УДК 621.391

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СМЕСЕЙ НЕГАУССОВСКОГО РАДИОЛОКАЦИОННОГО СИГНАЛА И НЕГАУССОВСКОЙ ПОМЕХИ

А. В. Болдин, А. А. Бортников, Ю. А. Мурашкин, А. В. Хомяков
ОАО Центральное конструкторское бюро аппаратостроения, г. Тула

Получена 26 октября 2011 г.

Аннотация. Получены и исследованы вероятностные характеристики параметров негауссовских частично поляризованных сигналов при наличии негауссовской помехи. Получены оценки параметров моделей через физически измеряемые величины. Модели могут быть использованы для статистического описания сигналов, у которых флуктуации амплитуд имеют более глубокий характер, чем у релеевской модели.

Ключевые слова: статистические характеристики**,** радиолокационный сигнал, негауссовское распределение, периодически нестационарный сигнал.

Abstract. There have been obtained and researched probabilistic characteristics of non- Gaussian signal parameters in the presence of non- Gaussian disturbance. The models can be used for statistical description of signals with a deeper nature of amplitude fluctuation comparing to that of a Rayleigh model.

Key words: statistics, a radar signal, non – Gaussian distribution, a periodically non-stationary signal.

Введение

При разработке радиолокационных систем обнаружения и измерения координат малоразмерных целей в условиях воздействия естественных и преднамеренных помех, необходимо знание вероятностных характеристик параметров (амплитудных, фазовых, поляризационных) смеси полезного сигнала и помехи. Известно достаточное количество работ, в которых приведены указанные характеристики, однако в качестве исходных распределений сигнала использованы модели Рэлея, Райса, Накагами, справедливые лишь для ограниченного числа объектов наблюдения, секторов, углов наблюдения, среды распространения и типа подстилающей поверхности. а в качестве помехи – гаусссовская помеха или варианты полигауссовских распределений [1-3].

Причинами отличия вероятностной модели сигнала от гауссовской могут служить: ограниченное число "блестящих" точек объекта наблюдения, принимающих участие в формировании отраженного сигнала (нарушение центральной предельной теоремы), искажение гауссовских сигналов под воздействием помех, нелинейные преобразования во входных цепях приемника. Накопленный к настоящему времени экспериментальный материал подтверждает негауссовский характер флуктуаций сигналов, отраженных от объектов. Так, например, в работах [4,5] показано, что коэффициент вариаций огибающей превышает величину 0,53, справедливую для релеевской модели, практически у 70% обработанных реализаций, полученных для радиолокационных целей в миллиметровом диапазоне волн. Наиболее ярко это проявляется в коротковолновой части сантиметрового и миллиметровом диапазонах, при малых углах скольжения (менее 5^0), узкой диаграмме направленности антенны (ДНА) $\theta_{0,5}$ от 15' до 1 град. и высокой разрешающей способности по дальности (длительности зондирующего импульса $\tau_n \in (0{,}01 \div 0{,}33)$ мкс). Следовательно, при синтезе и анализе РЛС обнаружения и распознавания РЛО необходимо учитывать негауссовский характер флуктуаций отраженных сигналов, используя для описания их вероятностных характеристик достаточно общие модели, включающие как частные случаи наиболее используемые модели.

Целью работы является получение и исследование вероятностных характеристик параметров негауссовских частично поляризованных сигналов при наличии негауссовской помехи.

В соответствии с феноменологической моделью, полностью приведенной в [5,6], представим наземный объект в виде *n* отражающих групп блестящих точек (БТ). Каждая из этих групп, в свою очередь, состоит из j БТ, одна из которых является доминирующей, то есть обладает большей отражающей способностью, чем каждая из (j - 1) оставшихся БТ. Считая, что сигналы, отраженные от k - тых групп являются узкополосными и не зависят от сигналов, отраженных от других групп, для плотности распределения вероятностей (ПРВ) огибающей сигнала на выходе детектора приемника будет справедливо соотношение

$$W\left(E_c\right)=\frac{\left(\beta_c E_c\right)^{\alpha_C}}{\gamma_c^{\alpha_c-1}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma_c^2}{\beta_c}+\beta_c E_c^2\right)\right]I_{\alpha_c-1}\left(\gamma_c E_c\right), E_c\geq 0, \qquad (1)$$

В соответствии с рассмотренной феноменологической моделью отраженного негауссовского сигнала, можно дать следующую физическую интерпретацию α_c, β_c и γ_c. Параметр α_c,учитывающий число отражающих групп лоцируемого объекта, характеризует глубину флуктуаций ортогонально поляризованных компонент негауссовского сигнала; параметр γ_c характеризует отношение детерминированной составляющей сигнала к его дисперсии, а параметр β_c - обратно пропорционален дисперсии.

