

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФЛИККЕР-ШУМА В БИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДАХ

В. Н. Губанков¹, В. В. Павловский¹, А. В. Снежко^{1,2}

¹ Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

² Московский физико-технический институт

Статья поступила в редакцию 30 ноября 2015 г.

Аннотация. В работе представлена методика вычислений вольтамперной характеристики джозефсоновского перехода и отклика тока через переход на внешнее электромагнитное излучение в присутствии $1/f$ флуктуаций критического тока и сопротивления в нормальном состоянии (фликкер-шума), а также результаты исследования влияния фликкер-шума на детекторные характеристики бикристаллического ДП из $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ с наклонными осями [001]. Показано, что высокочастотные характеристики джозефсоновского перехода в случае фликкер-шума качественно совпадают с аналогичными характеристиками, полученными для случая тепловых шумов. При этом в первом случае возможно увеличение частотной полосы широкополосного детектирования ДП на ~18%. Из вычислений селективного детекторного отклика следует, что ширина линии генерации ДП в случае фликкер-шума в ~2 раза превосходит соответствующий параметр для случая тепловых шумов при одинаковых амплитудах отклика. Таким образом полученные результаты продемонстрировали возможность существенного влияния фликкер-шумов на высокочастотные характеристики бикристаллических ДП.

Ключевые слова: терагерцовая электроника, сверхпроводимость, джозефсоновский переход, фликкер-шум.

Abstract. Calculations of Josephson junction (JJ) IV -curve and response on external electromagnetic radiation in the presence of critical current and normal state resistance $1/f$ fluctuations (flicker noise) were performed. The influence of flicker-noise on JJ wide-band and selective detecting characteristics was investigated and compared with the influence of thermal noise. It was shown a qualitative coincidence

of high-frequency JJ characteristics in the cases of flicker noise and normal current thermal fluctuations. In the case of flicker noise about 18% enhancement of classical detection frequency band is possible. A JJ oscillation linewidth is about twice greater in the case of flicker noise than in the case of thermal noise at the equal response amplitudes. The results obtained show a possible significant influence of $1/f$ fluctuations on high-frequency JJ characteristics.

Key words: terahertz electronics, superconductivity, Josephson junction, flicker noise.

Введение

Хорошо известно, что форма линии генерации джозефсоновского перехода (ДП) существенно зависит от флуктуационных процессов в ДП [1]. В связи с тем, что форма линии генерации определяет большинство основных характеристик ДП (вольтамперную характеристику, отклик на внешнее электромагнитное излучение и т.д.), большой интерес представляет исследование динамики ДП с учётом различных источников флуктуаций. К настоящему времени хорошо изучено влияние тепловых флуктуаций тока нормальных квазичастиц на характеристики ДП. В то же время уже достаточно давно было экспериментально продемонстрировано присутствие флуктуаций критического тока I_c со спектральной плотностью $1/f$ (фликкер-шума) в туннельных ДП [2], [3]. Тем не менее, влияние флуктуаций I_c на динамику ДП подробно не исследовалось. Особую актуальность эта проблема приобрела в связи с использованием ДП из высокотемпературных сверхпроводников. Как было продемонстрировано в целом ряде работ [4]-[6], в ДП из $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ наблюдаются значительные флуктуации I_c и сопротивления ДП в нормальном состоянии R_n , причём характер флуктуаций меняется в зависимости от типа перехода. Так для бикристаллических ДП с вертикальными осями [001] характерна высокая степень неоднородности барьера между сверхпроводящими электродами. При этом туннелирование нормальных квазичастиц и куперовских пар происходит по различным каналам и флуктуации I_c и R_n не

коррелированы. В случае ДП с наклонными осями [001] характеристическое напряжение ДП $V_c = I_c R_n$ не зависит от I_c и R_n по отдельности, что приводит к антикорреляции флуктуаций $\Delta I_c / I_c = -\Delta R_n / R_n$ [6], [7]. В настоящей работе представлена методика математического моделирования динамики ДП с учётом флуктуаций I_c и R_n , имеющих спектральную плотность вида $1/f$, а также результаты вычисления зависимости дифференциального сопротивления ДП от напряжения $R_d(V)$ и отклика тока ДП на внешнее монохроматическое электромагнитное излучение для случая антикоррелированных флуктуаций I_c и R_n , характерных для бикристаллических переходов с наклонными осями [001] [6].

