

УДК 621.317:621.391

ПОЛЯРИМЕТРИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ДАННЫХ

Р. Н. Акиншин¹, А. В. Хомяков², А. А. Бортников³

¹Секция прикладных проблем при Президиуме РАН, г. Москва

²ОАО Центральное конструкторское бюро аппаратостроения, г. Тула

³Тульский государственный университет

Получена 30 мая 2011 г.

Аннотация. Рассмотрена поляриметрическая обработка массивов данных антенной решеткой, дающая значительный выигрыш в обнаружении. Предложен эффективный алгоритм, инвертирующий корреляционную матрицу мешающих отражений, который может быть частью адаптивного процессора антенной решетки. Проведено моделирование на базе минимальной средней квадратичной ошибки, показавшее эффективность поляриметрической адаптивной обработки.

Ключевые слова: антенная решетка, матрица когерентности, поляриметрический канал, алгоритм, адаптивный процессор.

Abstract. The polarimetric array processing data array which gives a significant gain in detection is considered. An efficient algorithm for inverting the correlation matrix of clutter, which may be part of an adaptive antenna array processor is suggested. The simulation based on the minimum mean squared error, which showed the effectiveness of polarimetric adaptive processing is carried out.

Keywords: antenna array, matrix of coherence, polarimetric channel, algorithm, adaptive processor.

Адаптивная обработка массивов данных антенной решеткой открывает новые возможности в подавлении мешающих отражений и гибкий сценарий сканирования диаграммы направленности антенны. Дополнительные возможности достигаются использованием поляриметрической информации о цели. Обычная обработка массивов данных антенной решеткой не пригодна в

ситуациях, когда направления цели и мешающих отражений совпадают. Преимущество поляриметрической обработки в том, что цель может быть обнаружена даже в сложной помеховой обстановке, обеспечивая разницу поляриметрических свойств мешающих отражений и цели.

Рассмотрим линейную антенную решетку с N поляриметрическими элементами. Во избежание дифракционных максимумов решетки, расстояние d между смежными парами диполей $\leq \lambda/2$, где λ -длина волны. Для $x_n(t)$ и $y_n(t)$, являющихся, соответственно, выходными временными сигналами осей x и y n -ого диполя, выходной вектор ортогонального диполя будет иметь вид:

$$z_n(t) = \begin{pmatrix} x_n(t) \\ y_n(t) \end{pmatrix}.$$

Запись n выходных векторов в вектор-столбец с $2N$ элементами:

$$z(t) = \begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ z_N(t) \end{pmatrix},$$

определяет временную выборку антенной решетки [1]. Полная корреляционная матрица $z(t)$ имеет вид:

$$R = E\{z(t) \cdot z^H(t)\},$$

где $E\{\cdot\}$ обозначает математические ожидания, а $(\cdot)^H$ - сопряженный перенос.

Оценка максимального подобия для R рассчитывается по формуле:

$$\hat{R} = \frac{1}{I} \sum_{i=l}^I z(t_i) \cdot z^H(t_i),$$

с использованием I имеющихся временных выборок измеренных или экспериментальных данных.

Деление R на 2×2 субматрицы:

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1N} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{N1} & R_{N2} & \dots & R_{NN} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

удобно потому, что расчлененные R_{nm} представляют корреляцию между элементами кросс диполя, обозначенными n и m с учетом разностей фаз, являющихся результатом их местонахождения.

Обычно, использующиеся описание поляризованных электромагнитных волн основано на комплексном векторе амплитуды $\alpha = [a_x a_y]^T$, где a_x и a_y - векторы (амплитуды и фазы) ортогональных компонентов электрического поля. Временной сигнал в n -ом диполе, принимающем детерминированный источник с частотой ω и начальной фазой ϕ , может быть записан как:

$$Z_n(t) = a \cdot \exp(j(\omega_s t + \phi)) \cdot v_n,$$

где:

$$v_n = \exp\left(j(n-1) \frac{\omega_s d}{c} \sin \phi\right) := \exp(j(n-1)\Delta),$$

описывает относительную разность фаз между n -ым элементом антенны и первым элементом. ϕ - угол падения сигнала в плоскости xz , c - скорость света. Используя эти определения, запишем корреляционную матрицу на выходе элемента x_n и y_m :

$$R_{nm} = a \cdot a^H \cdot \exp(j(n-m)\Delta) = a \cdot a^H \cdot v_n v_m^*. \quad (2)$$

Для групповой цели с K детерминированными сигналами выражение расширится:

$$R_{nm} = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K a_k \cdot a_l^H \cdot \exp(j((n-1)\Delta_k - (m-1)\Delta_l)),$$

где индексы k и l соответствуют определенным источникам. Комбинация этих субматриц в соответствии с (1) дает корреляционную матрицу R для всей линейной антенной решеткой.