Рассмотрим вероятностную модель помехи. Для этого, как и выше, используя феноменологический подход, полагаем, что суммарная помеха на входе приемника РТС формируется n-ым количеством источников помех, каждый из которых создает гауссовский помеховый сигнал с математическим ожиданием равным нулю. При этом квадратурные составляющие сигнала некоррелированы. Тогда, нетрудно показать, что одномерная плотность распределения вероятностей огибающей негауссовской помехи будет иметь вид

$$W\left(E_{\text{п}}\right)=\left(\frac{\beta_n}{2}\right)^{\alpha_n}\frac{2}{\Gamma\left(\alpha_n\right)}\exp\left(-\frac{\beta_n}{2}E_n^2\right), \qquad (3)$$

На рис. 1 представлены семейства кривых ПРВ $W(E_n)$, построенных по формуле (3), при различных значениях параметров α_n и β_n . Видно, что указанные параметры существенно влияют на форму кривых и на числовые характеристики огибающей E_n. Отметим, что для оценки параметров α_n и β_n

распределения (3) могут быть использованы выражения [5,6]

$$\hat{\alpha}_{п} = \frac{\left(\overline{E}_n^2\right)^2}{\left(E_n^2 - \overline{E}_n^2\right)^2}, \hat{\beta}_{п} = \frac{2\overline{E}_n^2}{\left(E_n^2 - \overline{E}_n^2\right)^2}, \qquad (4)$$

Из (3) при $\alpha_n = 1$ и $\beta_n = 1/2\,\sigma_n^2$ следует распределение Релея.

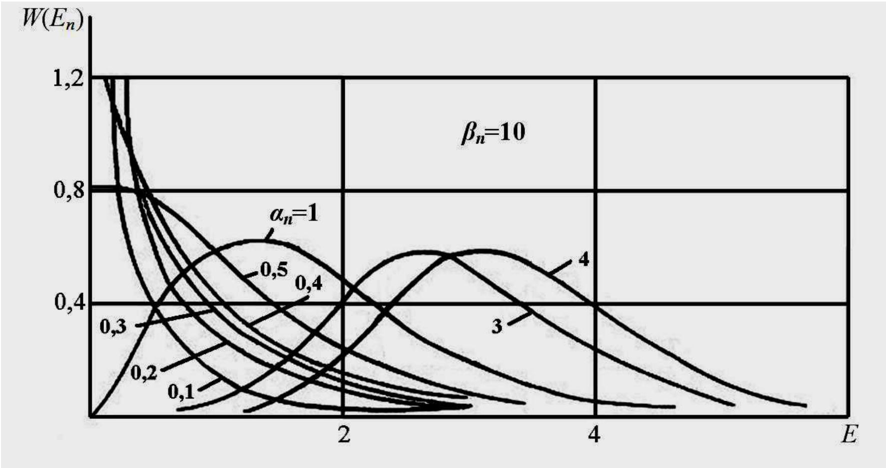


Рис. 1. Зависимости ПРВ $W(E_n)$ от параметров α_n и β_n.

Будем полагать, что огибающая полезного сигнала подчиняется распределению (1), а огибающая помехи - распределению (3). Как показано в [5,6], распределение (1) можно представить в виде обобщенной условной плотности распределения вероятностей огибающей Е аддитивной смеси детерминированного сигнала и негауссовской помехи

$$W_{c+n}\left(E \mid E_c\right) = \frac{\beta_n E^{\alpha_n}}{E_c^{\alpha_n - 1}} \exp\left[-\frac{\beta_n}{2}\left(E_c^2 + E_2\right)\right] I_{\alpha_n - 1}(\beta_n E_c E), \qquad (5)$$

где $\alpha_n > 0$, $\beta_n > 0$ - параметры помехи; E_c - огибающая сигнала.

При отсутствии сигнала $E_c = 0$, распределение (5) трансформируется в распределение негауссовой помехи (3).