1. Основные уравнения и алгоритм решения

Для численного моделирования случайного процесса со спектральной плотностью, пропорциональной $1/f$, где f – частота, используем алгоритм, предложенный в [8] и основанный на фильтрации белого шума. Введём оператор \hat{h} , который преобразует случайный процесс, соответствующий белому шуму $w(t)$ в случайный процесс с заданными спектральными свойствами $x(t)$:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-t')w(t') dt', \quad (1)$$

где

$$\langle w(t)w(t') \rangle = Q\delta(t-t'). \quad (2)$$

Q – постоянная, характеризующая интенсивность шума.

Тогда спектральная плотность случайного процесса $x(t)$ имеет вид:

$$s(\omega) = Qh(\omega)h(-\omega) \quad (3)$$

В дискретные моменты времени t_n , такие, что $t_{n+1} - t_n = \Delta t$ (2) и (3) имеют следующий вид:

$$\langle w_i w_j \rangle = Q\Delta t \delta_{ij} \quad (4)$$

$$s(\omega) = Q\Delta t h(\omega)h(-\omega) \quad (5)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера.

В дискретном случае удобно использовать z -преобразование (см., например, [9]):

$$h(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n z^{-n}, \quad (6)$$

где $h_n = h(t_n)$.

При этом

$$s(\omega) = Q\Delta t h(e^{j\omega\Delta t}) h(e^{-j\omega\Delta t}). \quad (7)$$

Выберем $h(z)$ в следующем виде [8]:

$$h(z) = \left(\frac{z}{z-1} \right)^{\frac{\alpha}{2}}. \quad (8)$$

Тогда из (7) следует, что

$$s(\omega) = \frac{Q\Delta t}{\left(2 \sin \frac{\omega\Delta t}{2} \right)^\alpha}, \quad (9)$$

и при $\omega \ll 2/\Delta t$

$$s(\omega) = \frac{Q\Delta t^{1-\alpha}}{\omega^\alpha}. \quad (10)$$

В результате дискретную случайную последовательность x_n со спектральной плотностью (9) можно получить следующим образом:

$$x_n = (Q\Delta t)^{1/2} \sum_{k=0}^i h_{n-k} \xi_k, \quad (11)$$

где $h_k = \begin{cases} 0, & k < 0 \\ \frac{\Gamma(k + \alpha/2)}{\Gamma(\alpha/2) k!}, & k \geq 0, \end{cases}$ $\Gamma(x)$ – гамма-функция Эйлера, ξ_n –

последовательность случайных чисел со стандартным нормальным распределением, $n, k = 0, \dots, N-1$

Для случая шума $1/f$ $\alpha=1$ и (10) имеет вид:

$$s(f) = \frac{\tilde{Q}}{f}, \tag{12}$$

где $\tilde{Q} = \frac{Q}{2\pi}$.

При этом минимальная частота $f_{\min} = (\pi N \Delta t)^{-1}$. На рис. 1 изображена зависимость спектральной плотности случайного процесса (11) от частоты при $Q=1$, и $N=10^5$, $\Delta t=4 \cdot 10^{-3}$ сек. Было произведено усреднение спектральной плотности по 128 реализациям.

