x,y,z,T)]\times\right.\\ \left.\times\dfrac{\partial \Phi_V(x,y,z,t)}{\partial z}\right\}+k_{V,V}(x,y,z,T)V^2(x,y,z,t)-k_V(x,y,z,T)V(x,y,z,t)\end{cases}$$

Будем искать решение данных уравнений в виде степенного ряда

$$\Phi_\rho(x,y,z,t)=\sum_{i=0}^{\infty}\varepsilon_{\Phi\rho}^i\Phi_{\rho i}(x,y,z,t). \tag{11}$$

Подстановка ряда (11) в уравнения (6) и соответствующие им граничные и начальные условия позволяет получить уравнения для исходных приближений распределений концентраций комплексов радиационных дефектов $\Phi_{\rho 0}(x,y,z,t)$ и поправочных функций к ним $\Phi_{\rho i}(x,y,z,t)$, $i\geq 1$, а также граничных и начальных условий к ним. Данные уравнения и условия приведены в Приложении. Решение данных уравнений получено стандартным методом Фурье [20,21] и приведено в Приложении.

Пространственно-временное распределение концентрации примеси определим аналогично пространственно-временному распределению концентрации радиационных дефектов. В рамках данной методики представим аппроксимацию коэффициента диффузии примеси в виде суммы постоянной и переменной составляющих, т.е. $D_L(x,y,z,T)=D_{0L}[1+\varepsilon_L g_L(x,y,z,T)]$, где D_{0L} - среднее значение коэффициента диффузии примеси, $0\leq\varepsilon_L<1$, $|g_L(x,y,z,T)|\leq 1$. Далее будем искать решение уравнения (1) в виде степенного ряда

$$C(x,y,z,t)=\sum_{i=0}^{\infty}\varepsilon_L^i\sum_{j=1}^{\infty}\xi^j C_{ij}(x,y,z,t).$$

Подстановка данного ряда в уравнение (1) и условия (2) позволяет получить уравнения для исходного приближения концентрации примеси $C_{00}(x,y,z,t)$, поправочных функций к ним $C_{ij}(x, y,z,t)$ ($i \geq 1$, $j \geq 1$), граничные и начальные условия к ним. Данные уравнения и условия к ним приведены в Приложении. Их решения получены стандартным методом Фурье (см., например, [20,21]). Решения данных уравнений приведены в Приложении.

Анализ пространственно-временных распределений концентраций примеси и радиационных дефектов проводился аналитически во втором приближении по параметрам, используемым в соответствующем ряде. Данного приближения обычно достаточно для проведения качественного анализа и получения некоторых количественных результатов. Результаты аналитических расчетов проверялись путем их сопоставления с результатами численного моделирования.

Результаты анализа

В данном разделе с помощью ранее полученных соотношений проведен анализ динамики перераспределения примеси с учетом перераспределения радиационных дефектов. Данные соотношения позволили получить пространственные распределения концентрации примеси. Типичные распределения концентрации примеси в направлении, перпендикулярном направлению канала, приведены на рис. 2. Кривая 1 данного рисунка является типичным распределением концентрации примеси вдоль канала. Из данного рисунка следует, что наличие границы раздела между слоями гетероструктуры позволяет получить более компактное и более равномерное распределение концентрации примеси в направлении, перпендикулярном данной границе. Однако в данном случае необходим выбор длительности отжига, т.к. при малых длительностях отжига примесь не достигает границы раздела между слоями гетероструктуры, а при больших длительностях отжига примесь слишком глубоко проникает в соседние слои. Определим компромиссную длительность отжига в рамках введенного ранее критерия [17-19]. В рамках данного критерия аппроксимируем реальное распределение концентрации примеси с помощью идеального прямоугольного распределения ψ (x,y,z). Далее искомую длительность отжига определим из условия минимума среднеквадратической ошибки

$$U=\frac{1}{L_x L_y L_z}\int\limits_0^{L_x}\int\limits_0^{L_y}\int\limits_0^{L_z}\left[C\left(x,y,z,\Theta\right)-\psi\left(x,y,z\right)\right]d\,z\,d\,y\,d\,x. \tag{12}$$

Зависимости оптимальной длительности отжига приведены на рис. 3. Оптимальная длительность отжига имплантированной примеси принимает меньшие значения, чем оптимальная длительность отжига примеси в случае диффузионного легирования. Причиной такой разницы является необходимость отжига радиационных дефектов.

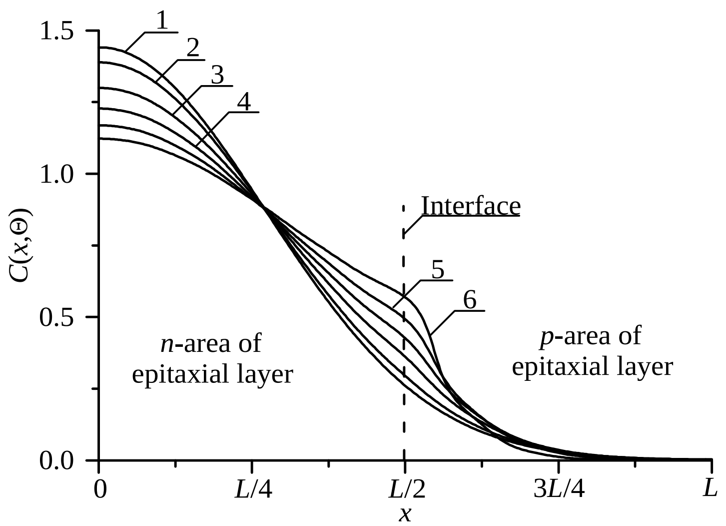

Рис.2*а*. Распределения концентрации введенной диффузионно примеси в представленной на рис. 1 гетероструктуре в направлении, перпендикулярном границе раздела между подложкой и эпитаксиальными слоями. Увеличение номера кривой соответствует увеличению разницы между значениями коэффициента диффузии примеси в слоях при условии, что коэффициент диффузии примеси в легированной области больше, чем в соседней

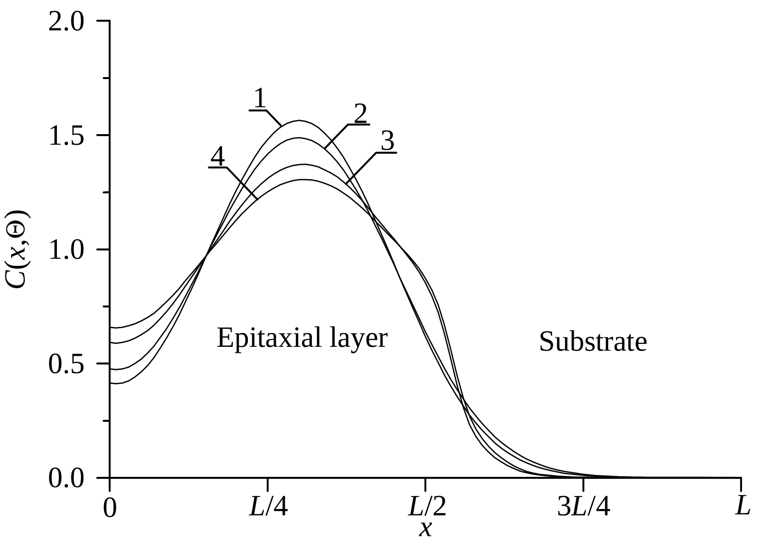

Рис. 2*б*. Пространственное распределение имплантированной примеси после отжига длительностью $\Theta=0{,}0048(L_x^2+L_y^2+L_z^2)/D_0$ (кривые 1 и 3) и $\Theta=0{,}0057(L_x^2+L_y^2+L_z^2)/D_0$ (кривые 2 и 4). Кривые 1 и 2 – расчетные распределения в однородной структуре; кривые 3 и 4 - расчетные распределения примеси в двухслойной структуре при условии, что коэффициент диффузии примеси легированном слое больше, чем в соседнем