Субматрица, соответствующая (2) представляет корреляционную матрицу, применительно к ситуации с одной целью. Член $a \cdot a^H := j$ часто называют матрицей когерентного сигнала [2]. Все субматрицы состоят из этой матрицы, определенной членом фазы $v_n v_m^x$. При определении управляющего вектора:

$$V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ \exp(j\Delta) \\ \vdots \\ \exp(j(N-1)\Delta) \end{pmatrix},$$

корреляционная матрица может быть записана в форме:

$$R = (V \cdot V^H) \otimes J,$$

где \otimes означает произведения Кронекера.

Одним из компонентов сигнала, присутствующем всегда в измеренных данных является шум. Допускаем, что он некоррелирован от элемента к элементу и имеет гауссово распределение с нулевым математическим ожиданием. Если мы допускаем равную мощность шума во всех $2N$ выходных сигналах, влияние на корреляционную матрицу будет просто $\theta^2 I_{2N}$, где I_{2N} обозначает матрицу размера $2N$. Таким образом, имеем корреляционную матрицу измеренных данных:

$$\hat{R} = \sigma^2 I + (V \cdot V^H) \otimes J, \quad (3)$$

где σ^2 -дисперсия шума.

Матрица когерентности сигнала J играет центральную роль в описании корреляционной матрицы антенной решетки. При анализе обстановки с мешающими отражениями, ее просто заменяют на матрицу когерентности мешающих отражений J_c в (3). Для данного случая нет необходимости знать точную форму J_c .

Важным шагом обработки является разделение ортогональных поляриметрических каналов. Это достигается путем диагонализации субматриц

\hat{R}_{nm} в \hat{R} , с использованием разложения собственного значения. Любая субматрица может быть записана в форме:

$$\hat{R}_{nm} = \begin{cases} \sigma^2 I_2 + M \cdot D \cdot M^H, & n = m \\ M \cdot v_n v_m^* D \cdot M^H, & n \neq m \end{cases},$$

где D – диагональная матрица собственных значений:

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix},$$

а столбцы M – соответствующие собственные векторы. Диагонализация всех субматриц приводит к выражению:

$$\hat{R} = \sigma^2 I_{2N} + (I_N \otimes M) \left((V \cdot V^H) \otimes D \right) (I_N \otimes M^H)$$

Нет необходимости в расчете собственного разложения всех субматриц. Поскольку мы определили M путем разложения любой \hat{R}_{nm} , его можно использовать для преобразования всех субматриц в соответствии с:

$$M^H \cdot \hat{R}_{nm} \cdot M = \begin{cases} \sigma^2 I_2 = D, & n = m \\ v_n v_m \cdot D, & n \neq m \end{cases}.$$

Матрица $((V \cdot V^H) \otimes D)$, состоящая из 2*2 субматриц в диагональной форме, теперь комбинируется как блочная матрица в соответствии с:

$$P \cdot ((V \cdot V^H) \otimes D) \cdot P^T = \begin{bmatrix} \lambda_1 V \cdot V^H & 0_N \\ 0_N & \lambda_2 V \cdot V^H \end{bmatrix},$$

O_N означает квадратичную нулевую матрицу размера N . Перестановочная матрица P должна иметь вид:

$$P = \begin{bmatrix} I_N \otimes (1 \ 0) \\ I_N \otimes (0 \ 1) \end{bmatrix}.$$

Для $N=3$:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

После этих линейных операций, модифицирующих измеренную корреляционную матрицу, представляем корреляционную матрицу как:

$$T_{DP} = (I_N \otimes M)P^T,$$

$$\hat{R} = T_{DP} \begin{bmatrix} \sigma^2 I_N + \lambda_1 V \cdot V^H & 0_N \\ 0_N & \sigma^2 I_N + \lambda_2 V \cdot V^H \end{bmatrix} T_{DP}^H. \quad (4)$$

Используем правило инверсии [3]:

$$(A + UB^H)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}U(B + BVA^{-1}UB)^{-1}BVA^{-1}$$