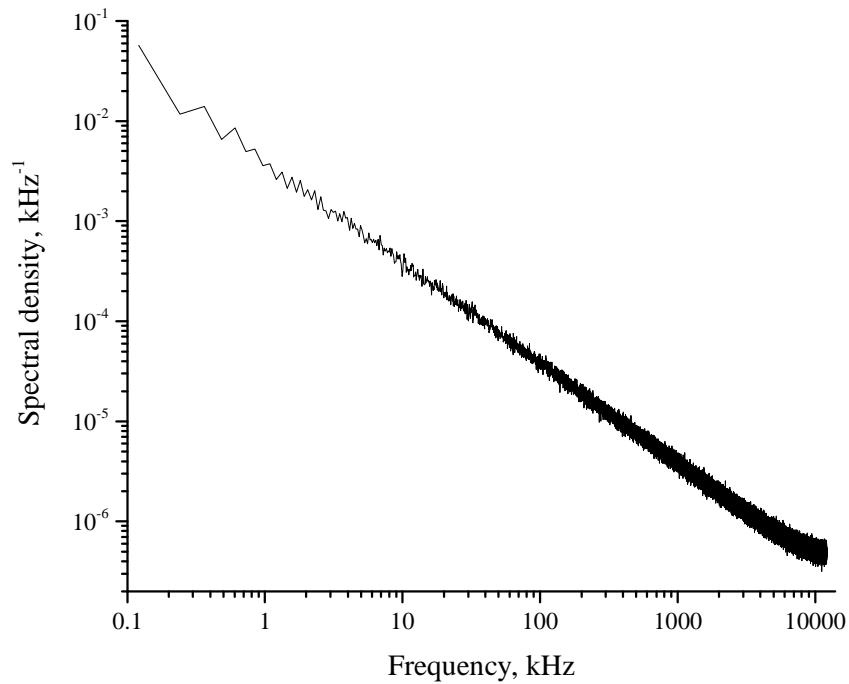


Рис. 1 Зависимость спектральной плотности случайного процесса (11) от частоты при $\alpha=1$.

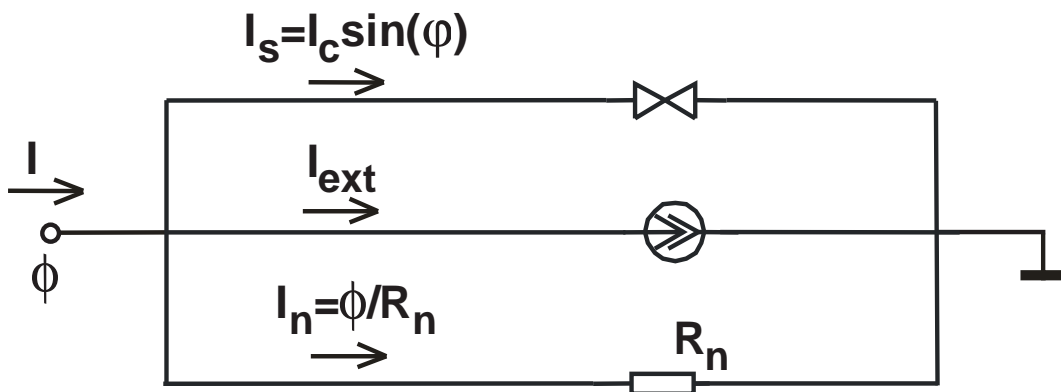


Рис. 2. Эквивалентная схема ДП в резистивной модели.

Динамика ДП исследовалась в рамках резистивной модели [1], которая достаточно хорошо описывает бикристаллические переходы из $YBa_2Cu_3O_{7-x}$. Эквивалентная схема ДП изображена на рис. 2.

Уравнение для зависимости джозефсоновской разности фаз от времени $\varphi(t)$ имеет следующий вид:

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi}{dt} = (I + I_{ext}) R_n - V_c \sin \varphi, \quad (13)$$

где I – полный ток через ДП, I_{ext} – ток, создаваемый внешним электромагнитным излучением.

В случае монохроматического излучения с частотой f_{ext} $I_{ext} = I_{ext}^0 \sin(2\pi f_{ext} t)$.

При учёте флуктуаций параметры R_n и V_c в общем случае зависят от времени:

$$R_n = R_n^0 (1 + \delta R_n) \quad (14)$$

$$V_c = V_c^0 (1 + \delta R_n)(1 + \delta I_c),$$

где $\delta I_c(t) = \Delta I_c(t) / I_c^0$, $\delta R_n(t) = \Delta R_n(t) / R_n^0$, ΔR_n – флуктуационные составляющие I_c и R_n .