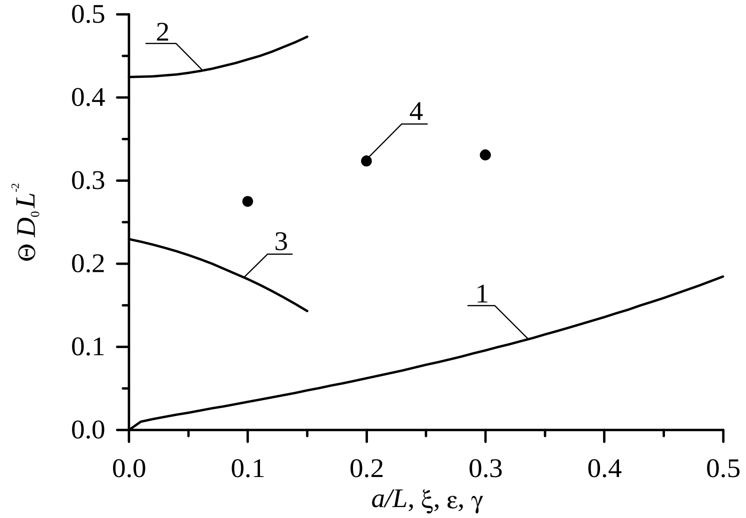

Рис.3*а*. Зависимости безразмерного оптимального времени отжига введенной диффузионно примеси, полученного из условия минимума среднеквадратической ошибки, от различных параметров гетероструктуры. Кривая 1 – зависимость времени отжига от отношения a/L и $\xi=\gamma=0$ при попарном равенстве коэффициентов диффузии. Кривая 2 - зависимость времени отжига от параметра ε при $a/L=1/2$ и $\xi=\gamma=0$. Кривая 3 - зависимость времени отжига от параметра ξ при $a/L=1/2$ и $\varepsilon=\gamma=0$. Кривая 4 - зависимость времени отжига от параметра γ при $a/L=1/2$ и $\varepsilon=\xi=0$

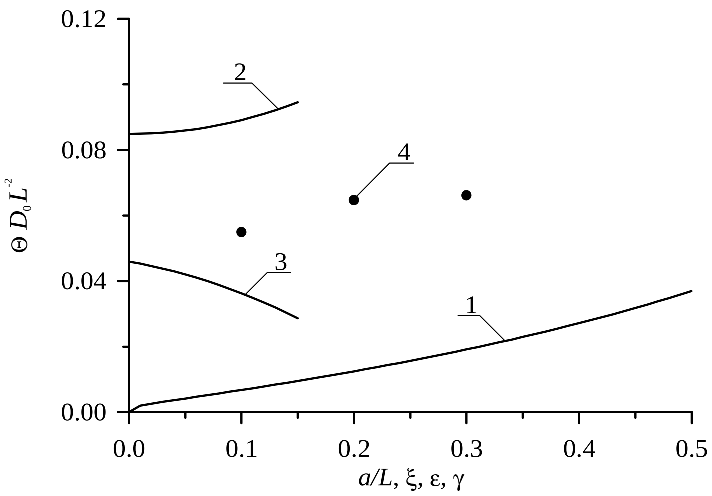

Рис.3*б*. Зависимости безразмерного оптимального времени отжига введенной с помощью ионной имплантации примеси, полученного из условия минимума среднеквадратической ошибки, от различных параметров гетероструктуры. Кривая 1 – зависимость времени отжига от отношения a/L и $\xi=\gamma=0$ при попарном равенстве коэффициентов диффузии. Кривая 2 - зависимость времени отжига от параметра ε при $a/L=1/2$ и $\xi=\gamma=0$. Кривая 3 - зависимость времени отжига от параметра ξ при $a/L=1/2$ и $\varepsilon=\gamma=0$. Кривая 4 - зависимость времени отжига от параметра γ при $a/L=1/2$ и $\varepsilon=\xi=0$

Заключение

В данной работе рассматривается аналитическая методика анализа и анализ модели формирования полевого гетеротранзистора. Данная методика позволяет проводить анализ нелинейных массо- и теплопереноса в многослойных структурах с переменными во времени параметрами без сшивки решений на границах раздела между слоями многослойных структур. Данный метод проиллюстрирован на примере анализа формирования полевого транзистора с неоднородно легированным каналом. На основе проведенного анализа сформулированы рекомендации по оптимизации технологического процесса с целью формирования более компактного распределения примеси.

Благодарности

Работа поддержана стипендией правительства РФ.

Литература

[1] Г. Волович. Современная электроника. № 2. С. 10-17 (2006).

[2] А. Керенцев, В. Ланин. Силовая электроника. Вып. 1. С. 34-38 (2008).

[3] А.О. Агеев, А.Е. Беляев, Н.С. Болтовец, В.Н. Иванов, Р.В. Конакова, Я.Я. Кудрик, П.М. Литвин, В.В. Миленин, А.В. Саченко. ФТП. **Т. 43** (7). С. 897-903 (2009).

[4] Н.И. Волокобинская, И.Н. Комаров, Т.В. Матюхина, В.И. Решетников, А.А. Руш, И.В. Фалина, А.С. Ястребов. ФТП. **Т. 35** (8). С. 1013-1017 (2001).

[5] K.K. Ong, K.L. Pey, P.S. Lee, A.T.S. Wee, X.C. Wang, Y.F. Chong, Appl. Phys. Lett. **89** (17), 172111-172114 (2006).

[6] H.T. Wang, L.S. Tan, E. F. Chor. J. Appl. Phys. **98** (9), 094901-094905 (2006).

[7] Ю.В. Быков, А.Г. Еремеев, Н.А. Жарова, И.В. Плотников, К.И. Рыбаков, М.Н. Дроздов, Ю.Н. Дроздов, В.Д. Скупов. Известия вузов. Радиофизика. **Т.43** (3). С. 836-843 (2003).

[8] В.В. Козловский, *Модификация полупроводников пучками протонов*, Наука, Санкт-Петербург, 2003.

[9] В.Л. Винецкий, П.А. Холодарь, Радиационная физика полупроводников, Наукова Думка, Киев, 1979.

[10] И.П. Степаненко. *Основы микроэлектроники*. Советское радио, М., 1980.

[11] M.V. Dunga, L. Chung-Hsun, X. Xuemei, D.D. Lu, A.M. Niknejad, H. Chenming. Modeling Advanced FET Technology in a Compact Model. IEEE Transactions on Electron Devices. **Vol. 53** (9). P. 157-162 (2006).

[12] В.Г. Гусев, Ю.М. Гусев. *Электроника*, Высшая школа, М., 1991.

[13] Н.А. Аваев, Ю.Е. Наумов, В.Т. Фролкин. *Основы микроэлектроники*, Радио и связь, М., 1991.