Если сигнал флуктуирует, то безусловную ПРВ огибающей смеси сигнала и помехи можно определить по байесовскому правилу [7]:

$$W_{c+n}(E) = \int_0^\infty W_{c+n}(E \mid E_c) W(E_c) dE_c \qquad (6)$$

Полагая, что огибающая негауссового сигнала E_c описывается обобщенной

ПРВ (1) и подставляя в (6) выражения (5) и (1), а затем разложив функцию Бесселя $I_{\alpha_C-1}(\gamma_C E_C)$ в ряд, после интегрирования получим искомую ПРВ:

$$W_{c+n}(E_c)=\frac{2}{\Gamma(\alpha_n)}\left(\frac{\beta_n}{2}\right)^{\alpha_n}\frac{E^{2\alpha_{n-1}}}{\left(1+C^{-1}\right)^{\alpha_C}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma_c^2}{\beta_c}+\beta_n E^2\right)\right]\times$$
$$\times\sum_{k=0}^{\infty}A_k\,{}_1F_1\left[\alpha_c+k,\alpha_n,\frac{\beta_n E^2}{2(1+C)}\right], \qquad (7)$$

где $C=\beta_c/\beta_n$, $A_k=\frac{1}{k!}\left[\gamma_c^2/2\beta_c\left(1+C^{-1}\right)\right]^k$

Из (7) следует, что ПРВ негауссового сигнала при наличии негауссовой помехи полностью определяется пятью параметрами α_c, β_c, γ_c и α_n,β_n. Первые три параметра характеризуют статистические свойства сигнала, последние два - помехи. При этом параметры, α_i, $i=c,n$ характеризуют глубину флуктуаций, параметры β_i - величину, обратную дисперсиям сигнала и помехи, параметр $\gamma_C=E_{C0}/\sigma_C^2$.

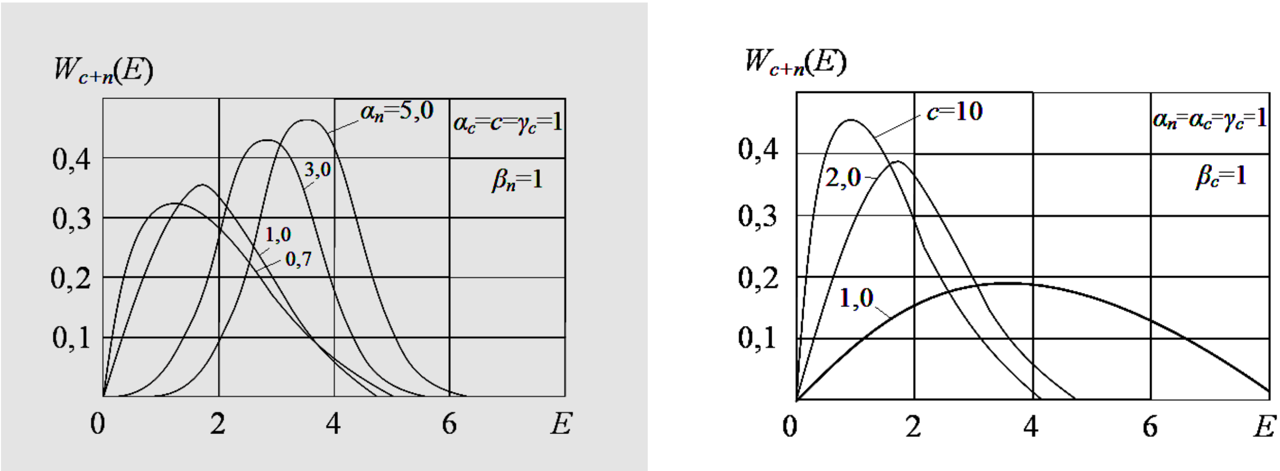
При отсутствии детерминированной амплитуды сигнала соотношение (7) упрощается

$$W_{c+n}(E,\gamma_c=0)=\frac{2}{\Gamma(\alpha_n)}\left(\frac{\beta_n}{2}\right)^{\alpha_n}\frac{E^{2\alpha_{n-1}}}{\left(1+C^{-1}\right)^{\alpha_C}}\exp\left(-\frac{\beta_n}{2}E^2\right)\times$$
$$\times{}_1F_1\left[\alpha_c,\alpha_n,\frac{\beta_n E^2}{2(1+C)}\right]. \qquad (8)$$

Используя асимптотическое разложение вырожденной гипергеометрической функции, нетрудно показать, что при дисперсии помехи $\left(\sigma_n^2\to 0,\beta_n\to\infty\right)$ выражения (7) и (8) переходят соответственно в (3) и (1).