С учётом (14) уравнение (13) можно представить следующим образом:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = (1 + \delta R_n)(i + i_{ext}) - (1 + \delta R_n)(1 + \delta I_c) \sin \varphi, \quad (15)$$

где $\tau = \frac{2e}{\hbar} V_c$, $i = I / I_c$, $i_{ext} = I_{ext} / I_c$.

При этом $\delta I_c(t)$ и $\delta R_n(t)$ представляют собой случайные процессы, спектральные плотности которых соответствуют спектральным плотностям флуктуаций I_c и R_n . В случае антикоррелированных флуктуаций $(1 + \delta R_n)(1 + \delta I_c) = 1$. Решения (15) при различных значениях I использовались для получения ВАХ и зависимости отклика тока ДП на внешнее излучение аналогично тому, как это делалось в [10], а зависимость $\delta R_n(t)$ определялась в соответствии с (11).

2. Результаты вычислений и их обсуждение

Многие, в том числе высокочастотные параметры ДП определяются его вольт-амперной характеристикой и её производными. На основе решения уравнения (15) были проведены вычисления различных характеристик ДП с $I_c=1$ мА и $R_n=1$ Ом. На рис. 3-5 они представлены сплошными линиями. Для сравнения были получены аналогичные характеристики для ДП с учётом флуктуаций тока нормальных квазичастиц, причём температура ДП подбиралась таким образом, чтобы величины максимумов характеристик в обоих случаях совпадали. Эти зависимости представлены на рисунках пунктирными линиями.

На рис. 3 представлены зависимости дифференциального сопротивления ДП от напряжения.

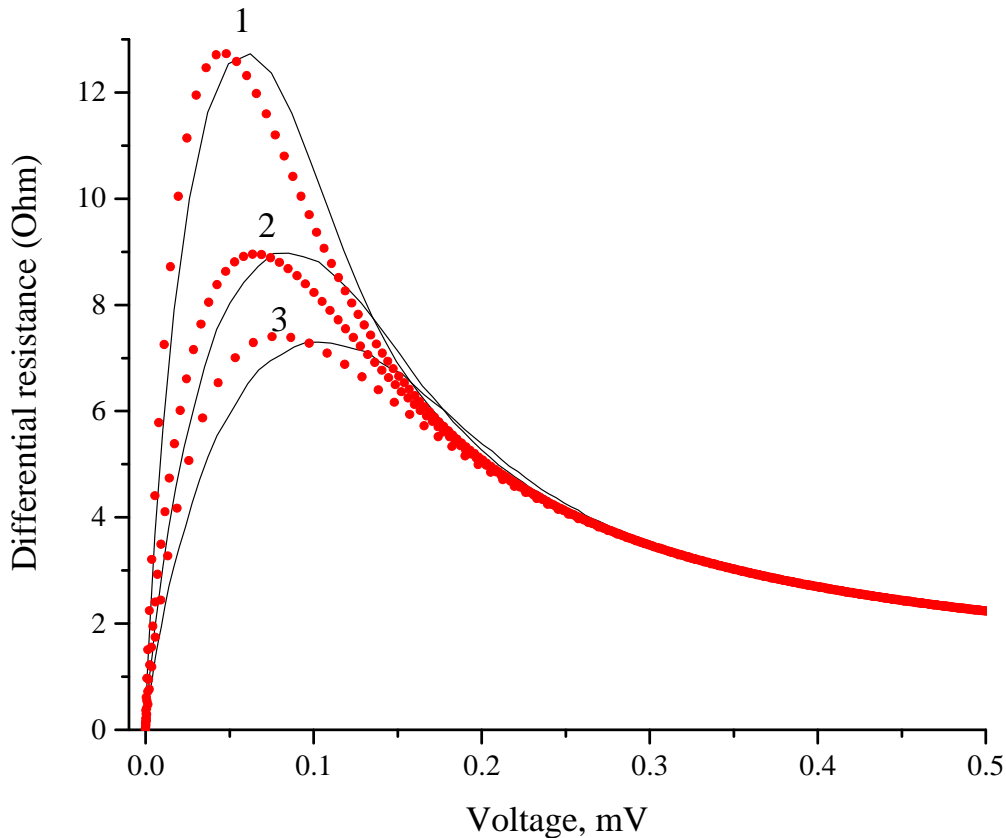


Рис. 3 Зависимости дифференциального сопротивления ДП от напряжения.