[14] В.И. Лачин, Н.С. Савелов. *Электроника*, Феникс, Ростов-на-Дону, 2001.

[15] З.Ю. Готра. *Технология микроэлектронных устройств*, Радио и связь, М.. 1991.

[16] P.M. Fahey, P.B. Griffin, J.D. Plummer. Rev. Mod. Phys. 1989. **V. 61**. № 2. P. 289-388.

[17] V.L. Vinetskiy, G.A. Kholodar', *Radiative physics of semiconductors*. ("Naukova Dumka", Kiev, 1979, in Russian).

[18] E.L. Pankratov. Applied Nanoscience. **Vol. 2** (1). P. 71-89 (2012).

[19] E.L. Pankratov, E.A. Bulaeva. Reviews in Theoretical Science. **Vol. 1** (1). P. 58-82 (2013).

[20] E.L. Pankratov, E.A. Bulaeva. Int. J. Nanoscience. **Vol. 11** (5). P. 1250028-1--1250028-8 (2012).

[21] А.Н. Тихонов, А.А. Самарский, Уравнения математической физики, Наука, М., 1972.

[22] H.S. Carslaw, J.C. Jaeger. *Conduction of heat in solids* (Oxford University Press, 1964).

Приложение

Уравнения для функций $\tilde{I}_{ijk}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)$ и $\tilde{V}_{ijk}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)$, $i\geq 0$, $j\geq 0$, $k\geq 0$ и условия к ним

$$\frac{\partial \tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \phi^2}$$

$$\frac{\partial \tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \phi^2};$$

$$\frac{\partial \tilde{I}_{i00}(\chi,\vartheta)}{\partial \vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{i00}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial}{\partial \chi}\left[g_I(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial \tilde{I}_{i-100}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi}\right]+$$

$$+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{i00}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial}{\partial \eta}\left[g_I(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial \tilde{I}_{i-100}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \eta}\right]+$$

$$+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{i00}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \phi^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial}{\partial \phi}\left[g_I(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial \tilde{I}_{i-100}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \phi}\right]$$

$$\frac{\partial \tilde{V}_{i00}(\chi,\vartheta)}{\partial \vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{i00}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial}{\partial \chi}\left[g_V(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial \tilde{V}_{i-100}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi}\right]+$$

$$+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{i00}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial}{\partial\eta}\left[g_V(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial\tilde{V}_{i-100}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta}\right]+$$

$$+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{i00}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial}{\partial\phi}\left[g_V(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial\tilde{V}_{i-100}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi}\right],\ i\geq 1;$$

$$\frac{\partial\tilde{I}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta^2}+$$

$$+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi^2}-\left[1+\varepsilon_{I,V}g_{I,V}(\chi,\eta,\phi,T)\right]\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)$$

$$\frac{\partial\tilde{V}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta^2}+$$

$$+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi^2}-\left[1+\varepsilon_{I,V}g_{I,V}(\chi,\eta,\phi,T)\right]\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta);$$

$$\frac{\partial\tilde{I}_{020}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{020}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{020}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\times$$

$$\times\frac{\partial^2\tilde{I}_{020}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi^2}-\left[\tilde{I}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)+\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\right]\times$$

$$\times\left[1+\varepsilon_{I,V}g_{I,V}(\chi,\eta,\phi,T)\right]$$

$$\frac{\partial\tilde{V}_{020}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{020}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{020}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\times$$

$$\times\frac{\partial^2\tilde{V}_{020}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi^2}-\left[\tilde{I}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)+\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\right]\times$$

$$\times\left[1+\varepsilon_{I,V}g_{I,V}(\chi,\eta,\phi,T)\right];$$

$$\frac{\partial\tilde{I}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta^2}+$$

$$+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi^2}-\left[1+\varepsilon_{I,I}g_{I,I}(\chi,\eta,\phi,T)\right]\tilde{I}_{000}^2(\chi,\eta,\phi,\vartheta)$$

$$\frac{\partial\tilde{V}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta^2}+$$

$$+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi^2}-\left[1+\varepsilon_{I,I}g_{I,I}(\chi,\eta,\phi,T)\right]\tilde{V}_{000}^2(\chi,\eta,\phi,\vartheta);$$

$$\frac{\partial\tilde{I}_{110}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{110}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial}{\partial\chi}\left[g_I(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial\tilde{I}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi}\right]+$$

$$+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{110}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial}{\partial\eta}\left[g_I(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial\tilde{I}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta}\right]+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\times$$

$$\times\frac{\partial^2\tilde{I}_{110}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial}{\partial\phi}\left[g_I(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial\tilde{I}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi}\right]-\left[1+\varepsilon_{I,I}g_{I,I}(\chi,\eta,\phi,T)\right]\times$$

$$\times\left[\tilde{I}_{100}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)+\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}_{100}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\right]$$

$$\frac{\partial\tilde{V}_{110}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{110}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial}{\partial\chi}\left[g_V(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial\tilde{V}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi}\right]+$$

$$+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2\tilde{V}_{110}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial}{\partial\eta}\left[g_V(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial\tilde{V}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta}\right]+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\times$$

$$\times\frac{\partial^2\tilde{V}_{110}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial}{\partial\phi}\left[g_V(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial\tilde{V}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi}\right]-\left[1+\varepsilon_{V,V}g_{V,V}(\chi,\eta,\phi,T)\right]\times$$

$$\times\left[\tilde{V}_{100}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)+\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{I}_{100}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\right];$$

$$\frac{\partial\tilde{I}_{002}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{002}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2\tilde{I}_{002}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\times$$

$$\times\frac{\partial^2\tilde{I}_{002}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\phi^2}-\left[1+\varepsilon_{I,I}g_{I,I}(\chi,\eta,\phi,T)\right]\tilde{I}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)$$

$$\frac{\partial \tilde{V}_{002}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2 \tilde{V}_{002}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2 \tilde{V}_{002}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\times$$

$$\times\frac{\partial^2 \tilde{V}_{002}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \phi^2}-[1+\varepsilon_{V,V}g_{V,V}(\chi,\eta,\phi,E)]\tilde{V}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta);$$

$$\frac{\partial \tilde{I}_{101}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2 \tilde{I}_{101}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi^2}+\frac{\partial}{\partial \chi}\left[g_I(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial \tilde{I}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi}\right]\times$$

$$\times\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2 \tilde{I}_{101}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial}{\partial \eta}\left[g_I(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial \tilde{I}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \eta}\right]+$$

$$+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2 \tilde{I}_{101}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \phi^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial}{\partial \phi}\left[g_I(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial \tilde{I}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \phi}\right]-$$

$$-[1+\varepsilon_I g_I(\chi,\eta,\phi,T)]\,\tilde{I}_{100}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)$$

$$\frac{\partial \tilde{V}_{101}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2 \tilde{V}_{101}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi^2}+\frac{\partial}{\partial \chi}\left[g_V(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial \tilde{V}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi}\right]\times$$

$$\times\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2 \tilde{V}_{101}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial}{\partial \eta}\left[g_V(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial \tilde{V}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \eta}\right]+$$

$$+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2 \tilde{V}_{101}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \phi^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial}{\partial \phi}\left[g_V(\chi,\eta,\phi,T)\frac{\partial \tilde{V}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \phi}\right]-$$