На рис. 2 (а,б) представлены семейства кривых ПРВ (7) и (8) соответственно при некоторых значениях параметров $\alpha_n,\alpha_c,\beta_n,\beta_n,\gamma_c$ и C. Из рисунков следует, что изменение указанных параметров приводит к трансформации ПРВ огибающей смеси сигнала и негауссовой помехи.

Для определения ν - х начальных моментов



а) б)

Рис. 2. Плотность распределения вероятностей $W_{c+n}(E)$ при некоторых значениях параметров $\alpha_n, \alpha_c, \beta_n, \beta_n, \gamma_c$ и C.

$$m_{c+n}^{\nu} = \int_0^{\infty} E^{\nu} W_{c+n}(E) dE \tag{9}$$

подставим (7) в (9) и перейдем к новой переменной $Z = E^2$. Используя при интегрировании преобразование Меллина [8], получим

$$\begin{aligned} m_{c+n}^{\nu} = \frac{\Gamma(\nu/2+\alpha_n)}{\Gamma(\alpha_n)} \left(\frac{2}{\beta_n}\right)^{\nu/2} \frac{\exp\left(-\gamma_c^2/2\beta_c\right)}{\left(1+C^{-1}\right)^{\alpha_C}} \times \\ \times \sum_{k=0}^{\infty} A_k \, {}_2F_1\left[\alpha_c + k, \frac{\nu}{2} + \alpha_n, \alpha_n, (1+C)^{-1}\right] \end{aligned}. \tag{10}$$

Интегральную функцию распределения смеси сигнала и помехи $F_{c+n}(E) = \int_0^{\infty} W_{c+n}(E) dE$ можно определить, разложив функцию ${}_1F_1(\bullet)$ из (7) в ряд, а затем проинтегрировав по переменной *E*.

В результате будем иметь

$$\begin{aligned} F_{c+n}(E) = (\beta_n/2)^{\alpha_n} E^{2\alpha_n} \left(1+C^{-1}\right)^{-\alpha_C} \exp\left(-\frac{\gamma_c^2}{2\beta_c} - \frac{\beta_n}{2} E^2\right) \times \\ \times \int_{k,n=0}^{\infty} A_k A_n \frac{\Gamma(\alpha_c + k + n)}{\Gamma(\alpha_c + k)} \; {}_1F_1\left(1, \alpha_n + n + 1, \frac{\beta_n}{2} E^2\right) \end{aligned} \tag{11}$$

где $$A_n = \beta_n^n E^{2n} / \left[n! \Gamma\left(\alpha_n + n + 1\right)\left(1 + C\right)^n 2^n \right].$$

Для получения частных случаев достаточно в (7), (10) и (11) подставить те или иные значения параметров α_i, βi и γ_c. Частные случаи представлены в табл. 1. Некоторые из них получены ранее в работах [5,6,9].

При выводе обобщенной вероятностной модели (3) было сделано предположение о независимости квадратурных составляющих *x*, *y* отраженного сигнала. При рассмотрении более общего случая, когда квадратурные составляющие коррелированны между собой с коэффициентом корреляции ρ и имеют разные дисперсии $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$, по приведенной выше методике получены основные характеристики для аддитивной смеси периодически нестационарного сигнала и помехи, подчиненной распределению (3). Исходным распределением для этого является также обобщенная условная ПРВ (5). После ряда преобразований получим

$$W_{c+n}(E) = \frac{2\sqrt{\pi}}{2^{\alpha_C - 1}} \left(\frac{\beta_n}{2}\right)^{\alpha_n} \frac{E^{2\alpha_n - 1} \exp\left(-\beta_n / 2E^2\right)}{\Gamma\left(\alpha_c / 2\right)\Gamma\left(\alpha_n\right) D^{\alpha_C}} \sum_{k=0}^{\infty} B_k \times$$
$$\times {}_1F_1\left[\alpha_c + 2k, \alpha_n, \frac{\beta_n E^2}{2\left(1 + 2C / A^2\right)}\right] \qquad (12)$$