и рассчитывая $A = \sigma^2 I_N$, $B = \lambda_{1,2}$, $U=V$ и $V=V^H$ получим:

$$(\sigma^2 I_N + V\lambda_{1,2}V^H)^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} \left(I_N - \frac{\lambda_{1,2}}{\sigma^2 + \lambda_{1,2}N} V \cdot V^H \right), \quad (5)$$

для инверсий не нулевых блочных матриц в (4) с $\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} A^{-1} & 0 \\ 0 & B^{-1} \end{pmatrix}$ и

$(T_{DP})^{-1} = T_{DP}^H$ инверсия корреляционной матрицы может быть выражена:

$$\hat{R}^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} T_{DP} \begin{bmatrix} I_N - \frac{\lambda_1}{\sigma^2 + \lambda_1 N} V \cdot V^H & 0_N \\ 0_N & I_N - \frac{\lambda_2}{\sigma^2 + \lambda_2 N} V \cdot V^H \end{bmatrix} T_{DP}^H. \quad (6)$$

Для рассматриваемого случая необходимо выразить уравнение (6) в членах R . Сравнение (4) и (6) показывает идентичные члены $\lambda_{1,2}V \cdot V^H$.

Выражая (4) в этих членах:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 V \cdot V^H & 0_N \\ 0_N & \lambda_2 V \cdot V^H \end{bmatrix} = T_{DP}^H R T_{DP} - \sigma^2 I_N,$$

и подставляя его в (5) получаем, после элементарных преобразований:

$$\hat{R}^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} T_{DP} \left(\begin{bmatrix} \frac{2\sigma^2 + \lambda_1 N}{\sigma^2 + \lambda_1 N} & 0 \\ 0 & \frac{2\sigma^2 + \lambda_2 N}{\sigma^2 + \lambda_2 N} \end{bmatrix} \otimes I_N \right) - \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma^2 + \lambda_1 N} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma^2 + \lambda_2 N} \end{bmatrix} \otimes I_N \right) T_{DP}^H \hat{R} T_{DP} T_{DP} \quad (7)$$

Собственные значения $\lambda_{1,2}$ и мощность шума σ^2 по-прежнему неизвестны и должны быть получены из измеренной корреляционной матрицы \hat{R} . Любая диагонализированная \hat{R}_{nm} характеризует элементы (7):

$$M^H \hat{R}_{nm} M = \begin{cases} \begin{pmatrix} \sigma^2 + \lambda_1 & 0 \\ 0 & \sigma^2 + \lambda_2 \end{pmatrix}, & n = m \\ \begin{pmatrix} \lambda_1 v_n v_m^* & 0 \\ 0 & \lambda_2 v_n v_m^* \end{pmatrix}, & n \neq m \end{cases} \quad (8)$$

Поскольку собственные значения $\lambda_{1,2}$ всегда являются положительными, реальными числами, а $|v_{n,m}|=1$, они должны быть рассчитаны путем формирования абсолютных значений элементов в (8). Извлекая λ_1 или λ_2 из (8) получаем необходимое σ^2 . Полученные таким образом значения $\lambda_{1,2}$ и σ^2 должны рассматриваться как оценки, что обусловлено ограниченным числом выборок, из которых рассчитывалась корреляционная матрица. Для подавления влияния изменений формируются усредненные матрицы, перед решением для $\lambda_{1,2}$ и σ^2 . Арифметическое усреднение возможно для всех \hat{R}_{nm} с идентичными членами фазы $v_n v_m^*$. Тогда соответствующей матрицей для получения $\lambda_{1,2}$ будет:

$$\bar{\hat{R}}_{n-1,n} = \frac{1}{N-1} \sum_{n=2}^N \hat{R}_{n-1,n} \quad (9)$$

в то время, как усреднение основных диагональных субматриц:

$$\overline{\hat{R}}_{n,m} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \hat{R}_{n,m}, \quad (10)$$

обеспечивает лучшую оценку σ^2 . Одна из матриц (9), (10) может быть разложена по собственному значению, решая матрицу преобразования M , необходимую для иницирующей диагонализации.

Итак, представлены все детали для закрытой инверсии измеренной корреляционной матрицы мешающих отражений, при условии, что помеховая обстановка характеризуется одним доминантным направлением.