$$-[1+\varepsilon_V g_V(\chi,\eta,\phi,T)]\,\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}_{100}(\chi,\eta,\phi,\vartheta);$$

$$\frac{\partial \tilde{I}_{011}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2 \tilde{I}_{011}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\frac{\partial^2 \tilde{I}_{011}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\times$$

$$\times\frac{\partial^2 \tilde{I}_{011}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \phi^2}-[1+\varepsilon_{I,I}g_{I,I}(\chi,\eta,\phi,T)]\,\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{I}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)-$$

$$-[1+\varepsilon_{I,V}g_{I,V}(\chi,\eta,\phi,T)]\,\tilde{I}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\,\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)$$

$$\frac{\partial \tilde{V}_{011}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \vartheta}=\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2 \tilde{V}_{011}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \chi^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\frac{\partial^2 \tilde{V}_{011}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \eta^2}+\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\times$$

$$\times\frac{\partial^2 \tilde{V}_{011}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial \phi^2}-\left[1+\varepsilon_{V,V}\,g_{V,V}(\chi,\eta,\phi,T)\right]\tilde{V}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\tilde{V}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)-$$

$$-\left[1+\varepsilon_{I,V}\,g_{I,V}(\chi,\eta,\phi,t)\right]\tilde{I}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)\,\tilde{V}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta);$$

$$\left.\frac{\partial\,\tilde{\rho}_{ijk}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\,\chi}\right|_{x=0}=0,\ \left.\frac{\partial\,\tilde{\rho}_{ijk}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\,\chi}\right|_{x=1}=0,\ \left.\frac{\partial\,\tilde{\rho}_{ijk}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\,\eta}\right|_{\eta=0}=0,$$

$$\left.\frac{\partial\,\tilde{\rho}_{ijk}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\,\eta}\right|_{\eta=1}=0,\ \left.\frac{\partial\,\tilde{\rho}_{ijk}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\,\phi}\right|_{\phi=0}=0,\ \left.\frac{\partial\,\tilde{\rho}_{ijk}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)}{\partial\,\phi}\right|_{\phi=1}=0\ (i\geq 0,\, j\geq 0,\, k\geq 0);$$

$$\tilde{\rho}_{000}(\chi,\eta,\phi,0)=f_{\rho}(\chi,\eta,\phi)/\rho^*,\ \tilde{\rho}_{ijk}(\chi,\eta,\phi,0)=0\ (i\geq 1,\, j\geq 1,\, k\geq 1).$$

Решения данных уравнений с учетом соответствующих граничных и начальных условий представимы в следующей форме

$$\tilde{\rho}_{000}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=\frac{1}{L}+\frac{2}{L}\sum_{n=1}^{\infty}F_{n\rho}\,c(\chi)c(\eta)c(\phi)e_{n\rho}(\vartheta),$$

где $F_{n\rho}=\frac{1}{\rho^*}\int\limits_0^1\cos(\pi n u)\int\limits_0^1\cos(\pi n v)\int\limits_0^1\cos(\pi n w)\,f_{n\rho}(u,v,w)\,d\,w\,d\,v\,d\,u$, $c_n(\chi) = cos\,(\pi n\,\chi)$, $e_{nI}(\vartheta)=exp\left(-\pi^2 n^2\vartheta\sqrt{D_{0V}/D_{0I}}\right)$, $e_{nV}(\vartheta)=exp\left(-\pi^2 n^2\vartheta\sqrt{D_{0I}/D_{0V}}\right)$;

$$\tilde{I}_{i00}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=-2\pi\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\sum_{n=1}^{\infty}c_n(\chi)c(\eta)c(\phi)e_{nI}(\vartheta)\int\limits_0^{\vartheta}e_{nI}(-\tau)\int\limits_0^1 s_n(u)\int\limits_0^1 c_n(v)\int\limits_0^1 g_I(u,v,w,T)\times$$

$$\times n\,c_n(w)\frac{\partial\,\tilde{I}_{i-100}(u,v,w,\tau)}{\partial\,u}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-2\pi\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(\chi)c(\eta)c(\phi)e_{nI}(\vartheta)\int\limits_0^{\vartheta}e_{nI}(-\tau)\times$$

$$\times\int\limits_0^1 c_n(u)\int\limits_0^1 s_n(v)\int\limits_0^1 c_n(w)\,g_I(u,v,w,T)\frac{\partial\,\tilde{I}_{i-100}(u,v,w,\tau)}{\partial\,v}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-2\pi\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(\chi)\times$$

$$\times c(\eta)c(\phi)e_{nI}(\vartheta)\int\limits_0^{\vartheta}e_{nI}(-\tau)\int\limits_0^1 c_n(u)\int\limits_0^1 c_n(v)\int\limits_0^1 s_n(w)\,g_I(u,v,w,T)\frac{\partial\,\tilde{I}_{i-100}(u,v,w,\tau)}{\partial\,w}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau$$

$$\tilde{V}_{i00}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=-2\pi\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(\chi)c(\eta)c(\phi)e_{nV}(\vartheta)\int_0^{\vartheta}e_{nI}(-\tau)\int_0^1 s_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 g_V(u,v,w,T)\times$$

$$\times n\,c_n(w)\frac{\partial\tilde{V}_{i-100}(u,\tau)}{\partial u}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-2\pi\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(\chi)c(\eta)c(\phi)e_{nV}(\vartheta)\int_0^{\vartheta}e_{nI}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\times$$

$$\times\int_0^1 s_n(v)\int_0^1 c_n(w)g_V(u,v,w,T)\frac{\partial\tilde{V}_{i-100}(u,\tau)}{\partial v}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-2\pi\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\sum_{n=1}^{\infty}c_n(\chi)c(\eta)c(\phi)e_{nV}(\vartheta)\times$$

$$\times n\int_0^{\vartheta}e_{nI}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 s_n(w)g_V(u,v,w,T)\frac{\partial\tilde{V}_{i-100}(u,\tau)}{\partial w}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau,\ i\geq 1,$$

где $s_n(\chi)=sin(\pi n\chi)$;

$$\tilde{\rho}_{010}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=-2\sum_{n=1}^{\infty}c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{n\rho}(\vartheta)\int_0^{\vartheta}e_{n\rho}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 c_n(w)\times$$

$$\times\left[1+\varepsilon_{I,V}\,g_{I,V}(u,v,w,T)\right]\tilde{I}_{000}(u,v,w,\tau)\tilde{V}_{000}(u,v,w,\tau)d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau;$$

$$\tilde{\rho}_{020}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=-2\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\sum_{n=1}^{\infty}c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{n\rho}(\vartheta)\int_0^{\vartheta}e_{n\rho}(-\tau)\int_0^1\int_0^1\int_0^1\left[1+\varepsilon_{I,V}\,g_{I,V}(u,v,w,T)\right]\times$$

$$\times c_n(u)c_n(v)c_n(w)\left[\tilde{I}_{010}(u,v,w,\tau)\tilde{V}_{000}(u,v,w,\tau)+\tilde{I}_{000}(u,v,w,\tau)\tilde{V}_{010}(u,v,w,\tau)\right]d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau;$$

$$\tilde{\rho}_{001}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=-2\sum_{n=1}^{\infty}c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{n\rho}(\vartheta)\int_0^{\vartheta}e_{n\rho}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 c_n(w)\times$$