где $$D = \left(C^{-1} + 2 / A^2\right) \Big/ 2;$$

$$B_\kappa = \Gamma\left(\alpha_n + 2k\right)\left[\mathrm{A}_\alpha / \mathrm{A}^2 \left(C^{-1} + 2 / A^2\right)\right]^{2k} / k! \Gamma\left(\alpha_c / 2 + k + 0{,}5\right);$$

$$A_\alpha = \left[\alpha_H^2 + \rho^2 \left(1 - \alpha_H^2\right)\right]^{1/2}; \; \alpha_H = \left(\sigma_x^2 - \sigma_y^2\right) / \left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2\right);$$

$$A = \left[\left(1 - \rho^2\right)\left(1 - \alpha_H^2\right)\right]^{1/2}; \quad C = \beta_C / \beta_n.$$

Отсюда нетрудно определить интегральную функцию распределения $F_{c+n}(E)$ и начальные моменты m_{c+n}^{ν} соответственно.

В качестве заключения к разделу можно сделать следующие выводы.

1. Феноменологический подход при синтезе моделей сигналов,

отраженных от объектов приводит к двум видам обобщенных негауссовых моделей: обобщенной негауссовой модели стационарных сигналов и обобщенной негауссовой модели периодически нестационарных сигналов. Первая модель не учитывает корреляции между квадратурными составляющими сигнала и включает, как частные случаи, другие модели (Рэлея, Райса, Хойта, Накагами, однодоминатное плюс релеевское распределение, распределение Максвелла-Больцмана, одностороннее нормальное распределение). Вторая модель учитывает корреляцию квадратурных составляющих и включает, как частные случаи, модели: Рэлея, Накагами, Хойта, ρ- распределение, гауссовое периодически- нестационарное распределение.

2. Анализ синтезированных вероятностей моделей и статистических характеристик огибающей, полученных на основе ПРВ $W(E)$, показывает, что эти модели могут быть использованы для статистического описания сигналов, у которых флуктуации амплитуд имеют более глубокий характер, чем у релеевской модели.

3. Получены оценки параметров моделей через физически измеряемые величины и показано, что эти параметры связаны с глубиной флуктуаций отраженного сигнала (параметр α_C), средней мощностью сигнала (параметры β_c или Ω), стабильной составляющей цели (параметр $\varkappa$) и нестационарностью сигнала (параметр $\beta_н$).

4. Наличие мощных мешающих отражений при решении задач обнаружения и пеленгации целей, а также вероятность наличия организованных помех, приводит к необходимости их учета на этапе проектирования РЛС. Для этого получены вероятностные модели для смесей негауссовых сигналов и помех и исследованы их характеристики. Полученные выражения обобщают многочисленные частные случаи, имеющие место на практике и в теории синтеза РЛС.

Таблица 1. Частные случаи статистических характеристик смеси негауссовских сигналов и помех