Некоторые методы обработки адаптивной антенной решеткой предполагают инверсию корреляционной матрицы мешающих отражений для установки весовых коэффициентов. В поляриметрической антенной решетке каждый элемент n нуждается в отдельном весовом значении w_{xn} , w_{yn} для ортогональных сигналов. Выходной сигнал процессора имеет вид:

$$s(t) = w^H \cdot z(t), \quad (11)$$

где z – комбинированные сигналы антенны, как обозначено в (2), а w – эквивалентно сформированный вектор весовых коэффициентов. В зависимости от используемой меры рабочие характеристики (среднеквадратичная ошибка, максимальное подобие – ML и т.п.), весовые значения рассчитываются из \hat{R}^{-1} [4]. Для минимальной σ отношение имеет вид:

$$w_{\sigma} = \hat{R}^{-1} \cdot V_z, \quad (12)$$

что дает оптимальные весовые значения для нужного направления φ , выражением, контролирующим вектором V_z , который определяется как:

$$V_z = [v_1 v_1 v_2 v_2 \cdots v_N v_N]^T.$$

Моделирование обработки мешающих отражений нуждается в статистической модели сигнала для выработки входных данных. Источник сигнала должен сформировать векторную временную последовательность

$c(t) = [cx(t) \cdot cy(t)]^T$ для обеих ортогональных поляризаций.

Корреляционная матрица последовательности должна быть идентична данной матрице когерентности мешающих отражений J_c .

Это может быть достигнуто преобразованием комплексных, гауссово распределенных двух случайных величин вероятностного процесса $n(t) = [n_1(t)n_2(t)]^T$, сформированного компьютером:

$$c(t) = T \cdot n(t).$$

Линейное преобразование матрицы T вновь основывается на разложении собственного значения матрицы когерентности:

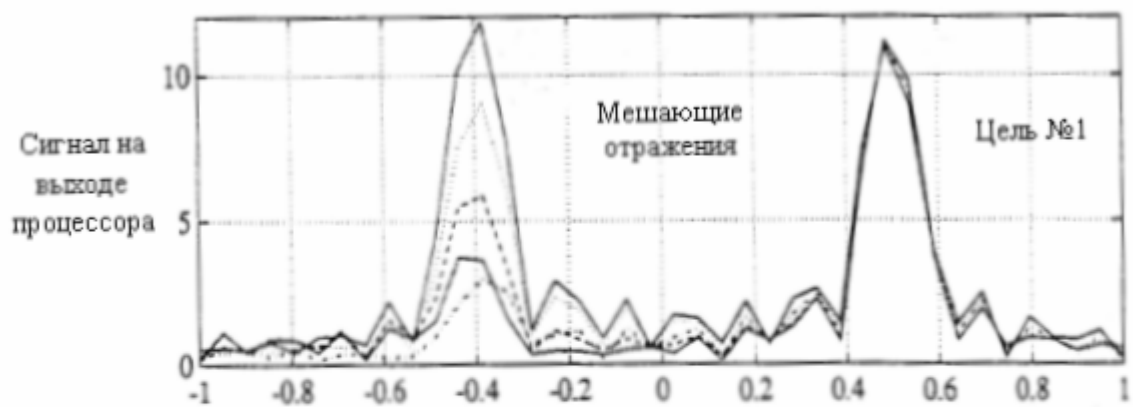
$$J_c = M \cdot D \cdot M^H$$

Легко заметить, используя:

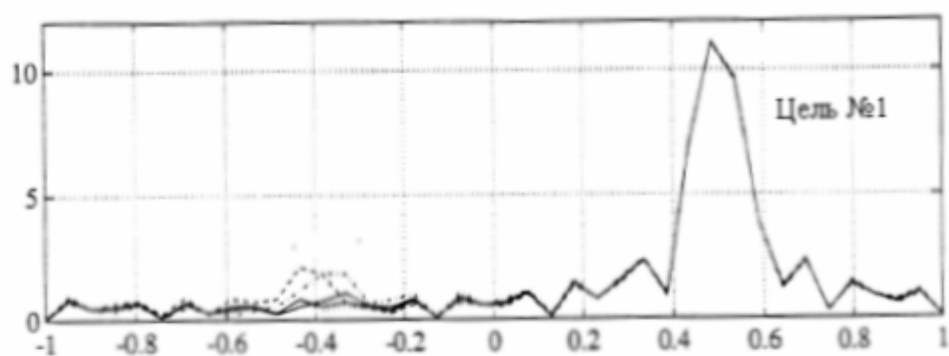
$$T = M \cdot \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}),$$

что ожидание $c(t)$ приводит к J_c , корреляционная матрица вероятностного процесса $n(t)$ равна единице.