$$\times\left[1+\varepsilon_{\rho,\rho}\,g_{\rho,\rho}(u,v,w,T)\right]\tilde{\rho}_{000}^2(u,v,w,\tau)d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau;$$

$$\tilde{\rho}_{002}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=-2\sum_{n=1}^{\infty}c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{n\rho}(\vartheta)\int_0^{\vartheta}e_{n\rho}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 c_n(w)\times$$

$$\times\left[1+\varepsilon_{\rho,\rho}\,g_{\rho,\rho}(u,v,w,T)\right]\tilde{\rho}_{001}(u,v,w,\tau)\tilde{\rho}_{000}(u,v,w,\tau)d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau;$$

$$\tilde{I}_{110}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=-2\pi\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{nI}(\vartheta)\int_0^{\vartheta}e_{nI}(-\tau)\int_0^1 s_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 c_n(u)\times$$

$$\times g_I(u,v,w,T)\frac{\partial\tilde{I}_{i-100}(u,v,w,\tau)}{\partial u}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-2\pi\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{nI}(\vartheta)\times$$

$$\times\int_0^{\vartheta} e_{nI}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 s_n(v)\int_0^1 c_n(u)\,g_I(u,v,w,T)\frac{\partial \tilde{I}_{i-100}(u,v,w,\tau)}{\partial v}\,d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-2\pi\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty} n\,e_{nI}(\vartheta)\int_0^{\vartheta} e_{nI}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 s_n(u)\,g_I(u,v,w,T)\frac{\partial \tilde{I}_{i-100}(u,v,w,\tau)}{\partial w}\,d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau\times$$

$$\times c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)-2\sum_{n=1}^{\infty} c_n(\chi)e_{nI}(\vartheta)c_n(\eta)c_n(\phi)\int_0^{\vartheta} e_{nI}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1\left[\tilde{I}_{100}(u,v,w,\tau)\times\right.$$

$$\left.\times\tilde{V}_{000}(u,v,w,\tau)+\tilde{I}_{000}(u,v,w,\tau)\tilde{V}_{100}(u,v,w,\tau)\right]\left[1+\varepsilon_{I,V}\,g_{I,V}(u,v,w,T)\right]c_n(v)\,d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau$$

$$\tilde{V}_{110}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=-2\pi\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\sum_{n=1}^{\infty} n\,c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{nV}(\vartheta)\int_0^{\vartheta} e_{nV}(-\tau)\int_0^1 s_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 c_n(u)\times$$

$$\times g_V(u,v,w,T)\frac{\partial \tilde{V}_{i-100}(u,v,w,\tau)}{\partial u}\,d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-2\pi\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\sum_{n=1}^{\infty} n\,c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{nV}(\vartheta)\times$$

$$\times\int_0^{\vartheta} e_{nV}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 s_n(v)\int_0^1 c_n(u)\,g_V(u,v,w,T)\frac{\partial \tilde{V}_{i-100}(u,v,w,\tau)}{\partial v}\,d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-2\pi\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty} n\,e_{nV}(\vartheta)\int_0^{\vartheta} e_{nV}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 s_n(u)\,g_V(u,v,w,T)\frac{\partial \tilde{V}_{i-100}(u,v,w,\tau)}{\partial w}\,d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau\times$$

$$\times c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)-2\sum_{n=1}^{\infty} c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)\,e_{nI}(\vartheta)\int_0^{\vartheta} e_{nV}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1\left[\tilde{I}_{100}(u,v,w,\tau)\times\right.$$

$$\left.\times\tilde{V}_{000}(u,v,w,\tau)+\tilde{I}_{000}(u,v,w,\tau)\tilde{V}_{100}(u,v,w,\tau)\right]\left[1+\varepsilon_{I,V}\,g_{I,V}(u,v,w,T)\right]c_n(v)\,d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau;$$

$$\tilde{I}_{101}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=-2\pi\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\sum_{n=1}^{\infty} n\,c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{nI}(\vartheta)\int_0^{\vartheta} e_{nI}(-\tau)\int_0^1 s_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 c_n(w)\times$$

$$\times g_I(u,v,w,T)\frac{\partial \tilde{I}_{001}(u,v,w,\tau)}{\partial u}\,d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-2\pi\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\sum_{n=1}^{\infty} n\,c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{nI}(\vartheta)\times$$

$$\times\int_0^{\vartheta} e_{nI}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 s_n(v)\int_0^1 c_n(w)\,g_I(u,v,w,T)\frac{\partial \tilde{I}_{001}(u,v,w,\tau)}{\partial v}\,d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-2\pi\sqrt{\frac{D_{0I}}{D_{0V}}}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty} n\, e_{nI}(\vartheta)\int_0^{\vartheta} e_{nI}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 s_n(w)\, g_I(u,v,w,T)\frac{\partial \tilde{I}_{001}(u,v,w,\tau)}{\partial w}\, d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau \times$$

$$\times c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)-2\sum_{n=1}^{\infty} c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{nI}(\vartheta)\int_0^{\vartheta} e_{nI}(-\tau)\int_0^1 \left[1+\varepsilon_{I,V}\, g_{I,V}(u,v,w,T)\right]\times$$

$$\times c_n(u)\,\tilde{I}_{100}(u,v,w,\tau)\tilde{V}_{000}(u,v,w,\tau)\, d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau$$

$$\tilde{V}_{101}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=-2\pi\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\sum_{n=1}^{\infty} n\, c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{nV}(\vartheta)\int_0^{\vartheta} e_{nV}(-\tau)\int_0^1 s_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 c_n(w)\times$$

$$\times g_V(u,v,w,T)\frac{\partial \tilde{V}_{001}(u,v,w,\tau)}{\partial u}\, d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-2\pi\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\sum_{n=1}^{\infty} n\, c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{nV}(\vartheta)\times$$

$$\times\int_0^{\vartheta} e_{nV}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 s_n(v)\int_0^1 c_n(w) g_V(u,v,w,T)\frac{\partial \tilde{V}_{001}(u,v,w,\tau)}{\partial v}\, d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-2\pi\sqrt{\frac{D_{0V}}{D_{0I}}}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty} n\, e_{nV}(\vartheta)\int_0^{\vartheta} e_{nV}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 s_n(w)\, g_V(u,v,w,T)\frac{\partial \tilde{V}_{001}(u,v,w,\tau)}{\partial w}\, d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau\times$$

$$\times c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)-2\sum_{n=1}^{\infty} c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{nV}(\vartheta)\int_0^{\vartheta} e_{nV}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 \tilde{I}_{000}(u,v,w,\tau)\times$$

$$\times c_n(w)\left[1+\varepsilon_{I,V}\, g_{I,V}(u,v,w,T)\right]\tilde{V}_{100}(u,v,w,\tau)\, d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau\,;$$

$$\tilde{I}_{011}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=-2\sum_{n=1}^{\infty} c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{nI}(\vartheta)\int_0^{\vartheta} e_{nI}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 c_n(w)\times$$

$$\times\left\{\left[1+\varepsilon_{I,I}\, g_{I,I}(u,v,w,T)\right]\tilde{I}_{000}(u,v,w,\tau)\tilde{I}_{010}(u,v,w,\tau)+\left[1+\varepsilon_{I,V}\, g_{I,V}(u,v,w,T)\right]\times\right.$$

$$\left.\times\tilde{I}_{001}(u,v,w,\tau)\,\tilde{V}_{000}(u,v,w,\tau)\right\} d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau$$

$$\tilde{V}_{011}(\chi,\eta,\phi,\vartheta)=-2\sum_{n=1}^{\infty} c_n(\chi)c_n(\eta)c_n(\phi)e_{nV}(\vartheta)\int_0^{\vartheta} e_{nV}(-\tau)\int_0^1 c_n(u)\int_0^1 c_n(v)\int_0^1 c_n(w)\times$$

$$\times\left\{\left[1+\varepsilon_{V,V}\, g_{V,V}(u,v,w,T)\right]\tilde{V}_{000}(u,v,w,\tau)\tilde{V}_{010}(u,v,w,\tau)+\left[1+\varepsilon_{I,V}\, g_{I,V}(u,v,w,T)\right]\times\right.$$

$$\left.\times\tilde{I}_{000}(u,v,w,\tau)\tilde{V}_{001}(u,v,w,\tau)\right\} d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau\,.$$