Параметры					$W_{c+n}(E)$	m_{c+n}^{ν}
α_c	β_c	γ_c	α_n	β_n		
1	$\frac{1}{\sigma_C^2}$	0	m_n	$\frac{2m_n}{\Omega_n}$	$\frac{2}{\Gamma(m_n)}\left(\frac{m_n}{\Omega_n}\right)^{m_n}\frac{E^{2m_n-1}}{\left(1+C_1^{-1}\right)}\exp\left(-\frac{m_n}{\Omega_n}E\right){}_1\times$ $\times F_1\left[1,m_n,m_nE^2/\left[\Omega_n(1+C_1)\right]\right]$	$\frac{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}+m_n\right)}{\Gamma(m_n)}\left(\frac{\Omega_n}{m_n}\right)^{\frac{\nu}{2}}\frac{{}_2F_1\left[1,\frac{\nu}{2}+m_n,1,\frac{1}{1+C_1}\right]}{(1+C_1^{-1})}$
m_c	$\frac{2m_C}{\Omega_C}$	0	m_n	$\frac{2m_n}{\Omega_n}$	$\frac{2}{\Gamma(m_n)}\left(\frac{m_n}{\Omega_n}\right)^{m_n}\frac{E^{2m_n-1}}{\left(1+C_1^{-1}\right)}\exp\left(-\frac{m_n}{\Omega_n}E\right){}_1F_1[m_C,m_n;$ $E^2/\left[\Omega_n(1+C_2)\right]\frac{\Omega_n}{m_n}\left(1+C_2^{-1}\right)^{-m_C},C_2=\frac{m_C\Omega_n}{m_n\Omega_C}$	$\frac{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}+m_n\right)}{\Gamma(m_n)}\left(\frac{\Omega_n}{m_n}\right)^{\frac{\nu}{2}}\frac{{}_2F_1\left[m_C,\frac{\nu}{2}+m_n,1,m_n\frac{1}{1+C_2}\right]}{(1+C_2^{-1})^{m_C}}$
α_c	β_c	γ_c	1	$\frac{1}{\sigma_n^2}$	$\frac{E}{\sigma_n^2(1+C)^{\alpha_C}}\exp\left(-\frac{\gamma_C^2}{2\beta_C^2}-\frac{E^2}{2\sigma_n^2}\right)\sum_{k=0}^{\infty}A_{k\,1}F_1[\alpha_C+k,1$ $\left.\frac{E^2}{2\sigma_n^2(1+C^{-1})}\right]$	$\frac{\left(2\sigma_n^2\right)^{\frac{\nu}{2}}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}+1\right)}{\left(1+C\right)^{\alpha_C}}\exp\left(-\frac{\gamma_C^2}{2\beta_C}\right)\sum_{k=0}^{\infty}A_k$ $\times{}_2F_1\left[\alpha_C+k,\frac{\nu}{2}+1;1;1/(1+C^{-1})\right]$
1	$\frac{1}{\sigma_C^2}$	0	1	$\frac{1}{\sigma_n^2}$	$\frac{E}{\sigma_n^2(1+\sigma_C^2/\sigma_n^2)}\exp\left[-\frac{E^2}{2\sigma_n^2(1+\sigma_C^2/\sigma_n^2)}\right]$	$\Gamma\left(\frac{\nu}{2}+1\right)\left[2\sigma_n^2\left(1+\sigma_C^2/\sigma_n^2\right)\right]^{\nu/2}$
m_c	$\frac{2m_C}{\Omega_C}$	0	1	$\frac{1}{\sigma_n^2}$	$\frac{E\exp\left(-E^2/2\sigma_n^2\right)}{\sigma_n^2\left(1+\frac{\Omega_C}{2m_C\sigma_n^2}\right)^{m_C}}{}_1F_1\left[m_C,1;\frac{E^2}{1+2m_C\sigma_n^2/\Omega_C}\times\right.$ $\left.\times2\sigma_n^2\right]$	$\Gamma\left(\frac{\nu}{2}+1\right)\left(2\sigma_n^2\right)^{\frac{\nu}{2}}{}_2F_1\left[m_C;\frac{\nu}{2}+1;\left(1+2m_C\sigma_n^2/\Omega_C\right)^{-1}\right]$

Литература

1.Быстров Р.П., Засовин Э.А. Потапов А.А., Соколов А.В. и др. Радиолокационные системы: научно-технические достижения и проблемы развития техники миллиметрового диапазона радиоволн // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2001. № 4 (ч. 1–3) и № 5 (ч. 4, 5).

2. Островитянов Р.В., Басалов Ф.А. Статистическая теория радиолокации протяженных целей. М.: Радио и связь. 1982. - 232 с.

3. Костылев В.И., Сличенко М,П. Адаптивное энергетическое обнаружение квазидетерминированных радиосигналов на фоне негауссовского шума// Радиотехника и электроника. Том 56. №6. 2011. - с. 698-704.

4. Быстров Р.П., Дмитриев В.Г., Потапов А. А., Соколов А.В. Проблемы радиолокационного обнаружения, малоконтрастных объектов. Монография " Вопросы перспективной радиолокации". Под ред. А.В.Соколова. //М.: Радиотехника. 2003. - с.2-48.

5. Акиншин Н.С., Быстров Р.П., Румянцев В.Л., Соколов А.В. Миллиметровая радиолокация: методы обнаружения негауссовских сигналов, Под ред.Р.П. Быстрова. // М: Радиотехника. 2010. - 528 с.

6. Мелитицкий В.А., Акиншин Н.С., Михайлов А.В., Румянцев В.Л. Оценка параметров распределения мощности негауссовского сигнала. // М.: «Радиотехника и электроника» . 1984. №4. - с.797-800.

7. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. // М.: Радио и связь. 1982. - 623 с.

8. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. //М.: Наука. 1981. 797 с.

9. Акиншин Н.С., Румянцев В.Л., Процюк С.В. Поляризационная селекция и распознавание радиолокационных сигналов. //Тула: Лидар. 2000. - 316 с.