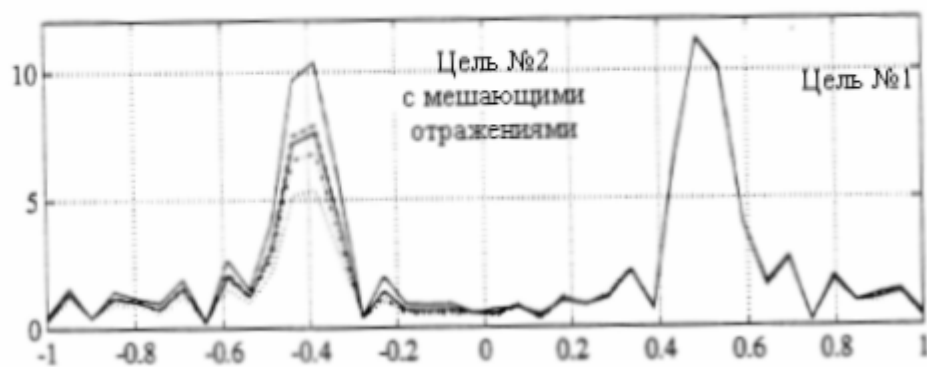
Допустим, что сигнал мешающих отражений является стохастической не полностью поляризованной плоской волной с вектором поляризации p и степенью поляризации ρ . Эти параметры также описывают матрицу когерентности мешающих отражений [2]. Процесс мешающих отражений имеет для моделирования левостороннюю круговую поляризацию ($p = [001]^T$) с $\rho=0.8$.



а)



б)



в)

Рис. 1. - Результаты обработки сигнала.

На рисунке 1а показаны результаты обработки сигнала на выходе линейной антенной решетке с $N=16$ элементами, принимающей сигнал детерминированного источника с направлением $\sin \varphi = 0,5$ мощности $|a|^2 = 2$ и сигнал источника мешающих отражений с направлением $\sin \varphi = -0,4$

мощности $v_c^2 = 1$ без адаптации ($w = v_z$). Для каждого направления φ соответствующий весовой коэффициент V_z должен формироваться на выходе процессора $/s(t)/$, по формуле (11). Число направлений равно 40.

Оценим и инвертируем корреляционную матрицу мешающих отражений для расчета W_σ (12) при отсутствии цели, осуществляя адаптивное подавление мешающих отражений, (см. рисунок 1б). Отбеливающий эффект пространственного узкополосного режекторного фильтра, представленный коэффициентами фильтра $W_{x'n}$, $W_{y'n}$, очевиден. Однако, как показывает рисунок 1в, характеристика фильтра поляриметрически чувствительна. Если возникает вторая цель с тем же направлением, что и мешающие отражения и с той же мощностью, что и цель №1, то она легко обнаруживается, благодаря своей противоположной поляризации – правосторонней, круговой ($p = [00 - 1]^T$).

При моделировании описанной обработки, степень свободы существует в дисперсии шума от σ^2 .

Изменение главных диагональных элементов корреляционной матрицы моделированных мешающих отражений дает выбор между лучшим подавлением мешающих отражений или лучшим обнаружением цели в условиях мешающих отражений. Это следует принимать в расчет при практических действиях.

Таким образом, обработка поляриметрической антенной решеткой массива данных дает значительный выигрыш в обнаружении. Предложен эффективный алгоритм, инвертирующий корреляционную матрицу мешающих отражений, используя ее особую структуру в ситуациях с одним источником отражения. Этот алгоритм может быть частью адаптивного процессора антенной решетки. Было проведено моделирование на базе минимальной средней квадратичной ошибки σ , показавшее эффективность поляриметрической адаптивной обработки. Аналогичные расчеты можно проделать для полностью поляриметрических радиолокационных станций.

Литература

1. J. Li, R.T. Compton Jr.: «Angle and Polarization Estimation Using ESPRIT with a Polarization Sensitive Array»; IEEE Transaction on Antennas and Propagation, vol. 39, no. 9, pp. 1376-1383, Sept. 1991.
2. G. Wanielik: Signaturuntersuchungen an einem polarimetrischen Pulsradar, Fortschr. –Ber. VDI Reihe 10, Nr. 97; VDI – Verlag, Dusseldorf, 1988.
3. G.A.F. Seber: Multivariate Observations; John Wiley & Sons, Inc., 1984.
4. R. Monzingo, T. Miller: Introduction to Adaptive Arrays; John Wiley & Sons, Inc., 1980.