Уравнения для исходных приближений распределений концентраций комплексов радиационных дефектов $\Phi_{\rho 0}(x,y,z,t)$ и поправочных функций к ним $\Phi_{\rho i}(x,y,z,t)$, $i\geq 1$, а также граничные и начальные условия к ним имеют вид

$$\frac{\partial \Phi_{I0}(x,y,z,t)}{\partial t} = D_{0\Phi I}\frac{\partial^2 \Phi_{I0}(x,y,z,t)}{\partial x^2} + D_{0\Phi I}\frac{\partial^2 \Phi_{I0}(x,y,z,t)}{\partial y^2} +$$

$$+ D_{0\Phi I}\frac{\partial^2 \Phi_{I0}(x,y,z,t)}{\partial z^2} + k_{I,I}(x,y,z,T)I^2(x,y,z,t) - k_I(x,y,z,T)I(x,y,z,t)$$

$$\frac{\partial \Phi_{V0}(x,y,z,t)}{\partial t} = D_{0\Phi V}\frac{\partial^2 \Phi_{V0}(x,y,z,t)}{\partial x^2} + D_{0\Phi V}\frac{\partial^2 \Phi_{V0}(x,y,z,t)}{\partial y^2} +$$

$$+ D_{0\Phi V}\frac{\partial^2 \Phi_{V0}(x,y,z,t)}{\partial z^2} + k_{V,V}(x,y,z,T)V^2(x,y,z,t) - k_V(x,y,z,T)V(x,y,z,t);$$

$$\frac{\partial \Phi_{Ii}(x,y,z,t)}{\partial t} = D_{0\Phi I}\frac{\partial^2 \Phi_{Ii}(x,y,z,t)}{\partial x^2} + D_{0\Phi I}\frac{\partial^2 \Phi_{Ii}(x,y,z,t)}{\partial y^2} + D_{0\Phi I}\frac{\partial^2 \Phi_{Ii}(x,y,z,t)}{\partial z^2} +$$

$$+ D_{0\Phi I}\frac{\partial}{\partial x}\left[g_{\Phi I}(x,y,z,T)\frac{\partial \Phi_{I\,i-1}(x,y,z,t)}{\partial x}\right] + D_{0\Phi I}\frac{\partial}{\partial y}\left[g_{\Phi I}(x,y,z,T)\frac{\partial \Phi_{I\,i-1}(x,y,z,t)}{\partial y}\right] +$$

$$+ D_{0\Phi I}\frac{\partial}{\partial z}\left[g_{\Phi I}(x,y,z,T)\frac{\partial \Phi_{I\,i-1}(x,y,z,t)}{\partial z}\right]$$

$$\frac{\partial \Phi_{Vi}(x,y,z,t)}{\partial t} = D_{0\Phi V}\frac{\partial^2 \Phi_{Vi}(x,y,z,t)}{\partial x^2} + D_{0\Phi V}\frac{\partial^2 \Phi_{Vi}(x,y,z,t)}{\partial y^2} + D_{0\Phi V}\frac{\partial^2 \Phi_{Vi}(x,y,z,t)}{\partial z^2} +$$

$$+ D_{0\Phi V}\frac{\partial}{\partial x}\left[g_{\Phi V}(x,y,z,T)\frac{\partial \Phi_{V\,i-1}(x,y,z,t)}{\partial x}\right] + D_{0\Phi V}\frac{\partial}{\partial y}\left[g_{\Phi V}(x,y,z,T)\frac{\partial \Phi_{V\,i-1}(x,y,z,t)}{\partial y}\right] +$$

$$+ D_{0\Phi V}\frac{\partial}{\partial z}\left[g_{\Phi V}(x,y,z,T)\frac{\partial \Phi_{V\,i-1}(x,y,z,t)}{\partial z}\right],\ i\geq 1;$$

$$\left.\frac{\partial \Phi_{\rho i}(x,y,z,t)}{\partial x}\right|_{x=0} = 0,\ \left.\frac{\partial \Phi_{\rho i}(x,y,z,t)}{\partial x}\right|_{x=L_x} = 0,\ \left.\frac{\partial \Phi_{\rho i}(x,y,z,t)}{\partial y}\right|_{y=0} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial \Phi_{\rho i}(x,y,z,t)}{\partial y}\right|_{y=L_y}=0,\ \left.\frac{\partial \Phi_{\rho i}(x,y,z,t)}{\partial z}\right|_{z=0}=0,\ \left.\frac{\partial \Phi_{\rho i}(x,y,z,t)}{\partial z}\right|_{z=L_z}=0,\ i\geq 0;$$

$$\Phi_{\rho 0}(x,y,z,0)=f_{\Phi\rho}(x,y,z),\ \Phi_{\rho i}(x,y,z,0)=0,\ i\geq 1.$$

Решение данных уравнений представимо в следующем виде

$$\Phi_{\rho 0}(x,y,z,t)=\frac{1}{L_xL_yL_z}+\frac{2}{L_xL_yL_z}\sum_{n=1}^{\infty}F_{n\Phi_\rho}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{n\Phi_\rho}(t)+\frac{2}{L}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(x)\,c_n(y)\times$$

$$\times c_n(z)\,e_{\Phi_\rho n}(t)\int_0^t e_{\Phi_\rho n}(-\tau)\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}c_n(w)\left[k_{I,I}(u,v,w,T)I^2(u,v,w,\tau)-\right.$$

$$\left.-k_I(u,v,w,T)I(u,v,w,\tau)\right]d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\tau,$$

где $F_{n\Phi_\rho}=\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}c_n(w)\,f_{\Phi_\rho}(u,v,w)\,d\,w\,d\,v\,d\,u$, $c_n(x)=cos(\pi n x/L_x)$,

$e_{n\Phi_\rho}(t)=\exp\left[-\pi^2n^2D_{0\Phi_\rho}t\left(L_x^{-2}+L_y^{-2}+L_z^{-2}\right)\right]$;

$$\Phi_{\rho i}(x,y,z,t)=-\frac{2\pi}{L_x^2L_yL_z}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(x)\,c_n(y)\,c_n(z)\,e_{\Phi_\rho n}(t)\int_0^t e_{\Phi_\rho n}(-\tau)\int_0^{L_x}s_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}c_n(w)\times$$

$$\times g_{\Phi_\rho}(u,v,w,T)\frac{\partial \Phi_{I_\rho i-1}(u,v,w,\tau)}{\partial u}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\tau-\frac{2\pi}{L_xL_y^2L_z}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{\Phi_\rho n}(t)\times$$

$$\times\int_0^t e_{\Phi_\rho n}(-\tau)\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}s_n(v)\int_0^{L_z}c_n(w)g_{\Phi_\rho}(u,v,w,T)\frac{\partial \Phi_{I_\rho i-1}(u,v,w,\tau)}{\partial v}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\tau-\frac{2\pi}{L_xL_y}\times$$

$$\times\frac{1}{L_z^2}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{\Phi_\rho n}(t)\int_0^t e_{\Phi_\rho n}(-\tau)\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}s_n(w)\frac{\partial \Phi_{I_\rho i-1}(u,v,w,\tau)}{\partial w}\times$$

$$\times g_{\Phi_\rho}(u,v,w,T)\,d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\tau,\ i\geq 1,$$

где $s_n(x)=sin(\pi n x/L_x)$.