$$I_c=1\text{ мА}, R_n=1\text{ Ом.}$$

Значения Q равны $1 \cdot 10^{-7}$ (1), $4 \cdot 10^{-7}$ (2), $9 \cdot 10^{-7}$ (3), значения температуры равны 4.5 К (1), 16.5 К (2), 24 К (3). Влияние флуктуаций приводит к появлению

максимума зависимости $R_d(V)$ в области низких напряжений. Положение максимума в случае Фликкер-шума сдвинуто относительно максимума в случае теплового шума в сторону высоких напряжений, что, в частности, приводит к увеличению низкочастотной границы при частотном анализе внешних электродинамических систем [11].

Характеристики ДП как широкополосного детектора определяются флуктуациями, и детекторный отклик пропорционален второй производной ВАХ d^2V/dI^2 . На рис. 4 приведены зависимости второй производной ВАХ от напряжения, значения Q равны $1 \cdot 10^{-7}$ (1), $4 \cdot 10^{-7}$ (2), значения температуры равны 16.5 К (1) и 25 К (2).

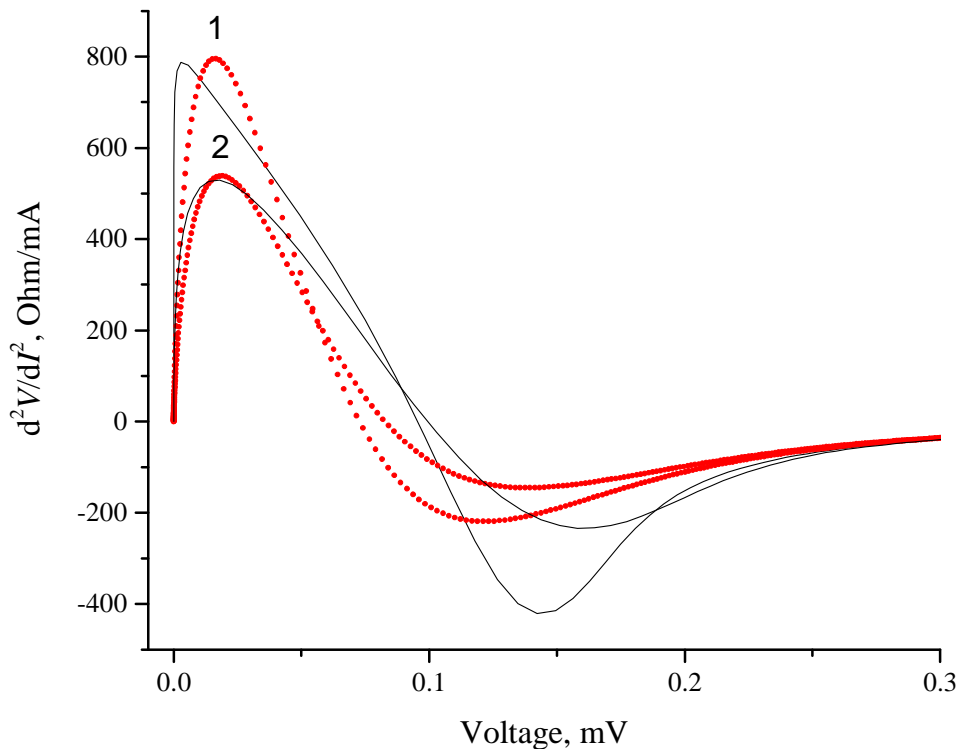


Рис. 4 Зависимости второй производной ВАХ ДП от напряжения.