Уравнения для исходного приближения концентрации примеси $C_{00}(x,t)$, поправочных функций к ним $C_{ij}(x,y,z,t)$ ($i\geq 1$, $j\geq 1$), граничные и начальные условия к ним имеют следующий вид

$$\frac{\partial C_{00}(x,y,z,t)}{\partial t}=D_{0L}\frac{\partial^2 C_{00}(x,y,z,t)}{\partial x^2}+D_{0L}\frac{\partial^2 C_{00}(x,y,z,t)}{\partial y^2}+D_{0L}\frac{\partial^2 C_{00}(x,y,z,t)}{\partial z^2};$$

$$\frac{\partial C_{i0}(x,y,z,t)}{\partial t}=D_{0L}\frac{\partial^2 C_{i0}(x,y,z,t)}{\partial x^2}+D_{0L}\frac{\partial^2 C_{i0}(x,y,z,t)}{\partial y^2}+D_{0L}\frac{\partial^2 C_{i0}(x,y,z,t)}{\partial z^2}+$$

$$+D_{0L}\frac{\partial}{\partial x}\left[g_L(x,y,z,T)\frac{\partial C_{i-10}(x,y,z,t)}{\partial x}\right]+D_{0L}\frac{\partial}{\partial y}\left[g_L(x,y,z,T)\frac{\partial C_{i-10}(x,y,z,t)}{\partial y}\right]+$$

$$+D_{0L}\frac{\partial}{\partial z}\left[g_L(x,y,z,T)\frac{\partial C_{i-10}(x,y,z,t)}{\partial z}\right],\ i\geq 1;$$

$$\frac{\partial C_{01}(x,y,z,t)}{\partial t}=D_{0L}\frac{\partial^2 C_{01}(x,y,z,t)}{\partial x^2}+D_{0L}\frac{\partial^2 C_{01}(x,y,z,t)}{\partial y^2}+D_{0L}\frac{\partial^2 C_{01}(x,y,z,t)}{\partial z^2}+$$

$$+D_{0L}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{C_{00}^{\gamma}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{00}(x,y,z,t)}{\partial x}\right]+D_{0L}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{C_{00}^{\gamma}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{00}(x,y,z,t)}{\partial y}\right]+$$

$$+D_{0L}\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{C_{00}^{\gamma}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{00}(x,y,z,t)}{\partial z}\right];$$

$$\frac{\partial C_{02}(x,y,z,t)}{\partial t}=D_{0L}\frac{\partial^2 C_{02}(x,y,z,t)}{\partial x^2}+D_{0L}\frac{\partial^2 C_{02}(x,y,z,t)}{\partial y^2}+D_{0L}\frac{\partial^2 C_{02}(x,y,z,t)}{\partial z^2}+$$

$$+D_{0L}\frac{\partial}{\partial x}\left[C_{01}(x,y,z,t)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{00}(x,y,z,t)}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[C_{01}(x,y,z,t)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{\partial C_{00}(x,y,z,t)}{\partial y}\right]D_{0L}+D_{0L}\frac{\partial}{\partial z}\left[C_{01}(x,y,z,t)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{00}(x,y,z,t)}{\partial z}\right]+D_{0L}\times$$

$$\times\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{C_{00}^{\gamma}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{01}(x,y,z,t)}{\partial x}\right]+D_{0L}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{C_{00}^{\gamma}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{01}(x,y,z,t)}{\partial y}\right]+$$

$$+D_{0L}\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{C_{00}^{\gamma}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{01}(x,y,z,t)}{\partial z}\right];$$

$$\frac{\partial C_{11}(x,y,z,t)}{\partial t}=D_{0L}\frac{\partial^2 C_{11}(x,y,z,t)}{\partial x^2}+D_{0L}\frac{\partial^2 C_{11}(x,y,z,t)}{\partial y^2}+D_{0L}\frac{\partial^2 C_{11}(x,y,z,t)}{\partial z^2}+$$

$$+D_{0L}\frac{\partial}{\partial x}\left[C_{10}(x,y,z,t)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{00}(x,y,z,t)}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[C_{10}(x,y,z,t)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{\partial C_{00}(x,y,z,t)}{\partial y}\right]D_{0L}+D_{0L}\frac{\partial}{\partial z}\left[C_{10}(x,y,z,t)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{00}(x,y,z,t)}{\partial z}\right]+D_{0L}\times$$

$$\times\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{C_{00}^{\gamma}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{10}(x,y,z,t)}{\partial x}\right]+D_{0L}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{C_{00}^{\gamma}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{10}(x,y,z,t)}{\partial y}\right]+$$

$$+D_{0L}\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{C_{00}^{\gamma}(x,y,z,t)}{P^{\gamma}(x,y,z,T)}\frac{\partial C_{10}(x,y,z,t)}{\partial z}\right]+D_{0L}\frac{\partial}{\partial x}\left[g_L(x,y,z,T)\frac{\partial C_{01}(x,y,z,t)}{\partial x}\right]+$$

$$+D_{0L}\frac{\partial}{\partial y}\left[g_L(x,y,z,T)\frac{\partial C_{01}(x,y,z,t)}{\partial y}\right]+D_{0L}\frac{\partial}{\partial z}\left[g_L(x,y,z,T)\frac{\partial C_{01}(x,y,z,t)}{\partial z}\right];$$

$$\left.\frac{\partial C_{ij}(x,y,z,t)}{\partial x}\right|_{x=0}=0,\ \left.\frac{\partial C_{ij}(x,y,z,t)}{\partial x}\right|_{x=L_x}=0,\ \left.\frac{\partial C_{ij}(x,y,z,t)}{\partial y}\right|_{y=0}=0,$$

$$\left.\frac{\partial C_{ij}(x,y,z,t)}{\partial y}\right|_{y=L_y}=0,\ \left.\frac{\partial C_{ij}(x,y,z,t)}{\partial z}\right|_{z=0}=0,\ \left.\frac{\partial C_{ij}(x,y,z,t)}{\partial z}\right|_{z=L_z}=0,\ i\geq 0,\ j\geq 0;$$

$$C_{00}(x,y,z,0)=f_C(x,y,z),\ C_{ij}(x,y,z,0)=0,\ i\geq 1,\ j\geq 1.$$

Решения данных уравнений с учетом соответствующих граничных и начальных условий представимы в следующей форме

$$C_{00}(x,y,z,t)=\frac{1}{L_xL_yL_z}+\frac{2}{L_xL_yL_z}\sum_{n=1}^{\infty}F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t),$$