При малой интенсивности флуктуаций ($Q=1 \cdot 10^{-7}$ и $T=16.5$ К) максимум детекторного отклика, определяемого фликкер-шумом сдвинут в сторону низких частот по сравнению со случаем теплового шума. При более высокой интенсивности положения максимумов совпадают. В обоих случаях ширина максимума детекторного отклика при фликкер-шуме превышает аналогичную величину

при тепловом шуме на ~18%, что соответствует более широкой частотной полосе детектирования в случае фликкер-шума.

На рис. 5 приведены зависимости отклика ДП на внешнее монохроматическое излучение от напряжения (селективного детекторного отклика):

$$\Delta I(V) = I(V) \Big|_{I_{ext}=I_{ext}^0 \sin(2\pi ft)} - I(V) \Big|_{I_{ext}=0} \quad (16)$$

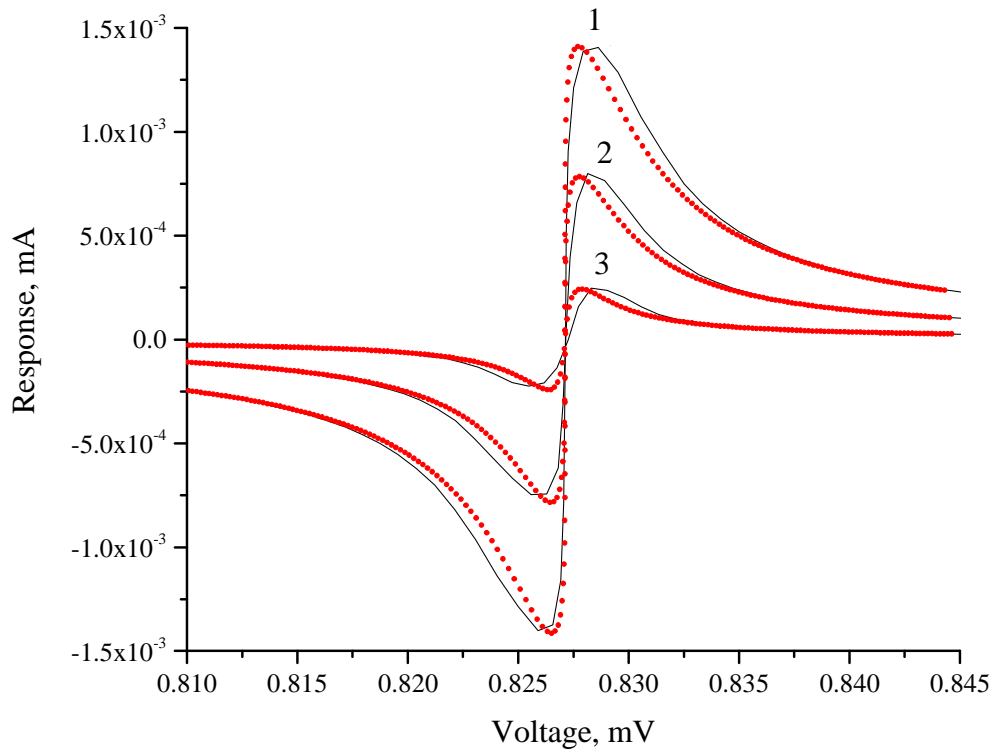


Рис. 5 Зависимость отклика ДП на внешнее излучение с частотой 200 ГГц и различными амплитудами внешнего сигнала $I_{ext}^0/I_c = 1 \cdot 10^{-3}$ (1), $4 \cdot 10^{-3}$ (2), $6 \cdot 10^{-3}$ (3). $T=6\text{K}$ (1), 5.2K (2), 4.8K (3). $Q=1 \cdot 10^{-7}$

В связи с тем, что ширина линии внешнего излучения равна 0, форма зависимости $\Delta I(V)$ при слабом сигнале определяется шириной линии собственной генерации ДП. Как следует из рис. 5, ширина особенности, связанной со ступенькой Шапиро ДП, для кривой (3) в случае фликкер-шума в ~2 раза превосходит аналогичный параметр, определяемый тепловыми флуктуациями. Фактически фликкер-шумы определяют предел, до которого можно понижать ширину линии генерации ДП при понижении температуры.

Заключение

В данной работе представлена методика вычислений вольт-амперной характеристики ДП и зависимости отклика тока через ДП на внешнее электро-

магнитное излучение от напряжения в присутствии $1/f$ флуктуаций I_c и R_n (фликкер-шума). С использованием разработанной методики были исследованы зависимости дифференциального сопротивления ДП, второй производной ВАХ ДП по току и отклика тока на внешнее монохроматическое излучение от напряжения для случая антикоррелированных флуктуаций I_c и R_n , характерных для бикристаллических ДП из $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ с наклонными осями [001]. Результаты сравнивались с аналогичными характеристиками ДП, полученными при учёте тепловых флуктуаций тока нормальных квазичастиц. Из представленных результатов следует, что широкополосный и селективный детекторные отклики ДП в случае фликкер-шума качественно совпадают с аналогичными характеристиками, полученными для случая тепловых шумов. При этом в случае фликкер-шумов область напряжений широкополосного детектирования шире на $\sim 18\%$, что может приводить к увеличению частотной полосы широкополосного детектирования. Было показано также, что ширина линии генерации ДП, в случае фликкер-шумов в ~ 2 раза превосходит соответствующий параметр для случая тепловых шумов при одинаковых амплитудах отклика. Это обстоятельство может приводить к стабилизации ширины линии генерации реальных ДП на некотором минимальном значении при уменьшении температуры. Таким образом полученные результаты продемонстрировали возможность существенного влияния фликкер-шумов на высокочастотные характеристики бикристаллических ДП.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (Грант № 14-19-01164).

Литература

1. Лихарев К.К, Ульрих Б.Т. Системы с джозефсоновскими контактами”, М., Изд-во МГУ, 1978.
2. Wakai R.T. Van Harlingen D. J. Low-frequency noise and discrete charge trapping in small-area tunnel junction dc SQUID's. Appl. Phys. Lett., V.49, P. 593, 1986.

3. Savo B., Wellstood F.C., Clarke J. Low frequency excess noise in NbAl₂O₃Nb Josephson tunnel junctions. Appl. Phys. Lett., V.50, P. 1757, 1987.
4. Kawasaki M., Chaudhari P., Gupta A. 1/f Noise in YBa₂Cu₃O_{7-δ} Superconducting Bicrystal Grain-Boundary Junctions. // Phys. Rev. Lett. V. 68, N. 7, P, 1065, 1992
5. Hao L, Macfarlane J C, Pegrum C. M. Excess noise in YBa₂Cu₃O_{7-x} film grain boundary Josephson junctions and devices. // Supercond. Sci. Technol., V. 9 P. 678, 1996.
6. Liatti M. V., Poppe U., Divin Y.Y.. Low-frequency voltage noise and electrical transport in [100]-tilt YBa₂Cu₃O_{7-x} grain-boundary junctions. // Appl. Phys. Lett. V.88, P. 152504, 2006.
7. Лятти М.В. Детекторные характеристики YBa₂Cu₃O_{7-x} бикристаллических джозефсоновских переходов с взаимнонаклоненными осями [001] в терагерцовой области частот. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. М. 2006.
8. Kasdin N. J. Discrete Simulation of Colored Noise and Stochastic Processes and 1/f^α Power Law Noise Generation. // Proc. of the IEEE, V. 83, N. 5, P. 802 1995.
9. A.V. Oppenheim, R W Shafer. Digital Signal Processing. Prentice Hall, 1975,
10. Павловский В. В. Моделирование электромагнитной резонансной системы с джозефсоновским переходом. // Журнал радиоэлектроники, №3. 2013. URL : <http://jre.cplire.ru/jre/mar13/4/text.pdf>
11. Павловский В.В., Гундарева И.И., Волков О.Ю., Дивин Ю.Я., Губанков В.Н. Расширение частотного диапазона джозефсоновской импедансной спектроскопии. // Радиотехника и электроника, Т. 58, С. 977, 2013