где $e_{nC}(t)=\exp\left[-\pi^2n^2D_{0C}t\left(L_x^{-2}+L_y^{-2}+L_z^{-2}\right)\right]$, $F_{nC}=\int\limits_0^{L_x}c_n(u)\int\limits_0^{L_y}c_n(v)\int\limits_0^{L_z}f_C(u,v,w)\times$ $\times\,c_n(w)\,d\,w\,d\,v\,d\,u$;

$$C_{i0}(x,y,z,t)=-\frac{2\pi}{L_x^2L_yL_z}\sum_{n=1}^{\infty}nF_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}s_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}c_n(v)\times$$

$$\times g_L(u,v,w,T)\frac{\partial C_{i-10}(u,v,w,\tau)}{\partial u}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_xL_y^2L_z}\sum_{n=1}^{\infty}nF_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\times$$

$$\times\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}s_n(v)\int_0^{L_z}c_n(v)g_L(u,v,w,T)\frac{\partial C_{i-10}(u,v,w,\tau)}{\partial v}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_xL_yL_z^2}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty}nF_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}g_L(u,v,w,T)\frac{\partial C_{i-10}(u,v,w,\tau)}{\partial w}\times$$

$$\times s_n(v)d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau\,,\ i\geq 1;$$

$$C_{01}(x,y,z,t)=-\frac{2\pi}{L_x^2L_yL_z}\sum_{n=1}^{\infty}nF_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}s_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}c_n(w)\times$$

$$\times\frac{C_{00}^{\gamma}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial u}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_xL_y^2L_z}\sum_{n=1}^{\infty}nF_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\times$$

$$\times\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}s_n(v)\int_0^{L_z}c_n(w)\frac{C_{00}^{\gamma}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial v}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_xL_yL_z^2}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty}nF_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}\frac{C_{00}^{\gamma}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial w}\times$$

$$\times s_n(w)d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau\,;$$

$$C_{02}(x,y,z,t)=-\frac{2\pi}{L_x^2L_yL_z}\sum_{n=1}^{\infty}nF_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}s_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}c_n(w)\times$$

$$\times C_{01}(u,v,w,\tau)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial u}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_xL_y^2L_z}\sum_{n=1}^{\infty}F_{nC}c_n(x)c_n(y)\times$$

$$\times nc_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}s_n(v)\int_0^{L_z}C_{01}(u,v,w,\tau)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial v}\times$$

$$\times c_n(w)d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_xL_yL_z^2}\sum_{n=1}^{\infty}n\,F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)\,e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\times$$

$$\times\int_0^{L_z}s_n(w)C_{01}(u,v,w,\tau)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial w}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_x^2L_yL_z}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(x)\times$$

$$\times c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}s_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}C_{01}(u,v,w,\tau)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial u}\times$$

$$\times F_{nC}c_n(w)\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial u}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_xL_y^2L_z}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(x)\,c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\times$$

$$\times F_{nC}\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}s_n(v)\int_0^{L_z}c_n(w)C_{01}(u,v,w,\tau)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial v}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-$$

$$-\frac{2\pi}{L_xL_yL_z^2}\sum_{n=1}^{\infty}n\,F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}s_n(w)C_{01}(u,v,w,\tau)\times$$

$$\times\frac{C_{00}^{\gamma-1}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial w}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_x^2L_yL_z}\sum_{n=1}^{\infty}n\,c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\times$$

$$\times F_{nC}\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}s_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}c_n(w)\frac{C_{00}^{\gamma}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{01}(u,v,w,\tau)}{\partial u}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_xL_y^2}\times$$

$$\times\frac{1}{L_z}\sum_{n=1}^{\infty}e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}s_n(v)\int_0^{L_z}c_n(w)\frac{C_{00}^{\gamma}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{01}(u,v,w,\tau)}{\partial v}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau\times$$

$$\times n\,F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)-\frac{2\pi}{L_xL_yL_z^2}\sum_{n=1}^{\infty}n\,F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}c_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\times$$

$$\times\int_0^{L_z}s_n(w)\frac{C_{00}^{\gamma}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{01}(u,v,w,\tau)}{\partial w}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau;$$

$$C_{11}(x,y,z,t)=-\frac{2\pi}{L_x^2L_yL_z}\sum_{n=1}^{\infty}n\,F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x}s_n(u)\int_0^{L_y}c_n(v)\int_0^{L_z}c_n(w)\times$$

$$\times g_L(u,v,w,T)\frac{\partial C_{01}(u,v,w,\tau)}{\partial u}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_x L_y^2 L_z}\sum_{n=1}^{\infty} n\,F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\times$$

$$\times\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x} c_n(u)\int_0^{L_y} s_n(v)\int_0^{L_z} c_n(w)g_L(u,v,w,T)\frac{\partial C_{01}(u,v,w,\tau)}{\partial v}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_x L_y L_z^2}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty} n\,F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x} c_n(u)\int_0^{L_y} c_n(v)\int_0^{L_z} g_L(u,v,w,T)\frac{\partial C_{01}(u,v,w,\tau)}{\partial w}\times$$

$$\times s_n(w)d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_x^2 L_y L_z}\sum_{n=1}^{\infty} n\,F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x} s_n(u)\int_0^{L_y} c_n(v)\times$$

$$\times\int_0^{L_z} c_n(w)\frac{C_{00}^{\gamma}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{10}(u,v,w,\tau)}{\partial u}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_x L_y^2 L_z}\sum_{n=1}^{\infty} n\,F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)\times$$

$$\times e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x} c_n(u)\int_0^{L_y} s_n(v)\int_0^{L_z} c_n(w)\frac{C_{00}^{\gamma}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{10}(u,v,w,\tau)}{\partial v}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2}{L_x}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty} n\,F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x} c_n(u)\int_0^{L_y} c_n(v)\int_0^{L_z}\frac{C_{00}^{\gamma}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{10}(u,v,w,\tau)}{\partial w}\times$$

$$\times s_n(w)\,d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau\frac{\pi}{L_y L_z^2}-\frac{2\pi}{L_x^2 L_y L_z}\sum_{n=1}^{\infty} n\,F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x} s_n(u)\times$$

$$\times\int_0^{L_y} c_n(v)\int_0^{L_z} c_n(w)C_{10}(u,v,w,\tau)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial u}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau-\frac{2\pi}{L_x L_y^2 L_z}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty} n\,c_n(x)\,c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x} c_n(u)\int_0^{L_y} s_n(v)\int_0^{L_z}\frac{C_{00}^{\gamma-1}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial v}\times$$

$$\times c_n(w)\,C_{10}(u,v,w,\tau)d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau\,F_{nC}-\frac{2\pi}{L_x L_y L_z^2}\sum_{n=1}^{\infty} n\,F_{nC}c_n(x)c_n(y)c_n(z)e_{nC}(t)\times$$

$$\times\int_0^t e_{nC}(-\tau)\int_0^{L_x} c_n(u)\int_0^{L_y} c_n(v)\int_0^{L_z} s_n(w)C_{10}(u,v,w,\tau)\frac{C_{00}^{\gamma-1}(u,v,w,\tau)}{P^{\gamma}(u,v,w,T)}\frac{\partial C_{00}(u,v,w,\tau)}{\partial w}d\,w\,d\,v\,d\,u\,d\,\tau\,.$$